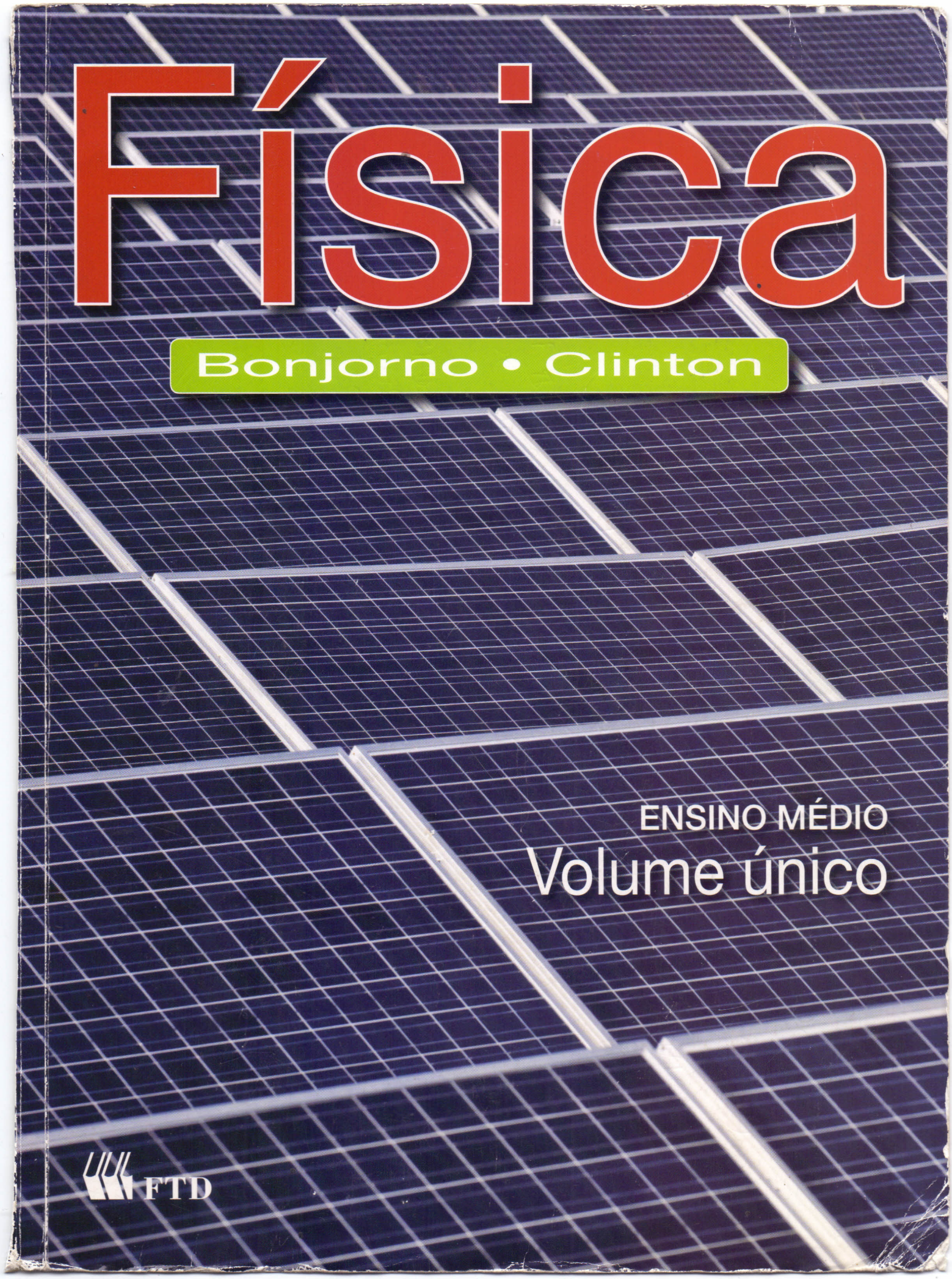
Física

Bonjorno • Clinton



ENSINO MÉDIO

Volume único

FTD

APRESENTAÇÃO

O Ensino Médio é a etapa final de uma educação básica, que situa o educando como pessoa detentora de conhecimento e participante do mundo do trabalho. Os novos objetivos para o Ensino Médio priorizam a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual.

Em todo o mundo a educação passa por revisões, tanto na forma de organização institucional como nos conteúdos circulares, impostas pela nova geografia política do planeta, pela globalização e pela revolução tecnológica. Em função de uma nova compreensão teórica sobre o papel das novas tecnologias, a educação vai se transformando rapidamente.

Atualmente, cada vez mais as competências e habilidades são requeridas pelo mercado de trabalho, em que a criatividade, a autonomia e a capacidade de solucionar problemas têm destaque muito importante. Em função disso, propõe-se o desenvolvimento das capacidades de pesquisar, buscar, selecionar e aprender informações, de criar e formular estratégias de resolução para problemas, em vez de realizar exercícios e técnicas de memorização.

O Ensino da Física realiza-se, em geral, mediante a apresentação desarticulada e descontextualizada de conceitos, leis e fórmulas, distanciados da vida do professor e do aluno e, portanto, desprovidos de significado. O conhecimento físico apresenta-se ao aluno como um produto acabado, fruto da genialidade dos grandes cientistas. O grande desafio na atualidade é que a atividade científica seja vista como uma atividade humana, com seus acertos, virtudes, falhas e limitações.

No Ensino Médio, a Física contribui para a formação de uma cultura científica efetiva, permitindo ao indivíduo a interpretação de fatos, fenômenos e processos naturais, redimensionando sua relação com a natureza em transformação.

Esperamos que este livro sirva como instrumento de apoio e incentivo, capaz de ajudá-lo nessa tarefa de compreensão da natureza e de formação de cidadania.

Os autores

ESTRUTURA DA OBRA

UNIDADE

Bloco temático que agrupa capítulos afins que tratam do mesmo assunto.

Toda abertura de unidade chama a atenção para os fenômenos naturais e para as tecnologias desenvolvidas correlatas aos assuntos a serem tratados naquela unidade.

CAPÍTULO

Unidade temática que trata dos assuntos a serem desenvolvidos. Os capítulos agrupam os temas correlatos que são pontuados de forma sequencial e progressiva. A teoria é desenvolvida de forma clara, objetiva e com a precisão que a disciplina exige. Os capítulos são compostos das seções:

Atividades

Na sequência dos exercícios resolvidos das **Aplicações**, é proposto um conjunto de exercícios selecionados pelo critério da contextualização e da capacidade de fazer conexões e articular outros temas já trabalhados em outros capítulos.

Pense e Responda

Chama atenção para questões mais emblemáticas relacionadas aos temas tratados ou provoca uma reflexão dos conceitos.

Aplicações

Exemplo de exercícios resolvidos em que se podem elucidar os detalhes da explicação teórica.

Mais Atividades

Trata-se de mais exercícios, situados ao final dos capítulos. Possuem caráter complementar aos exercícios distribuídos no corpo do texto, oferecendo uma oportunidade a mais para fixar os conhecimentos e ainda treinar técnicas de resoluções de problemas para exames específicos dos diversos vestibulares do país.

Os capítulos podem apresentar seções específicas que visam a atender às outras demandas do aprendizado de Física:

Saiba mais sobre...

Textos que abordam assuntos sobre aplicações tecnológicas em contextos específicos, curiosidades e atualidades.

Detalhes sobre...

Seção que aprofunda e discute conceitos mais abstratos ou que requerem um detalhamento matemático.

A história conta

Texto apresentando um pouco da História da Ciência na figura de seus protagonistas e a aplicação do conhecimento físico no dia a dia.

SUMÁRIO

Unidade I — A Física como Ciência 11

Capítulo 1: Introdução 12
1. A evolução da Física 12
2. Sistema Internacional de Unidades 16
3. Algarismos significativos 19
4. Notação científica 20

Unidade II — Cinemática escalar 23

Capítulo 2: Introdução ao estudo dos movimentos 24
1. O movimento é relativo 24
2. Ponto material e corpo extenso 24
3. Trajetória 25
4. Posição numa trajetória 26
5. Função horária 27
6. Velocidade escalar média 28
7. Velocidade escalar instantânea 30

Capítulo 3: Movimento retilíneo uniforme 37
1. Movimento com velocidade escalar constante 37
2. Funções horárias 38
3. Gráficos do MRU 44

Capítulo 4: O movimento retilíneo uniformemente variado 51
1. Movimento variado 51
2. Aceleração escalar 52
3. Movimento retilíneo uniformemente variado 55
4. Funções horárias 55
5. Fórmula de Torricelli 59
6. Gráficos do MRUV 61

Capítulo 5: Movimento vertical no vácuo 69
1. Queda livre 69
2. Lançamento vertical 73

Unidade III — Cinemática vetorial 79

Capítulo 6: Vetores 80
1. Grandezas escalares e vetoriais 80
2. Vetor 80
3. Operação com vetores 81
4. Vetor deslocamento 89
5. Velocidade vetorial 90
6. Aceleração vetorial 92

Capítulo 7: Composição de movimentos e lançamentos 97
1. Composição de movimentos 97
2. Princípio da independência dos movimentos 98
3. Lançamento oblíquo 102
4. Lançamento horizontal 105

Capítulo 8: Movimento circular 108
1. Medidas de ângulos 108
2. Velocidade angular média 108
3. Período e frequência 111
4. Movimento circular uniforme 112
5. Aceleração centrípeta 113
6. Transmissão de movimento circular uniforme 116

Sumário

Unidade IV — Dinâmica 120

Capítulo 9: Força e movimento ... 121
1. O que é força ... 121
2. As leis de Newton ... 123
3. Primeira lei de Newton ou princípio da inércia ... 123
4. Segunda lei de Newton ou princípio fundamental da Dinâmica ... 126
5. Terceira lei de Newton ou princípio da ação e reação ... 132
6. Força de atrito ... 139
7. Plano inclinado ... 146
8. Força elástica ... 149
9. Força centrípeta ... 153
10. Quantidade de movimento ... 158
11. Impulso de uma força ... 160
12. Conservação da quantidade de movimento ... 163

Capítulo 10: Energia ... 174
1. Trabalho de uma força ... 174
2. Trabalho da força peso ... 179
3. Trabalho da força elástica ... 182
4. Potência ... 184
5. Rendimento ... 187
6. Energia cinética ... 188
7. Energia potencial ... 190
8. O teorema trabalho-energia ... 193
9. Energia mecânica ... 195
10. Princípio da conservação da energia ... 195
11. Conservação da energia mecânica ... 196

Capítulo 11: Gravitação universal ... 206
1. Sistema geocêntrico e heliocêntrico ... 206
2. Leis de Kepler ... 206
3. Lei da Gravitação Universal ... 209
4. Campo gravitacional ... 212
5. Corpos em órbita ... 214

Unidade V — Estática 217

Capítulo 12: Equilíbrio de um corpo ... 218
1. Equilíbrio estático ... 218
2. Condição de equilíbrio de um ponto material ... 219
3. Momento de uma força ... 222
4. Equilíbrio de um corpo extenso ... 225
5. Máquinas simples ... 229

Unidade VI — Mecânica dos fluidos 237

Capítulo 13: Hidrostática ... 238
1. Fluido ... 238
2. O que é pressão ... 238
3. Massa específica e densidade ... 241
4. Pressão atmosférica ... 243
5. Pressão exercida pelos líquidos ... 244
6. Vasos comunicantes ... 249
7. Teorema de Pascal ... 251
8. Empuxo ... 253

Capítulo 14: Hidrodinâmica ... 261
1. Fluido em movimento ... 261
2. Vazão e equação da continuidade ... 262

3. Equação de Bernoulli 264
4. Equação de Torricelli 266

Unidade VII — Termologia **271**

Capítulo 15: Termometria 272
1. Temperatura 272
2. Equilíbrio térmico 273
3. Escalas de temperatura 273
4. Escala Kelvin de temperatura 274
5. Medida de temperatura 274
6. Relação entre as escalas 275

Capítulo 16: Calorimetria 278
1. Calor 278
2. Calor sensível e calor latente 280
3. Calor específico de uma substância 280
4. Equação fundamental da calorimetria 281
5. Trocas de calor 284

Capítulo 17: Mudanças de fases 290
1. Fases da matéria 290
2. Fusão e solidificação 291
3. Vaporização 294
4. Diagrama de fases 297
5. Isotermas de Andrews 299
6. Curvas de aquecimento e de resfriamento 302

Capítulo 18: Transmissão de calor 311
1. Tipos de transmissão de calor 311
2. Transmissão por condução 311
3. Transmissão por convecção 314
4. Transmissão por irradiação 316

Capítulo 19: Dilatação térmica 322
1. Dilatação dos sólidos 322
2. Dilatação dos fluidos 327

Unidade VIII — Termodinâmica **332**

Capítulo 20: Estudo dos gases 333
1. Variáveis de estado 333
2. Modelo atômico molecular 333
3. Transformação isotérmica 334
4. Transformação isobárica 336
5. Transformação isocórica ou isométrica ou isovolumétrica 337
6. Equação geral do gás ideal 340
7. Transformação adiabática 342
8. Lei de Avogadro 343
9. Lei do gás ideal 344
10. Teoria cinética dos gases 346

Capítulo 21: Termodinâmica 352
1. Transformações reversíveis e irreversíveis 352
2. Trabalho realizado numa transformação isobárica 352
3. Trabalho nas transformações cíclicas 355
4. 1ª Lei da Termodinâmica 357
5. 2ª Lei da Termodinâmica 361
6. Máquinas térmicas 362

7. Ciclo de Carnot 367
8. Irreversibilidade – degradação de energia – entropia 369

Unidade IX — Óptica **377**

Capítulo 22: Conceitos fundamentais de Óptica 378
1. Fontes de luz 378
2. Princípios da Óptica geométrica 382
3. Alguns fenômenos com a luz 388
4. A cor dos corpos 390

Capítulo 23: Reflexão da luz 396
1. Leis da reflexão 396
2. Formação de imagens nos espelhos planos 397

Capítulo 24: Espelhos esféricos 408
1. Elementos geométricos dos espelhos esféricos 408
2. Construção geométrica das imagens 410
3. Estudo analítico dos espelhos esféricos 412

Capítulo 25: Refração da luz 418
1. O fenômeno da refração 418
2. Leis da refração luminosa 420

Capítulo 26: Lentes esféricas 440
1. Elementos geométricos das lentes esféricas 440
2. Classificação das lentes 440
3. Construção geométrica de imagens 443
4. Estudo analítico das lentes esféricas 446

Capítulo 27: Instrumentos ópticos 456
1. Instrumentos de projeção 456
2. Instrumentos de observação 458
3. O olho humano 463
4. Defeitos da visão 465

Unidade X — Ondulatória **470**

Capítulo 28: Movimento harmônico simples 471
1. Movimentos periódicos – período e frequência 471
2. Movimento harmônico simples (MHS) 471
3. Oscilador harmônico 472
4. Período do MHS 474
5. Pêndulo simples 476

Capítulo 29: Ondas 479
1. Pulsos e ondas 479
2. Classificação das ondas 480
3. Velocidade de propagação de uma onda 481
4. Ondas periódicas 481
5. Ondas eletromagnéticas 482
6. Reflexão de um pulso 485
7. Refração de um pulso 485
8. Interferência de onda numa corda 486
9. Onda estacionária 487

Capítulo 30: Fenômenos ondulatórios 492
1. Frente de onda 492
2. Reflexão de ondas 493
3. Refração de ondas 493

4. Difração 496
5. Polarização 498
6. Interferência de ondas bidimensionais 499
7. Ressonância 500

Capítulo 31: Acústica 505
1. Produção do som 505
2. Qualidades do som 506
3. Sons fundamentais em cordas 511
4. Tubos sonoros 515
5. Fenômenos sonoros 518
6. Efeito Doppler 519

Unidade XI — Eletrostática **524**

Capítulo 32: Força elétrica 525
1. Carga elétrica 525
2. Princípio da atração e repulsão 528
3. Condutores e isolantes 528
4. Processos de eletrização 530
5. Eletroscópios 535
6. Lei de Coulomb 538

Capítulo 33: Campo elétrico 544
1. O conceito de campo elétrico 544
2. Vetor campo elétrico 545
3. Campo elétrico de uma carga puntiforme 547
4. Linhas de força 550
5. Campo elétrico uniforme 552
6. Campo elétrico de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático 554

Capítulo 34: Potencial elétrico 560
1. O conceito de potencial 560
2. Diferença de potencial e trabalho da força elétrica 562
3. Diferença de potencial num campo elétrico uniforme 566
4. Potencial de um condutor em equilíbrio eletrostático 568
5. Densidade superficial de cargas 571

Capítulo 35: Capacitores 579
1. Capacitância de um condutor 579
2. O que é um capacitor 581
3. Capacitor plano 585

Unidade XII — Eletrodinâmica **589**

Capítulo 36: Corrente elétrica 590
1. O que é corrente elétrica 590
2. Natureza da corrente elétrica 592

Capítulo 37: Resistores 595
1. Circuito elétrico 595
2. Resistência elétrica e leis de Ohm 596
3. Potência elétrica 600
4. Associação de resistores 606

Capítulo 38: Geradores elétricos 618
1. O que é um gerador elétrico 618
2. Características dos geradores 619
3. Potência no gerador elétrico 620

4. Lei de Pouillet 622
5. Associação de geradores 627

Capítulo 39: Receptores elétricos 632
1. O que é um receptor elétrico 632
2. Lei de Ohm generalizada 637

Unidade XIII – Eletromagnetismo **642**

Capítulo 40: O campo magnético 643
1. Características dos ímãs 643
2. Campo magnético 644
3. Propriedades magnéticas da matéria 648
4. Campo magnético criado por corrente elétrica em condutores retilíneos 651
5. Campo magnético criado por uma corrente numa espira circular 654
6. Campo magnético criado por corrente em um solenoide 656

Capítulo 41: Força magnética 661
1. Força magnética atuando em cargas elétricas 661
2. Força magnética atuando em um condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica 666
3. Força magnética atuando em dois condutores paralelos percorridos por corrente elétrica 669

Capítulo 42: Indução eletromagnética 674
1. Corrente induzida – fem induzida 674
2. Lei de Lenz 679
3. Força eletromotriz induzida em condutor móvel 680
4. Corrente alternada (C.A.) 683

Capítulo 43: Ondas eletromagnéticas 689
1. Campos elétrico e magnético induzidos 689
2. Ondas eletromagnéticas 689
3. Espectro eletromagnético 691

Unidade XIV — Física Moderna **699**

Capítulo 44: Teoria da Relatividade Restrita 700
1. De ciência esgotada a uma nova Física 700
2. Postulados da Teoria da Relatividade Restrita 701
3. Tempo e espaço relativos 702
4. Massa relativística 706
5. Equivalência entre massa e energia 707

Capítulo 45: Física Quântica 710
1. Radiação do corpo negro 710
2. Efeito fotoelétrico 712
3. Efeito Compton 716
4. O modelo atômico de Bohr 718
5. Princípio da incerteza ou da indeterminção 721

Capítulo 46: Radioatividade 725
1. Considerações históricas 725
2. Noções de radioatividade 727
3. Reações nucleares 731

Respostas **737**

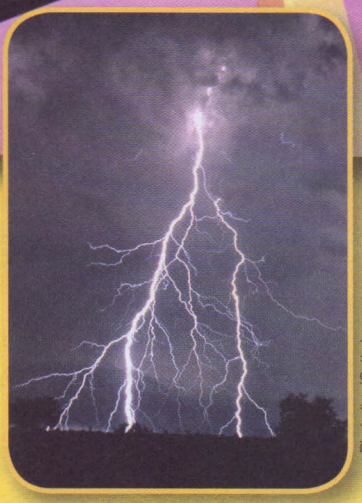
Photodisc/Getty Images

UNIDADE I

A Física como Ciência

Os conhecimentos sobre a Física permitem compreender os fenômenos e desenvolver produtos científicos e tecnológicos para as necessidades e os desafios da sociedade moderna. Esses avanços contribuem para a melhora da qualidade de vida e do conforto do ser humano. Basta uma simples observação ao nosso redor para constatar diversos equipamentos, como televisores, geladeiras, computadores, telefones, automóveis, trens, que são produtos de longos anos de pesquisas aplicadas relacionadas à Física. Grandes construções e empreendimentos da engenharia também possuem raízes nesta ciência, talvez a mais antiga de todas.

Na Antiguidade, o objeto de estudo da Física eram os fenômenos da Natureza e do Universo que, desde os primórdios, aguçaram a curiosidade do ser humano e construíram a base do conhecimento.



Photodisc/Getty Images

Alfred Abad/AGE Fotostock/keystock

Capítulo 1 – Introdução

1. A evolução da Física

A Física é a ciência que trata de descrever e explicar os fenômenos naturais. Para isso cria **modelos** idealizados de situações reais, em que apenas os fatores que interessam são considerados. A partir de conclusões sobre o comportamento de um modelo, generaliza-se o resultado, a fim de explicar a situação real e prever circunstâncias futuras para o mesmo fenômeno.

As primeiras descobertas em Física ocorreram na Pré-História, como tentativa de resolver problemas práticos ou facilitar as tarefas do ser humano. Quando ele percebeu que poderia usar uma pedra pontuda para rasgar a carne de um animal morto, ou um arco para atirar flechas a grandes distâncias, estava, inconscientemente, aplicando **conceitos físicos**.

Outras descobertas fundamentais da Física para as civilizações foram o arado, a roda e o uso controlado do fogo.

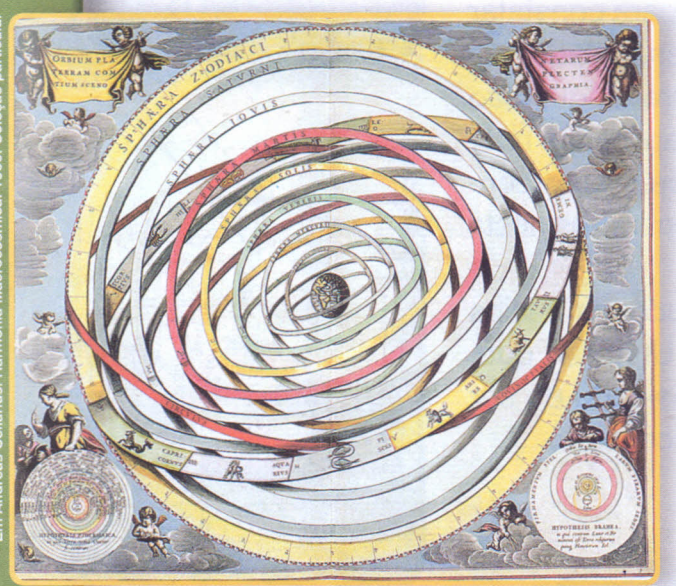
A invenção da escrita, por volta de 3000 a.C., deu grande impulso ao conhecimento humano, tornando possível o acúmulo de grandes quantidades de informações para as gerações futuras. Situam-se nesse período a civilização egípcia e a mesopotâmica, que conheciam a irrigação por bombeamento, métodos de transporte de cargas pesadas e refinadas técnicas de construção de monumentos.

Medioimages/Photodisc/Getty Images

Em Tumba de Rekhmira, Carnac. c. 1350 a.C. The Metropolitan Museum of Art, Nova York

Apesar do grande número de descobertas, nesse período os conhecimentos ainda não estavam sistematizados numa teoria explicativa. Ao contrário, apresentavam-se como resultados independentes, obtidos um a um como solução de problemas práticos específicos. Nessas primeiras interpretações da Natureza pelo ser humano, as causas dos fenômenos eram creditadas a divindades místicas.

Por volta de 600 a.C. nascia a Filosofia, com os gregos. Era uma tentativa de explicar tudo por meio da **razão**. Com esse intuito, os gregos formularam os **princípios gerais** do movimento, da constituição da matéria etc.



Em Andreas Cellarius. Harmonia Macrocosmica. 1660. Coleção particular

A extensa obra de Aristóteles – marco de toda a Física europeia por mais de 1 500 anos – caracteriza-se pelo bom senso aliado à lógica, além de certa capacidade de abstração. No entanto, o desinteresse na comprovação prática dessas ideias resultou em algumas conclusões equivocadas.

Desde a Antiguidade e durante toda a Idade Média, prevaleceram as concepções de um Universo geocêntrico, propostas por Platão, Aristóteles e Ptolomeu, os maiores pensadores gregos.

384-322 a.C. Museu do Louvre, Paris. Foto: Hervé Lewandowski/RMN/Otherimages

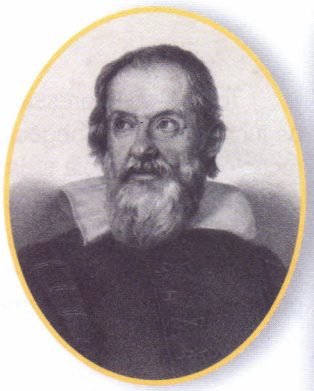
Aristóteles (384-222 a.C.).

Os pensadores da Era Cristã encontraram grandes dificuldades para corrigir algumas afirmações aristotélicas, sobretudo porque a Igreja Católica condenava qualquer conhecimento que não estivesse na Bíblia ou se originasse de influências pagãs da Antiguidade. Além disso, a estrutura basicamente rural da sociedade feudal, a existência majoritária de indivíduos analfabetos e a ausência de livros não religiosos tornavam o desenvolvimento da Ciência quase impossível.

Apenas no século XVI, com o renascimento do comércio e da vida urbana, passou a existir um ambiente propício à renovação cultural.

Galileu corrigiu muitas interpretações de Aristóteles, usando a **experimentação** para comprovar seus argumentos. O cientista italiano mostrou, com sua prática, que é necessário testar as teorias com experiências concretas, sempre que possível. Para ter êxito, o pesquisador deve criar situações favoráveis de observação, eliminando fatores que interfiram na análise do problema estudado. Os trabalhos de Galileu eram apoiados na **Matemática** para a descrição da Natureza.

Aproveitando os resultados já obtidos por cientistas anteriores, como Galileu e Kepler, Isaac Newton realizou a primeira grande síntese teórica da história da Física. Reuniu as explicações de diversos fenômenos mecânicos do cotidiano sob três princípios gerais: as chamadas leis de Newton da Dinâmica. Além disso, Newton uniu a Física terrestre à celeste, por meio da Lei da Gravitação Universal.



Séc. XVII. Biblioteca da Universidade de Oklahoma

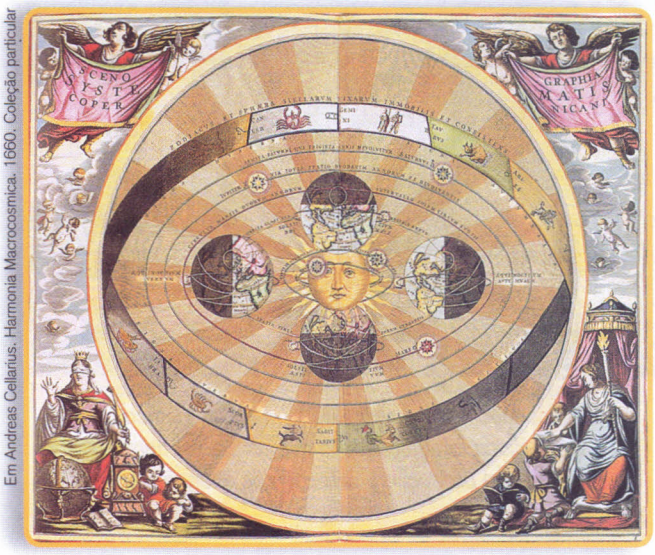
Galileu Galilei (1564-1642).

Séc. XVII. Biblioteca da Universidade de Oklahoma

Isaac Newton (1642-1727).

F. Müller. Séc. XVIII. Smithsonian Institution Libraries, Washington

Benjamin Count Rumford (1753-1814).



Em Andreas Cellarius. Harmonia Macrocosmica. 1660. Coleção particular

A concepção heliocêntrica do Universo, segundo a qual a Terra está em órbita em torno do Sol (considerado o centro do Universo), foi estabelecida formalmente somente com os trabalhos de Copérnico, Galileu, Kepler e Newton.

Os fundamentos teóricos deixados por Newton possibilitaram importantes inovações técnicas nos séculos XVIII e XIX, como, por exemplo, relógios mecânicos, teares mecânicos, óculos, telescópios, microscópios etc.

Outras áreas da Física começaram a se desenvolver durante o século XVIII: a termologia, a eletricidade e o magnetismo. Os resultados obtidos por Rumford e Carnot na Termodinâmica levaram ao desenvolvimento das máquinas a vapor, na virada do século XIX. Surgia a Revolução Industrial, época de aumento incrível na produtividade, no progresso material das nações e na população europeia. Por volta de 1830, a maioria das potências europeias possuía uma rede de ferrovias ligando as fábricas às grandes concentrações urbanas.

Corel Stock Photo

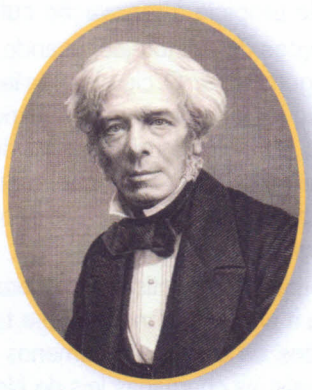
O desenvolvimento das máquinas a vapor modificou o modo de vida das pessoas.

Tornou-se interessante aos industriais investir em melhorias tecnológicas para aumentar ainda mais os lucros em seus negócios. Desde então, o conceito de investimento público e privado em inovações tecnológicas permeia todas as nações desenvolvidas. Menosprezar a importância de novas descobertas é o caminho mais curto para um país se tornar dependente economicamente de outros.

O incentivo a pesquisas, por volta de 1840, resultou no desenvolvimento do eletromagnetismo por Ampère e Faraday, entre outros. A teoria completa foi proposta por Maxwell em 1870. Desde então, são possíveis instalações elétricas nas residências e aparelhos que funcionam à base de motores elétricos.

Ambroise Tardieu. 1825. Smithsonian Institution Libraries, Washington

André-Marie Ampère (1775-1836).

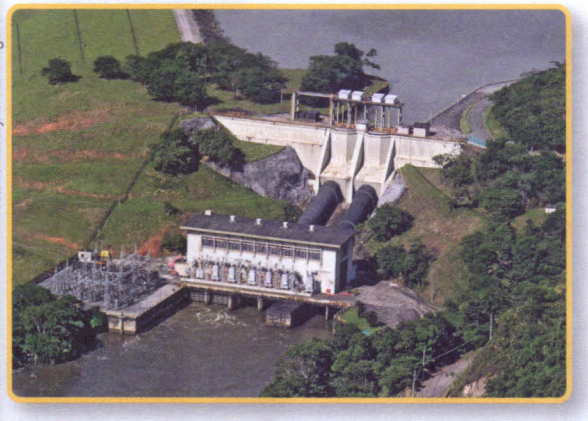


Séc. XIX. Smithsonian Institution Libraries, Washington

Michael Faraday (1791-1867).

Stodart. Séc. XIX Biblioteca da Universidade de Oklahoma

James Clerk Maxwell (1831-1879).



Ricardo Azoury/Olhar Imagem

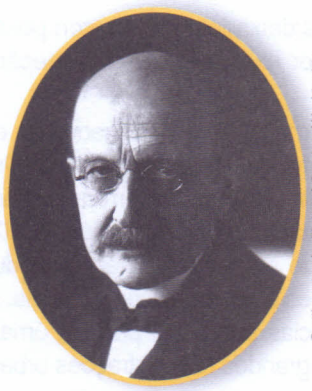
Usina Pereira Passos, RJ. Com o conhecimento dos fenômenos eletromagnéticos foi possível transformar a energia da água em energia elétrica.

Photodisc/Getty Images

Os conhecimentos sobre os fenômenos elétricos magnéticos foram fundamentais para o ser humano controlar a produção e utilização da energia elétrica.

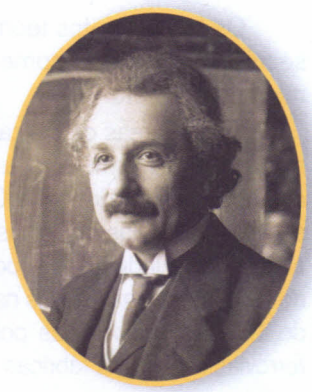
O final do século XIX foi uma época de otimismo exagerado. Muitos físicos, representados pelo grande Lorde Kelvin, julgavam, em 1890, conhecer os princípios e as leis fundamentais do funcionamento do Universo. Bastavam pequenos ajustes em alguns pontos duvidosos e o homem teria aprendido tudo o que a Física podia ensinar.

Mas resultados experimentais interpretados de maneira inovadora por Planck, em 1900, e Einstein, em 1905, abalaram a estrutura da Física. Novas concepções sobre conceitos básicos como espaço e tempo foram propostas para dar conta de uma nova gama de fenômenos.



Smithsonian Institution Libraries, Washington

Max Planck (1858-1947).



F. Schmutzer. 1921. Coleção particular

Albert Einstein (1879-1955).

Dois grandes novos ramos da Física surgiram a partir da sistematização desses resultados:

- **Relatividade**: descreve movimentos com velocidades próximas à velocidade-limite (velocidade da luz no vácuo – 300 000 km/s), substituindo os conceitos de Newton de espaço e tempo absolutos;
- **Mecânica Quântica**: explica fenômenos que ocorrem no mundo das partículas atômicas e subatômicas. Os conceitos de posição, velocidade e energia já não seguem as regras válidas pelas leis de Newton.

Essa revolução na forma de ver o mundo possibilitou os grandes avanços dos séculos XX e XXI, entre os quais podemos citar o uso controlado da energia atômica, os robôs eletrônicos, a televisão, o GPS (Sistema de Posicionamento Global), os computadores, as viagens espaciais, a descoberta dos raios *laser*, entre outros. Toda essa construção humana da Ciência, que só é possível pelo trabalho e empreendimento de diversas pessoas, influenciou muito o mundo ao nosso redor.

Photodisc/Getty Images

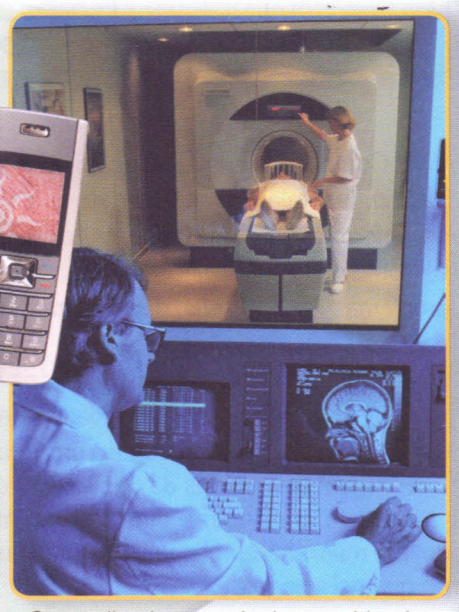
As telecomunicações por fibra óptica estão associadas à descoberta do raio laser.

Sérgio Dotta Jr/The Next

O celular é derivado da descoberta do transistor.

Photodisc/Getty Images

O armazenamento de informações digitais no DVD só foi possível pelo conhecimento das propriedades magnéticas da matéria.



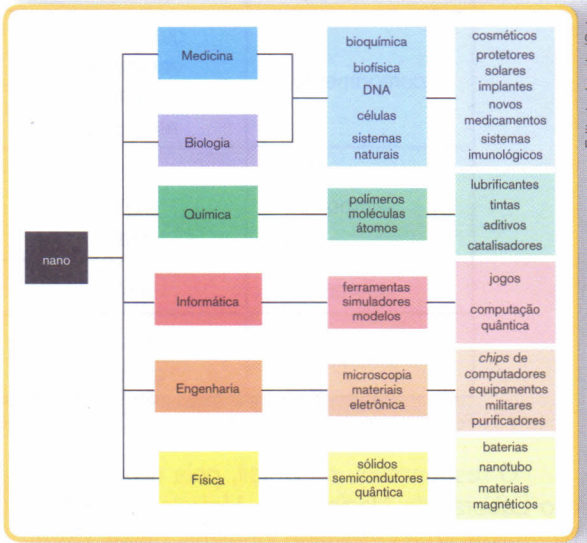
AGE Fotostock/NextFoto

O aparelho de ressonância magnética é derivado das pesquisas em Física Atômica.

Atualmente um novo campo de pesquisa na Física está em grande desenvolvimento, a **nanotecnologia**, cujo desenvolvimento foi possibilitado pela visualização e manipulação, átomo por átomo, de materiais. A nanotecnologia terá enormes implicações na sociedade, as quais resultarão tanto em materiais mais avançados quanto em fármacos mais eficientes e com menos efeitos colaterais.

Atualmente, os físicos sabem que já descobriram muito, mas que ainda restam enormes desafios a serem vencidos para uma melhor compreensão do Universo.

Ao iniciar os seus estudos de Física, você provavelmente compreenderá uma das lições mais importantes da Ciência: a de que a aparência é muito enganadora. Desconfie da obviedade!



Editoria de arte/Setup

Os campos de pesquisa da nanotecnologia.

2. Sistema Internacional de Unidades

Até meados do século XX, eram usadas diferentes unidades de medida ou padrão para medir o comprimento ou a massa de um corpo.

Observe, nos quadros a seguir, alguns desses padrões e os países onde eram utilizados.

Unidades de comprimento

País	Nome da unidade	Valor aproximado em metros (m)
Inglaterra e Estados Unidos	jarda polegada	0,914 0,025
China	tsun jin	0,060 58,800
Rússia	versta	0,660

Unidades de massa

País	Nome da unidade	Valor aproximado em quilogramas (kg)
Inglaterra e Estados Unidos	libra onça	0,50 0,028
China	pecul	71,000
Egito	rotolo	0,690

Como cada país fixava o seu próprio padrão, as relações comerciais e as trocas de informações científicas entre os países se tornavam muito difíceis. Para resolver os problemas decorrentes disso, foram criados padrões internacionais. Surgiu, assim, o **Sistema Internacional de Unidades (SI)**.

O SI estabelece sete unidades de base, cada uma delas correspondente a uma grandeza.

Algumas unidades do SI são empregadas juntamente com outras que não fazem parte do SI, mas são amplamente difundidas. Veja no quadro a seguir.

Unidades do SI

Grandeza	Unidade	Símbolo
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
intensidade de corrente elétrica	ampere	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de matéria	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

Fonte: <www.inmetro.gov.br/infotec/publicacoes/Si.pdf>. Acesso em: 4 maio 2011.

Variações de algumas unidades de medida

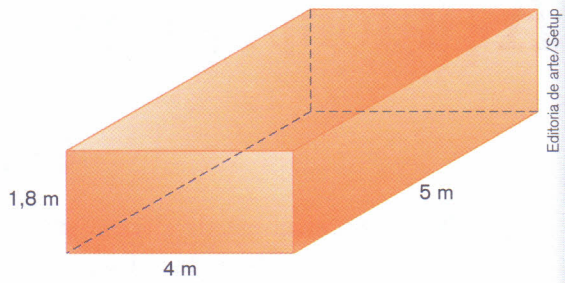
Grandeza	Nome	Símbolo	Valor em unidade do SI
comprimento	quilômetro decímetro centímetro milímetro	km dm cm mm	1 km = 1 000 m 1 dm = 0,1 m 1 cm = 0,01 m 1 mm = 0,001 m
tempo	minuto hora dia	min h d	1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3 600 s 1 d = 24 h = 86 400 s
volume	litro	ℓ ou L	1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3
massa	tonelada grama	t g	1 t = 1 000 kg 1 g = 0,001 kg

Fonte: <www.inmetro.gov.br/infotec/publicacoes/Si.pdf>. Acesso em: 4 maio 2011.

O responsável, no Brasil, pela disseminação das unidades do Sistema Internacional de Unidades é o Laboratório Nacional de Metrologia (LNM), o qual vincula-se ao Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO).

Aplicação

A caixa-d'água de um prédio tem a forma de um paralelepípedo. Suas três dimensões internas são: comprimento = 5 m, largura = 4 m e altura = 1,8 m. Quantos litros de água essa caixa pode conter, no máximo?



Editoria de arte/Setup

Resolução:

A capacidade da caixa é de:

$V = 5 \cdot 4 \cdot 1{,}8 = 36\ m^3$

Como 1 m^3 equivale a 1 000 L, temos:

$36 \cdot 1\,000\ L = 36\,000\ L$

A caixa-d'água pode conter 36 000 L, no máximo.

Atividades

1 Dê os seguintes valores em unidades do SI:

a) 7 km
b) 5 min
c) 8 h
d) 580 cm
e) 15 000 mm
f) 600 g
g) 4 t
h) 2 km^2
i) 9 000 g

2 Escreva os seguintes valores em unidades do SI:

a) 2 km^2
b) 0,08 km^2
c) 9 000 cm^2
d) 12 000 mm^2
e) 150 dm^2
f) 10 cm^2

3 Efetue as seguintes conversões:

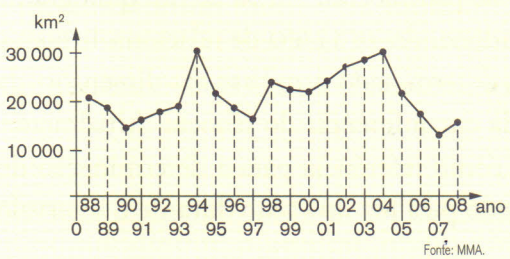
a) 50 dm^3 em metros cúbicos;
b) 700 cm^3 em metros cúbicos;
c) 10 cm^3 em litros.

4 *(UFRJ)* Uma chapa de vidro tem 0,15 metro quadrado. Quanto mede a sua área em centímetros quadrados?

5 Um produtor artesanal de licores respeita as leis brasileiras e informa a quantidade de produto vendido de acordo com o Sistema Internacional de Unidades. Sua produção desse mês foi 362,5 dm^3 de licor e será colocada em garrafas de 290 mL. Quantos metros cúbicos de licor foram produzidos e quantas garrafas serão envasadas?

6 *(UFRJ)* Jorge e Maria participaram de uma maratona e cada um venceu na sua modalidade. Jorge fez um tempo T_1, recorde, de 1 hora, 22 minutos e 30 segundos. Maria fez um tempo T_2, 20% maior que T_1. Sendo T_2 igual a **x** horas, **y** minutos e **z** segundos (x, y, z $\in$ Z, 0 < y, z < 60), determine **x**, **y** e **z**.

7 *(Enem-MEC)* O gráfico abaixo mostra a área desmatada da Amazônia, em km^2, a cada ano, no período de 1988 a 2008.



Fonte: MMA.

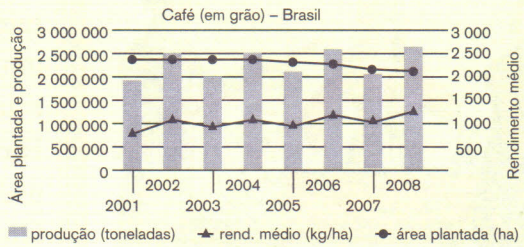
Ilustrações: Editoria de arte

As informações do gráfico indicam que:

a) o maior desmatamento ocorreu em 2004.
b) a área desmatada foi menor em 1997 que em 2007.
c) a área desmatada a cada ano manteve-se constante entre 1998 e 2001.
d) a área desmatada por ano foi maior entre 1994 e 1995 que entre 1997 e 1998.
e) o total de área desmatada em 1992, 1993 e 1994 é maior que 60 000 km^2.

Gráfico para as questões 8 e 9

No gráfico a seguir, estão especificados a produção brasileira de café, em toneladas; a área plantada, em hectares (ha); e o rendimento médio do plantio, em kg/ha, no período de 2001 a 2008.



Fonte: IBGE.

8 *(Enem-MEC)* A análise de dados mostrados no gráfico revela que:

a) a produção em 2003 foi superior a 2 100 000 toneladas de grãos.
b) a produção brasileira foi crescente ao longo de todo o período observado.
c) a área plantada decresceu a cada ano no período de 2001 a 2008.
d) os aumentos na produção correspondem a aumentos no rendimento médio do plantio.
e) a área plantada em 2007 foi maior que a de 2001.

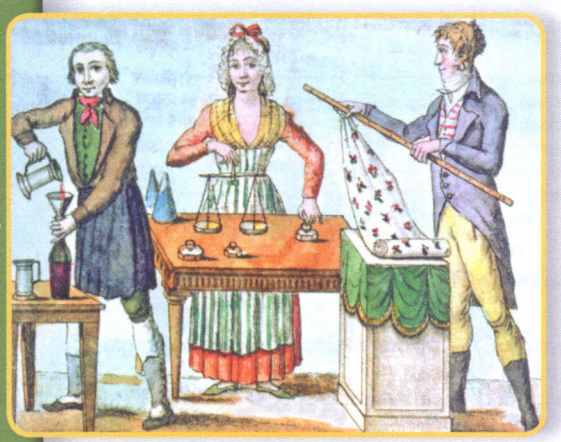
9 *(Enem-MEC)* Se a tendência de rendimento observada no gráfico, no período de 2001 a 2008, for mantida nos próximos anos, então o rendimento médio do plantio do café, em 2012, será aproximadamente de:

a) 500 kg/ha
b) 750 kg/ha
c) 850 kg/ha
d) 950 kg/ha
e) 1 250 kg/ha

A História conta

Um peso e uma medida

Não é possível existir ciência sem medições e pesagens, ou sem uma unidade de medida. Desde os primórdios das civilizações, os povos sempre tiveram a necessidade de medir quantidades. As civilizações mesopotâmica e egípcia estão entre as mais antigas a usar sistemas de pesos e medidas. No Egito, por exemplo, foram descobertos padrões de peso que datam de mais de 4 mil anos antes de Cristo. Outros povos, mais cedo ou mais tarde, também foram desenvolvendo padrões que servissem de referência para medir ou pesar quantidades. Durante a Idade Média, era comum que cada reino determinasse suas unidades de comprimento de acordo com as partes do corpo do rei. Assim surgiram unidades como pé, braça e polegada. No entanto, à medida que um povo entrava em contato com outros, principalmente para comprar e vender mercadorias, a diferença de unidades gerava problemas, visto que o comprimento do pé de um soberano muito provavelmente não seria o mesmo do de outro. Ainda que não se usassem as partes do corpo de uma pessoa como padrão, se cada cidade ou vilarejo adotasse a sua unidade arbitrariamente, a confusão estaria armada na hora de travar relações comerciais. Até o final do século XVIII, as unidades de medida variavam de um lugar para outro.



1800. Ilustração. Coleção particular. Foto: Jean-Loup Charmet/SPL /Latinstock

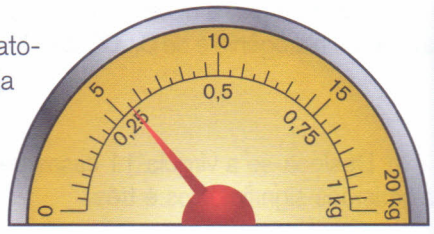
Gravura do Instituto de Sistema Métrico na França, 1800.

Mas, em 1790, a Assembleia Nacional Constituinte da França decidiu que deveria ser criado um sistema de medida que fosse simples, estável e uniforme. Então, a Academia de Ciências de Paris instituiu o Sistema Métrico Decimal como padrão. Surgiu, assim, o Sistema Internacional de Unidades (SI), que hoje é adotado por quase todos os países do mundo. O quilograma e o metro são duas das unidades básicas que fazem parte do Sistema Internacional. As outras unidades básicas são segundo, ampere, kelvin, mol e candela. A unidade de massa escolhida pelos franceses foi o grama (g), definido como a massa de um centímetro cúbico de água a 4 °C (temperatura em que a água está em sua densidade máxima). O quilograma é igual a 1 000 gramas. Porém, no final do século XIX, construiu-se um bloco de platina com massa de um quilograma para ser adotado como quilograma padrão, abandonando-se a ideia de relacioná-lo com a água. Quanto ao metro, ficou decidido que seria determinado com base nas dimensões da Terra, ou seja, seria relacionado a uma fração da circunferência do planeta. Atualmente, para que se tenha maior precisão, usa-se a luz como referência para a determinação do metro, o qual é definido como o espaço percorrido pela luz no vácuo durante o intervalo de tempo de 1/299 792 458 segundo.

3. Algarismos significativos

As medidas nunca são feitas com precisão absoluta. Cada aparelho de medida possui a sua própria precisão ou sensibilidade. Existem, por exemplo, relógios com ou sem o ponteiro de segundos e cronômetros que permitem distinguir tempos de centésimos ou até milésimos de segundos.

Embora a sensibilidade de um aparelho dependa de vários fatores, ele dispõe de uma escala de unidades que deve ser projetada de acordo com a sensibilidade pretendida. Por exemplo, a figura ilustra o mostrador de uma balança com duas escalas. Qual é a sensibilidade de cada uma delas?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A sensibilidade de um aparelho é o menor valor que se pode medir exatamente com ele. Esse valor é dado pela razão:

$$\frac{\text{máximo valor que pode ser lido na escala}}{\text{número total de divisões da escala}}$$

Se utilizarmos a escala apresentada no caso acima, podemos determinar a sensibilidade do instrumento, pois 20 kg é o máximo valor lido na escala, e temos 40 subdivisões neste intervalo:

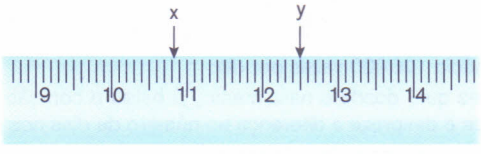
$$\frac{20}{40} = 0{,}5 \text{ kg}$$

Alguns aparelhos apresentam escalas que podem ser alteradas dependendo do valor da grandeza a ser medida e da precisão requerida. Nesse exemplo, se a escala fosse ajustada para 1 kg, a sensibilidade seria:

$$\frac{1}{40} = 0{,}025 \text{ kg}$$

A escala de 1 kg é mais sensível que a escala de 20 kg, mas permite ler somente massas de até 1 kg.

Agora, observe as medidas **x** e **y** na régua graduada em centímetros mostrada na figura.



Para a leitura **x** que não corresponde a um número inteiro de divisões, avaliamos "a olho", ou seja, por estimativa. Por exemplo, poderíamos ler: 10,83 cm ou 10,84 cm. Isso significa que, enquanto os três primeiros algarismos são precisos, o último é incerto ou duvidoso, isto é, é um algarismo estimado.

Nessas medidas, escrevemos os algarismos precisos e um só algarismo estimado. Esses algarismos são chamados **algarismos significativos**. Por exemplo:

10,83 ou 10,84 cm têm quatro algarismos significativos.

A leitura **y** é igual a 1 250 mm, isto é, é um número inteiro de milímetros. O resultado dessa medida escreve-se 12,50 cm, ou seja, o zero à direita dos algarismos precisos é significativo. O algarismo 0 (zero) não é significativo se vier antes do primeiro algarismo diferente de zero. Por exemplo, 0,027 m tem dois algarismos significativos.

4. Notação científica

Cálculos com números muito grandes ou muito pequenos são geralmente simplificados pelo uso da notação em potências de dez, também chamada **notação científica**.

Por exemplo, a distância da Terra ao Sol é aproximadamente igual a 149000000000 m, e o raio do átomo de hidrogênio é de 0,000000005 cm. Esses números também podem ser escritos da seguinte forma:

$$\underbrace{149\,000\,000\,000}_{11 \text{ casas}} = 1{,}49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Desloca-se a vírgula 11 casas para a esquerda e multiplica-se por 10^{11}. Dessa forma o número de algarismos significativos é três.

$$\underbrace{0{,}000\,000\,005}_{9 \text{ casas}} \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$$

Desloca-se a vírgula 9 casas para a direita e multiplica-se por 10^{-9}.

Um número está em notação científica quando é escrito na forma $N \cdot 10^n$, em que $1 < |N| < 10$ e **n** é um número inteiro.

Para evitar que se tenham de expressar grandezas muito pequenas ou muito grandes com o uso de números zeros, o SI contém prefixos que permitem a formação de múltiplos e submúltiplos decimais das unidades do SI. Observe no quadro.

Por exemplo, a distância do Sol até Plutão é 6 Tm (seis terametros), ou seja, $6 \cdot 10^{12}$ m.

Prefixo	Símbolo	Fator pelo qual a unidade é multiplicada
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
quilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Fonte: <www.inmetro.gov.br/infotec/publicacoes/Si.pdf>. Acesso em: 4 maio 2011.

Aplicação

Um coração humano bate em média 120000 vezes por dia.

a) Determine o número de vezes que, desde o nascimento, já bateu o coração dessa pessoa ao completar 50 anos. Use a notação científica e despreze a diferença no número de dias nos anos bissextos.

b) Qual a ordem de grandeza desse número de batimentos?

Resolução:

a) Primeiro, vamos determinar quantos dias há em 50 anos:

1 ano ——— 365 dias

50 anos ——— x

Estabelecendo a proporção, temos:

$$\frac{1}{50} = \frac{365}{x} \Rightarrow x = 50 \cdot 365 \Rightarrow x = 18\,250 \text{ dias}$$

Em seguida, determinamos quantas vezes o coração bate em 18250 dias:

1 dia ——— 120000 vezes

18250 dias ——— y

Daí, vem:

$$\frac{1}{18\,250} = \frac{120\,000}{y} \Rightarrow y = 2{,}19 \cdot 10^{9} \text{ vezes}$$

b) Portanto, em 50 anos o coração baterá $2{,}19 \cdot 10^{9}$ vezes.

Como 2,19 está mais próximo de 1 do que de 10, a ordem de grandeza desse número é 10^{9}.

A ordem de grandeza é a potência de 10 que mais se aproxima do valor da grandeza.

Atividades

1 Represente os seguintes números em notação científica:

a) velocidade da luz no vácuo = = 300 000 000 m/s;

b) massa de um próton = = 0,000 000 000 000 000 000 000 0016 g;

c) raio do átomo de hidrogênio = = 0,000 000 005 cm;

d) número de Avogadro = = 602 000 000 000 000 000 000 000.

2 *(Ufersa-RN)* A ordem de grandeza de um período correspondente a um mês expresso em segundos é:

a) 10 b) 10^3 c) 10^6 d) 10^9

3 Para escrever os números $1{,}8 \cdot 10^3$ e $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ sem a notação científica digitamos as teclas:

1	·	8	EXP	3	=		1	8	0	0
2	·	5	EXP	2	±	=	0	·	0	2	5

Portanto:
$1{,}8 \cdot 10^3 = 1\,800$ e $2{,}5 \cdot 10^{-2} = 0{,}025$

Escreva os seguintes números sem a notação científica:

a) $3{,}4 \cdot 10^5$ d) $1{,}6 \cdot 10^6$

b) $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ e) $3{,}14 \cdot 10^{-4}$

c) $9{,}4 \cdot 10^4$ f) $8{,}5 \cdot 10^{-5}$

4 Os números representados a seguir são múltiplos ou submúltiplos do segundo e estão com prefixos do Sistema Internacional de Unidades. Escreva os seus valores correspondentes usando potências de 10.

a) 7 ns d) 8 Gs

b) 9 ps e) 5 Ms

c) 6 ms f) 3 µs

5 As dimensões de um terreno retangular são 42,56 m e 21,50 m.

a) Escreva, em notação científica, o número que representa a área desse terreno.

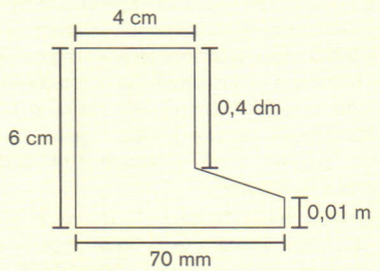
b) Qual é a ordem de grandeza do número que representa a área desse terreno?

Mais Atividades

1 A densidade demográfica de certa cidade é de 0,002 habitante por metro quadrado. Se essa cidade ocupa uma área de 180 km², qual é o seu número de habitantes?

2 A figura representa a planta de um cômodo que será transformado em sala de aula. O desenho foi feito na escala 1:100.

Qual é a área real da sala?



3 Um ferreiro recebeu quatro barras de ferro com 1,20 m, 1,60 m, 2,40 m e 3,20 m para dividi-las em barras do mesmo tamanho, o maior possível, sem inutilizar pedaços. Qual será, em decímetros, o comprimento de cada barra?

4 O dono de um restaurante pretende colocar um painel de 4 m por 5 m na frente de seu estabelecimento. Trinta por cento da área desse painel será pintada, dos quais 12% na cor preta. Sabendo que cada tubo de tinta possibilita pintar 1 200 cm², quantos tubos de tinta preta serão necessários?

5 A parede de uma casa deve ser inteiramente revestida de lajotas de cerâmica. As dimensões da parede são 5 m e 3 m, e cada cerâmica mede 20 cm de lado.

Quantas lajotas serão necessárias?

6 A companhia de água de uma cidade cobra o consumo residencial pela seguinte tabela:

Faixa de consumo por m³	Valor em reais por m³
0 — 10	1,20
11 — 25	2,00
mais de 25	2,50

Esta estratégia de precificação do volume de água tende a evitar o desperdício, pois o valor pago aumenta para cada parcela de volume de água consumida.

Quanto pagará, em reais, o proprietário de uma residência que num determinado mês consumiu 32 m³ de água?

7 *(UFSCar-SP)* Ao iniciar uma viagem de São Paulo para o Rio de Janeiro, Pedro abasteceu o tanque de combustível do carro, que estava totalmente vazio, até o limite máximo, pagando pelo abastecimento R$ 111,80. Após percorrer 180 km da viagem, Pedro parou em outro posto para completar o combustível do tanque até o limite máximo, gastando agora R$ 24,75. Sabe-se que a distância do ponto de partida de

Pedro, em São Paulo, até a cidade do Rio de Janeiro é igual a 480 km, que o tanque de combustível do carro de Pedro tem capacidade total de 52 litros, e que seu carro percorre na estrada, em média, 16 km por litro de combustível:

a) qual é o preço do litro de combustível em cada um dos dois postos em que Pedro abasteceu o carro?

b) sem novos abastecimentos, quantos quilômetros, no máximo, o carro de Pedro poderá percorrer na cidade do Rio de Janeiro, sabendo-se que em trecho de cidade seu carro faz, em média, 12 km por litro de combustível?

8 Observe os números

massa da Terra =
= 5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg

volume da Terra =
= 1 080 000 000 000 000 000 000 m^3

massa da Lua =
= 80 000 000 000 000 000 000 000 kg

volume da Lua = 22 000 000 000 000 000 000 m^3

a) Escreva esses números usando a notação científica.

b) Qual a ordem de grandeza de cada um desses números?

9 *(UFG-GO)* Um barril, contendo inicialmente 100 litros de água, tem um vazamento pelo qual pingam gotas de 3 mm de diâmetro.

O volume de cada gota em m^3 e o número total de gotas que pingarão até que o barril se esvazie por completo são, respectivamente, da ordem de

a) 10^{-6} e 10^{7} c) 10^{-7} e 10^{8} e) 10^{-8} e 10^{9}

b) 10^{-7} e 10^{6} d) 10^{-8} e 10^{7}

10 *(Cefet-PR)* A bula de um determinado remédio informa que uma drágea do medicamento contém 30 mg de cafeína anidra. Esta quantidade escrita em notação científica, na unidade de massa do Sistema Internacional de Unidades (SI), é corretamente expressa na sua parte numérica por:

a) $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ c) $3{,}0 \cdot 10^{-6}$ e) $3{,}0 \cdot 10^{-2}$

b) $3{,}0 \cdot 10^{-4}$ d) $3{,}0 \cdot 10^{-5}$

11 *(CEUT-PI)* Um aluno, dispondo de uma balança graduada em décimos de quilograma, realizou a medição da massa **m** de um material qualquer e encontrou o valor 2,35 kg. A respeito desse resultado, podemos dizer CORRETAMENTE que:

a) O algarismo 2 é correto e os algarismos 3 e 5 são avaliados.

b) O algarismo 5 não tem sentido nessa medida.

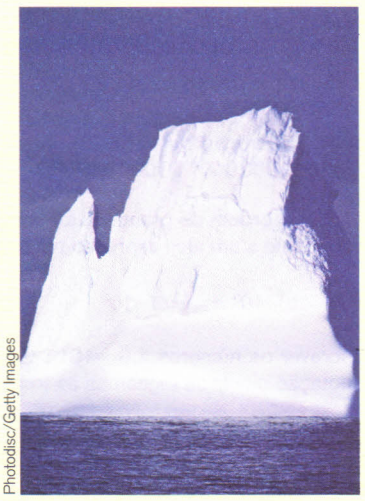
c) A medida contém três algarismos significativos, pois o 5 também é significativo.

d) A medida contém dois algarismos duvidosos, o 3 e 5.

12 *(Unicamp-SP)* Como se sabe, os *icebergs* são enormes blocos de gelo que se desprendem das geleiras polares e flutuam nos oceanos. Suponha que a parte submersa de um *iceberg* corresponde a $\frac{8}{9}$ de seu volume total e que o volume da parte não submersa é de 135 000 m^3.

a) Calcule o volume total do *iceberg*.

b) Calcule o volume de gelo puro do *iceberg* supondo que 2% de seu volume total é constituído de "impurezas", como matéria orgânica, ar e minerais.



Photodisc/Getty Images

13 Dê a ordem de grandeza das seguintes medidas:

a) 65 000 kg

b) 0,0015 m

c) 8 270 000 cm^3

d) 0,000074 L

14 *(Vunesp-SP)* O visor de uma calculadora científica é capaz de exibir 10 dígitos, sendo que a vírgula, quando aparece, ocupa o espaço de um dígito. Dessa forma, não é possível inserir na calculadora um número que ocupe mais do que estas dez posições. Entretanto, para fazer essas operações, a calculadora é capaz de armazenar em sua memória 30 dígitos de um número, exibindo no visor apenas os dez primeiros caracteres da representação decimal do número. Um estudante aperta a tecla π dessa calculadora e, imediatamente, aparece no visor 3,14159265. Para descobrir os nove dígitos seguintes do número π, é suficiente que o estudante:

a) aperte a tecla "multiplicar", insira o número 1 000 000 000, aperte a tecla "igual", aperte a tecla "subtrair", insira o número 3,141159265 e aperte a tecla "igual".

b) aperte a tecla "subtrair", insira o número 3,14159265, aperte a tecla "igual", aperte a tecla "multiplicar", insira o número 1 000 000 000, aperte a tecla "igual".

c) aperte a tecla "multiplicar", insira o número 10 000 000 000, aperte a tecla "igual", aperte a tecla "subtrair", insira o número 3,14159265 e aperte a tecla "igual".

d) aperte a tecla "subtrair", insira o número 3,14159265, aperte a tecla "igual", aperte a tecla "multiplicar", insira o número 10 000 000 000 e aperte a tecla "igual".

e) aperte a tecla "multiplicar", insira o número 100 000 000 000, aperte a tecla "igual", aperte a tecla "subtrair", insira o número 3,14159265, e aperte a tecla "igual".

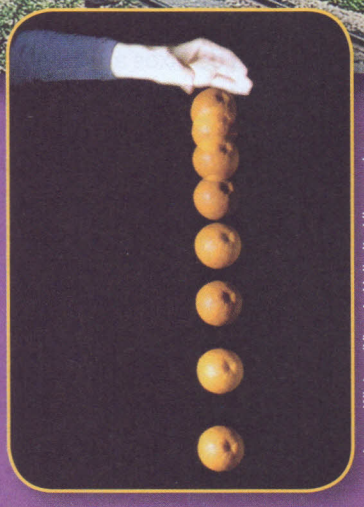
Corel Stock Photo

UNIDADE II

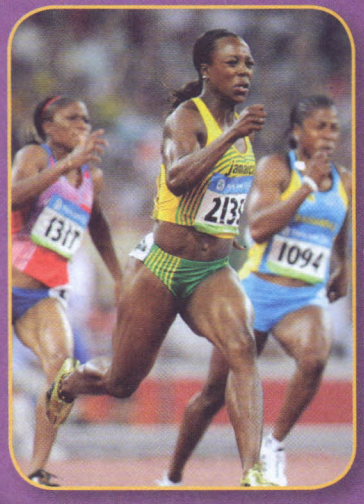
Cinemática escalar

Para todos os lugares onde olhamos podemos notar movimento. Mesmo que pareça difícil descrevê-lo com palavras, intuitivamente sabemos que é um fenômeno que ocorre no tempo e no espaço. Os trens, por exemplo, após iniciarem o movimento, percorrem a maior parte do trajeto com a mesma velocidade, assim como um avião em velocidade de cruzeiro. Outro movimento bastante comum é a queda de um corpo, que ocorre de maneira acelerada, ou seja, a cada segundo sua velocidade é maior. Se observarmos a natureza, verificaremos que alguns mamíferos alcançam velocidades elevadas quando saem em direção a suas presas; por outro lado, existem insetos e moluscos, por exemplo, que, ao rastejarem, desenvolvem velocidades muito baixas.

Também nos movimentamos quando andamos ou corremos, enquanto em uma grande metrópole as pessoas andam pelas ruas sempre apressadas, em competições esportivas atletas disputam provas para saber qual é o mais rápido.



Loren Winters/Visuals Unlimited/Imageplus



Nelson Ching/Bloomberg/Getty Images

CAPÍTULO 2 – INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS MOVIMENTOS

1. O movimento é relativo

Para determinar se um corpo se encontra ou não em movimento é necessário especificar a posição dele em relação a outros que o rodeiam.

Na figura, vemos um homem sentado na poltrona de um ônibus em movimento, acenando para uma mulher parada na estação rodoviária.

Quando tomamos o ônibus como referência, a posição do homem sentado na poltrona, em relação ao próprio ônibus, não varia. Dizemos então que o homem está em **repouso** em relação ao ônibus.

Se tomamos como referência a mulher na estação, verificamos que a posição do homem em relação a ela varia com o tempo. Portanto, dizemos que o homem está em **movimento** em relação à mulher. O ônibus e a mulher são dois pontos de referência em relação aos quais podemos determinar o estado de movimento ou de repouso do passageiro. Note que o homem pode estar em repouso ou em movimento, dependendo do **referencial** adotado.

Paulo Cesar

A partir da escolha do referencial, que pode ser um sistema de eixos adotados como referência, é que se pode verificar se a posição do corpo varia no decorrer do tempo.

Em Física, quando o referencial não é indicado, fica implícito que é a Terra. Como esta se move ao redor do Sol e este se move em torno do centro da nossa galáxia, concluímos que todos os corpos, mesmo aqueles que parecem estar em repouso, se movimentam. Logo, todos os movimentos são **relativos**.

Photodisc/Getty Images

Em uma escada rolante, as pessoas estão em repouso entre si, mas em movimento em relação à Terra.

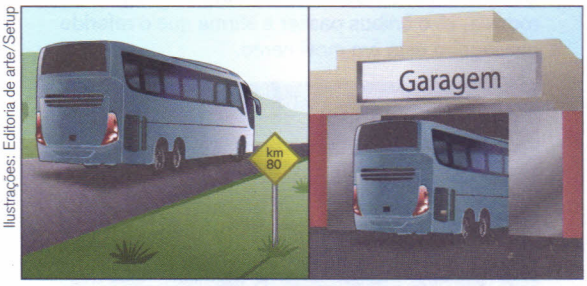
2. Ponto material e corpo extenso

Em qualquer estudo de um fenômeno em Física, fazer simplificações é um recurso útil. Contudo, é preciso treinar o olhar científico sobre o fenômeno estudado para desenvolver essa habilidade. Se olharmos somente para o movimento de um automóvel em uma rodovia, não vamos nos ocupar de suas dimensões. Por outro lado, se quisermos pará-lo, sua massa, seus pneus, o tipo de piso e as condições do veículo são fundamentais. Assim, a Física utiliza essas reduções como recurso de estudo, focalizando somente o essencial.

Desse modo, chamaremos **ponto material** qualquer corpo cujas dimensões não interfiram no estudo de determinado fenômeno. Quando utilizamos essa expressão, estamos desprezando a forma e as dimensões do corpo, reduzindo-o a uma partícula material que pode ser considerada um ponto, no sentido geométrico da palavra.

O conceito de ponto material é relativo. Um mesmo corpo pode ser ponto material num evento e não o ser em outro.

O ônibus da figura abaixo pode ser considerado um ponto material se comparado com o comprimento do percurso entre duas cidades, mas não quando está em manobra numa garagem, quando então é um **corpo extenso**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Na estrada, o ônibus pode ser considerado um ponto material; já na estação rodoviária, é um corpo extenso.

Pense e Responda

- A espaçonave da foto (sobre o avião) está em movimento ou em repouso?
- A espaçonave pode ser considerada ponto material?

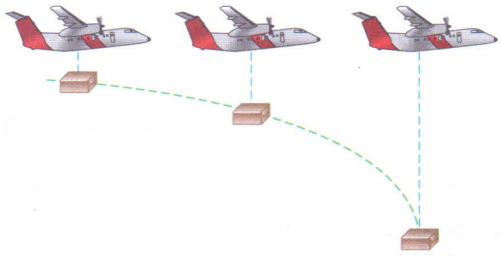
Corbis/Latinstock

3. Trajetória

O caminho percorrido pelo ônibus durante o seu percurso de uma cidade a outra corresponde à sua **trajetória**.

De maneira geral, chamamos **trajetória de um ponto material em movimento** a linha geométrica que interliga todas as posições pelas quais ele passa. A trajetória pode ser retilínea ou curvilínea e depende sempre do sistema de referência em que se encontra o observador.

Suponha, por exemplo, um avião que voa horizontalmente com velocidade constante. Se num certo instante ele abandonar uma carga, em relação ao piloto a trajetória da carga é um segmento de reta vertical. Para um observador parado no solo, que observa o avião de lado, a trajetória da carga será curvilínea.



A trajetória da carga depende do sistema de referência em que se encontra o observador. Para o piloto do avião a trajetória é retilínea, mas, para o observador no solo, a trajetória é curvilínea (arco de parábola).

Aplicação

Viajando num trem que descreve trajetória retilínea em velocidade constante, você lança uma moeda verticalmente para cima e a recolhe em sua mão. Qual é a forma da trajetória que a moeda descreve:

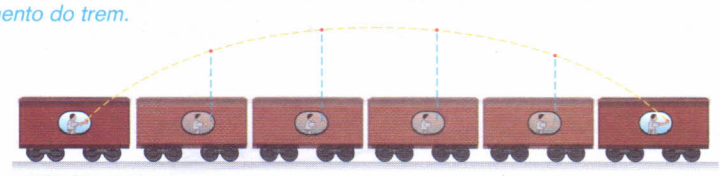
a) em relação ao trem?

b) em relação a um observador parado na estação?

Resolução:

a) Para um observador dentro do trem, a trajetória da moeda é retilínea e vertical; ela apenas sobe e desce.

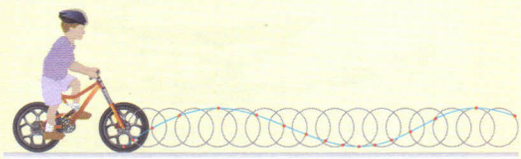
b) Para um observador parado na estação, a trajetória da moeda é curvilínea, pois além de subir e descer ela mantém o movimento do trem.



Atividades

1 Você está sentado dentro de um táxi parado num semáforo, ao lado de outro táxi também parado. De repente, você nota que a posição relativa entre os dois carros começa a se alterar, o que lhe dá a sensação de movimento. Qual dos veículos está se movimentando?

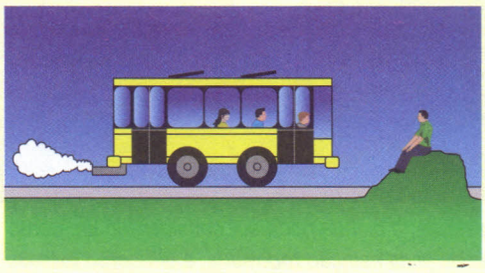
2 A trajetória descrita pela válvula do pneu de uma bicicleta é uma curva chamada cicloide, vista por um observador na calçada.



a) Qual é a forma da trajetória dessa válvula, vista pelo ciclista ao desviar a cabeça lateralmente e observar a roda?

b) Qual é a forma da trajetória de um ponto no eixo da roda, vista pelo observador na calçada? E pelo ciclista?

3 *(UFRJ)* Heloísa, sentada na poltrona de um ônibus, afirma que o passageiro sentado à sua frente não se move, ou seja, está em repouso. Ao mesmo tempo, Abelardo, sentado à margem da rodovia, vê o ônibus passar e afirma que o referido passageiro está em movimento.

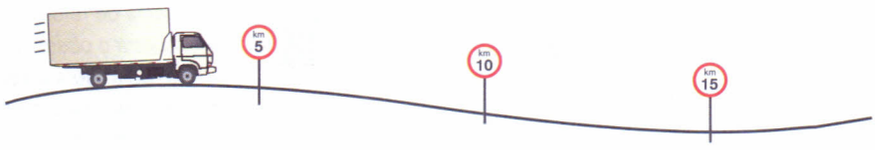


De acordo com os conceitos de movimento e repouso usados em Mecânica, explique de que maneira devemos interpretar as afirmações de Heloísa e Abelardo para dizer que ambas estão corretas.

4. Posição numa trajetória

No estudo do movimento de um ponto material sobre uma trajetória abordam-se as posições ocupadas por ele durante o deslocamento.

Considere o exemplo da figura.

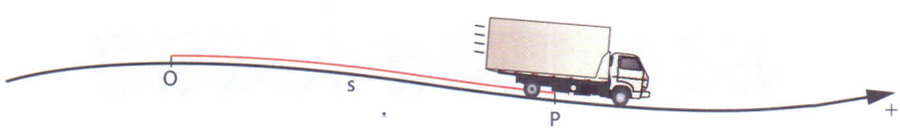


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

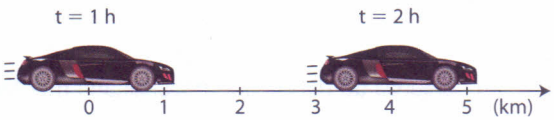
Quando viajamos por uma estrada, é comum encontrar placas indicando a quilometragem de cada ponto da via, as quais servem para nos localizarmos durante o percurso. A informação contida nas placas se refere à distância do ponto onde estão fixadas até a origem da medida da quilometragem, que pode ser o centro da capital do Estado, no caso das rodovias radiais estaduais. Por exemplo, a placa com a indicação "km 15" informa que a distância desse ponto até o marco zero é de 15 quilômetros.

Para que essas placas sejam posicionadas corretamente nas estradas, é necessário estabelecer uma posição a partir da qual as distâncias serão medidas. Chamamos essa posição de *O* (origem das posições), a partir da qual são posicionadas todas as placas de quilometragem da rodovia de modo crescente, de uma cidade para a outra.

Com base no exemplo das placas na rodovia, podemos generalizar esse procedimento. Para determinar a posição do corpo na trajetória num determinado instante, precisamos fornecer o valor de sua distância medida sobre a trajetória até o ponto considerado como origem. Essa medida algébrica indica a **posição** do corpo e pode ser representada pela letra **s** (do inglês, *space*).



Por exemplo, na trajetória a seguir, temos:



- A posição do carro no instante t = 1 h é s = 0 km.
- A posição do carro no instante t = 2 h é s = 4 km.

Repare que os valores crescentes das posições a partir da origem indicam um sentido crescente nessa rodovia. Se percorrermos a rodovia no sentido oposto, perceberemos que os valores das posições vão decrescendo à medida que avançamos nossa viagem.

Considere agora o sentido crescente das posições. Sabendo que a via não se inicia no ponto 0 da estrada, como poderíamos especificar a posição de um carro 4 km antes de chegar à origem?

Diferentemente das indicações de quilometragem nas estradas, que sempre são positivas a partir da origem, no estudo da Cinemática podemos especificar a posição de um objeto considerando-a positiva, se ele estiver à direita da origem, e negativa, se ele estiver à esquerda. Veja uma ilustração dessa situação:

- A posição do carro no instante t = 1 h é s = −4 km.
- A posição do carro no instante t = 2 h é s = 3 km.

Os marcos quilométricos numa rodovia apenas localizam o veículo nessa rodovia e não indicam, necessariamente, quantos quilômetros ele percorreu.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

5. Função horária

Retomando, quanto tempo você demora para ir de sua casa à escola? Com que velocidade você se desloca nesse percurso? Qual é a distância percorrida nesse trajeto?

Você pode ter respondido às perguntas acima "chutando" valores aproximados, baseados em sua experiência do dia a dia, e comparando-os com os de outras situações. Esta é uma importante habilidade: estimar valores apropriados para cada situação. Isso também acontece na Física, mas há situações em que "chutar" valores aproximados não é suficiente, pois necessita-se de maior precisão nas informações para se tomar atitudes.

Por essa razão a Física usa a linguagem matemática para explicar os fenômenos observados. Por meio desse tipo de linguagem é possível fazer previsões, descrever o que ocorreu antes do momento estudado e tirar conclusões relacionadas aos fenômenos abordados.

A **função horária** é uma sentença matemática que descreve o movimento realizado por um corpo, com o passar do tempo. Por meio dela podemos, por exemplo, calcular quanto tempo demora uma viagem de carro, qual a distância percorrida por uma nave espacial com determinada velocidade.

É importante lembrar que no estudo da Cinemática não há preocupação em explicar a causa do movimento, ou seja, como ele pode ser produzido ou modificado. A Cinemática se restringe apenas a descrever o movimento no sentido estritamente geométrico. Isso é possível com a escolha adequada de um referencial e, a partir dele, registrando-se matematicamente as informações desejadas no decorrer do tempo.

A **função horária das posições** é uma sentença matemática que relaciona as sucessivas posições de um corpo com o passar do tempo. Para obtê-la é necessário escolher um referencial e fixar a origem dos espaços nele. No exemplo do trajeto de sua casa à escola poderíamos colocar a origem do referencial em sua casa. Com um relógio, lápis e papel na mão, você poderia anotar a distância percorrida a cada minuto. Assim, você disporia de um conjunto de dados que possibilitaria montar sua própria função horária das posições.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

De modo geral, partindo-se da posição atual do corpo, num determinado referencial, pode-se determinar a sua posição futura nesse mesmo referencial.

Para realizar essa operação usamos a função horária das posições, que relaciona a posição **s** ocupada pelo corpo com o tempo **t** transcorrido para ele atingir essa posição. A função horária das posições é representada por $s = f(t)$.

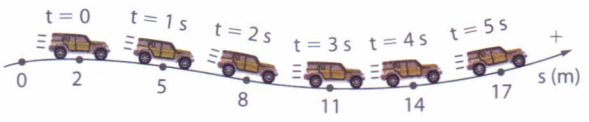
Como exemplo, vamos considerar um móvel que tem sua posição determinada pela função horária $s = 2 + 3t$ (**s** em metros e **t** em segundos).

Podemos construir a tabela referente a esse movimento, para o intervalo de tempo desde $t = 0$ s até $t = 5$ s. A cada valor atribuído a **t** calculamos, por meio da função indicada, o valor correspondente de **s**.

Sendo $s = 2 + 3t$, temos:

$t = 0 \Rightarrow s = 2 + 3 \cdot 0 = 2$
$t = 1 \Rightarrow s = 2 + 3 \cdot 1 = 5$
$t = 2 \Rightarrow s = 2 + 3 \cdot 2 = 8$
$t = 3 \Rightarrow s = 2 + 3 \cdot 3 = 11$
$t = 4 \Rightarrow s = 2 + 3 \cdot 4 = 14$
$t = 5 \Rightarrow s = 2 + 3 \cdot 5 = 17$

t (s)	s (m)
0	2
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17



Chama-se **posição ou espaço inicial s_0** a posição do móvel no instante zero, ou seja, no instante em que se inicia a contagem do tempo. No exemplo, $t = 0 \Rightarrow s_0 = 2$ m.

6. Velocidade escalar média

Suponha um carro que percorre um trecho de estrada entre duas cidades. Sabemos que o carro não mantém sempre a mesma velocidade durante o trajeto, o que pode ser percebido quando viajamos por uma estrada com subidas e descidas, ultrapassagens, semáforos e valetas, diferentes limites de velocidade em cada trajeto etc.

Desse modo, em vez de estudar o movimento de nosso carro em cada ponto da estrada, o que daria enorme trabalho, é mais fácil e informativo estudá-lo de modo global, tomando um determinado trecho do movimento, ou mesmo o trajeto todo.

A **velocidade escalar média v_m** dá uma ideia mais ampla sobre o movimento de um corpo. Seu cálculo é bem simples: divide-se o espaço percorrido pelo tempo de duração desse percurso.

Como exemplo, imagine que, numa viagem entre as cidades de São Paulo e São José dos Campos, um carro percorreu 100 km em 2 horas.

$$v_m = \frac{100\,km}{2\,h} \Rightarrow v_m = 50\ km/h$$

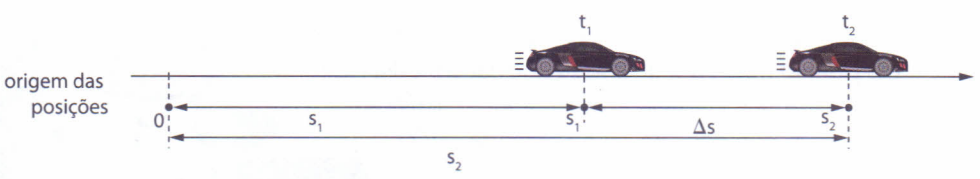
É óbvio que, durante o trajeto, a velocidade do carro em cada instante às vezes foi maior e outras vezes foi menor do que 50 km/h. A velocidade escalar média representa a velocidade constante que o carro deveria manter para, partindo da mesma posição inicial, chegar à mesma posição final, gastando o mesmo tempo.

A velocidade escalar média é empregada na determinação dos limites de velocidade nas estradas, no cálculo dos tempos de abertura e fechamento dos semáforos inteligentes, no cálculo da quantidade de ônibus ou trens em circulação, conforme horários de pico ou dias de feriados, no fluxo e controle de aeronaves e navios etc.

Chamamos de grandezas escalares aquelas definidas por um valor numérico acompanhado da unidade de medida. Por exemplo:

- o comprimento de uma ponte, 300 m;
- temperatura ambiente, 25 °C;
- velocidade de um veículo, 80 km/h;

Vamos agora determinar a fórmula matemática da velocidade escalar média. Como no exemplo anterior, consideremos um carro que, percorrendo uma trajetória em relação a um determinado referencial, está na posição $\mathbf{s_1}$ no instante $\mathbf{t_1}$ e chega à posição $\mathbf{s_2}$ no instante posterior $\mathbf{t_2}$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No **intervalo de tempo Δt** ($\Delta t = t_2 - t_1$) a **variação de posição Δs** do carro é a diferença entre a posição final $\mathbf{s_2}$ e a posição inicial $\mathbf{s_1}$.

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

O valor absoluto (módulo) da variação de posição **Δs** fornece o espaço efetivamente percorrido pelo carro entre dois instantes: espaço percorrido $= |\Delta s|$.

Em Física, usa-se a letra grega delta (Δ) para representar a variação de uma grandeza referente a um fenômeno que pode ser medido.

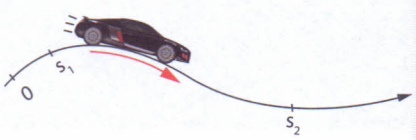
A **velocidade escalar média v_m** do carro é definida matematicamente como a razão entre a variação de posição **Δs** e o intervalo de tempo **Δt** considerado:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Como o intervalo de tempo **Δt** é sempre positivo, o sinal da velocidade escalar média é determinado pelo resultado de **Δs**. Observe as figuras a seguir.

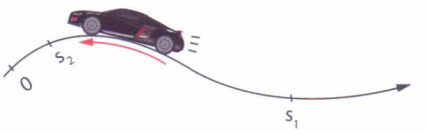
- Se o carro se movimentar no sentido da orientação da trajetória, teremos:

  $s_2 > s_1 \Rightarrow \Delta s > 0 \Rightarrow v_m > 0$



- Se o carro se movimentar no sentido contrário ao da orientação da trajetória, teremos:

$s_2 < s_1 \Rightarrow \Delta s < 0 \Rightarrow v_m < 0$



Dependendo do sinal da velocidade escalar média, podemos ter dois tipos de movimento: movimento progressivo e movimento retrógrado.

- **Movimento progressivo**: quando o móvel caminha no mesmo sentido da orientação da trajetória, isto é, as posições **crescem** algebricamente no decorrer do tempo.

movimento progressivo: $v_m > 0$

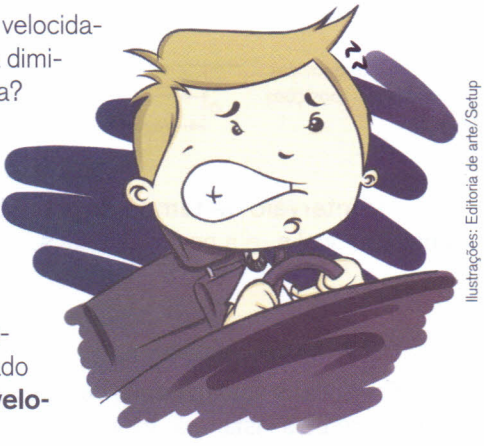
- **Movimento retrógrado**: quando o móvel caminha no sentido contrário ao da orientação da trajetória, isto é, as posições **decrescem** algebricamente no decorrer do tempo.

movimento retrógrado: $v_m < 0$

As unidades de velocidade escalar decorrem da própria definição, ou seja, unidades de comprimento divididas pelas unidades de tempo: km/h (quilômetro por hora), m/s (metro por segundo), cm/s (centímetro por segundo) etc. No Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade de velocidade é o metro por segundo.

7. Velocidade escalar instantânea

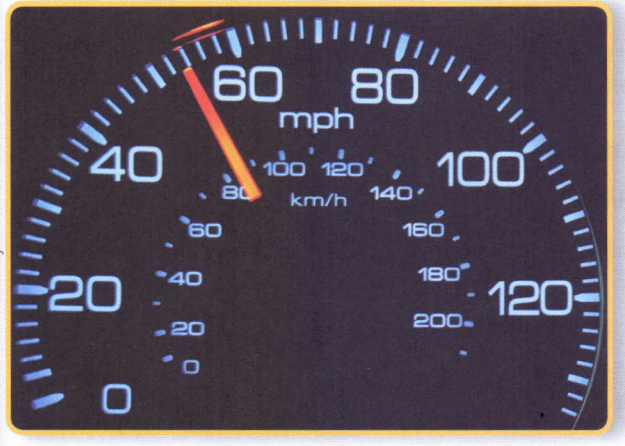
Quando um motorista avista uma placa indicando limite de velocidade de 40 km/h, ele pisa no freio para que sua velocidade média diminua ou para que sua velocidade naquele exato momento diminua?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No exemplo do item anterior, um carro percorreu 100 km em 2 h, resultando numa velocidade escalar média de 50 km/h, durante esse intervalo de tempo. Essa velocidade não corresponde à velocidade real do automóvel, uma vez que ela muda continuamente, sendo maior em alguns trechos e menor em outros.

Se quisermos conhecer a velocidade escalar em cada instante, temos de recorrer ao velocímetro do carro. O valor indicado pelo velocímetro em certo instante nos dá o valor absoluto da **velocidade escalar instantânea** do carro nesse instante.



Patrick Byrd/Science Faction/Corbis/Latinstock

Todo carro tem, associado ao velocímetro, um hodômetro que mede a distância percorrida. A velocidade escalar média não pode ser medida diretamente, mas é possível determiná-la zerando o hodômetro no início de um percurso e dividindo a quilometragem registrada ao final dele pelo intervalo de tempo gasto em percorrê-lo.

No instante em que a foto foi tirada, a velocidade escalar instantânea do veículo é a indicada pelo ponteiro, em km/h, e milhas por hora (mph).

Saiba mais sobre...

COMPARANDO VELOCIDADES

Para onde olharmos, fatalmente veremos algum movimento: pessoas, animais e carros transitando, vegetação se movimentando ao sabor do vento, nuvens passando, entre muitos outros.

Na natureza, esses movimentos se caracterizam pela variedade de velocidade. Acompanhe alguns números impressionantes:

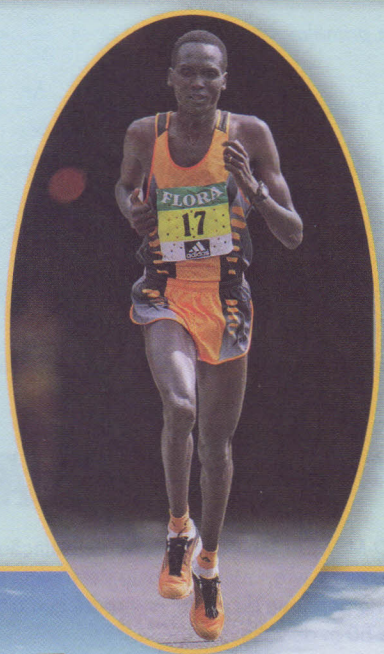
• Neste momento estamos todos viajando, em torno do Sol, a bordo do nosso planeta Terra, a 107 000 km/h. Também giramos em volta do eixo da Terra com uma velocidade que, sobre o equador, chega a 1 670 km/h.

Essas são as maiores velocidades que você já atingiu e nem se dá conta disso!

Photodisc/Getty Images

• Os satélites artificiais, que giram ao redor da Terra e não são tripulados, atingem velocidades de 27 000 km/h, e os foguetes têm velocidades superiores a 6 120 km/h.

• O ser humano anda normalmente a 4,5 km/h. Uma corrida de 1 500 m é feita em cerca de 3,5 minutos, numa velocidade média de 25,7 km/h.



Craig Prentis/ALLSPORT/Getty Images

• Na maratona (41,195 km) o recorde foi estabelecido em 2003 pelo queniano Paul Tergat, com o tempo de 2 horas, 4 minutos e 56 segundos, o que significa uma velocidade média de 20,3 km/h.

• Na natação, o brasileiro Cesar Cielo estabeleceu novo recorde nos 100 m nado livre, em 2009, em Roma, com uma velocidade média de 7,7 km/h.

• O trem TGV (do francês: *train à grand vitesse* ou trem de alta velocidade) atingiu 574,8 km/h (mais de 150 m/s), em 2007. O MagLev (trem protótipo japonês de levitação magnética) alcança 582 km/h.

• Os aviões supersônicos, como os novos caças Rafale, da empresa francesa Dassault, atingem velocidade máxima de 2 400 km/h. A maior parte dos aviões comerciais viaja a velocidades menores que 1 000 km/h.

Na foto, F-15E Strike Eagle, caça americano.

Aero Graphics, Inc./Corbis/Latinstock

Aplicações

1 *(UFPE)* Um caminhão se desloca com velocidade constante de 144 km/h. Suponha que o motorista cochile durante 1,0 s. Qual o espaço, em metros, percorrido pelo caminhão nesse intervalo de tempo se ele não colidir com algum obstáculo?

Resolução:

Do enunciado, temos que $\Delta t = 1$ s e $v = 144$ km/h. Para montar a expressão da velocidade média, temos antes de converter a velocidade do caminhão para a unidade m/s, pois a distância percorrida é solicitada em metros e o tempo foi fornecido em segundos.

Lembrando que 1 km = 1 000 m e que 1 h = 3 600 s, temos que:

$$v = 144\ \frac{km}{h} = 144 \cdot \frac{1\,000\ m}{3\,600\ s} = 144 \cdot \frac{1m}{3{,}6\ s} = 40\ \frac{m}{s}$$

Logo, 144 km/h = 40 m/s.

Substituindo na expressão da velocidade média, vem:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 40 = \frac{\Delta s}{1} \Rightarrow \Delta s = 40\ m$$

2 Um carro percorre a primeira metade de um percurso com a velocidade escalar média de 40 km/h e a segunda metade com velocidade escalar média de 60 km/h. Determine a velocidade escalar média do carro no percurso todo.

Resolução:

Chamando de Δs a metade do percurso, o percurso todo AB é dado por $2\Delta s$.

Na primeira metade, temos: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} \Rightarrow 40 = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s}{40}$

Na segunda metade, temos: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} \Rightarrow 60 = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s}{60}$

A velocidade escalar média no percurso todo é:

$$v_{m_{AB}} = \frac{\Delta s_{AB}}{\Delta t} \Rightarrow v_{m_{AB}} = \frac{2\Delta s}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow v_{m_{AB}} = \frac{2\Delta s}{\frac{\Delta s}{40} + \frac{\Delta s}{60}} \Rightarrow v_{m_{AB}} = \frac{2\Delta s}{\frac{10\Delta s}{240}} \Rightarrow v_{m_{AB}} = 48\ km/h$$

Observe que a velocidade escalar média no percurso é diferente da média aritmética das velocidades escalares em cada trecho do percurso.

Atividades

1 *(UFGD-MS)* Em uma competição de natação de 100 m, nado livre, o tempo gasto pelo atleta vencedor no percurso de ida foi menor do que o tempo nos 50 m de volta.

Analise as seguintes afirmativas sobre a velocidade média na competição de 100 m descrita acima.

I. Vence a competição aquele atleta que tem a maior velocidade média.

II. A velocidade média total é sempre menor do que as velocidades médias nos dois percursos.

III. A velocidade média nos primeiros 50 m é maior do que nos 50 m finais.

IV. Se todos os atletas terminassem a prova ao mesmo tempo, a maior velocidade média seria daquele que conseguisse o maior valor de velocidade instantânea durante o percurso.

De acordo com as afirmativas anteriores, a alternativa correta é:

a) I e II c) II e III e) II e IV

b) I e III d) III e IV

2 *(UFES)* Uma pessoa caminha 1,5 passo/segundo, com passos que medem 70 cm cada um. Ela deseja atravessar uma avenida com 21 m de largura. O tempo mínimo que o sinal de trânsito de

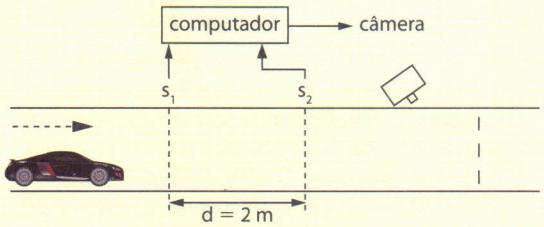
pedestres deve ficar aberto para que essa pessoa atravesse a avenida com segurança é:

a) 10 s c) 20 s e) 45 s
b) 14 s d) 32 s

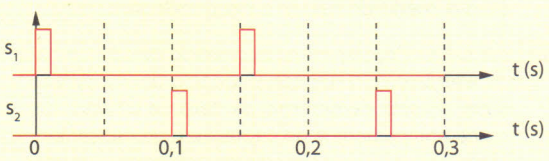
3 *(Unifor-CE)* Um menino sai de sua casa e caminha para a escola dando, em média, um passo por segundo. Se o tamanho médio de seu passo é de 0,5 m e se ele gasta 5 minutos no trajeto, a distância entre sua casa e a escola, em metros, é de:

a) 15 c) 100 e) 300
b) 25 d) 150

4 *(Unicamp-SP)* A figura abaixo mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de radar).



Os sensores S_1 e S_2 e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para um certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



a) Determine a velocidade do veículo em quilômetros por hora.
b) Calcule a distância entre os eixos do veículo.

5 *(CEUT-PI)* Uma fita de vídeo possui 240 m de comprimento. A reprodução dessa fita, ao passar pela cabeça de um gravador, tem duração de 120 minutos. A velocidade média de reprodução da fita vale, aproximadamente:

a) 3,3 cm/s c) 2,0 cm/s e) 5,0 cm/s
b) 3,0 cm/s d) 4,5 cm/s

6 *(UFPB)* Um ônibus urbano percorre, no início de seu itinerário, o seguinte trajeto:

- Parte do terminal e percorre uma distância de, aproximadamente, 1 200 m no sentido sul-norte por 15 min;
- Para e permanece por 5 min em um ponto de ônibus e, em seguida, desloca-se mais 800 m, durante 10 min, também no sentido sul-norte.
- Com base nessas informações, é correto afirmar que o valor da velocidade escalar média desse ônibus, no trajeto descrito, é:

a) 4 km/h c) 12 km/h e) 2 km/h
b) 8 km/h d) 6 km/h

7 *(UFJF-MG)* Um ônibus, partindo da cidade de Juiz de Fora, percorre uma distância de 550 km numa viagem até a cidade de São Paulo. Durante essa viagem, o ônibus faz uma parada de 45 minutos na cidade de Rezende, que dista 217 km da cidade de Juiz de Fora. No primeiro trecho, antes da parada, a viagem durou 3 horas e 30 minutos. No segundo trecho, depois da parada, a viagem durou 3 horas. Determine os valores aproximados das velocidades escalares médias do ônibus no primeiro trecho, no segundo trecho e na viagem completa.

8 *(Acafe-SC)* Atletas de competição comumente expressam suas marcas em uma unidade que é o inverso da velocidade, geralmente em min/km. Considerando que dois atletas, **M** e **N**, têm seus desempenhos registrados respectivamente em (**M**) 3,5 min/km e (**N**) 4 min/km para uma prova de 5 000 m e admitindo-se velocidades constantes, a alternativa **correta** é:

a) A distância entre os corredores, quando **M** cruza a linha de chegada, é de 625 m.
b) O corredor **N** é mais rápido que o **M**.
c) A distância entre os corredores, quando **M** cruza a linha de chegada, é de 250 m.
d) A velocidade de **N** é 4 m/s.

9 Um professor, ao aplicar um teste nos 10 minutos finais de sua aula a seus 40 alunos enfileirados, passou uma lista de presença. A distância média entre cada dois alunos é de 1,2 m e a lista demorou cerca de 13 minutos para que todos assinassem. Qual a velocidade média dessa lista de presença?

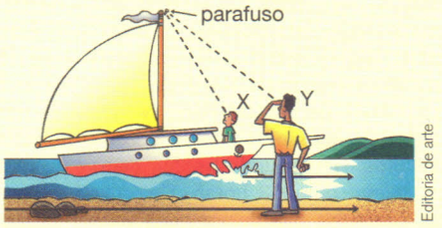
10 *(OPF-SP)* A velocidade de crescimento dos fios de cabelo de uma pessoa é de aproximadamente 1,5 cm/mês. Suponha que Júlio, que tem 1,8 m de altura, deseja ter os cabelos bem compridos, de forma que eles cheguem a encostar no chão quando ele estiver em pé. Calcule quantos anos, no mínimo, Júlio tem que ficar sem cortar os cabelos, até ele conseguir o seu objetivo.

11 *(PUC-MG)* Numa avenida longa, os sinais de tráfego são sincronizados de tal forma que os carros, trafegando a uma determinada velocidade, encontram sempre os sinais abertos (onda verde). Considerando-se que a distância entre sinais sucessivos é de 175 m e que o intervalo de tempo entre a abertura de um sinal e a abertura do sinal seguinte é de 9,0 s, a velocidade média com que os veículos devem trafegar nessa avenida para encontrar os sinais sempre abertos é:

a) 60 km/h c) 70 km/h
b) 50 km/h d) 40 km/h

Mais Atividades

1 Um parafuso se desprende do alto do mastro de um veleiro que se desloca com velocidade constante, paralelamente à margem de uma lagoa, no sentido indicado na figura. Dois homens observam o parafuso caindo: um observador X, dentro do veleiro, e outro Y, na margem.



Editoria de arte

Desenhe as trajetórias do parafuso, vistas pelos observadores X e Y.

2 *(UFRJ)* Um ônibus parte do Rio de Janeiro às 13 h e termina sua viagem em Varginha, MG, às 21 h do mesmo dia. A distância percorrida do Rio de Janeiro a Varginha é de 400 km. Calcule a velocidade escalar média do ônibus nesta viagem.

3 Durante um espirro, os olhos podem se fechar por até 0,50 s. Se você está dirigindo um carro a 90 km/h e espirra, quanto o carro pode ter se deslocado até você abrir novamente os olhos?

4 *(UCDB-MS)* A distância entre Campo Grande e São Gabriel é de 138 km. Se você gasta 1h e 45 min para fazer esse percurso, a velocidade escalar média é, aproximadamente:

a) 16,5 m/s
b) 18,6 m/s
c) 20, 8 m/s
d) 21,0 m/s
e) 21,9 m/s

5 *(Enem-MEC)* As cidades de Quito e Cingapura encontram-se próximas à linha do Equador e em pontos diametralmente opostos no globo terrestre. Considerando o raio da Terra igual a 6 370 km, pode-se afirmar que um avião saindo de Quito, voando em média 800 km/h, descontando as paradas de escala, chega a Cingapura em aproximadamente:

a) 16 h
b) 20 h
c) 25 h
d) 32 h
e) 36 h

6 Um móvel percorre uma trajetória retilínea obedecendo à função horária $s = 3t + 6$ (no SI). Determine a velocidade média desse móvel no intervalo de tempo de 1 s a 5 s.

7 *(AFA-RJ)* Uma pessoa está observando uma corrida a 170 m do ponto de largada. Em dado instante, dispara-se a pistola que dá início à competição. Sabe-se que o tempo de reação de um determinado corredor é 0,2 s, sua velocidade é 7,2 km/h e a velocidade do som no ar é 340 m/s. A distância desse atleta em relação à linha de largada, quando o som do disparo chegar ao ouvido do espectador, é:

a) 0,5 m
b) 0,6 m
c) 0,7 m
d) 0,8 m

8 *(UFRN)* Uma das teorias para explicar o aparecimento do homem no continente americano propõe que ele, vindo da Ásia, entrou na América pelo Estreito de Bering e foi migrando para o sul até atingir a Patagônia, como indicado no mapa.

Mário Yoshida

Datações arqueológicas sugerem que foram necessários cerca de 10 000 anos para que essa migração se realizasse. O comprimento *AB*, mostrado ao lado do mapa, corresponde à distância de 5 000 km nesse mesmo mapa. Com base nesses dados, calcule, aproximadamente, a velocidade escalar média de ocupação do continente americano pelo homem, ao longo da rota desenhada.

9 *(Mack-SP)* Uma família realiza uma viagem de automóvel que dura exatamente 4 horas. O motorista verifica no hodômetro que o espaço total percorrido foi 144 km. Durante a viagem o veículo ficou parado 1 hora para uma refeição. Determine a velocidade escalar média do veículo na viagem toda.

10 *(UEL-PR)* Popularmente conhecido como "lombada eletrônica", o redutor eletrônico de velocidade é um sistema de controle de fluxo de tráfego que reúne equipamentos de captação e processamento de dados. Dois sensores são instalados na pista no sentido do fluxo, a uma distância de 4 m um do outro. Ao cruzar cada um deles, o veículo é detectado; um microprocessador recebe dois sinais elétricos consecutivos e, a partir do intervalo de tempo entre eles, calcula a velocidade média do veículo com alta precisão. Considerando que o limite máximo de velocidade permitida para o veículo é de 40 km/h, qual é o menor intervalo de tempo que o veículo deve levar para percorrer a distância entre os dois sensores, permanecendo na velocidade permitida?

a) 0,066... s
b) 0,10 h
c) 0,36 s
d) 11,11 s
e) 900 s

11 *(UFMS)* Um carro percorre um trecho de 30 km de uma estrada horizontal retilínea, mantendo uma velocidade constante de 60 km/h. A seguir, percorre 60 km em linha reta, mantendo uma velocidade constante de 40 km/h. Qual a velocidade escalar média, em quilômetros por hora, para todo o percurso?

12 *(Fuvest-SP)* Dirigindo-se a uma cidade próxima, por uma autoestrada plana, um motorista estima seu tempo de viagem, considerando que consiga manter uma velocidade média de 90 km/h. Ao ser surpreendido pela chuva, decide reduzir sua velocidade média para 60 km/h, permanecendo assim até a chuva parar, quinze minutos mais tarde, quando retoma sua velocidade média inicial.

Essa resolução temporária aumenta seu tempo de viagem, com relação à estimativa inicial, em

a) 5 minutos.
b) 7,5 minutos.
c) 10 minutos.
d) 15 minutos.
e) 30 minutos.

13 *(Unifal-MG)* As andorinhas saem do hemisfério norte no inverno e voam para o hemisfério sul em busca de áreas mais quentes. Duas andorinhas A_1 e A_2 são capturadas no hemisfério norte a caminho do hemisfério sul. Em suas pernas são colocados transmissores e, então, essas aves são soltas. Passados 40 dias, a andorinha A_1 é capturada na África, a 12000 km da posição original. Vinte dias após essa captura, a andorinha A_2 chega à Austrália, tendo percorrido 18000 km a partir da posição original.

Com base nessas informações, pode-se afirmar que as velocidades médias das andorinhas A_1 e A_2 são respectivamente:

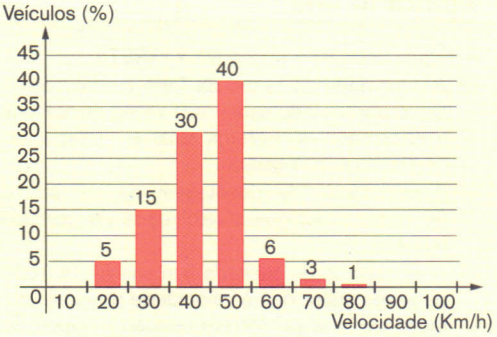
a) $v_1 = \frac{25}{2}$ km/h e $v_2 = \frac{25}{2}$ km/h

b) $v_1 = \frac{75}{4}$ km/h e $v_2 = \frac{25}{3}$ km/h

c) $v_1 = \frac{25}{6}$ km/h e $v_2 = \frac{25}{3}$ km/h

d) $v_1 = \frac{25}{3}$ km/h e $v_2 = \frac{25}{6}$ km/h

14 *(Enem-MEC)* Um sistema de radar é programado para registrar automaticamente a velocidade de todos os veículos trafegando por uma avenida, onde passam em média 300 veículos por hora, sendo 55 km/h a máxima velocidade permitida. Um levantamento estatístico dos registros do radar permitiu a elaboração da distribuição percentual de veículos de acordo com sua velocidade aproximada.



A velocidade média dos veículos que trafegam nessa avenida é de:

a) 35 km/h
b) 44 km/h
c) 55 km/h
d) 76 km/h
e) 85 km/h

15 *(Cesupa-PA)* Analise o movimento de um veículo que trafega de Belém até Salinópolis, percorrendo uma distância de 220 km. O carro para em alguns pontos do percurso e quando está em movimento ele tem uma velocidade constante de 100 km/h. Considere que os tempos de desaceleração e de retomada da velocidade possam ser desprezados na análise do movimento, ou seja, considere que, em cada instante, o carro está a 100 km/h ou está parado. Nestas condições, se o carro levou 3 horas para completar o percurso, por quanto tempo ele permaneceu parado?

(Note que esta é uma situação ideal. Na prática, a velocidade média de movimento para o carro na estrada de Belém a Salinópolis dificilmente pode ser de 100 km/h.)

a) 18 minutos.
b) 30 minutos.
c) 48 minutos.
d) 1 hora e 12 minutos.

16 *(UFRJ)* Numa competição, Fernanda nadou 6,0 km e, em seguida, correu outros 6,0 km. Na etapa de natação, conseguiu uma velocidade escalar média de 4,0 km/h; na corrida, sua velocidade escalar média foi de 12 km/h.

a) Calcule o tempo gasto por Fernanda para nadar os 6,0 km.
b) Calcule a velocidade escalar média de Fernanda no percurso total da prova.

17 *(Olimpíada Paulista de Física)* Beatriz parte de casa para a escola com uma velocidade escalar constante de 4,0 km/h. Sabendo-se que Beatriz e Helena moram a mesma distância da escola e que Helena saiu de casa quando Beatriz já havia percorrido dois terços do caminho, qual deve ser a velocidade escalar média de Helena para que possa chegar à escola no mesmo instante em que Beatriz?

a) 1,3 km/h
b) 2,0 km/h
c) 4,0 km/h
d) 6,0 km/h
e) 12,0 km/h

18 *(UEM-PR)* Um observador permanece um longo período observando uma tempestade e percebe que, progressivamente, o intervalo de tempo entre os relâmpagos e as respectivas trovoadas vai diminuindo. Um dos relâmpagos foi visto a uma distância de 1 376 metros do local onde o observador se encontra. A partir dessas observações, o que ele conclui em relação à tempestade e qual o intervalo de tempo decorrido entre o relâmpago e o estrondo da trovoada ouvida pelo observador?

(Considere a velocidade do som = 344 m/s.)

a) A tempestade está se afastando, e o intervalo de tempo entre o relâmpago e o estrondo da trovoada é de 4,0 s.
b) A tempestade está se aproximando, e o intervalo de tempo entre o relâmpago e o estrondo da trovoada é de 2,0 s.
c) A intensidade da tempestade está diminuindo, e o intervalo de tempo entre o relâmpago e o estrondo da trovoada é de 4,0 s.
d) A tempestade está se afastando, e o intervalo de tempo entre o relâmpago e o estrondo da trovoada é de 2,0 s.
e) A tempestade está se aproximando, e o intervalo de tempo entre o relâmpago e o estrondo da trovoada é de 4,0 s.

19 *(Vunesp-SP)* Sentado em um ponto de ônibus, um estudante observa os carros percorrerem um quarteirão (100 m). Usando o seu relógio de pulso, ele marca o tempo gasto por 10 veículos para percorrerem essa distância. Suas anotações são mostradas ao lado.

Veículo	Tempo (s)
1º	12
2º	5
3º	16
4º	20
5º	9
6º	10
7º	4
8º	15
9º	8
10º	13

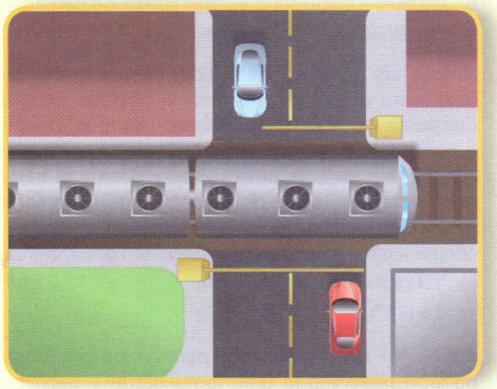
Com os dados colhidos, determine:

a) os valores da maior e da menor velocidade média;

b) quais veículos tiveram velocidade média acima da velocidade máxima permitida de 60 km/h.

20 *(FGV-SP)* Em uma passagem de nível, a cancela é fechada automaticamente quando o trem está a 100 m do início do cruzamento. O trem, de comprimento 200 m, move-se com velocidade constante de 36 km/h. Assim que o último vagão passa pelo final do cruzamento, a cancela se abre liberando o tráfego de veículos.

Editoria de arte/Setup



Considerando que a rua tem largura de 20 m, determine o tempo que o trânsito fica contido desde o início do fechamento da cancela até o início de sua abertura.

21 *(ITA-SP)* Um motorista deseja perfazer a distância de 20 km com velocidade escalar média de 80 km/h. Se viajar durante os primeiros 15 minutos com velocidade de 40 km/h, é possível concluir o percurso como se pretendia?

22 *(Vunesp-SP)* Ao passar pelo marco "km 200" de uma rodovia, um motorista vê um anúncio com a inscrição: "ABASTECIMENTO E RESTAURANTE A 30 MINUTOS". Considerando que esse posto de serviços se encontra junto ao marco "km 245" dessa rodovia, pode-se concluir que o anunciante prevê, para os carros que trafegam nesse trecho, uma velocidade média, em km/h, de:

a) 80
b) 90
c) 100
d) 110
e) 120

23 *(UFSC)* Uma partícula, realizando um movimento retilíneo, desloca-se segundo a equação $x = -2 - 4t + 2t^2$, em que x é medido em metros e t, em segundos. Qual é o módulo da velocidade média, em m/s, dessa partícula entre os instantes $t = 0$ s e $t = 4$ s?

24 *(Faap-SP)* Um percurso de 245 km deve ser feito em 4 horas. Por problemas com o tráfego, o motorista efetua 100 km a 50 km/h e 45 km a 60 km/h. Que velocidade média deve ter o carro no trecho restante, para efetuar a viagem no tempo previsto?

25 *(Mack-SP)* Na véspera dos feriados da Páscoa, Antônio, ao chegar à estação rodoviária, tomou conhecimento que o ônibus em que deveria embarcar havia saído há 10 minutos. Imediatamente, Antônio tomou um táxi e saiu em perseguição ao ônibus, encontrando-o após 20 minutos. Sabendo que as trajetórias descritas foram as mesmas e que o táxi, no percurso efetuado, desenvolveu a velocidade escalar média de 60 km/h, a velocidade escalar média do ônibus, desde sua partida da rodoviária até ser alcançado pelo táxi, foi:

a) 40 km/h
b) 35 km/h
c) 30 km/h
d) 28 km/h
e) 25 km/h

26 *(PUC-MG)* A tabela abaixo fornece as velocidades de alguns corpos em relação a um ponto.

	Velocidade em m/s
Sistema solar em relação ao centro de nossa galáxia	$2{,}5 \times 10^5$
Centro da Terra em relação ao Sol	$3{,}0 \times 10^3$
Decolagem de um jato	80
Passada humana (em relação à calçada)	1
Geleira (em relação à superfície da Terra)	10^{-6}

A seguir, assinale a opção INCORRETA.

a) A velocidade do centro da Terra em relação ao Sol é aproximadamente 100 vezes menor que a velocidade do sistema solar em relação ao centro de nossa galáxia.

b) A velocidade de decolagem de um jato é 80 vezes maior que a velocidade da passada humana.

c) A velocidade da passada humana é 1 000 000 de vezes maior que a velocidade de movimentação de uma geleira em relação à superfície da Terra.

d) A velocidade do centro da Terra em relação ao Sol é 300 vezes maior que a velocidade da passada humana em relação à calçada.

CAPÍTULO 3 – MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME

1. Movimento com velocidade escalar constante

O que há de comum nas seguintes situações, em relação ao movimento?

SuperStock/Imageplus

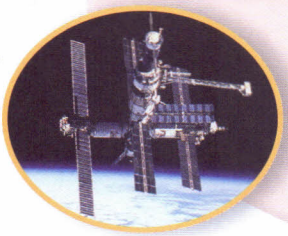
Escada rolante.

Photodisc/Getty Images

Viagem de trem.

Paul Wood/Alamy/Otherimages

Salto de paraquedas.


Photodisc/Getty Images

Estação orbital.

Simon Wilkinson/Alamy/Otherimages

Avião em velocidade de cruzeiro, com piloto automático.

Podemos imaginar que, nos deslocamentos das situações apresentadas, por mais que o valor das velocidades desenvolvidas possam ser diferentes, as pessoas parecem estar confortáveis, sem sofrer solavancos, empurrões ou freadas. Isso é possível porque o valor da velocidade com a qual se deslocam é constante. Observe:

- A pessoa na escada rolante se desloca a aproximadamente 1 m/s.
- O avião cruza os céus a uma velocidade de cruzeiro, de aproximadamente 800 km/h.
- O trem se desloca a uma velocidade de 80 km/h.
- A estação espacial internacional orbita a Terra a uma velocidade de 27 700 km/h.
- Um paraquedista pousa a uma velocidade de 3 m/s.

É interessante perceber que os deslocamentos, em geral, não se mantêm à mesma velocidade o tempo todo. Em algum momento esses móveis estiveram parados em relação à Terra, iniciaram movimento até atingir certa velocidade, para depois diminuir até pararem novamente. Se pensarmos no movimento do avião, por exemplo, notamos que durante o voo pode haver momentos em que sua velocidade fica constante, outros em que a velocidade se modifica, como ao realizar uma manobra para desviar de uma tempestade, até ele se aproximar de seu destino e pousar.

Neste capítulo vamos nos concentrar em descrever as situações em que os deslocamentos acontecem em linha reta e com velocidade constante. Quando isso acontece, dizemos que se trata de um **movimento retilíneo uniforme (MRU)**. É o caso de um carro que percorre uma longa estrada, mantendo sua velocidade em 80 km/h. Nessa condição, podemos concluir que o carro percorrerá 80 km a cada hora. Então, se em 1 hora ele percorre 80 km, em 2 horas percorrerá 160 km, e assim por diante. Desse modo, o carro percorrerá **distâncias iguais em intervalos de tempo iguais**.

A característica básica do movimento uniforme (MU) é que **a velocidade escalar do móvel permanece constante no decorrer do tempo**. A consequência direta desse fato é que o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.

Pense e Responda

- Pense em um movimento ou em uma situação real vivenciada por você e que pode ser considerada um movimento uniforme.

2. Funções horárias

Como já vimos, só é possível descrever um movimento em relação a algum referencial.

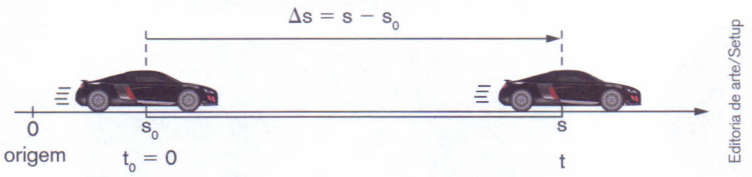
É a partir do referencial apropriadamente escolhido que as posições e os tempos num deslocamento são medidos e sua velocidade determinada. Como veremos a seguir, a determinação de uma função horária sempre leva essa escolha em consideração.

Conhecida a característica básica do movimento retilíneo uniforme (velocidade constante), vamos agora estabelecer as funções horárias que descrevem esse tipo de movimento.

Função horária das posições [s = f(t)]

A função horária das posições ou a função horária dos espaços fornece a **posição s** de um móvel em função do **tempo t** .

Considere um móvel que descreve um movimento retilíneo uniforme (velocidade escalar constante igual a **v**) a trajetória da figura abaixo.



em que:

- s_0: posição do móvel no instante $t_0 = 0$, chamada **posição inicial** ou **espaço inicial**;
- **s**: posição do móvel no instante qualquer **t**.

Como se trata de um movimento retilíneo uniforme, sua velocidade escalar a cada instante será exatamente igual à sua velocidade escalar média: $v_{instantânea} = v_{média}$ $(v = v_m)$.

A velocidade escalar média do móvel no intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0 = t$ (pois, em geral, $t_0 = 0$) será:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t}$$

Como $v_m = v =$ constante, temos que:

$$v = \frac{s - s_0}{t} \Rightarrow s - s_0 = vt \Rightarrow s = s_0 + vt \text{ (função horária das posições)}$$

A função horária das posições de um móvel em movimento retilíneo uniforme é uma função do 1º grau. A partir de um referencial adotado, se forem fornecidas a posição inicial do móvel s_0 e sua velocidade **v**, essa função horária permite calcular a posição **s** em que se encontra o móvel, em qualquer instante **t**.

Consideremos um ônibus de viagem que parte de Florianópolis em direção à cidade de Tubarão, ambas no estado de Santa Catarina. Logo ao entrar na rodovia, uma placa indica o limite de velocidade de 90 km/h para ônibus. O tempo previsto para uma viagem sem paradas é de 1 hora e 36 minutos. Com base nessas informações e imaginando que o ônibus viaje a velocidade máxima permitida durante todo o tempo, podemos determinar a distância entre essas duas cidades.

Estado de Santa Catarina

Fonte: *Atlas geográfico escolar*. IBGE, 2001.

Para tanto, vamos adotar como referencial a cidade de origem do ônibus, ou seja, Florianópolis. Desse modo, automaticamente determinamos a posição inicial: $s_0 = s_{Florianópolis} = 0$. Assim, a distância entre as duas cidades será dada por:

$$\Delta s = s - s_0 = s_{Tubarão} - s_{Florianópolis} = s_{Tubarão} - 0 = s_{Tubarão}$$

Além disso, é necessário compatibilizar a unidade de medida do tempo, transformando 36 minutos em hora. Lembrando que 1 h = 60 min, com uma regra de três simples chegamos à conclusão de que 36 min = 0,6 h. Portanto, o tempo total de viagem em horas será de 1 h + 0,6 h = 1,6 h.

Em seguida, basta substituir as informações na forma da função horária das posições:

$$s = s_0 + vt \Rightarrow s_{Tubarão} = 0 + 90 \cdot 1{,}6 \Rightarrow s_{Tubarão} = 144 \text{ km}$$

Portanto, a distância entre as duas cidades é de 144 km.

Imagine agora essa mesma viagem feita em uma bicicleta que se desloca com a metade da velocidade do ônibus. Como ficaria a função horária nesse caso? Quantas horas demoraria a viagem? Compare os tempos de viagem de bicicleta e com o ônibus. A que conclusão se chega?

Usando o mesmo referencial que adotamos no caso do ônibus, agora sabemos que:

$$s = s_{Tubarão} = 144 \text{ km}$$

$$s_0 = s_{Florianópolis} = 0 \text{ km}$$

$$v = v_{bicicleta} = \frac{1}{2} v_{ônibus} = \frac{1}{2} \cdot 90 = 45 \text{ km/h}$$

Portanto, a função horária das posições para o movimento da bicicleta fica assim:

$$s = s_0 + vt \Rightarrow s = 0 + 45t \Rightarrow s = 45t$$

Para determinar quantas horas demoraria essa viagem, basta substituir o valor do espaço em Tubarão (s = 144 km):

$$s = 45t \Rightarrow 144 = 45t \Rightarrow t = \frac{144}{45} \Rightarrow t = 3{,}2 \text{ h}$$

Função horária da velocidade [v = f(t)]

Veja agora como fica a função horária da velocidade para o movimento uniforme, a qual fornece a **velocidade** do móvel em função do **tempo**.

Por definição, a velocidade num movimento uniforme se mantém constante, ou seja, não varia com o tempo.

$$v = f(t) = \text{constante} \neq 0$$

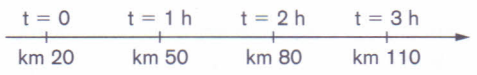
Isso significa que o móvel tem, em toda a trajetória considerada, a mesma velocidade.

No exemplo anterior, a função horária da velocidade do ônibus é simplesmente: v = 90

Repare que essa função é independente do tempo, ou seja, terá sempre o mesmo valor em qualquer instante considerado.

Aplicações

1 *(UFAC)* Um automóvel se desloca em uma estrada retilínea com velocidade constante. A figura mostra as suas posições, anotadas com intervalos de 1 h, contados a partir do quilômetro 20, onde se adotou o instante t = 0. Com a posição **s** em quilômetros e o tempo **t** em horas, escreva a função horária das posições para esse movimento.



Resolução:

*Para montar uma função horária das posições, necessitamos apenas da posição inicial s_0 e da velocidade **v** do móvel para substituir na fórmula geral:*

$s = s_0 + vt.$

A posição inicial s_0 é a posição do automóvel no início da contagem do tempo, ou seja, quando $t = 0$ h. Nesse momento, conforme indica a figura, $s_0 = 20$ km.

Já a velocidade não foi fornecida, mas podemos calculá-la a partir das posições do automóvel e dos respectivos tempos fornecidos. Como a velocidade do automóvel é constante, ou seja, percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais (o que pode ser confirmado analisando a figura), podemos tomar dois instantes quaisquer com seus respectivos espaços e calcular a velocidade da seguinte forma:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_{final} - s_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}}$$

Usando os instantes $t_{inicial} = 0$ h e $t_{final} = 3$ h, com suas respectivas posições ($s_{inicial} = 20$ km e $s_{final} = 110$ km), temos que:

$$v = \frac{s_{final} - s_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} \Rightarrow v = \frac{110 - 20}{3 - 0} \Rightarrow v = \frac{90}{3} \Rightarrow v = 30 \text{ km/h}$$

Agora, montando a função horária da posição deste automóvel, temos:

$s = 20 + 30t$

Com essa função você é capaz de predizer onde estará o automóvel em qualquer instante, sem se restringir aos dados fornecidos inicialmente. Verifique isto calculando em que posição ele estará depois de 7 horas de viagem e obtenha a resposta 230 km. Tente outros valores de tempo.

As funções horárias ganham mais importância quando nos fornecem condições de comparar o movimento de dois ou mais móveis, possibilitando verificar em que posição ou em quanto tempo um ultrapassa o outro, por exemplo.

2 Os móveis *A* e *B* percorrem a mesma trajetória em movimentos retilíneos uniformes, e suas posições são mostradas no instante t = 0. Suas velocidades escalares em módulo são respectivamente iguais a 8 m/s e 10 m/s.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Quais as funções horárias das posições de cada um dos móveis?

b) Qual o instante em que a distância entre eles é 100 m?

Resolução:

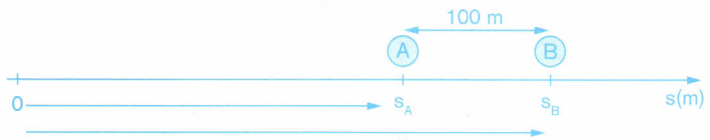
a) Ambos os móveis descrevem movimento retilíneo uniforme cujas funções têm a forma: $s = s_0 + vt$. Como caminham no sentido da orientação positiva da trajetória, os movimentos são progressivos, ou seja, as velocidades de ambos são positivas.

móvel A: $s_0 = 30$ m e $v = 8$ m/s. Então: $s_A = 30 + 8t$

móvel B: $s_0 = 70$ m e $v = 10$ m/s. Então: $s_B = 70 + 10t$

b) A distância entre eles pode ser obtida a partir da diferença entre suas funções horárias das posições, ou seja, podemos fazer uma operação do tipo: $\Delta s = s_{final} - s_{inicial} = 100$ m.

Contudo, isso requer um pouco mais de atenção aos dados fornecidos. Em situações como esta deve ficar claro o papel da linguagem matemática descrevendo a situação física analisada.



Como B está na frente de A, e é mais rápido, devemos impor que: $\Delta_B - \Delta_A = 100$ m. Logo:

$s_B - s_A = 100 \Rightarrow 70 + 10t - (30 + 8t) = 100$

$70 + 10t - 30 - 8t = 100$

$2t = 60$

$t = 30$ s

3 No exercício anterior, qual o instante em que a distância entre os móveis é 100 m, se o móvel **A** estiver se movimentando no sentido contrário ao de **B**?

Resolução:

A função horária das posições do móvel B permanece a mesma: $s_B = 70 + 10t$.

Entretanto, a função horária das posições do móvel A se modifica, pois ele agora se desloca no sentido oposto ao da trajetória, ou seja, sua velocidade é negativa. Assim, $s_0 = 30$ *m e* $v = -8$ *m/s (a velocidade é negativa, pois o movimento é retrógrado):*

$s_A = 30 - 8t$

Novamente precisamos pensar fisicamente para escolher o Δs *correto. Como a velocidade do móvel A é negativa, de acordo com sua função horária, sua posição sempre decrescerá com o passar do tempo, diferentemente do que acontece com o móvel B. Logo, se fizermos* $\Delta s = s_A - s_B$*, resultará um valor negativo, impossível de ser 100 m, portanto.*

Consequentemente, o Δs *fisicamente correto para este caso é:*

$$\Delta s = s_B - s_A = 100 \Rightarrow 70 + 10t - (30 - 8t) = 100$$

$$18t = 60$$

$$t = \frac{60}{18} \simeq 3{,}3 \text{ s}$$

4 Um ciclista *A* tem velocidade escalar constante $v_A = 36$ km/h, e outro ciclista *B* persegue *A* com velocidade escalar constante $v_B = 38$ km/h. Num certo instante, a distância que os separa é de 80 m.

a) A partir desse instante, quanto tempo o ciclista *B* levará para alcançar o ciclista *A*?

b) Determine a posição dos ciclistas quando se encontraram.

c) Calcule quanto espaço percorreu cada ciclista até se encontrarem.

Resolução:

a) Primeiramente é importante conciliar as unidades de medida. Vamos, portanto, converter as velocidades dos ciclistas de km/h para unidades de m/s.

Sabemos que 1 km = 1000 m e 1 h = 60 min = 3600 s. Então:

$$v_A = 36\frac{km}{h} = 36 \cdot \frac{1000\ m}{3600\ s} = 36 \cdot \frac{1\ m}{3{,}6\ s} = \frac{36}{3{,}6}\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$$

$$v_B = 38\frac{km}{h} = 38 \cdot \frac{1000\ m}{3600\ s} = 38 \cdot \frac{1\ m}{3{,}6\ s} = \frac{38}{3{,}6}\frac{m}{s} = \frac{380}{36}\frac{m}{s} = \frac{95}{9}\frac{m}{s}$$

Admitindo que ambos se desloquem em MU até o momento do encontro e definindo a origem do referencial na posição do ciclista B, podemos escrever suas funções horárias das posições da seguinte forma:

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$s_A = s_{0_A} + v_A t \Rightarrow s_A = 80 + 10t$$

$$s_B = s_{0_B} + v_B t \Rightarrow s_B = \frac{95}{9}t$$

No instante em que B alcança A, ambos deverão ocupar a mesma posição na trajetória, ou seja:

$$s_A = s_B \Rightarrow 80 + 10t = \frac{95}{9}t \Rightarrow t = 144 \text{ s}$$

b) Para calcular a posição do encontro devemos substituir $t = 144$ *s em qualquer uma das funções horárias, pois, nesse instante, as posições dos ciclistas são iguais. Vamos usar a função horária do ciclista B:*

$$s_B = \frac{95}{9}t \Rightarrow s_B = \frac{95}{9} \cdot 144 \Rightarrow s_B = 1520 \text{ m}$$

Se usarmos a função horária do ciclista A, deverá resultar o mesmo valor. Conferindo:

$$s_A = 80 + 10t = 80 + 10 \cdot 144 \Rightarrow s_B = 1520 \text{ m}$$

c) Desenhando a situação física no final do movimento, temos:

Portanto, para cada ciclista temos os seguintes $\Delta s = s - s_0$*:*

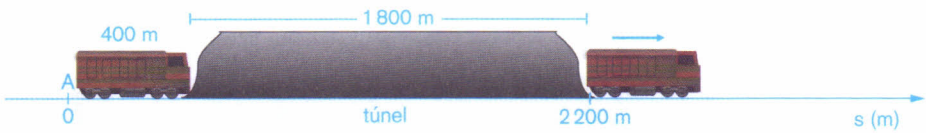
$\Delta s_A = 1520 - 80 = 1440$ m

$\Delta s_B = 1520 - 0 = 1520$ m

5 Quanto tempo gasta um trem com 400 m de comprimento e velocidade escalar constante de 20 m/s, para atravessar um túnel de 1 800 m de comprimento?

Resolução:

A figura representa o início e o término da ultrapassagem.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O raciocínio empregado no problema anterior vale igualmente aqui, com a diferença de que o túnel fica imóvel em relação à Terra. Repare também que, para o trem atravessar completamente o túnel, ele deverá percorrer uma distância igual à soma do comprimento do túnel com seu próprio comprimento.

Considerando o ponto A (traseira do trem) como origem das posições:

$s = s_0 + vt \Rightarrow s = 0 + 20t \Rightarrow s = 20t$

Quando o trem atravessa o túnel, a posição do ponto A em relação à origem é:

$s = 400\ m + 1\,800\ m = 2\,200\ m$

$s = 20t \Rightarrow 2\,200 = 20t \Rightarrow t = 110\ s$ *ou* $t = 1\ min\ 50\ s$

6 Dois trens, *A* e *B*, de 200 m de comprimento cada um, caminham paralelamente e no mesmo sentido, num trecho retilíneo, com velocidades escalares constantes respectivamente iguais a 30 m/s e 20 m/s. Determine:

a) o intervalo de tempo para que o trem *A* ultrapasse o trem *B*;

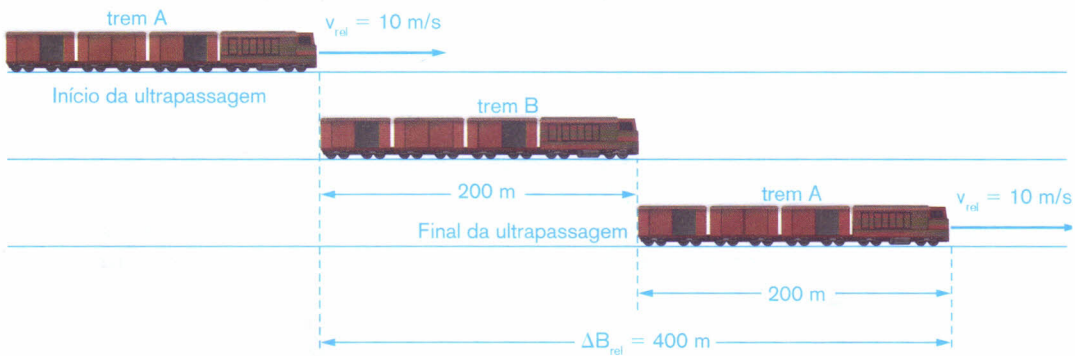
b) o espaço percorrido pelo trem *B* nesse intervalo de tempo.

Resolução:

a) A velocidade relativa de aproximação entre eles é:

$|v_{AB}| = |v_A| - |v_B| \Rightarrow |v_{rel}| = 30 - 20 = 10\ m/s$ *(mesmo sentido)*

Para resolver essa situação por velocidade relativa, consideramos o trem B em repouso. Assim, o primeiro trem deve percorrer 400 m para completar a ultrapassagem:



$v_{rel} = \dfrac{\Delta s_{rel}}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \dfrac{400}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 40\ s$

b) O espaço percorrido em relação à Terra é:

$v_B = \dfrac{\Delta s_B}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \dfrac{\Delta s_B}{40} \Rightarrow \Delta s = 600\ m$

Atividades

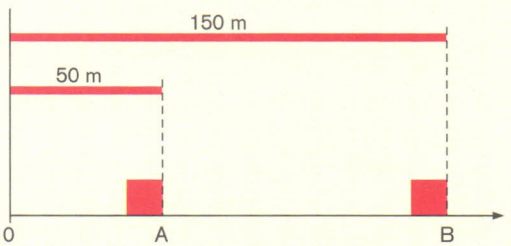
1 A função horária das posições de um ciclista em movimento retilíneo é s = 200 − 5t, no SI.

a) Determine o instante em que o ciclista passa pela origem das posições.

b) Esboce essa trajetória e represente a posição do ciclista nos instantes 0 e 30 s.

O enunciado a seguir refere-se às questões 2 e 3.

Dois móveis, *A* e *B*, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea, conforme mostra a figura.



Em t = 0, estes se encontram, respectivamente, nos pontos *A* e *B* na trajetória. As velocidades dos móveis são v_A = 50 m/s e v_B = 30 m/s no mesmo sentido.

2 *(FEI-SP)* Em que instante a distância entre os dois móveis será 50 m?

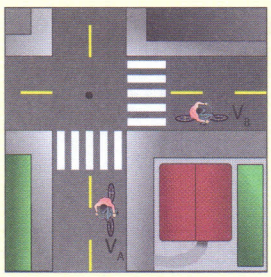
a) 2,0 s c) 3,0 s e) 4,0 s
b) 2,5 s d) 3,5 s

3 *(FEI-SP)* Em qual ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?

a) 200 m c) 250 m e) 350 m
b) 225 m d) 300 m

4 Dois móveis partem simultaneamente de dois pontos *A* e *B* e deslocam-se em movimento uniforme sobre a mesma reta, de *A* para *B*, com velocidades escalares de 20 m/s e 15 m/s. Qual a distância inicial entre esses móveis, sabendo que o encontro entre eles ocorre 50 s após a partida?

5 Duas bicicletas saem no mesmo instante de um cruzamento, conforme indicado abaixo, deslocando-se por estradas retas e muito longas, com velocidades constantes. Se a velocidade da bicicleta *A* for $v_A = 12$ km/h e da bicicleta *B* for $v_B = 16$ km/h, qual será a menor distância entre as bicicletas após 1 hora?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

6 *(PUC-RJ)* Dois corredores, João e José, aproximam-se da linha de chegada de uma maratona. João tem velocidade 3 m/s e está a 30 metros da linha e José tem velocidade 5 m/s e está a 40 metros da linha. Indique a resposta correta.

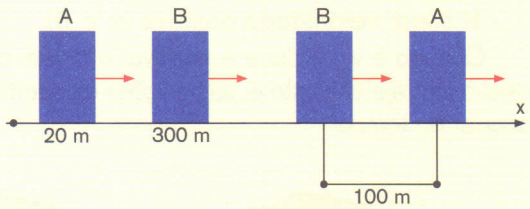
a) João vence a corrida e chega 5 s à frente de José.
b) João vence a corrida e chega 10 s à frente de José.
c) José vence a corrida e chega 8 s à frente de João.
d) José vence a corrida e chega 2 s à frente de João.
e) José e João chegam juntos.

7 Um móvel, percorrendo uma trajetória retilínea com velocidade constante, está a 82 m da origem das posições no instante $t = 0$. Depois de 6 s ele está a 16 m da origem.

a) Qual o valor da velocidade do móvel?
b) Qual a posição do móvel no instante 20 s?
c) Determine o instante em que a posição do móvel é −61 m.

8 *(UFRJ)* Em um trecho em declive, de 20 km de extensão de uma estrada federal, a velocidade máxima permitida para veículos pesados é 70 km/h e para veículos leves é 80 km/h. Suponha que um caminhão pesado e um automóvel iniciem o trecho em declive simultaneamente e que mantenham velocidades iguais às máximas estabelecidas. Calcule a distância entre os dois veículos no instante em que o automóvel completa o trecho em declive.

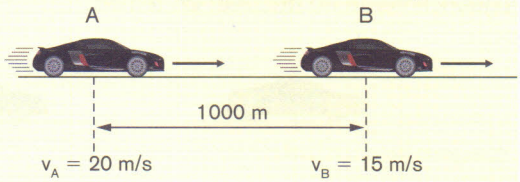
9 *(PUC-PR)* Dois motociclistas, *A* e *B*, percorrem uma pista retilínea com velocidades constantes $v_A = 15$ m/s e $v_B = 10$ m/s. No início da contagem dos tempos suas posições são $x_A = 20$ m e $x_B = 300$ m.



O tempo decorrido em que o motociclista *A* ultrapassa e fica a 100 m do motociclista *B* é:

a) 56 s c) 76 s e) 66 s
b) 86 s d) 36 s

10 *(ESPM-SP)* Dois carros, *A* e *B*, de dimensões desprezíveis movem-se em movimento uniforme e no mesmo sentido. No instante $t = 0$ s os carros encontram-se nas posições indicadas na figura.



Determine depois de quanto tempo *A* alcança *B*.

11 Um caminhão, de comprimento igual a 20 m, e um homem percorrem, em movimento uniforme, um trecho de uma estrada retilínea no mesmo sentido. Se a velocidade do caminhão é 5 vezes maior que a do homem, qual a distância percorrida pelo caminhão desde o instante em que alcança o homem até o momento em que o ultrapassa?

12 *(Esal-MG)* Um trem viaja por estrada retilínea com velocidade constante de 36 km/h. Calcule o comprimento do trem, sabendo que ele leva 15 s para atravessar uma ponte de 60 m de comprimento.

13 *(Uespi-PI)* Um passageiro perdeu um ônibus que saiu da rodoviária há 5 minutos e pega um táxi para alcançá-lo. O ônibus desenvolve uma velocidade de 60 km/h, e o táxi de 90 km/h. O intervalo de tempo necessário ao táxi para alcançar o ônibus é, em minutos:

a) 25 c) 15 e) 5
b) 20 d) 10

14 Dois trens, *A* e *B*, movem-se em trajetórias retilíneas e paralelas, com velocidades constantes de 60 km/h e 40 km/h, respectivamente. O trem A mede 0,15 km, e o trem B mede 0,25 km. Determine o intervalo de tempo de ultrapassagem do trem mais veloz pelo trem mais lento, nos seguintes casos:

a) movimentam-se em sentidos contrários;
b) movimentam-se no mesmo sentido.

3. Gráficos do MRU

Gráfico da posição em função do tempo [s = f(t)]

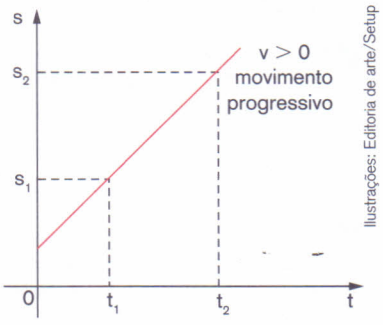
A função horária das posições para o movimento uniforme é $s = s_0 + vt$.

Essa função é do 1º grau em relação ao tempo. Portanto, o gráfico da função é uma reta.

Vamos distinguir dois casos:

1º caso: velocidade positiva (v > 0)

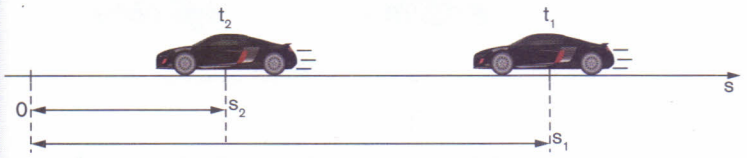
Quando a velocidade é positiva, o móvel caminha no sentido positivo da trajetória, isto é, as posições crescem algebricamente no decorrer do tempo.

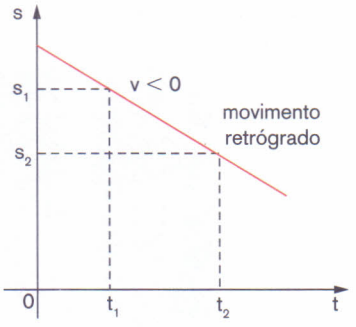


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2º caso: velocidade negativa (v < 0)

A velocidade negativa indica que o móvel caminha no sentido contrário ao positivo na trajetória, isto é, as posições decrescem algebricamente no decorrer do tempo.





Observe algumas características de gráficos como esses que acabamos de estudar:

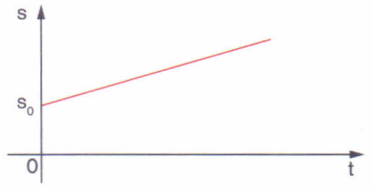
- O valor da ordenada em que a reta corta o eixo das posições **s** representa o valor da posição inicial do móvel, s_0.

  $s = s_0 + vt$

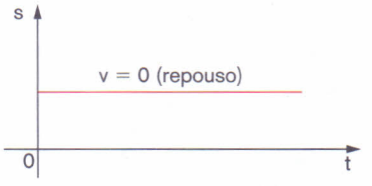
  para $t = 0$

  $s = s_0 + v \cdot 0$

  $s = s_0$



- Se o corpo não estiver em movimento, isto é, $v = 0$, a posição do móvel será sempre a mesma com o passar do tempo.

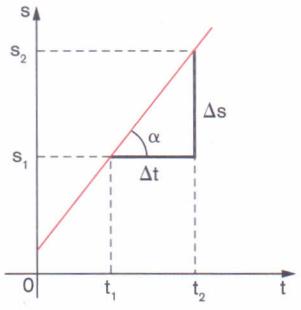


- No gráfico $s = f(t)$, a tangente do ângulo α do triângulo retângulo construído é numericamente igual à velocidade.

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = v$$

$$\boxed{\text{tg } \alpha = v}$$



Repare, portanto, que a tangente do ângulo α do triângulo retângulo formado no gráfico é numericamente igual à velocidade do móvel.

Aplicações

1 A tabela registra dados da posição **s** em função do tempo **t**, referentes ao movimento retilíneo uniforme de um garoto.

t (s)	s (m)
0	10
2	20
5	35
8	50

a) Qual a função horária das posições do movimento desse garoto?

b) Construa o gráfico dessa função.

Resolução:

a) Quando $t = 0$, a posição é 10 m, logo: $s_0 = 10$ m.

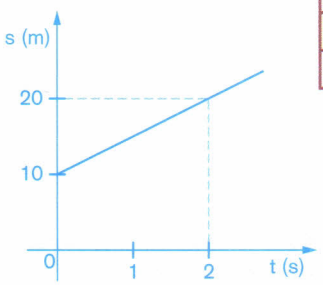
Como o movimento é uniforme:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{2 - 0} = 5 \text{ m/s}$$

A função horária é:

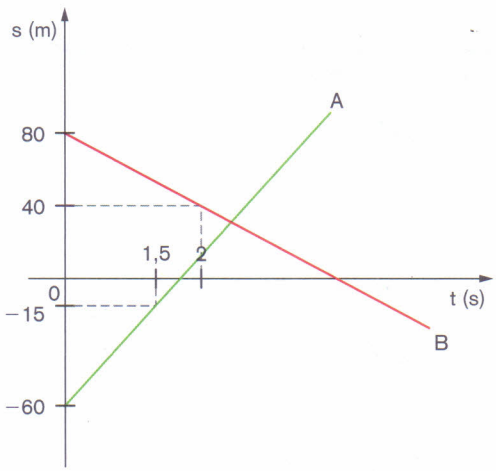
$$s = s_0 + vt \Rightarrow s = 10 + 5t$$

b) Usando os valores da tabela podemos construir o gráfico apresentado ao lado.



2 Dois móveis, *A* e *B*, movimentam-se sobre uma mesma trajetória retilínea. Suas posições no decorrer do tempo estão indicadas no gráfico.

Determine o instante e a posição do encontro desses móveis.



Resolução:

O instante e a posição em que os móveis A e B se encontram podem ser identificados pelo gráfico. Devemos localizar o ponto em que as duas retas no gráfico se interceptam, o que indica que eles ocupam o mesmo lugar no mesmo instante.

Entretanto, o esboço do gráfico não nos permite identificar a posição e o tempo em que isso ocorre. Precisamos, portanto, recorrer às funções horárias das posições dos dois móveis. Uma vez determinadas, basta igualá-las e obter o instante em que se dá o encontro. Em seguida, substituímos o tempo encontrado em qualquer uma das duas funções horárias.

Vamos, então, determinar as funções horárias das posições do movimento dos móveis A e B. Os movimentos são uniformes, pois se trata de retas.

Móvel A

$t = 0 \Rightarrow s_{0_A} = -60$ m

$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{-15 - (-60)}{1{,}5 - 0} \Rightarrow v_A = 30 \text{ m/s}$$

$s_A = s_{0_A} + v_A t \Rightarrow s_A = -60 + 30t$

Móvel B

$t = 0 \Rightarrow s_{0_B} = 80$ m

$$\text{tg } \delta = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{40 - 80}{2 - 0} \Rightarrow v_B = -20 \text{ m/s}$$

$s_B = s_{0_B} + v_B t \Rightarrow s_B = 80 - 20t$

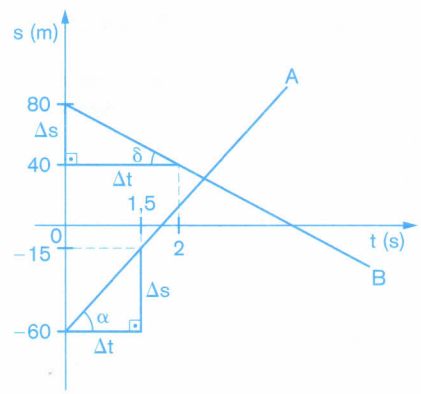
No encontro:

$s_A = s_B \Rightarrow -60 + 30t = 80 - 20t \Rightarrow t = 2{,}8$ s

Para $t = 2{,}8$ s, temos:

$s_A = -60 + 30 \cdot 2{,}8 \Rightarrow s_A = 24$ m

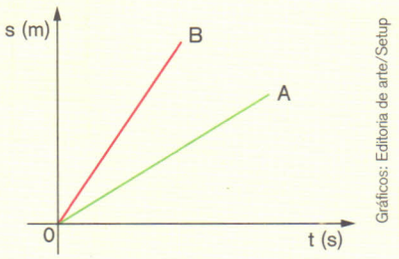
Portanto, os móveis encontram-se no instante $t = 2{,}8$ s e na posição 24 m.



Gráficos: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 O gráfico representa a posição de dois móveis em função do tempo.

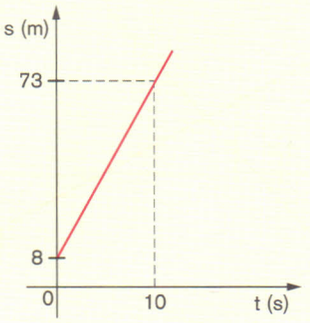


Gráficos: Editoria de arte/Setup

a) Os móveis *A* e *B* realizam um movimento uniforme? Justifique sua resposta.

b) Qual dos móveis tem maior velocidade?

2 O gráfico indica a posição de um móvel, no decorrer do tempo, sobre uma trajetória retilínea.

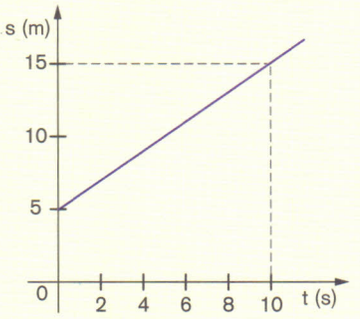


a) Qual a posição inicial do móvel?

b) Qual a velocidade do móvel?

c) Determine a posição do móvel no instante 25 s.

3 *(FGV-SP)* Um objeto desloca-se em movimento retilíneo uniforme durante 20 s. A figura representa o gráfico do espaço em função do tempo.

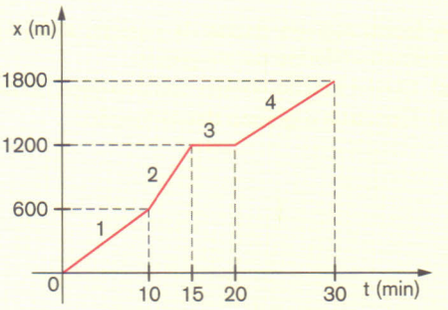


O espaço do objeto no instante t = 30 s, em metros, será:

a) 30 c) 40 e) 50

b) 35 d) 45

4 *(Fafeod-MG)* Uma pessoa passeia durante 30 minutos. Nesse tempo ela andou, correu e parou por alguns instantes. Analise o gráfico a seguir, que representa o seu movimento.



Com base nestas informações, é correto afirmar que as regiões 1, 2, 3 e 4 do gráfico relacionam-se, respectivamente, com:

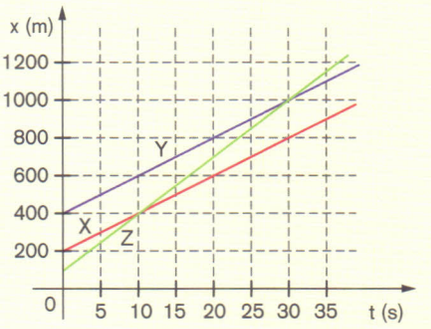
a) correu (1), andou (2), parou (3) e parou (4).

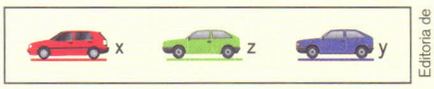
b) andou (1), correu (2), andou (3) e parou (4).

c) correu (1), andou (2), andou (3) e parou (4).

d) andou (1), correu (2), parou (3) e andou (4).

5 *(UFPE)* O gráfico abaixo mostra a posição, em função do tempo, de três carros que se movem no mesmo sentido e na mesma estrada retilínea. O intervalo de tempo que o carro *Z* leva entre ultrapassar o carro *X* e depois ultrapassar o carro *Y* é de:





Editoria de arte/Setup

a) 10 s c) 20 s e) 30 s

b) 15 s d) 25 s

6 *(Unifor-CE)* Um móvel se desloca, em movimento uniforme, sobre o eixo **x** durante o intervalo de tempo de $t_0 = 0$ a t = 30 s. O gráfico representa a posição **x**, em função do tempo **t**, para o intervalo de t = 0 a t = 5,0 s.

O instante em que a posição do móvel é −30 m, em segundos, é:

a) 30

b) 25

c) 20

d) 15

e) 10

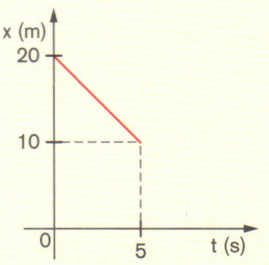
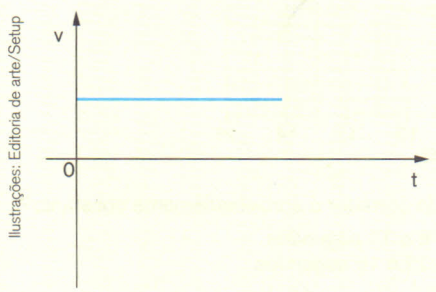
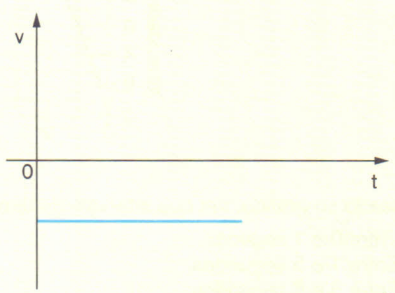


Gráfico da velocidade em função do tempo [v = f(t)]

No movimento uniforme, como a velocidade é constante e não nula, o gráfico é representado por uma reta **paralela** ao eixo do tempo.

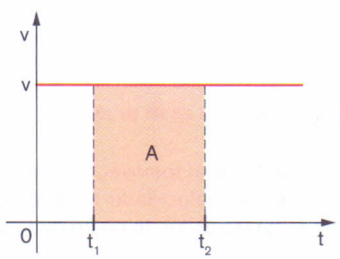
Velocidade positiva (v > 0)	Velocidade negativa (v < 0)
	
movimento progressivo	movimento retrógrado

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Espaço percorrido determinado graficamente

No gráfico da velocidade em função do tempo a seguir, a área *A* entre a reta e o eixo das abscissas representa numericamente o espaço percorrido pelo móvel entre os instantes $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_2}$.

A figura representa um retângulo, e sua área é $A = v(t_2 - t_1)$.

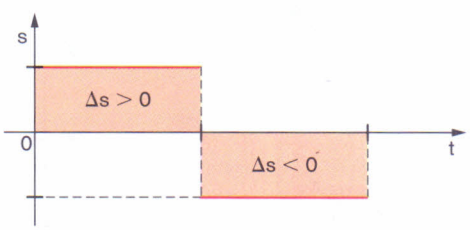


Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, temos:

$$\Delta s = v\Delta t \Rightarrow \Delta s = v(t_2 - t_1)$$

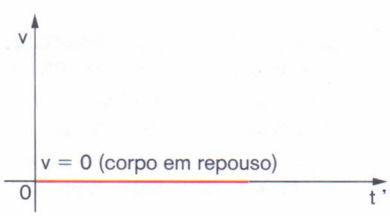
$$\Delta s = A$$

O espaço percorrido **Δs** pode ser positivo ou negativo, conforme a área esteja acima ou abaixo do eixo do tempo.



No gráfico da velocidade pelo tempo, ao calcular a área entre o gráfico e o eixo das abscissas obteremos um valor negativo, que só faz sentido no contexto da cinemática.

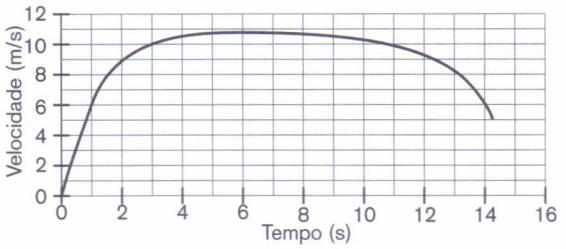
Quando o corpo não estiver em movimento, o gráfico será coincidente com o eixo do tempo.



Aplicações

Texto para as questões 1 e 2 a seguir:

(Enem-MEC) Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico a seguir:



1 Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

a) Entre 0 e 1 segundo.
b) Entre 1 e 5 segundos.
c) Entre 5 e 8 segundos.
d) Entre 8 e 11 segundos.
e) Entre 12 e 15 segundos.

Resolução:

Analisando o gráfico, percebemos que o corredor parte do repouso quando $t = 0$ s e aumenta rapidamente sua velocidade até o tempo $t = 5$ s. De 5 a 8 segundos, a velocidade permanece aproximadamente constante, próximo de 11 m/s. Depois de $t = 8$ s, a velocidade do corredor vai diminuindo até $t = 15$ s. Portanto, alternativa c.

2 Qual foi o espaço percorrido por este corredor no intervalo de tempo em que sua velocidade ficou aproximadamente constante em 11 m/s?

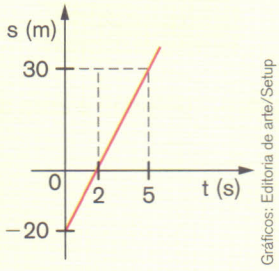
Resolução:

A figura geométrica aproximada sob o gráfico, entre os tempos $t = 5$ s e $t = 8$ s, é de um retângulo. Sua área é numericamente igual ao espaço percorrido pelo corredor neste intervalo de tempo. Portanto:

área $\overset{N}{=} \Delta s = v\Delta t = v(t_2 - t_1) = 11 \cdot (8 - 5) = 33$ m

Atividades

1 Um móvel desloca-se com movimento retilíneo e uniforme. Suas posições no decorrer do tempo estão representadas no gráfico.



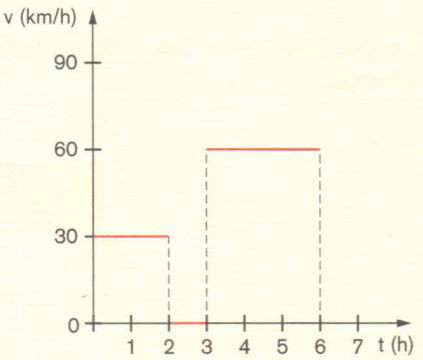
Gráficos: Editoria de arte/Setup

a) Ache a função horária das posições desse movimento.
b) Construa o gráfico v = f(t).

2 O gráfico representa a velocidade de dois carros *A* e *B* que se movimentam sobre uma estrada retilínea.

a) Qual desses carros realiza movimento no sentido da trajetória? E contra?
b) Qual dos carros percorre a maior distância em 25 s? Quantos metros percorre a mais que o outro?

3 *(Fuvest-SP)* Um automóvel faz uma viagem em 6 horas e sua velocidade varia em função do tempo aproximadamente como mostra o gráfico.



A velocidade média do automóvel na viagem é:

a) 35 km/h
b) 40 km/h
c) 45 km/h
d) 48 km/h
e) 50 km/h

4 *(Efoa-MG)* Um carro se desloca em linha reta, com velocidade constante de 108 km/h.

a) Sabendo-se que 3,6 km/h = 1 m/s, calcule a distância percorrida em 30 s.
b) Esboce, em um sistema de eixos v × t, o gráfico da velocidade desse carro.

Mais Atividades

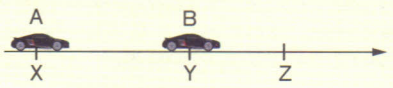
1 *(UMC-SP)* Um tiro é disparado contra um alvo preso a uma grande parede refletora de som. O atirador ouve o eco do disparo 2,5 s depois de disparar o tiro. Supondo que o som viaje no ar com velocidade de 340 m/s, calcule a distância que separa o atirador da parede refletora, em metros.

2 *(UFCE)* Determine o intervalo de tempo para que um trem de 240 m, com velocidade escalar constante de 108 km/h, atravesse completamente um túnel de comprimento 1 980 m.

3 *(USJT-SP)* São dadas as velocidades: da luz, $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, e do som, $v = 340$ m/s. Um trovão é ouvido por um observador 4,0 s após a visualização do relâmpago que o produziu. A que distância do observador o trovão e o relâmpago foram produzidos?

a) $d = 85$ m
b) $d = 40$ m
c) $d = 8{,}82 \cdot 10^5$ m
d) $d = 160$ m
e) $d = 1{,}36 \cdot 10^3$ m

4 *(UFBA)* A figura representa dois automóveis, *A* e *B*, que partem, respectivamente, das cidades *X* e *Y*, no mesmo instante e seguem a mesma trajetória retilínea rumo à cidade *Z*. Sabe-se que *A* e *B* desenvolvem velocidades constantes de módulos, respectivamente, iguais a **v** e $\frac{v}{3}$, e a cidade *Y* situa-se a 18 km da cidade *X*.



Considerando-se que os veículos chegam juntos à cidade *Z* e fazem, em média, 9 km por litro de combustível, determine, em litros, o total de combustível consumido pelos dois veículos.

5 *(USC-SP)* Um carro sai de Araraquara em direção a Brasília, desenvolvendo uma velocidade de 80 km/h. No mesmo instante, outro carro sai de Brasília em direção a Araraquara, numa velocidade de 90 km/h. A distância entre as duas cidades é de 935 km. A quantos quilômetros de Araraquara os dois carros irão se encontrar?

a) 540 km
b) 495 km
c) 440 km
d) 595 km
e) 400 km

6 *(ESPM-SP)* Dois automóveis se encontram em uma trajetória retilínea a uma distância de 300 km. Os dois automóveis andam um ao encontro do outro com velocidades de 80 km/h e 90 km/h e não usarão o freio. Já que o acidente é inevitável, depois de quantos segundos eles se chocarão?

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

7 *(UFSC)* Um trem *A*, de 150 metros de comprimento, deslocando-se do sul para o norte, começa a atravessar uma ponte férrea de pista dupla, no mesmo instante em que um outro trem *B*, de 500 metros de comprimento, que se desloca do norte para o sul, inicia a travessia da ponte. O maquinista do trem *A* observa que o mesmo se desloca com velocidade constante de 36 km/h, enquanto o maquinista do trem *B* verifica que o seu trem está a uma velocidade constante de 72 km/h, ambas as velocidades medidas em relação ao solo. Um observador, situado em uma das extremidades da ponte, observa que os trens completam a travessia da ponte ao mesmo tempo.

Assinale a(s) proposição(ões) correta(s):

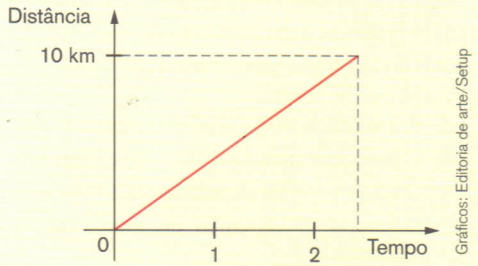
01) Os trens atravessam a ponte em 35 segundos.
02) A velocidade do trem *A*, em relação ao trem *B*, é de 108 km/h.
04) Não podemos calcular o comprimento da ponte, pois não foi fornecido o tempo gasto pelos trens para atravessá-la.
08) O comprimento da ponte é 200 metros.
16) Como o trem *B* tem o dobro da velocidade do trem *A*, ele leva a metade do tempo para atravessar a ponte, independentemente do comprimento dela.
32) A velocidade do trem *B*, em relação ao trem *A*, é de 108 km/h.
64) O comprimento da ponte é 125 metros e os trens a atravessam em 15 segundos.

8 *(UECE)* Dois trens de comprimento 60 m e 90 m correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos. O trem menor move-se com o dobro da velocidade do maior, para um referencial fixo na Terra. Uma pessoa no trem menor observa que o trem maior gasta 2 s para passar por sua janela. Determine a velocidade, em m/s, do trem menor.

9 *(UEFS-BA)* Um automóvel com 4,0 m de comprimento desenvolvia uma velocidade constante de 50,0 km/h em uma estrada plana e reta e ultrapassou uma carreta de 16,0 m de comprimento que trafegava com movimento uniforme a 40,0 km/h, no mesmo sentido do automóvel. Nessas condições, o intervalo de tempo da ultrapassagem, em segundos, foi de

a) 4,9
b) 5,6
c) 6,8
d) 7,2
e) 8,4

10 *(Enem-MEC)* O gráfico abaixo modela a distância percorrida, em km, por uma pessoa em certo período de tempo. A escala de tempo a ser adotada para o eixo das abscissas depende da maneira como essa pessoa se desloca.

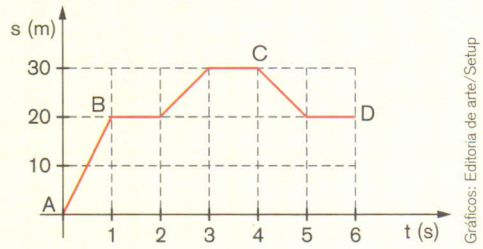


Gráficos: Editoria de arte/Setup

Qual é a opção que apresenta a melhor associação entre meio ou forma de locomoção e unidade de tempo, quando são percorridos 10 km?

a) carroça – semana
b) carro – dia
c) caminhada – hora
d) bicicleta – minuto
e) avião – segundo

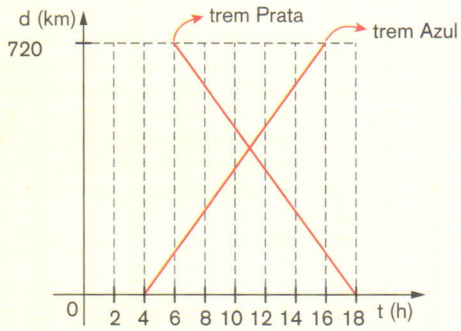
11 *(UFMA)* Um trecho percorrido por um carro é demarcado com letras de *A* até *D*, descrito pelo gráfico abaixo.



Gráficos: Editoria de arte/Setup

a) Qual o espaço percorrido pelo carro entre os pontos *B* e *C*?
b) Qual a velocidade média do carro no trecho entre os pontos *C* e *D*?
c) Qual o deslocamento do carro após 6 s?
d) O que representa a inclinação do gráfico entre os pontos *A* e *B*?

12 *(UFSC)* Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade *A* com destino à cidade *B*, e o trem Prata da cidade *B* com destino à cidade *A*. O gráfico representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade *A* (d = 0).



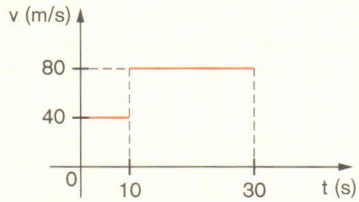
Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, assinale a(s) proposição(ões) corretas(s) e dê como resposta a soma dos números correspondentes às proposições corretas:

01) A distância entre as duas cidades é de 720 km.
02) Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
04) A velocidade média dos trens é de 60 km/h.
08) O trem Azul partiu às 4 horas da cidade *A*.
16) Os dois trens se encontram às 11 horas.
32) O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.

13 *(Esal-MG)* Dois trens, um de 120 m e outro de 90 m de comprimento, movimentam-se no mesmo sentido em trilhos retos e paralelos com velocidades de módulos constantes e iguais a 20 m/s e 10 m/s, respectivamente. O tempo necessário para um trem passar totalmente pelo outro é:

a) 21 s b) 9 s c) 7 s d) 6 s

14 Um móvel movimenta-se sobre uma reta com uma velocidade que varia com o tempo, como indica o gráfico.

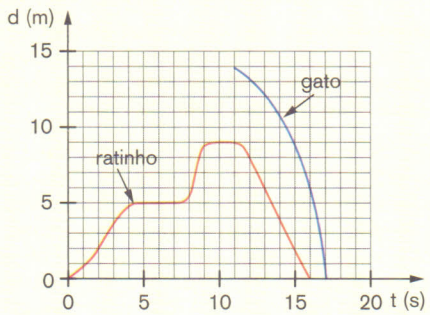


Determine a velocidade escalar média desse móvel no intervalo de 0 a 30 s.

15 *(Fuvest-SP)* Dois carros *A* e *B* movem-se no mesmo sentido, em uma estrada reta, com velocidades constantes v_A = 100 km/h e v_B = 80 km/h, respectivamente.

a) Qual é, em módulo, a velocidade do carro *B* em relação a um observador no carro *A*?
b) Em um dado instante, o carro *B* está 600 m à frente do carro *A*. Quanto tempo, em horas, decorre até que *A* alcance *B*?

16 *(UFSC)* Um ratinho afasta-se de sua toca em busca de alimento, percorrendo uma trajetória retilínea. No instante t = 11 s, um gato pula sobre o caminho do ratinho e ambos disparam a correr: o ratinho retornando sobre a mesma trajetória em busca da segurança da toca e o gato atrás do ratinho. O gráfico da figura representa as posições do ratinho e do gato, em função do tempo, considerando que, no instante t = 0, o ratinho partiu da posição d = 0, isto é, da sua toca.



Assinale a soma da(s) proposição(ões) CORRETA(S) sobre o movimento do ratinho e do gato:

01. No instante t = 10 s o ratinho encontra-se a 10 m da sua toca, isto é, do seu ponto de partida.
02. O ratinho deslocou-se com velocidade constante entre os instantes t = 5,0 s e t = 7,0 s.
04. O movimento do ratinho foi sempre retilíneo e uniforme, tanto na ida como na volta.
08. O gato encontrava-se a 5,0 metros do ratinho quando começou a persegui-lo.
16. O ratinho parou duas vezes no seu trajeto de ida e volta até a toca.
32. O ratinho chega 1,0 segundo antes do gato que, portanto, não consegue alcançá-lo.
64. O gato percorre uma distância maior que a do ratinho, em menor tempo, por isso alcança-o antes que ele possa chegar à toca.

CAPÍTULO 4 – O MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

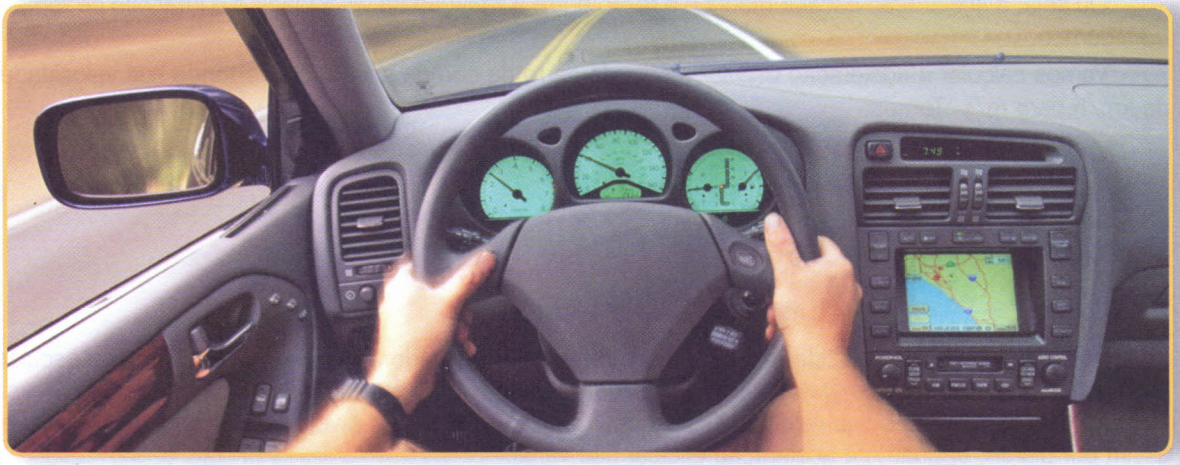
1. Movimento variado

Nos movimentos que observamos diariamente, como, por exemplo, o movimento de um automóvel no trânsito de uma cidade, a velocidade em geral não permanece constante, variando, portanto, no decorrer do tempo. São os chamados **movimentos variados**.

Por diversos motivos o automóvel aumenta e diminui sua velocidade durante um deslocamento: valetas, sinais de trânsito, faixas de pedestres, ultrapassagens etc.

Imagine uma situação em que o motorista está parado aguardando o sinal verde. Assim que possível, ele pisa no acelerador, e o carro começa a se mover instantaneamente, partindo do repouso, ou seja, da velocidade zero. A cada instante o carro aumenta mais sua velocidade, cujo valor pode ser conferido no velocímetro do painel.

Transtock/Corbis/Latinstock



Imagine que, ao atingir 60 km/h, o motorista aviste uma pessoa atravessando uma faixa de pedestres à sua frente. Diante disso, o motorista pisa no freio com calma, e a velocidade do carro diminui de 60 km/h até parar, afinal este motorista consciente sabe que, pelas regras de trânsito, a faixa de pedestres tem prioridade sobre o trânsito de veículos.

O quociente entre a variação de velocidade e o intervalo de tempo em que ela ocorre chama-se **aceleração escalar**. Durante o tempo em que o motorista pisava no acelerador do automóvel, sua velocidade se modificava, aumentando, e enquanto ele pisava no freio a velocidade também variava, diminuindo. Então, podemos escrever:

$$\text{aceleração escalar} = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{intervalo de tempo}}$$

Nesse exemplo descrevemos apenas um pequeno trecho da viagem do motorista, mas, se fôssemos estudar o movimento do automóvel considerando sua velocidade em cada instante do trajeto, certamente seria bem mais complicado.

Pense e Responda

- Identifique um movimento vivenciado por você que pode ser considerado um movimento variado.

2. Aceleração escalar

Aceleração escalar média

Consideremos um carro de corrida que, num certo instante, está a uma velocidade de 90 km/h. Se 1 s após pisar no acelerador o velocímetro indicar 108 km/h, podemos afirmar que a velocidade do carro aumentou 20 km/h em 1 s. Assim, dizemos que o carro apresentou uma aceleração.

Para definir a aceleração escalar média, vamos considerar um móvel que percorre a trajetória da figura, em que:

Editoria de arte/Setup

- $\mathbf{v_1}$: velocidade no instante $\mathbf{t_1}$
- $\mathbf{v_2}$: velocidade no instante $\mathbf{t_2}$
- $\mathbf{\Delta v} = v_2 - v_1$: variação de velocidade
- $\mathbf{\Delta t} = t_2 - t_1$: intervalo de tempo

Define-se como **aceleração escalar média**, entre os instantes $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_2}$, a grandeza $\mathbf{a_m}$, dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Ou seja, a aceleração escalar média é a razão entre a variação de velocidade e o intervalo de tempo transcorrido.

Vamos calcular a aceleração escalar média do carro de corrida acima, convertendo sua velocidade de km/h para m/s. Temos:

$v_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

$v_2 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$

$\Delta v = v_2 - v_1 = 30 - 25 = 5 \text{ m/s}$

$\Delta t = t_2 - t_1 = 1 - 0 = 1 \text{ s}$

Logo: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}^2$

Isso significa que a velocidade aumentou 5 m/s em 1 segundo. Enquanto sua aceleração escalar permanecer constante nesse valor, é possível saber qual será sua velocidade nos instantes posteriores. Por exemplo, em t = 2 s sua velocidade será de 35 m/s; em t = 3 s a velocidade vai para 40 m/s, e assim por diante, enquanto a aceleração escalar não variar.

Num certo intervalo de tempo de um movimento variado, pode ocorrer aumento ou diminuição da velocidade escalar com maior ou menor rapidez. A aceleração escalar mede a rapidez dessa variação da velocidade escalar.

Como exemplo, consideremos uma locomotiva que estava com velocidade de 20 km/h às 9 h e 70 km/h às 11 h. A aceleração escalar média da locomotiva, nesse intervalo de tempo, é:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_m = \frac{70 \text{ km/h} - 20 \text{ km/h}}{11 \text{ h} - 9 \text{ h}} \Rightarrow a_m = \frac{25 \text{ km/h}}{1 \text{ h}}$$

Isso significa que a taxa de variação da velocidade é de 25 km/h em cada hora, o que não implica necessariamente que a velocidade da locomotiva tenha variado exatamente dessa forma nesse intervalo de tempo.

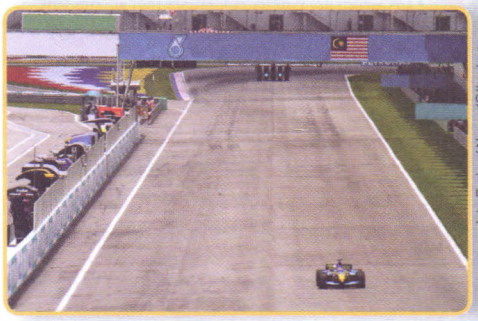
Como o cálculo da aceleração escalar média considera apenas velocidades e tempos iniciais e finais, o resultado obtido dá uma ideia geral da variação da velocidade por meio de uma taxa, sem necessariamente descrever o movimento que realmente foi executado em cada instante.

Conforme mostram os resultados obtidos acima, a aceleração escalar média nos informa que a velocidade da locomotiva variou de 25 km/h a cada 1 hora. Essa ideia conduz a uma consequência direta na definição da unidade de medida da aceleração:

$$a_m = \frac{25 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{\frac{1 \text{h}}{1}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{1 \text{h}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$$

As unidades mais comuns de aceleração são: m/s^2, cm/s^2 e km/h^2.

Aceleração escalar instantânea


Iain Farley/Alamy/Otherimages

Considere um carro de Fórmula 1 acelerando numa reta longa. Para obter o melhor rendimento, ou seja, o melhor desempenho do motor, os engenheiros devem considerar todas as informações obtidas nos treinos, com o máximo de rigor e detalhes. Para analisar o desempenho do motor na reta, os engenheiros consideram não apenas os valores inicial e final da velocidade no trecho, mas também quanto varia a velocidade do carro instante a instante.

É possível que o carro apresente aceleração maior no início da reta do que no final dela. Quando os computadores calculam o valor da aceleração a cada segundo, eles estão fornecendo um valor mais próximo da aceleração a cada instante. Caso fosse necessário o valor da aceleração num intervalo de tempo em milissegundo (10^{-3} s), a aceleração escalar média se aproximaria ainda mais da **aceleração escalar instantânea a**, podendo-se fazer essa diminuição do intervalo de tempo tanto quanto possível.

É essa, portanto, a ideia da aceleração escalar instantânea **a**, ou seja, a aceleração escalar quando o intervalo de tempo considerado tende a zero: $\Delta t \Rightarrow 0$.

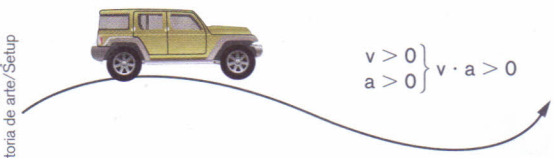
De acordo com os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar, podemos ter dois tipos de movimento: **movimento acelerado** e **movimento retardado**.

- **Movimento acelerado**: quando o módulo da velocidade escalar **aumenta** no decorrer do tempo. Isso ocorre quando a velocidade escalar e a aceleração escalar têm o mesmo sinal.

movimento acelerado: $v \cdot a > 0$

Por exemplo, um carro que percorre a trajetória no sentido indicado na figura, com o motorista pisando no acelerador.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

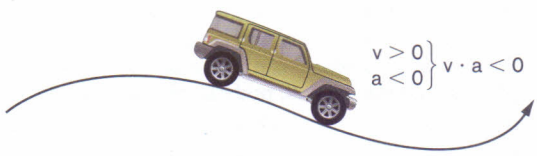


t (s)	0	1	2	3	4	5
v (km/h)	20	40	60	80	100	120

- **Movimento retardado**: quando o módulo da velocidade escalar **diminui** no decorrer do tempo. Isso ocorre quando a velocidade escalar e a aceleração escalar têm sinais contrários.

movimento retardado: $v \cdot a < 0$

Por exemplo, um carro que percorre a trajetória no sentido indicado na figura, com o motorista freando.



t (s)	0	1	2	3	4	5
v (km/h)	80	70	60	50	40	30

Se os sinais da velocidade e da aceleração são iguais, a velocidade escalar aumenta. Se os sinais são opostos, a velocidade escalar diminui.

Pense e Responda

- A classificação de um movimento em acelerado ou retardado depende da orientação da trajetória?

Aplicações

1 Um veículo parte do repouso e, ao fim de 4 s, sua velocidade é de 20 m/s. Qual a aceleração escalar média do veículo nesse intervalo de tempo?

Resolução:

Se o veículo parte do repouso, sua velocidade inicial é igual a zero. Assim, a variação da velocidade é:

$\Delta v = v_2 - v_1 \Rightarrow \Delta v = 20 - 0 \Rightarrow \Delta v = 20\ m/s$

O instante inicial é aquele em que acionamos o cronômetro para a contagem do tempo.

$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = 4 - 0 \Rightarrow \Delta t = 4\ s$

Portanto, a aceleração escalar média é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{20\ m/s}{4\ s} \Rightarrow a_m = 5\ m/s^2$$

2 Uma locomotiva carregada de minério parte da estação e tem sua velocidade em função do tempo indicada na tabela.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7
v (m/s)	3	5	7	9	11	13	15	17

Pede-se:

a) a velocidade inicial da locomotiva;

b) a aceleração escalar média da locomotiva no intervalo de 1 s a 5 s;

c) a classificação do movimento em acelerado ou retardado.

Resolução:

a) A velocidade inicial é determinada quando $t = 0$. Portanto, $v_0 = 3\ m/s$.

b) Em $t_1 = 1\ s \Rightarrow v_1 = 5\ m/s$

Em $t_2 = 5\ s \Rightarrow v_2 = 13\ m/s$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 - 5}{5 - 1} \Rightarrow a_m = 2\ m/s^2$$

c) Pela leitura da tabela, verificamos que o módulo da velocidade cresce com o tempo. Portanto, o movimento é acelerado.

Atividades

1 Imagine-se dirigindo um carro. Como você faria para calcular a aceleração escalar média do carro num trecho do percurso?

2 Os freios de um veículo podem ser considerados dispositivos "aceleradores"? Justifique.

3 Um móvel se movimenta sobre uma trajetória retilínea e tem velocidade, em função do tempo, indicada pela tabela.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
v (m/s)	−2	−6	−10	−14	−18	−22	−26

Pede-se:

a) a aceleração média do móvel no intervalo de 0 a 6 s;

b) a classificação do movimento em acelerado ou retardado.

4 *(Unisinos-RS)* Quando um motorista aumenta a velocidade escalar de seu automóvel de 60 km/h para 78 km/h em 10 s, ele está comunicando ao carro uma aceleração escalar média, em m/s², de:

a) 18 b) 0,2 c) 5 d) 1,8 e) 0,5

5 *(FMTM-MG)* Um cientista, estudando a aceleração média de três diferentes carros, obteve os seguintes resultados:

- o carro **I** variou sua velocidade de v para 2v em um intervalo de tempo igual a t;
- o carro **II** variou sua velocidade de v para 3v em um intervalo de tempo igual a 2t;
- o carro **III** variou sua velocidade de v para 5v em um intervalo de tempo igual a 5t.

Sendo, respectivamente, $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ e $\mathbf{a_3}$ as acelerações dos carros I, II e III, pode-se afirmar que:

a) $a_1 = a_2 = a_3$
b) $a_1 > a_2 > a_3$
c) $a_1 < a_2 < a_3$
d) $a_1 = a_2 > a_3$
e) $a_1 = a_2 < a_3$

6 Calcule a aceleração escalar média de um automóvel que aumenta sua velocidade de 36 km/h para 54 km/h, em 2 s.

7 Em 2,5 s, a velocidade de um carro aumenta de 75 km/h para 80 km/h, enquanto uma moto vai do repouso a 5 km/h. Qual dos veículos possui maior aceleração escalar média?

3. Movimento retilíneo uniformemente variado

Suponha um móvel em movimento retilíneo. Nos trechos em que sua velocidade escalar varia uniformemente com o tempo, isto é, experimenta variações iguais em intervalos de tempos iguais, temos o **movimento retilíneo uniformemente variado** ou **MRUV**.

Nesse tipo de movimento a aceleração escalar média e a aceleração escalar instantânea são iguais, constantes e diferentes de zero.

$$a_m = a = \text{constante} \neq 0$$

t (s)	v (km/h)
0	8
1	12
2	16
3	20
4	24
5	28
6	32

Observe a tabela ao lado, que registra a velocidade indicada pelo velocímetro de um automóvel no decorrer do tempo de certo trecho de seu percurso.

Note que, a partir da velocidade inicial desse trecho $v_0 = 8$ km/h, a velocidade varia de 4 km/h a cada segundo decorrido. Portanto, a aceleração escalar média é igual à aceleração escalar instantânea.

$$a_m = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{12 - 8}{1 - 0} \Rightarrow a = \frac{4 \text{ km/h}}{\text{s}}$$

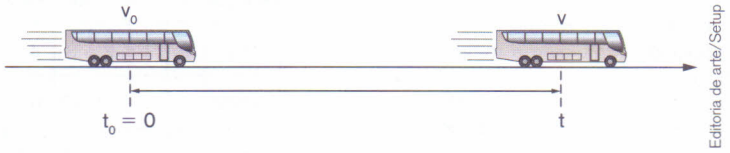
Confirme que a aceleração nesse trecho é constante reproduzindo o cálculo acima para os demais intervalos de tempo da tabela, entre 1 s e 2 s, entre 2 s e 3 s, e assim por diante. Você chegará à conclusão de que esse automóvel executa um movimento uniformemente variado.

4. Funções horárias

Vamos estudar agora as funções que permitem a descrição matemática de um movimento retilíneo uniformemente variado.

Velocidade em função do tempo [v = f(t)]

Considere um móvel que percorre, com movimento retilíneo uniformemente variado, a trajetória da figura:



Editoria de arte/Setup

em que:

- $\mathbf{v_0}$: velocidade inicial (velocidade escalar do móvel no instante $\mathbf{t_0} = 0$)
- **v**: velocidade escalar do móvel no instante **t**

A aceleração escalar média do móvel no intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0 = t$ é:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

em que $a_m = a =$ constante e $t_0 = 0$.

Substituindo os valores acima na expedição da aceleração média, temos:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v - v_0 = at \Rightarrow v = v_0 + at \text{ (função horária da velocidade)}$$

Trata-se de uma função do 1º grau no tempo, o que significa que a velocidade se modifica linearmente, aumentando ou diminuindo de valor conforme o valor da aceleração **a**. Nessa função, os valores de $\mathbf{v_0}$ e **a** são constantes, e a cada valor de **t** existe um correspondente valor de **v**.

Aplicação

Uma pessoa se desloca com uma velocidade que obedece à função v = 10 − 2t (no SI). Pede-se:

a) a velocidade inicial;

b) a aceleração escalar média;

c) a velocidade no instante 6 s;

d) o instante em que a pessoa muda o sentido do movimento;

e) a classificação do movimento (acelerado ou retardado) no instante 4 s.

Resolução:

A função v = 10 − 2t é do 1º grau. Portanto, o movimento é uniformemente variado. Logo, por comparação: v = 10 − 2t e v = v_0 + at

a) v_0 = 10 m/s

b) a = −2 m/s²

c) Quando t = 6 s ⇒ v = 10 − 2t = 10 − 2 · 6 = 10 − 12 = −2 m/s

(Tem sentido contrário ao sentido da trajetória.)

d) A pessoa muda o sentido de seu movimento quando v = 0.

v = 10 − 2t ⇒ 0 = 10 − 2t ⇒ t = 5 s

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v (m/s)	10	8	6	4	2	0	−2	−4	−6	−8

mesmo sentido que o da trajetória (v > 0) — *muda de sentido* — *sentido contrário ao da trajetória (v < 0)*

e) Quando t = 4 s

v = 10 − 2t ⇒ v = 10 − 2 · 4 ⇒ v = 2 m/s

Como a = −2 m/s² (constante), temos v > 0 e a < 0 e, portanto, o movimento é retardado (velocidade e aceleração têm sinais contrários).

Atividades

1 O que caracteriza um movimento uniformemente variado? E um movimento retilíneo variado qualquer?

2 Um carro percorre um trecho retilíneo de uma estrada, e sua velocidade varia com o tempo de acordo com a tabela.

t (s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v (m/s)	14	18	22	22	22	22	22	20	18	15	11

a) Em quais intervalos de tempo a aceleração é positiva? E negativa?

b) Em que intervalo de tempo a aceleração é nula?

c) Em qual intervalo o movimento do carro é uniformemente variado?

3 Um motociclista executa um movimento retilíneo uniformemente variado.

A função horária da velocidade é v = 4 + 2t, com **v** em metros por segundo e **t** em segundos.

a) Quais os valores da velocidade inicial e da aceleração do motociclista?

b) Qual o instante no qual o motociclista inverte o sentido do movimento?

c) O movimento é acelerado ou retardado no instante 10 s?

4 Em uma corrida que durou 10 segundos, desde a largada até a chegada, um corredor apresentou variação de velocidade representada na tabela.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v (m/s)	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Com base nesses dados, calcule:

a) a aceleração escalar média do corredor no primeiro segundo do movimento;

b) a distância percorrida por ele durante os 4 segundos finais;

c) a velocidade escalar média do corredor durante a segunda metade da prova.

5 *(Unifesp-SP)* A função da velocidade em relação ao tempo de um ponto material em trajetória retilínea, no SI, é v = 5,0 − 2,0t.

Por meio dela pode-se afirmar que, no instante t = 4,0 s, a velocidade desse ponto material tem módulo:

a) 13 m/s e o mesmo sentido da velocidade inicial.

b) 3,0 m/s e o mesmo sentido da velocidade inicial.

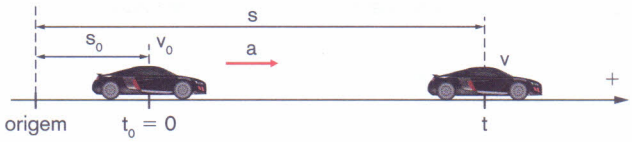
c) zero, pois o ponto material já parou e não se movimenta mais.

d) 3,0 m/s e sentido oposto ao da velocidade inicial.

e) 13 m/s e sentido oposto ao da velocidade inicial.

Posição em função do tempo [s = f(t)]

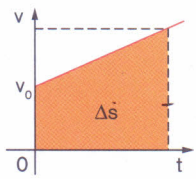
Considere um móvel que percorre, com movimento retilíneo uniformemente variado, a trajetória da figura:



em que:

- $\mathbf{s_0}$: posição do móvel no instante $t_0 = 0$
- $\mathbf{v_0}$: velocidade do móvel no instante $t_0 = 0$
- **a**: aceleração
- **s**: posição do móvel no instante **t**
- **v**: velocidade do móvel no instante **t**

O gráfico da função $v = v_0 + at$, representado por uma reta, é uma função do 1º grau. A área do trapézio fornece o espaço percorrido Δs no intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$\Delta s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t \qquad (1)$$

Como $v = v_0 + at$ e $\Delta s = s - s_0$, substituindo em (1):

$$s - s_0 = \frac{v_0 + at + v_0}{2} \cdot t \Rightarrow s - s_0 = \frac{2v_0 + at}{2} \cdot t \Rightarrow s - s_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \text{ (função horária da posição)}$$

Observe que essa função é do 2º grau em relação a **t**. É interessante notar que, pelo fato de a velocidade variar, o móvel já não percorre espaços iguais em tempos iguais, como no movimento uniforme. Considerando, por exemplo, que um carro está acelerando, o fato de a velocidade aumentar faz que a cada segundo o móvel percorra uma distância maior em relação ao segundo anterior. Esse fato é indicado na expressão pelo fator quadrado associado ao tempo (t^2).

Aceleração em função do tempo [a = f(t)]

$a = f(t) = \text{constante} \neq 0$

Portanto, a aceleração em todo o percurso tem sempre o mesmo valor.

Aplicações

1 Um ciclista desloca-se numa trajetória retilínea segundo a função horária $s = -24 - 5t + t^2$ (no SI).

a) Qual o tipo de movimento executado pelo ciclista: uniforme ou uniformemente variado?
b) Quais os valores da posição inicial, da velocidade e da aceleração do ciclista?
c) Determine a função horária da velocidade do ciclista.
d) Calcule o instante em que o ciclista passa pela origem das posições da trajetória.

Resolução:

a) A função horária $s = -24 - 5t + t^2$ é do 2º grau; portanto, o movimento é uniformemente variado.

b) Por comparação:

$$s = -24 - 5t + \frac{1}{2}t^2$$
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$s_0 = -24$ m (no instante $t = 0$ o móvel estava a 24 m do lado esquerdo da origem)
$v_0 = -5$ m/s

$$\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

c) $v = v_0 + at \Rightarrow v = -5 + 2t$
d) Na origem das posições, $s = 0$.
$0 = -24 - 5t + t^2 \Rightarrow t = 8$ s ou $t = -3$ s (não serve)
Em Cinemática vamos considerar o tempo como um número positivo.

2 Um automóvel está parado diante de um semáforo. Imediatamente após o sinal abrir, um caminhão ultrapassa o automóvel com velocidade constante de 20 m/s. Nesse exato instante, o motorista do automóvel arranca com aceleração de 4 m/s² em perseguição ao caminhão.

a) Após quanto tempo o automóvel alcançará o caminhão?

b) Quantos metros terá percorrido o automóvel até alcançar o caminhão?

Resolução:

a) As funções horárias do movimento são:

• *automóvel (MUV):*

$$s_A = s_{0A} + v_{0A}t + \frac{1}{2}a_A t^2 \Rightarrow s_A = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 \Rightarrow s_A = 2t^2$$

• *caminhão (MU):*

$$s_C = s_{0C} + v_C t \Rightarrow s_C = 0 + 20t \Rightarrow s_C = 20t$$

No momento em que o automóvel alcança o caminhão, ambos ocupam a mesma posição no espaço. Logo, temos:

$$s_A = s_C \Rightarrow 2t^2 = 20t \Rightarrow 2t^2 - 20t = 0$$

$$2t(t - 10) = 0 \begin{cases} t' = 0 \text{ (não satisfaz)} \\ t' = 10 \text{ s} \end{cases}$$

b) $s_A = 2t^2 \Rightarrow s_A = 2 \cdot 10^2 \Rightarrow s_A = 200$ m

Atividades

1 *(UFJF-MG)* Numa corrida de 100 m rasos, um velocista cobre o percurso no intervalo de tempo aproximado de 9 s. Qual é a aceleração aproximada do velocista, supondo que esta seja constante durante o percurso?

2 *(Unifenas-MG)* Um móvel parte do repouso com aceleração constante e, em 2 segundos de movimento, se desloca 24 metros. A velocidade desse móvel no instante 2 segundos do movimento é:

a) 6 m/s
b) 12 m/s
c) 24 m/s
d) −24 m/s
e) −12 m/s

3 *(PUCCamp-SP)* Um veículo em movimento retilíneo uniformemente variado percorre a distância de 60,0 m que separa dois pontos *A* e *B* em 5,0 s.

Sabendo-se que a velocidade escalar em *A* era de 10,0 m/s, pede-se:

a) a aceleração escalar;
b) a velocidade escalar em *B*.

4 *(Unicamp-SP)* Um corredor de 100 metros rasos percorre os 20 primeiros metros da corrida em 4,0 s com aceleração constante. A velocidade atingida ao final dos 4,0 s é então mantida constante até o final da corrida.

a) Qual é a aceleração do corredor nos primeiros 20 m da corrida?
b) Qual é a velocidade atingida ao final dos primeiros 20 m?
c) Qual é o tempo total gasto pelo corredor em toda a prova?

5 *(UCS-RS)* Um certo tipo de carro para testes parte do repouso e atinge a velocidade de 108 km/h em 5 segundos.

Analise as afirmações:

I. A aceleração do carro vale 6 m/s².
II. Durante a aceleração, o carro percorre 100 m.
III. A velocidade escalar média do carro durante a aceleração vale 15 m/s.

Está(ão) correta(s):

a) apenas a I.
b) apenas a I e a III.
c) apenas a I e a II.
d) apenas a II e a III.
e) a I, a II e a III.

6 *(Fuvest-SP)* Um carro viaja com velocidade de 90 km/h (ou seja, 25 m/s) num trecho retilíneo de uma rodovia quando, subitamente, o motorista vê um animal parado na sua pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15 m. Se o motorista frear o carro à taxa constante de 5,0 m/s², mantendo-o em sua trajetória retilínea, ele só evitará atingir o animal, que permanece imóvel durante todo o tempo, se o tiver percebido a uma distância de, no mínimo:

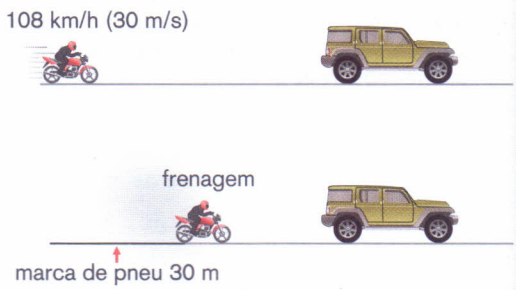
a) 15 m
b) 31,25 m
c) 52,5 m
d) 77,5 m
e) 125 m

7 *(Unicamp-SP)* Os avanços tecnológicos nos meios de transporte reduziram de forma significativa o tempo de viagem ao redor do mundo. Em 2008 foram comemorados os 100 anos da chegada em Santos do navio Kasato Maru, que, partindo de Tóquio, trouxe ao Brasil os primeiros imigrantes japoneses. A viagem durou cerca de 50 dias. Atualmente, uma viagem de avião entre São Paulo e Tóquio dura em média 24 horas. A velocidade escalar média de um avião comercial no trecho São Paulo-Tóquio é de 800 km/h.

a) O comprimento da trajetória realizada pelo Kasato Maru é igual a aproximadamente duas vezes o comprimento da trajetória do avião no trecho São Paulo-Tóquio. Calcule a velocidade escalar média do navio em sua viagem ao Brasil.
b) A conquista espacial possibilitou uma viagem do homem à Lua realizada em poucos dias e proporcionou a máxima velocidade de deslocamento que um ser humano já experimentou. Considere um foguete subindo com uma aceleração resultante constante de módulo $a_R = 10$ m/s² e calcule o tempo que o foguete leva para percorrer uma distância de 800 km, a partir do repouso.

5. Fórmula de Torricelli

Considere a situação em que um *motoboy* muito apressado, deslocando-se a 108 km/h (30 m/s), freia para não colidir com um automóvel à sua frente. Durante a frenagem, os pneus deixam no chão uma marca de 30 m de comprimento em linha reta, e a velocidade da moto é uniformemente reduzida até parar, sem bater no automóvel, felizmente. Qual foi a aceleração média da moto durante a frenagem?



Editoria de arte/Setup

De acordo com os dados fornecidos, sabemos que durante a frenagem o motociclista se deslocou em MRUV, com velocidade inicial $v_0 = 30$ m/s, até parar completamente, $v = 0$, deslocando-se nessa situação $\Delta s = 30$ m.

Se fosse informado quanto tempo durou a frenagem, a resposta seria imediata, por meio da função horária da velocidade:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 30 + at \Rightarrow at = -30 \Rightarrow a = \frac{-30}{t}$$

Podemos usar agora a função horária das posições e substituir as informações que possuímos para ver no que resulta:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 30 = 30t + \frac{at^2}{2}$$

Da função horária da velocidade obtivemos que: $at = -30$. Substituindo na função acima, temos:

$$30 = 30t + \frac{(-30) \cdot t}{2} \Rightarrow 30 = 15t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

Para chegar à resposta do problema, basta substituir o tempo obtido em:

$$a = \frac{-30}{t} = \frac{-30}{2} \rightarrow a = -15 \text{ m/s}^2$$

A aceleração negativa confirma que a moto freou nesses 2 segundos.

Você pode ter a impressão que, para problemas de MRUV em que não é fornecida a grandeza tempo, teremos mais trabalho para resolvê-los. Contudo, para esses casos, existe uma fórmula especial que é, na verdade, a junção das funções horárias da posição e da velocidade no MRUV, a **fórmula de Torricelli**:

$$v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

Substituindo na função horária:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Desenvolvendo matematicamente essa substituição, obtém-se:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(s - s_0) \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \quad \text{(fórmula de Torricelli)}$$

A fórmula de Torricelli é uma equação em que não entra tempo e que relaciona a velocidade escalar **v** com $\mathbf{v_0}$, **a** e $\mathbf{\Delta s}$.

A natureza do movimento vai determinar o sinal da aceleração escalar **a**. Usando a fórmula de Torricelli no problema do *motoboy*, a resposta é muito mais rápida. Vejamos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0^2 = 30^2 + 2 \cdot a \cdot 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{-900}{60} \Rightarrow a = -15 \text{ m/s}^2$$

Evangelista Torricelli (1608-1647), físico e matemático italiano.

Séc. XVIII. Gravura. Coleção particular. Foto: Sheila Terry/SPL/Latinstock

Aplicação

Um avião a jato para o transporte de passageiros precisa atingir a velocidade de 252 km/h para decolar em uma pista plana e reta. Para uma decolagem segura, o avião, partindo do repouso, deve percorrer uma distância máxima de 1 960 m até atingir aquela velocidade. Qual deve ser a aceleração constante mínima que os propulsores devem imprimir ao avião?

Resolução:

Considerando que o avião realizará um movimento uniformemente variado, temos que: $v_0 = 0$; $v = 252\ km/h = 70\ m/s$ *e* $\Delta s = 1\,960\ m$. *Então:*

$$v_2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 70^2 = 0^2 + 2 \cdot a_{min} \cdot 1\,960 \Rightarrow a_{min} = \frac{4\,900}{3\,920} = 1{,}25\ m/s^2$$

Portanto, a aceleração escalar mínima que os jatos devem imprimir ao avião é aquela que, no mínimo, incrementa a sua velocidade de 1,25 m/s a cada segundo.

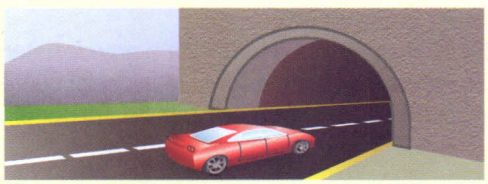
Dessa forma, podemos determinar quanto tempo esse avião demora para decolar com essa aceleração mínima:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 70 = 0 + 1{,}25t \Rightarrow t = \frac{70}{1{,}25} \Rightarrow t = 56\ s$$

Se você estranhou o tempo de decolagem desse avião, lembre-se de que se trata de uma aceleração mínima. Assim, você pode calcular o tempo de decolagem para uma aceleração maior que 1,25 m/s², o que certamente fará o tempo de decolagem na pista diminuir.

Atividades

1 Ao iniciar a travessia de um túnel retilíneo de 200 metros de comprimento, um automóvel de dimensões desprezíveis movimenta-se com velocidade de 25 m/s. Durante a travessia, desacelera uniformemente, saindo do túnel com velocidade de 5 m/s. Qual o módulo de sua aceleração escalar nesse percurso?



Editoria de arte/Setup

2 *(UFRGS-RS)* Um automóvel que trafega com velocidade de 5 m/s em uma estrada reta e horizontal acelera uniformemente, aumentando sua velocidade para 25 m/s em 5,2 s. Que distância percorre o automóvel durante esse intervalo de tempo?

a) 180 m c) 144 m e) 39 m
b) 156 m d) 78 m

3 *(UMC-SP)* Com a vigência do novo Código Brasileiro de Trânsito, atravessar um sinal vermelho constitui infração gravíssima. Ao perceber um semáforo fechado à frente, o motorista de um carro movendo-se a 20 m/s freia com aceleração escalar constante de módulo igual a 5,0 m/s². A distância mínima do carro ao semáforo no ato inicial da freada para não ocorrer a infração e o tempo gasto durante a freada são, respectivamente:

a) 40 m e 4,0 s. d) 30 m e 3,0 s.
b) 38,5 m e 4,0 s. e) 45 m e 4,5 s.
c) 35 m e 3,0 s.

4 *(UFMS)* Um policial está à beira de uma estrada observando um aparelho de radar que tem um alcance de 1 000 m. Ao olhar um automóvel que se desloca na direção do radar pela estrada retilínea, o policial observou que ele vinha diminuindo a sua velocidade. Olhando para o radar, o policial anotou os seguintes dados:

t (s)	v (m/s)
1	25
2	20
3	15

em que **t** é o tempo contado pelo radar desde o instante em que o radar detectou o carro e **v** é a velocidade instantânea do carro. Supondo que o motorista tenha começado a diminuir a velocidade do carro de forma constante a partir do momento em que o carro é detectado e que a velocidade máxima permitida no trecho controlado pelo radar seja de 90 km/h, é correto afirmar que:

(01) o motorista respeitou, desde o início do trecho, a velocidade máxima permitida.
(02) o motorista diminui a velocidade à razão de 5 m/s a cada segundo.
(04) apenas após 2 s o motorista atingiu o limite de velocidade da estrada.
(08) apenas após 1 s o motorista atingiu o limite de velocidade da estrada.
(16) o carro estava a 972,5 m do posto policial quando atingiu a velocidade máxima permitida.

Dê como resposta a soma dos números das afirmações corretas.

6. Gráficos do MRUV

Velocidade em função do tempo [v = f(t)]

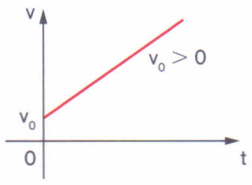
A função horária da velocidade no MRUV é:

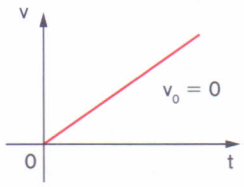
$$v = v_0 + at$$

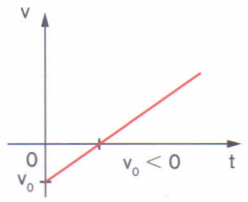
Essa função horária é do 1º grau em relação ao tempo, e o seu gráfico representativo é uma reta. Podemos ter os seguintes casos:

- **1º caso: aceleração positiva (a > 0)**

A função é crescente. A velocidade inicial pode assumir diversos valores e sinais.



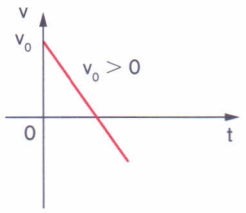


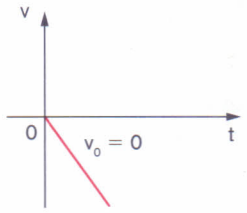


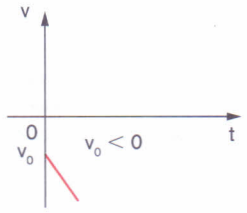
Gráficos: Editoria de arte/Setup

- **2º caso: aceleração negativa (a < 0)**

A função é decrescente.

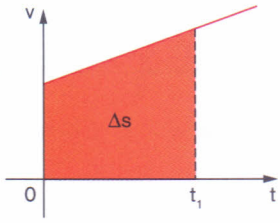




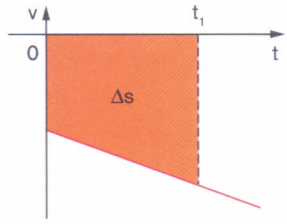


Propriedades

1ª) A área limitada pelo gráfico representativo e pelos eixos coordenados entre os instantes 0 e t_1 é igual ao valor numérico do espaço percorrido pelo corpo entre esses instantes.



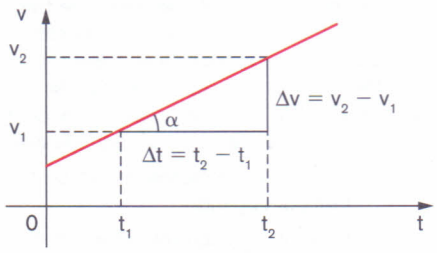
área do trapézio = Δs > 0



área do trapézio = Δs < 0

O espaço percorrido **Δs** pode ser positivo ou negativo, conforme essa área esteja acima ou abaixo do eixo do tempo.

2ª) A tangente do ângulo **α** representa numericamente a aceleração.



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = a$$

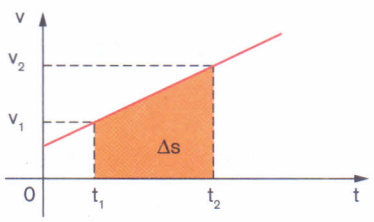
Quanto maior for a aceleração do corpo, mais inclinada em relação ao eixo do tempo será a reta que representa o movimento.

3ª) No intervalo de tempo t_1 a t_2, a velocidade escalar média do móvel é igual à média aritmética das velocidades escalares nos instantes t_1 e t_2.

A velocidade média no intervalo t_1 e t_2 é:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

O espaço **Δs** percorrido pelo móvel no intervalo t_1 a t_2 é dado pela área do trapézio indicado no gráfico.



$$\Delta s = \frac{v_1 + v_2}{2}(t_1 - t_2) \quad (2)$$

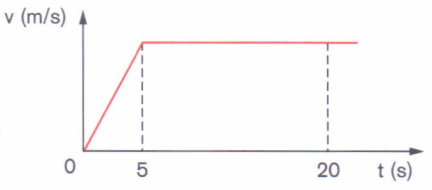
Substituindo (2) em (1):

$$v_m = \frac{\frac{v_1 + v_2}{2} \cdot (t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Aplicação

Ao abrir o semáforo, um automóvel partiu do repouso movimentando-se em linha reta, obedecendo ao gráfico.

Após 20 s, o automóvel percorreu 280 m. Qual o módulo da aceleração do carro nos primeiros 5 s?



Gráficos: Editoria de arte/Setup

Resolução:

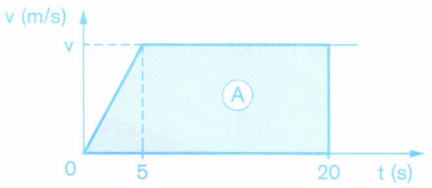
Nesse caso, o deslocamento é numericamente igual à área do gráfico.

$\Delta s \overset{N}{=} A$

$$280 = \frac{(20 + 15) \cdot v}{2}$$

$560 = 35\,v$

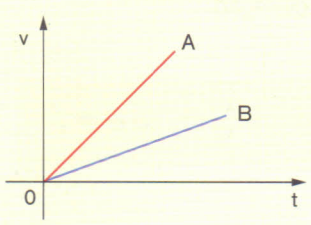
$v = 16$ m/s



Aceleração do carro: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 0}{5 - 0} \Rightarrow a = 3{,}2\ m/s^2$

Atividades

1 O gráfico representa a velocidade de dois carros *A* e *B* que percorrem uma trajetória retilínea.



a) Os carros *A* e *B* realizam um movimento uniformemente variado? Justifique a sua resposta.

b) Qual dos carros tem maior aceleração? Por quê?

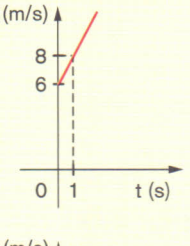
2 *(UERJ)* A distância entre duas estações de metrô é igual a 2,52 km. Partindo do repouso na primeira estação, um trem deve chegar à segunda estação em um intervalo de tempo de três minutos. O trem acelera com uma taxa constante até atingir sua velocidade máxima no trajeto, igual a 16 m/s. Permanece com essa velocidade por um certo tempo. Em seguida, desacelera com a mesma taxa anterior até parar na segunda estação.

a) Calcule a velocidade média do trem, em metros por segundo.

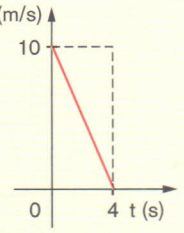
b) Esboce o gráfico velocidade × tempo e calcule o tempo gasto para alcançar a velocidade máxima, em segundos.

3 Os gráficos indicados representam a velocidade de um móvel em função do tempo. Determine, para cada caso, a função v = f(t).

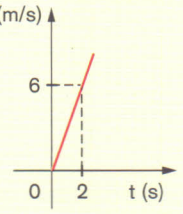
a)



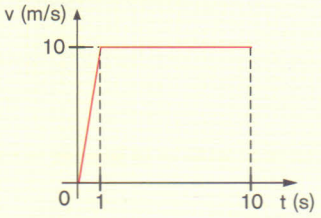
c)



b)



4 *(UFPel-RS)* Em uma corrida que durou 10 segundos, desde a largada até a chegada, um corredor apresentou variação de velocidade representada no gráfico. Com base nesses dados, calcule:

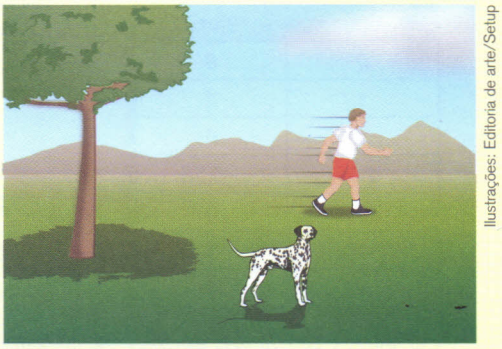


a) a aceleração escalar média do corredor no primeiro segundo do movimento;

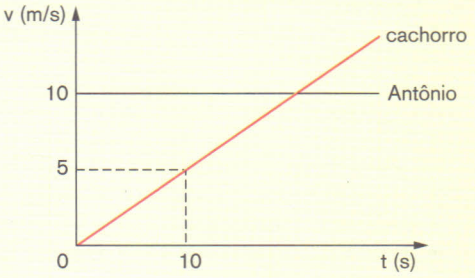
b) a distância percorrida por ele durante os 10 s;

c) a velocidade escalar média do corredor durante a prova.

5 *(UFPel-RS)* No instante mostrado na figura, Antônio passa correndo pelo seu cachorro que está parado junto a uma árvore. Imediatamente o cachorro passa a segui-lo, e o gráfico mostra o comportamento das velocidades de ambos a partir desse instante.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Com base nas informações fornecidas, calcule:

a) a aceleração do cachorro;

b) o instante em que as velocidades de Antônio e do cachorro se tornam iguais;

c) a distância entre o cachorro e Antônio no instante em que suas velocidades se tornam iguais.

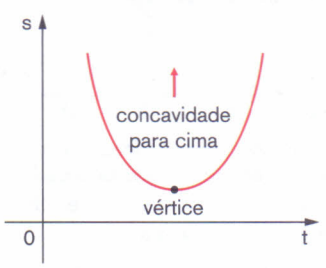
Posição em função do tempo [s = f(t)]

Vimos anteriormente que a função horária das posições do movimento retilíneo uniformemente variado é dada por:

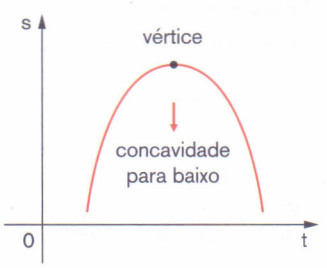
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Essa função é do 2º grau em relação ao tempo e o seu gráfico representativo é uma parábola. Podemos ter os seguintes casos:

- **1º caso: aceleração positiva (a > 0)**



- **2º caso: aceleração negativa (a < 0)**



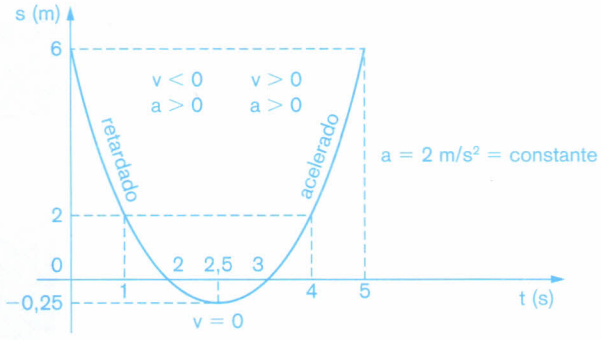
Aplicação

Um móvel desloca-se sobre uma trajetória retilínea obedecendo à função horária $s = 6 - 5t + t^2$ (no SI). Construa o gráfico dessa função e faça uma análise desse movimento no intervalo de 0 a 5 s.

Resolução:

Tabelando a função para a construção do gráfico, temos:

t (s)	s (m)
0	6
1	2
2	0
2,5	−0,25
3	0
4	2
5	6



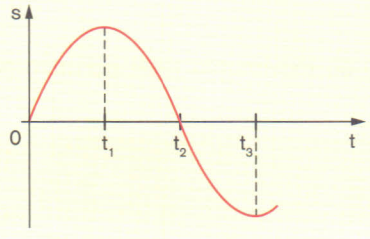
Os gráficos sem dúvida são uma boa ferramenta para análise de dados, em particular quando estes se referem a funções de um movimento, como nesse caso. Note os seguintes pontos:

- *De 0 a 5 s, o movimento é uniformemente variado, com aceleração positiva ($a = 2\ m/s^2$), pois a concavidade da parábola está voltada para cima.*
- *De 0 a 2,5 s, o móvel desloca-se contra o sentido da orientação da trajetória, pois as posições decrescem no decorrer do tempo. Assim, nesse trecho, a velocidade é negativa, e o movimento é retrógrado e retardado.*
- *De 2,5 s a 5 s, o móvel desloca-se a favor da orientação da trajetória, pois as posições crescem no decorrer do tempo. Logo, nesse trecho, o movimento é progressivo e acelerado.*
- *Quando $t = 2,5$ s, o móvel muda de sentido ($v = 0$), isto é, a velocidade passa de negativa para positiva.*
- *A ordenada onde a parábola corta o eixo vertical representa o valor de s_0 (6 m).*
- *O móvel passa pela origem das posições ($s = 0$) nos instantes 2 s e 3 s.*

Atividades

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

1 *(UFAL)* Analise as afirmações sobre o movimento, cujo gráfico da posição × tempo é representado a seguir.



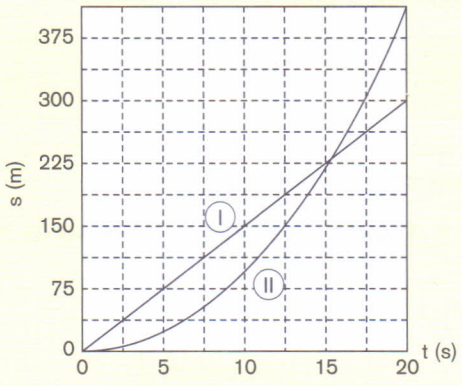
Gráficos: Editoria de arte/Setup

(01) O movimento é acelerado de 0 a t_1.
(02) O movimento é acelerado de t_1 a t_2.
(04) O movimento é retardado de t_2 a t_3.
(08) A velocidade é positiva de 0 a t_2.
(16) A velocidade é negativa de t_1 a t_3.

2 *(Vunesp-SP)* Para aterrissar num aeroporto, um avião de passageiros deve chegar à cabeceira da pista com velocidade inferior a 360 km/h, caso contrário, ele corre o risco de não parar até o final da pista. Sabendo-se que o comprimento da pista desse aeroporto é de 2000 m, pede-se:

a) o valor máximo da aceleração de retardamento que o sistema de frenagem desse avião deve imprimir para não haver risco de ultrapassar o final da pista.
b) o esboço do gráfico posição × tempo do movimento do avião durante a aterrissagem, adotando a origem das posições no início da pista.

3 *(Vunesp-SP)* Os movimentos de dois veículos, **I** e **II**, estão registrados nos gráficos da figura.

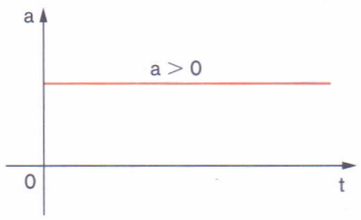


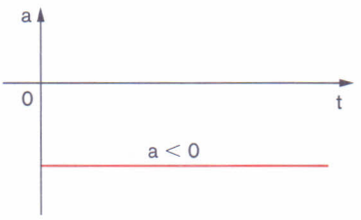
Sendo os movimentos retilíneos, a velocidade do veículo II no instante em que alcança I é:

a) 15 m/s
b) 20 m/s
c) 25 m/s
d) 30 m/s
e) 35 m/s

Aceleração em função do tempo [a = f(t)]

No movimento uniformemente variado, a aceleração escalar é constante e diferente de zero. Portanto, o gráfico sempre tem uma das seguintes formas:

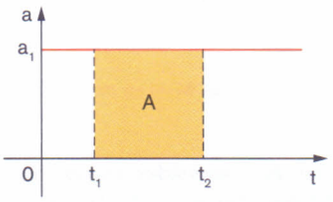




Gráficos: Editoria de arte/Setup

Propriedade

No gráfico a = f(t) a área *A*, compreendida entre os instantes t_1 e t_2, corresponde numericamente à variação de velocidade entre esses instantes.



Sabemos que $A = a_1 (t_2 - t_1)$ (1)

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{t_2 - t_1} \Rightarrow \Delta v = a_1(t_2 - t_1) \quad (2)$$

Fazendo (1) = (2): $A = \Delta v$

A variação da velocidade pode ser positiva ou negativa, conforme a área esteja acima ou abaixo do eixo do tempo.

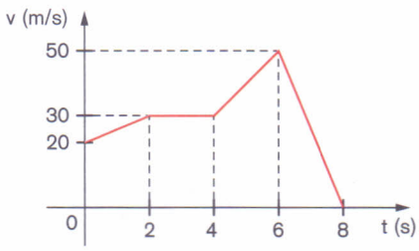
Aplicação

Um móvel movimenta-se numa trajetória retilínea e adquire velocidade em função do tempo, de acordo com o gráfico.

Sabendo-se que o móvel iniciou seu movimento partindo da origem das posições, pede-se:

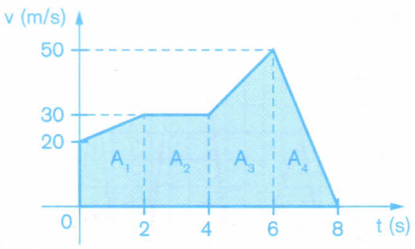
a) representar numa trajetória esse movimento;

b) construir o gráfico da aceleração em função do tempo.



Resolução:

a) A partir do gráfico da velocidade, podemos obter o deslocamento do móvel em cada trecho, considerando a área sob a curva. Assim:



$A_1 = \frac{20 + 30}{2} \cdot 2 = 50 \Rightarrow \Delta s_1 = 50$ m

(espaço percorrido entre 0 e 2 s)

$A_2 = 2 \cdot 30 = 60 \Rightarrow \Delta s_2 = 60$ m

(espaço percorrido entre 2 s e 4 s)

$A_3 = \frac{30 + 50}{2} \cdot 2 = 80 \Rightarrow \Delta s_3 = 80$ m *(espaço percorrido entre 4 s e 6 s)*

$A_4 = \frac{2 \cdot 50}{2} = 50 \Rightarrow \Delta s_4 = 50$ m *(espaço percorrido entre 6 s e 8 s)*

Cálculo da posição do móvel em cada instante, considerando que ele parte da origem dos espaços:

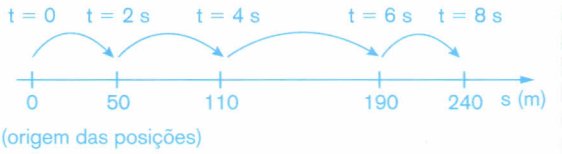
$t = 0 \Rightarrow s_0 = 0$

$t = 2\ s \Rightarrow s_2 = s_0 + \Delta s_1 = 0 = 50 = 50\ m$

$t = 4\ s \Rightarrow s_4 = s_2 + \Delta s_2 = 50 + 60 = 110\ m$

$t = 6\ s \Rightarrow s_6 = s_4 + \Delta s_4 = 110 + 80 = 190\ m$

$t = 8\ s \Rightarrow s_8 = s_6 + \Delta s_6 = 190 + 50 = 240\ m$



(origem das posições)

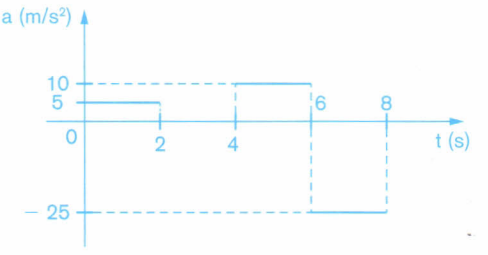
b) Cálculo das acelerações:

$a_1 = \frac{10}{2} = 5\ m/s^2$ *(entre 0 e 2 s)*

$a_2 = 0$ *(entre 2 s e 4 s)*

$a_3 = \frac{20}{2} = 10\ m/s^2$ *(entre 4 s e 6 s)*

$a_4 = -\frac{50}{2} = -25\ m/s^2$ *(entre 4 s e 8 s)*



Gráficos: Editoria de arte/Setup

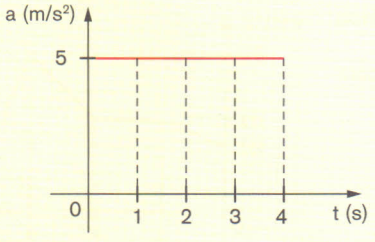
Atividades

1 A tabela abaixo apresenta valores da velocidade (**v**) de um móvel, em movimento retilíneo, em função do tempo (**t**).

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v (cm/s)	3	5	7	9	9	9	9	8	7	6	5

Trace o gráfico que representa os valores da aceleração desse móvel em função do tempo.

2 Um móvel realiza um MUV cuja aceleração é mostrada pelo gráfico.



Qual a variação da velocidade do móvel nos 4 s iniciais do movimento?

3 *(Furg-RS)* Para responder às questões *a*, *b* e *c*, considere as seguintes informações. A maioria dos manuais do motorista apresenta uma tabela com as distâncias necessárias para frear um carro, para diferentes velocidades iniciais. Essa tabela, em geral, inclui apenas a distância de frenagem propriamente dita – ou seja, o tempo computado inicia com o aperto do pedal de freio –, não mencionando o tempo de reação do motorista – que engloba perceber o sinal vermelho, decidir acionar o freio e efetivamente fazê-lo.

Dois motoristas *A* e *B* dirigem carros diferentes com velocidades constantes numa estrada plana e reta. Ao se aproximarem de uma sinaleira vermelha, ambos freiam. As velocidades iniciais, distâncias de reflexão (referentes ao tempo de reação), distâncias de frenagem e distâncias totais percorridas são mostradas na tabela abaixo.

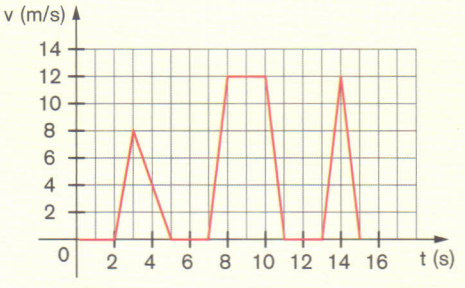
	Velocidade inicial v_0 (m/s)	Distância de reflexão d_r (m)	Distância de frenagem d_f (m)	Distância total até parar d_t (m)
Motorista *A*	20,0	14,0	40,0	54,0
Motorista *B*	25,0	15,0	50,0	65,0

a) Calcule o tempo de reação de cada motorista.

b) Calcule o módulo das acelerações de cada carro, ambas supostas constantes, durante a frenagem.

c) Esboce os gráficos da velocidade em função do tempo e da aceleração em função do tempo para o carro do motorista *A*, desde o instante em que ele vê a sinaleira vermelha até o carro entrar em repouso.

4 *(Vunesp-SP)* O gráfico na figura descreve o movimento de um caminhão de coleta de lixo em uma rua reta e plena, durante 15 s de trabalho.



a) Calcule a distância total percorrida neste intervalo de tempo.

b) Calcule a velocidade média do veículo.

Mais Atividades

1 Pode uma aceleração negativa provocar um aumento de velocidade? Justifique.

2 (*UFPA*) A cada minuto uma menina anotou a velocidade escalar indicada pelo velocímetro no carro do pai. O resultado foi 15 km/h; 23 km/h; 31 km/h; 39 km/h. Pode-se afirmar corretamente que a aceleração escalar média do carro é:

a) 8 km/h por segundo
b) 8 km/h² por segundo.
c) 8 km/h por minuto.
d) 19 km/h por minuto.
e) 27 km/h por minuto.

3 (*Acafe-SC*) A velocidade escalar inicial (t = 0) de uma partícula é 20 m/s e, 10 s depois, o seu módulo é de 30 m/s, porém em sentido oposto. Admitindo que o movimento tenha sido uniformemente variado, podemos concluir que sua aceleração escalar e o instante em que houve a inversão de sentido valem, respectivamente:

a) $-5{,}0\ m/s^2$ e 4,0 s.
b) $+5{,}0\ m/s^2$ e 2,0 s.
c) $-2{,}0\ m/s^2$ e 4,0 s.
d) $-1{,}0\ m/s^2$ e 20 s.
e) $+1{,}0\ m/s^2$ e 10 s.

4 (*UFMS*) A tabela abaixo fornece, em vários instantes, os valores da velocidade de um corpo que se desloca em linha reta.

t (s)	1	2	3	4	5
v (m/s)	5	8	11	14	17

A respeito desse movimento descrito pela tabela, é correto afirmar que:

(01) é caracterizado pela aceleração variável.
(02) é caracterizado como movimento retilíneo uniformemente variado.
(04) o valor da aceleração calculado a partir da tabela apresentada tem um valor constante de $3\ m/s^2$.
(08) considerando a aceleração constante, o espaço inicial quando foi acionado o cronômetro correspondeu à posição zero metro.
(16) considerando a aceleração constante, a velocidade inicial quando foi acionado o cronômetro correspondeu a 2 metros por segundo.
(32) observando os valores da tabela entre os instantes 1 e 2 segundos, o espaço percorrido correspondeu a 6,5 metros.

5 (*UA-AM*) Um carrinho, usado em demonstrações de Física, move-se linearmente com aceleração constante. A tabela abaixo mostra três medidas realizadas cuidadosamente pelo instrutor, relacionando a posição do carrinho (em metros) com o tempo (em segundos) correspondente à sua passagem por aquela posição.

t (s)	4	8	10
x (m)	0,16	0,64	1,00

A partir destes dados, pode-se afirmar que a aceleração do carrinho era:

a) $0{,}20\ m/s^2$
b) $0{,}02\ m/s^2$
c) $0{,}40\ m/s^2$
d) $0{,}04\ m/s^2$
e) $0{,}05\ m/s^2$

6 (*Cesgranrio-RJ*) Uma partícula movimenta-se sobre uma reta orientada graduada em metros. Em certo momento, aciona-se um cronômetro. A tabela abaixo associa a posição da partícula sobre a reta com o tempo marcado no cronômetro desde o seu acionamento.

Instante (s)	1	2	3	4
Posição (m)	4	3	0	−5

Considerando que a aceleração da partícula é constante durante todo o movimento, é correto afirmar que esta aceleração, em m/s^2, e sua posição no instante em que o cronômetro foi acionado, em **m**, valem, respectivamente,

a) 1 e 4
b) 1 e 3
c) −1 e 3
d) −2 e 4
e) −2 e 3

7 (*Furg-RS*) No mesmo instante em que um carro, parado em uma sinaleira, parte do repouso com aceleração de $2{,}5\ m/s^2$, passa por ele um ônibus à velocidade constante de 54 km/h. A distância percorrida pelo carro até alcançar o ônibus e a velocidade nesse instante são, respectivamente:

a) 180 m e 30 m/s.
b) 45 m e 15 m/s.
c) 120 m e 20 m/s.
d) 30 m e 40 m/s.
e) 215 m e 25 m/s.

8 (*UFES*) Um objeto *A* encontra-se parado quando por ele passa um objeto *B* com velocidade constante de módulo igual a 8,0 m/s. No instante da ultrapassagem, imprime-se ao objeto *A* uma aceleração de módulo igual a $0{,}2\ m/s^2$ na mesma direção e sentido da velocidade de *B*. Qual a velocidade de *A* quando ele alcançar o objeto *B*?

a) 4,0 m/s
b) 8,0 m/s
c) 16,0 m/s
d) 32,0 m/s
e) 64,0 m/s

9 (*Unifor-CE*) A partir do repouso, um corpo inicia movimento com aceleração constante de $1{,}0\ m/s^2$, na direção de um eixo x.

Entre os instantes 3,0 s e 5,0 s, o corpo terá percorrido, em metros,

a) 10 b) 8,0 c) 6,0 d) 4,0 e) 2,0

10 (*Ufersa-RN*) Um móvel, partindo do repouso, executa um movimento retilíneo uniformemente variado. Ao término dos 2,0 s iniciais, a sua velocidade é de 8,0 m/s. A distância percorrida em metros, após 5,0 s de movimento é:

a) 30. b) 40. c) 50. d) 60. e) 70.

11 (*Vunesp-SP*) O tempo de reação (intervalo de tempo entre o instante em que uma pessoa recebe a informação e o instante em que reage) de certo motorista é 0,7 s e os freios podem reduzir a velocidade de seu veículo à razão máxima de 5 m/s em cada segundo. Supondo que ele esteja dirigindo à velocidade constante de 10 m/s, determine:

a) o tempo mínimo decorrido entre o instante em que avista algo inesperado, que o leva a acionar os freios, até o instante em que o veículo para;
b) a distância percorrida nesse tempo.

12 *(Unicamp-SP)* Em muitas praças de pedágio de rodovias existe um sistema que permite a abertura automática da cancela. Ao se aproximar, um veículo munido de um dispositivo apropriado é capaz de trocar sinais eletromagnéticos com outro dispositivo na cancela. Ao receber os sinais, a cancela abre-se automaticamente e o veículo é identificado para posterior cobrança. Para as perguntas a seguir, desconsidere o tamanho do veículo.

a) Um veículo aproxima-se da praça de pedágio a 40 km/h. A cancela recebe os sinais quando o veículo se encontra a 50 m de distância. Qual é o tempo disponível para a completa abertura da cancela?

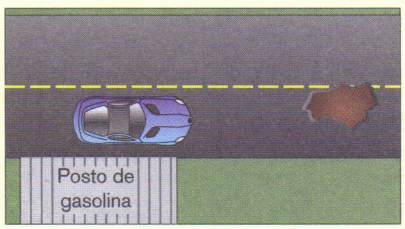
b) O motorista percebe que a cancela não abriu e aciona os freios exatamente quando o veículo se encontra a 40 m da mesma, imprimindo uma desaceleração de módulo constante. Qual deve ser o valor dessa desaceleração para que o veículo pare exatamente na cancela?

13 *(Efoa-MG)* Um trem de 160 metros de comprimento está parado, com a frente da locomotiva colocada exatamente no início de uma ponte de 200 metros de comprimento, num trecho de estrada retilíneo. Num determinado instante, o trem começa a atravessar a ponte com aceleração escalar de 0,80 m/s², que se mantém constante até que ele atravesse completamente a ponte.

a) Qual a velocidade escalar do trem no instante em que ele abandona completamente a ponte?

b) Qual o tempo gasto pelo trem para atravessar completamente a ponte?

14 *(UFPel-RS)* Um automóvel parte de um posto de gasolina e percorre 400 m sobre uma estrada retilínea, com aceleração escalar constante de 0,5 m/s². Em seguida, o motorista começa a frear, pois ele sabe que, 500 m adiante do posto, existe um grande buraco na pista, como mostra a figura abaixo.



Sabendo-se que o motorista, durante a freada do carro, tem aceleração escalar constante de −2,0 m/s², podemos afirmar que o carro:

a) para 10 m antes de atingir o buraco.

b) chega ao buraco com velocidade escalar de 10 m/s.

c) para 20 m antes de atingir o buraco.

d) chega ao buraco com velocidade escalar de 5,0 m/s.

e) para exatamente ao chegar ao buraco.

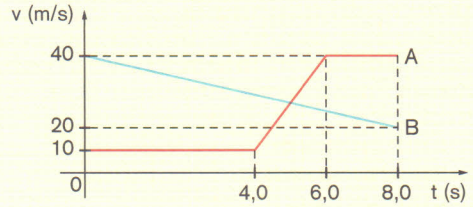
15 Uma revista especializada explica que os recordes de velocidade batidos por um veículo eram devidos ao seguinte desempenho:

a) sair do repouso e atingir 100 km/h em 10 segundos;

b) variar a velocidade de 40 km/h até 100 km/h em 20 segundos.

Determine a razão entre as acelerações ocorridas nos itens *a* e *b*.

16 *(UFRRJ)* Dois móveis, *A* e *B*, em movimento retilíneo, têm suas velocidades variando em função do tempo, como mostrado pelo gráfico abaixo.

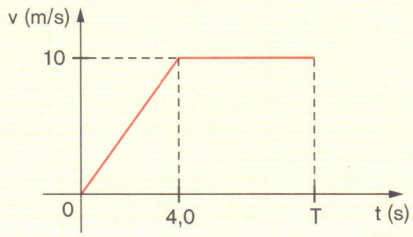


Usando as informações contidas no gráfico, determine:

a) a aceleração média de cada um dos móveis, entre 0 e 8,0 s;

b) qual dos dois móveis realiza o maior deslocamento. Justifique.

17 *(UFPE)* Um corredor disputa uma competição de 100 m. O gráfico representa a velocidade escalar do corredor em função do tempo.

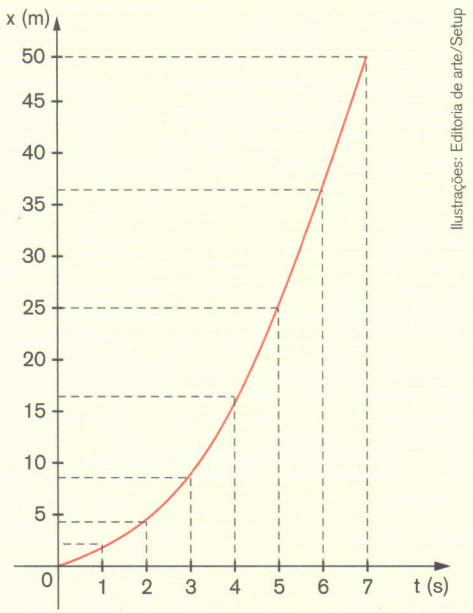


Calcule:

a) o intervalo de tempo **t** para o corredor percorrer os 100 m;

b) a aceleração escalar do corredor no instante t = 2,0 s.

18 *(UFPE)* Este gráfico representa a variação da posição de um automóvel que partiu do repouso. Qual a velocidade do veículo, em metros por segundo, após os 5 primeiros segundos?



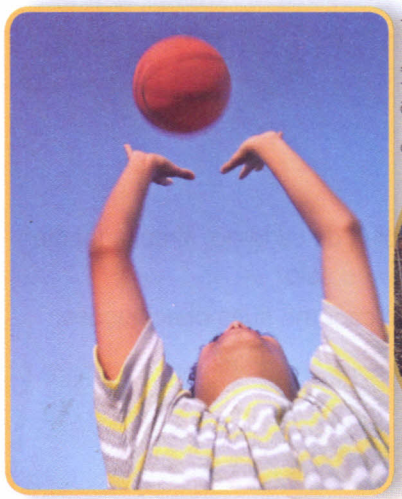
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

CAPÍTULO 5 – MOVIMENTO VERTICAL NO VÁCUO

1. Queda livre

Você já deve ter ouvido o dito popular que diz que "tudo o que sobe, desce". Essa sabedoria popular se baseia nas experiências que todos nós vivenciamos cotidianamente: ao chutar uma bola para cima, ela sempre retorna ao solo; quando pulamos um obstáculo, sempre topamos com o chão do outro lado; quando um prato ou um copo de vidro escapa das mãos, eles se espatifam ao colidirem contra o chão. Até situações menos frequentes, como o lançamento de um foguete para colocar um satélite artificial em órbita, também segue o mesmo princípio: a órbita, na verdade, é uma queda permanente.

Philip J Brittan/Getty Images



SuperStock/Imageplus

National Geographic/Getty Images

Neste capítulo vamos estudar a **queda dos corpos**. Nos próximos capítulos estudaremos com mais detalhes a causa dessa queda, que, já podemos adiantar, se trata do campo gravitacional. O campo gravitacional da Terra interage com todos os outros corpos, atraindo-os para seu centro; desde um pequeno grão de areia, nós, outros animais, a atmosfera e até os satélites em órbita, tanto os artificiais quanto a Lua. Para o momento podemos identificar o campo gravitacional como uma aceleração, a chamada aceleração da gravidade **g**, que é sempre dirigida para o centro da Terra.

Editoria de arte/Setup

Para introduzir esse tema no contexto da Cinemática, chame um colega e realize com ele as experiências simples a seguir. Para tanto, vocês precisarão apenas de:

- uma cadeira;
- três folhas de caderno iguais;
- duas bolinhas de gude iguais (ou dois objetos com massas similares);
- fita adesiva.

Primeira experiência

- Pegue duas folhas de caderno iguais e identifique-as escrevendo o número 1 numa delas e o número 2 na outra.
- Posicione a cadeira próxima de uma parede, por questão de segurança. Suba na cadeira com muito cuidado, fique em pé, segurando uma folha de caderno em cada mão com os braços estendidos.
- Solte as duas folhas de caderno no mesmo instante e, com a ajuda do seu colega, observe como elas caem. Verifique também qual delas chega primeiro ao solo.
- Repita esta experiência cinco vezes ou mais, até chegar a alguma conclusão, e registre no caderno o que aconteceu.

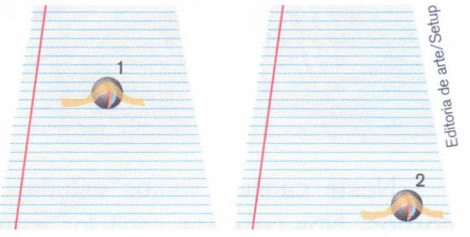
Paulo Cesar

Segunda experiência

- Amasse uma das folhas de caderno para fazer uma bolinha de papel.
- Suba na cadeira novamente e solte a bolinha de papel e a folha de caderno, simultaneamente. Observe como cada uma delas cai e qual chega primeiro ao solo.
- Repita esta experiência cinco vezes ou mais, registrando no caderno suas observações.

Terceira experiência

- Pegue duas bolinhas de gude iguais e duas folhas de caderno iguais.
- Pregue, com fita adesiva, uma das bolinhas de gude no centro de uma das folhas. Pregue a outra bolinha de gude no canto da outra folha de caderno (veja a figura).



Editoria de arte/Setup

- Suba na cadeira e, com os braços estendidos, solte os conjuntos folha-bolinha a partir da mesma altura e observe o que acontece.
- Repita mais vezes esta experiência e relate o que ocorreu.

Depois de realizar as experiências, responda às questões do *Pense e responda* a seguir antes de prosseguir com a leitura do texto.

Pense e Responda

1. Discuta com seu colega e tentem descobrir o que permaneceu constante, ou seja, o que aconteceu igual nas três experiências.
2. O que foi modificado de uma experiência para a outra e quais as consequências dessas modificações, ou seja, como se comportaram as folhas de caderno durante a queda, com as modificações realizadas?
3. A que conclusão vocês chegam sobre qual seria o fator responsável pelas modificações no modo como acontecem as quedas das folhas de caderno?

Se abandonarmos, de uma mesma altura, uma moeda e uma pena, iremos observar que a moeda chega ao solo muito antes do que a pena. Enquanto a moeda cai num movimento vertical, como a bolinha de papel na nossa segunda experiência, a pena parece flutuar, deslizar de um lado para outro no ar, e desce lentamente até chegar ao solo, como o que aconteceu com as folhas de caderno da primeira experiência.

Devido à nossa experiência diária com a gravidade, é bem provável que você tenha pensado que a moeda cai mais rapidamente porque é mais pesada do que a pena. Contudo, a segunda e a terceira experiências nos mostram que, para cair mais rapidamente, não há necessidade de aumentar a massa do objeto, uma vez que em cada uma das três experiências as massas das duas folhas de caderno que caíam juntas foram mantidas iguais. Em nossas experiências, procurou-se isolar o fator **variação da massa** justamente para não conduzir à conclusão de que objetos mais pesados caem mais rapidamente.

Mehau Kulyk/SPL/Latinstock

Na verdade, a pena cai mais lentamente do que a moeda por causa da resistência do ar. No caso da pena, o efeito da resistência do ar é maior do que no caso da moeda, por diversos fatores, entre os quais o fato de sua área de contato com o ar ser muito maior do que a da moeda. Para compreender isso, precisamos pensar que a estrutura da pena é composta de inúmeros fios presos numa haste e que o ar está em contato com a superfície de todos esses fios, enquanto a moeda é uma superfície bem mais regular, o que a leva a atravessar o ar com mais facilidade. Quanto maior for a área de contato com o ar, maior será a resistência que ele oferecerá ao movimento.

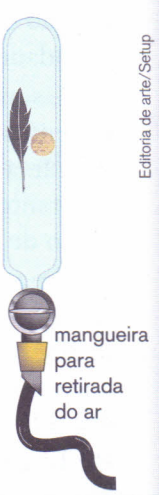
Podemos chegar a essa conclusão pela observação do que aconteceu na segunda experiência. Ao fazermos uma bolinha amassando uma das folhas de papel, diminuímos radicalmente sua superfície de contato com o ar, fazendo que ela, apesar de ter a mesma massa da folha não amassada, caísse mais rapidamente. A terceira experiência confirma ainda mais essa conclusão. Fixando a bolinha de gude no centro de uma das folhas, fizemos que a folha, ao cair, tivesse um contato maior com o ar à sua volta, funcionando como um paraquedas rudimentar. Já a outra folha com a bolinha de gude presa em um de seus vértices cai mais rapidamente porque o ar resiste bem menos ao movimento da folha, sendo, portanto, aerodinamicamente melhor do que a outra.

Vamos agora fazer um experimento imaginário. Imagine que conseguíssemos retirar todo ar do ambiente e estudássemos como as folhas de caderno cairiam nas três experiências. Estamos falando de um movimento no **vácuo**, de movimento em **queda livre**.

Isso pode ser feito por meio de um dispositivo chamado tubo de Newton, que consiste num tubo fechado de vidro conectado a uma bomba de vácuo.

Esse experimento mostra que todos os corpos, independentemente de sua massa ou forma, quando em queda livre, caem com uma mesma aceleração: a **aceleração da gravidade** (**g**).

O valor da aceleração da gravidade varia de um local para outro e diminui com a altitude. Seu valor médio ao nível do mar é aproximadamente 9,8 m/s^2, o que significa que a velocidade dos corpos em queda livre aumenta em 9,8 m/s a cada segundo. É comum, nas resoluções de exercícios, para facilitar os cálculos, arredondar o valor de **g** para 10 m/s^2.



Editoria de arte/Setup

Num tubo de Newton uma bomba de vácuo extrai o ar do cilindro de vidro transparente. Invertendo rapidamente o tubo, observamos que a moeda e a pena caem juntas e alcançam a extremidade do tubo ao mesmo tempo.

Na prática, se um corpo tem um tamanho pequeno, sua queda no ar, num percurso também pequeno, pode ser considerada uma queda livre, pois a influência da resistência do ar no movimento deste corpo pode ser considerada desprezível.

Galileu Galilei realizou uma série de experimentos sobre a queda dos corpos e chegou às seguintes conclusões:

- Todos os corpos, independentemente de sua massa, forma ou tamanho, caem com a mesma aceleração; portanto, a aceleração da gravidade é uma propriedade do espaço onde o corpo se desloca, e não do corpo que cai.
- A distância percorrida por um corpo em queda livre é proporcional ao quadrado do tempo gasto para percorrê-la; o que significa, matematicamente, que a função horária das posições $s = f(t)$ é uma função do 2º grau.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Exemplo de movimento de queda livre.

Se a aceleração da gravidade é constante e a função horária das posições é do 2º grau, decorre que a queda livre é um movimento retilíneo uniformemente acelerado e, portanto, são válidos para a **queda livre** todas as funções e conceitos característicos do MRUV, com as seguintes características específicas:

- a aceleração escalar **a** é igual a **g**: $a = g$;
- a velocidade escalar inicial é nula, $v_0 = 0$, caso o corpo seja abandonado, isto é, quando solto a partir do repouso;
- velocidade escalar e aceleração escalar têm o mesmo sinal; o movimento de queda é sempre acelerado.

Detalhes sobre...

Aceleração da gravidade

O valor normal da aceleração da gravidade na Terra é tomado ao nível do mar, a uma latitude de 45º, e vale $g = 9{,}80665\ m/s^2$. Na resolução de exercícios, para efeitos de cálculo, adotamos $g = 10\ m/s^2$.

A aceleração da gravidade terrestre varia tanto com a altitude quanto com a latitude. As tabelas ao lado mostram alguns valores da gravidade terrestre.

Assim, podemos, para os movimentos próximos à Terra, considerar a aceleração da gravidade constante e igual a $9{,}8\ m/s^2$, sem medo de errar.

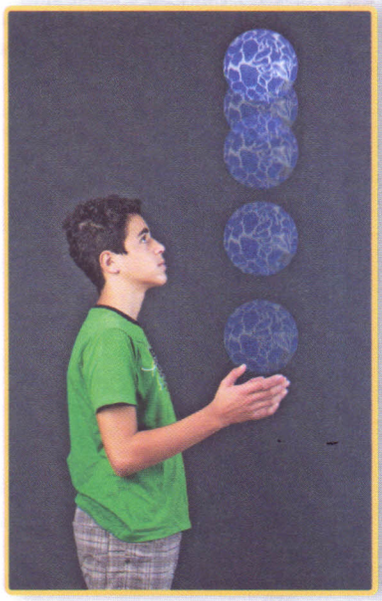
Uma pessoa aguenta, por pouco tempo, uma aceleração de 5 g. Nas manobras do *looping* aéreo com pequenos aviões, a aceleração chega a 4 g. Os pilotos de caça aguentam até 12 g nas suas manobras.

Variação de *g* com a altitude	
altitude (m)	g (m/s^2)
0	9,806
1 000	9,803
4 000	9,794
8 000	9,782
16 000	9,757
32 000	9,71
100 000	9,60
500 000	8,53
1 000 000	7,41
380 000 000	0,00271

Variação de *g* com a latitude	
latitude (graus)	g (m/s^2)
0	9,78039
10	9,78195
20	9,78641
30	9,79329
40	9,80171
50	9,81071
60	9,81918
70	9,82609
80	9,83059
90	9,83217

Fonte de pesquisa: <www.periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/viewFile/9106/8450>. Acesso em: 10 jun. 2011.

2. Lançamento vertical



Sérgio Dotta Jr./The Next

É o movimento no qual o corpo é lançado verticalmente para cima ou para baixo com **velocidade escalar inicial não nula**. Aqui também pensamos em um movimento no vácuo, desprezando a resistência do ar, ficando o corpo exclusivamente sob ação da gravidade.

Podemos analisar um lançamento vertical em dois trechos:

1) Na **subida**, o corpo realiza um movimento retilíneo uniformemente **retardado**, pois o módulo de sua velocidade escalar diminui no decorrer do tempo. Nesse caso:

- a aceleração escalar é igual a **g**;
- na altura máxima a velocidade escalar do corpo é nula ($v = 0$);
- a velocidade escalar e a aceleração escalar têm sinais opostos.

2) Na **descida**, o corpo cai livremente, descrevendo um movimento retilíneo uniformemente **acelerado**, com as características que já estudamos na seção anterior.

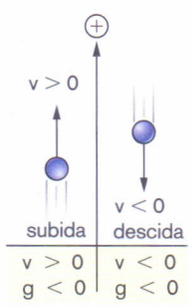
A orientação da trajetória, para cima ou para baixo, determina o sinal da velocidade escalar e, consequentemente, da aceleração escalar.

Observe que o sinal da aceleração escalar no movimento vertical é determinado pela orientação adotada para a trajetória, não importando se o corpo está subindo ou descendo.

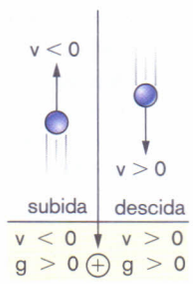
trajetória orientada para cima: $g < 0$

trajetória orientada para baixo: $g > 0$

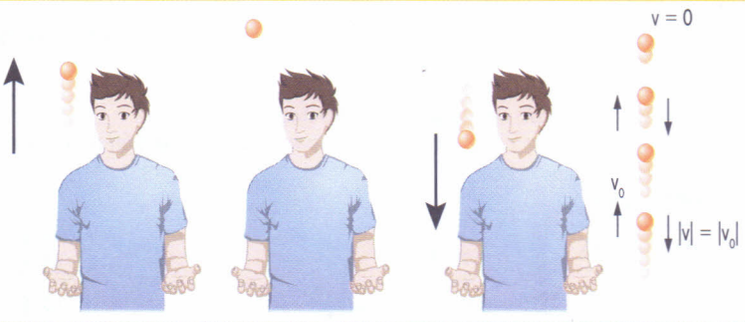
trajetória orientada para cima



trajetória orientada para baixo



Durante a subida o movimento é retardado. A velocidade escalar da bola diminui de 9,8 m/s a cada 1 s até chegar à altura máxima, onde se anula. A partir desse instante o movimento é acelerado, pois a velocidade escalar da bola aumenta de 9,8 m/s a cada 1 s. Ao ser novamente apanhada, tem velocidade escalar igual à de lançamento.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

É importante ter em mente que estamos desprezando a resistência do ar no movimento da bola por considerá-la muito pequena para influenciar significativamente em seu deslocamento.

As fórmulas que descrevem o movimento de queda livre e o de lançamento vertical são as mesmas que regem o MRUV, substituindo a aceleração por $\pm g$, dependendo da orientação da trajetória.

Aplicações

1 Um corpo é abandonado do alto de uma torre de 125 m de altura em relação ao solo. Desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10\ m/s^2$, pedem-se:

a) o tempo gasto para atingir o solo;

b) o valor da velocidade ao atingir o solo.

Resolução:

a) Adotaremos a trajetória orientada para baixo, com aceleração positiva, e a origem das posições no ponto em que o corpo foi abandonado.

Logo: $s_0 = 0$, $v_0 = 0$ e $g = 10\ m/s^2$.

Como temos um movimento uniformemente variado, a função horária da posição é dada por:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow s = 0 + 0t + \frac{1}{2} \cdot 10t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 5t^2$$

No solo, $s = 5t^2 \Rightarrow 125 = 5t^2 \Rightarrow t = \pm 5 \Rightarrow t = 5\ s$

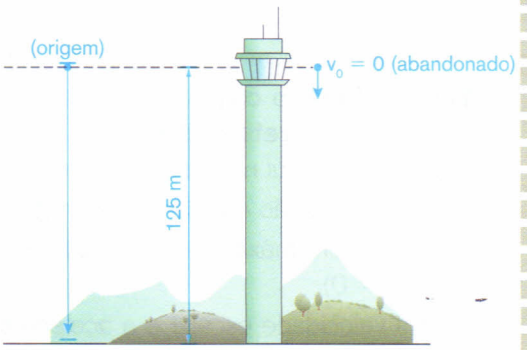
b) Para se obter o valor da velocidade do móvel no instante $t = 5\ s$, escrevemos a função horária da velocidade:

$$v = 10t \Rightarrow v = 10 \cdot 5 \Rightarrow v = 50\ m/s$$

Poderíamos também usar a equação de Torricelli:

$$v^2 = v^2 + 2g\Delta s \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 125 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2500 \Rightarrow v = \pm 50 \Rightarrow v = 50\ m/s$$



2 Um corpo é lançado do solo, verticalmente para cima, com velocidade inicial de 20 m/s. Desprezando a resistência do ar e admitindo $g = 10\ m/s^2$, pedem-se:

a) a função $s = f(t)$;

b) a função $v = f(t)$;

c) o tempo gasto pelo corpo para atingir a altura máxima;

d) a altura máxima atingida em relação ao solo;

e) o tempo gasto pelo corpo para retornar ao solo;

f) o valor da velocidade do corpo ao tocar o solo;

g) a construção dos gráficos $s = f(t)$ e $v = f(t)$.

Resolução:

a) Adotaremos como positiva a trajetória para cima. A aceleração, portanto, será negativa, e a origem das posições será no solo.

Sendo o movimento em questão um MRUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow s = 20t - 5t^2$$

b) $v = v_0 + gt \Rightarrow v = 20 - 10t$

c) Na altura máxima ($v = 0$): $v = 20 - 10t \Rightarrow 0 = 20 - 10t \Rightarrow t = 2\ s$

d) Substituindo $t = 2\ s$ em $s = 20t - 5t^2$:

$$s = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \Rightarrow s = 40 - 20 \Rightarrow s = 20\ m$$

e) No solo ($s = 0$), retorna à origem:

$$s = 20t - 5t^2 \Rightarrow 0 = 20t - 5t^2 \Rightarrow 0 = 5t\,(4 - t) \begin{cases} t = 4\ s \\ t = 0 \text{ (não satisfaz, pois é o instante do lançamento)} \end{cases}$$

f) Substituindo $t = 4\ s$ em $v = 20 - 10t$:

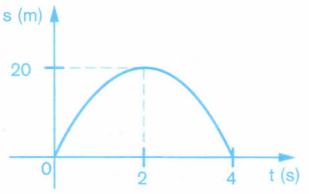
$$v = 20 - 10 \cdot 4 \Rightarrow v = 20 - 40 \Rightarrow v = -20\ m/s$$ *(negativa porque é contrária ao sentido positivo adotado)*

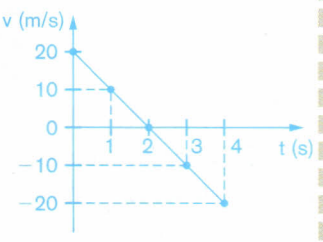
Observe:

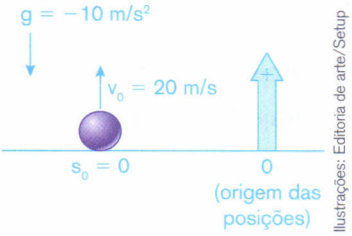
- *tempo de subida = tempo de descida*
- *velocidade de saída = velocidade de chegada (em módulo)*

g) Tabelando as funções $s = f(t)$ e $v = f(t)$, podemos mostrar o que ocorre com esse movimento:

t (s)	s (m)	v (m/s)
0	0	20
0,5	8,75	15
1	15	10
2	20	0
3	15	−10
4	0	−20







Ilustrações: Editoria de arte/Setup

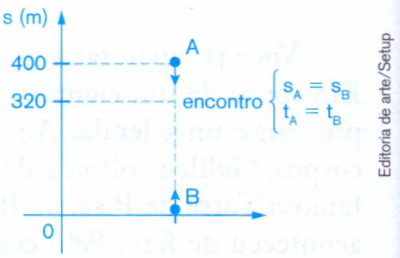
3 No instante em que um corpo é abandonado de um ponto a 400 m acima do solo, outro é lançado do solo, no sentido ascendente, seguindo a mesma vertical. Determine a velocidade inicial do segundo corpo para que encontre o primeiro a 320 m do solo. (Admita a resistência do ar desprezível e $g = 10\ m/s^2$.)

Resolução:

Adotando para ambos o solo como origem do referencial e a mesma orientação da trajetória, como mostra a figura, teremos:

corpo A: $s_0 = 400\ m;\ v_0 = 0;\ g = -10\ m/s^2$

corpo B: $s_0 = 0;\ v_0 = ?;\ g = -10\ m/s^2$



Editoria de arte/Setup

Substituindo na função horária das posições, $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, *temos:*

$s_A = 400 - 5t^2$ *e* $s_B = v_0 t - 5t^2$

No encontro, $s_A = s_B = 320\ m$ *e* $t_A = t_B = t$, *assim, substituindo essas condições na função horária do corpo A, temos:*

$320 = 400 - 5t^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = \pm 4\ s \Rightarrow t = 4\ s$

Substituindo o valor da posição e do tempo de encontro na função horária do corpo B, temos:

$s_B = v_0 t - 5t^2 \Rightarrow 320 = v_{0B} \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 \Rightarrow v_{0B} = 100\ m/s$

Atividades

1 *(UFMT)* Galileu, na torre de Pisa, fez cair vários corpos pequenos, com o objetivo de estudar as leis do movimento dos corpos em queda. A respeito dessa experiência, julgue os itens, desprezando o efeito do ar.

I. A aceleração do movimento era a mesma para todos os corpos.

II. Se dois corpos eram soltos juntos, o mais pesado chegava ao solo horizontal no mesmo instante que o mais leve.

III. Se dois corpos eram soltos juntos, o mais pesado chegava ao solo horizontal com velocidade de maior que o mais leve.

São corretos:

a) todos.
b) apenas o I.
c) apenas o II.
d) apenas o I e o II.
e) apenas o I e o III.

2 *(PUCCamp-SP)* Duas bolas, *A* e *B*, sendo a massa de *A* igual ao dobro da massa de *B*, são lançadas verticalmente para cima, a partir de um mesmo plano horizontal, com velocidades iniciais iguais. Desprezando-se a resistência que o ar pode oferecer, podemos afirmar que:

a) o tempo gasto na subida pela bola *A* é maior que o gasto pela bola *B* também na subida.
b) a bola *A* atinge altura menor que a *B*.
c) a bola *B* volta ao ponto de partida num tempo menor que a bola *A*.
d) as duas bolas atingem a mesma altura.
e) os tempos que as bolas gastam durante as subidas são maiores que os gastos nas descidas.

3 Uma pessoa esbarrou num vaso de flores que se encontrava na mureta da sacada de um apartamento, situada a 40 m de altura em relação ao solo. Como consequência, o vaso caiu verticalmente a partir do repouso. Desprezando a resistência do ar, calcule o valor da velocidade com que o vaso atingiu a calçada. (Adote $g = 9{,}8\ m/s^2$.)

4 *(UFABC-SP)* Um menino golpeia rapidamente o botão do bebedouro, fazendo com que um breve esguicho de água saia verticalmente pelo bico cônico. A água expelida atinge, a partir do bico, a altura de 61 cm para depois retornar à cuba. Tendo a aceleração da gravidade valor aproximado de $10\ m/s^2$, a velocidade de saída da água pelo bico do bebedouro é, aproximadamente, em m/s:

a) 1,5
b) 2,0
c) 2,5
d) 3,0
e) 3,5

5 *(Umesp-SP)* A aceleração da gravidade na superfície da Terra (**g**) é, aproximadamente, igual a $10\ m/s^2$. Isto significa que um objeto abandonado nas proximidades da Terra varia sua velocidade de 10 m/s em cada segundo de movimento. A lista que se segue apresenta a aceleração da gravidade (em múltiplos de **g**) na superfície dos diversos planetas do Sistema Solar.

Planeta	Gravidade
Mercúrio	0,38 g
Vênus	0,90 g
Marte	0,38 g
Júpiter	2,34 g
Saturno	1,16 g
Urano	1,15 g
Netuno	1,19 g

Admitindo somente os efeitos gravitacionais, um objeto abandonado, a partir do repouso, de uma altura suficientemente grande, na superfície de Vênus, atingiria a velocidade $v = 45\ m/s$, num tempo de:

a) 4,05 s
b) 5 s
c) 9 s
d) 4,5 s
e) 10 s

A História conta

A queda no plano inclinado

Você já ouviu falar que Galileu deixou cair balas de canhão da Torre de Pisa? Em torno de um cientista famoso ou de uma descoberta importante, quase sempre surge uma lenda. Aqui vai uma. Conta-se que, para investigar a queda dos corpos, Galileu soltou balas de canhão e de fuzil, de massas diferentes, do alto da famosa Torre de Pisa, na Itália. Mas, na verdade, ninguém tem provas de que isso aconteceu de fato. Pelo contrário, tudo indica que não houve esse experimento na famosa torre inclinada. O que Galileu fez na cidade de Pisa foram estudos em um plano inclinado, com fins experimentais. É certo que ele nasceu em Pisa, em 1564, e foi professor na universidade da cidade. Entre outros estudos, Galileu se debruçou sobre o problema da queda dos corpos. Ele queria medir a aceleração dos corpos que caem, mas em queda livre seria bem difícil observar e medir diretamente o movimento dos corpos. Foi então que teve a ideia de usar um plano inclinado, com o qual poderia analisar o movimento de um corpo que sofre uma aceleração menos acentuada do que a aceleração da gravidade. Galileu deixou rolar balas ou bolas feitas de bronze pelo plano e mediu o tempo em que elas percorriam o comprimento do plano, até a metade do percurso, até um quarto, até dois terços, até um terço, e assim por diante. Das medidas que obteve, calculou a distância percorrida e o tempo de queda. Assim, concluiu que a queda dos corpos se dá em um movimento uniformemente acelerado.

Justus Sustermans. c. 1639. Óleo sobre tela. National Maritime Museum, Greenwich, Londres

Galileu Galilei, matemático e físico italiano, descreveu matematicamente o movimento acelerado.

Por volta de 1600, Galileu, ao publicar seu trabalho em que relata os estudos com o plano inclinado, se opõe à teoria aristotélica que existia há quase dois mil anos, que considerava que uma força constante implicaria um movimento uniforme. Ele demonstra a incorreção do pensamento de Aristóteles com provas experimentais. Esse fato é de grande importância pois antes dele não existia a prática de se fazer experimentos de forma metódica e com um procedimento que se pode dizer "científico". Foi Galileu que fundou o que chamamos de metodologia científica, trocando a abordagem qualitativa, adotada anteriormente, pela abordagem quantitativa e descritiva dos fenômenos observados.

George Adams. 1762. Coleção particular. Foto: SSPL/Getty Images

Aparato que mostra o trajeto descrito por um projétil em lançamento horizontal, 1762.

Mais Atividades

1 *(UFRJ)* Um paraquedista radical pretende atingir a velocidade do som. Para isso seu plano é saltar de um balão estacionário na alta atmosfera, equipado com roupas pressurizadas. Como nessa altitude o ar é muito rarefeito, a força de resistência do ar é desprezível. Suponha que a velocidade inicial do paraquedista em relação ao balão seja nula e que a aceleração da gravidade seja igual a 10 m/s^2. A velocidade do som nessa altitude é 300 m/s. Calcule:

a) em quanto tempo ele atinge a velocidade do som;

b) a distância percorrida nesse intervalo de tempo.

2 *(UFABC-SP)*

Campanha contra poliomielite é bem-sucedida

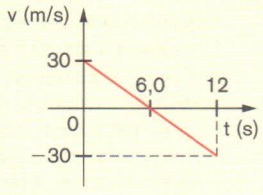
Praticamente todas as crianças da capital trocaram o perigo da paralisia infantil por duas gotas milagrosas.

Ao administrar a vacina, a distância entre o conta-gotas e a língua da criança é de 20 cm. Considerando que a aceleração local da gravidade tem valor de 10 m/s, que a gotinha inicie seu movimento de queda a partir do repouso e desprezando a resistência do ar, a velocidade com que a gotinha atinge a língua, em m/s, é de

a) 2,5. c) 1,5. e) 0,50.

b) 2,0. d) 1,0.

3 *(UFPE)* A figura mostra a variação, com o tempo, da velocidade escalar de uma bola jogada verticalmente para o alto, no instante t = 0, em um planeta desconhecido e sem atmosfera.



a) Qual o valor da aceleração da gravidade no local?

b) Qual a altura máxima atingida pela bola?

4 *(Mack-SP)* De um mesmo ponto, do alto de uma torre de 100 m de altura, abandona-se, do repouso, primeiramente um corpo e 1,0 s depois, um outro. Desprezando a resistência do ar e adotando g = 10 m/s^2, a distância entre esses corpos será de 15 m após o último corpo abandonado ter percorrido a distância de:

a) 2 m c) 4 m e) 6 m

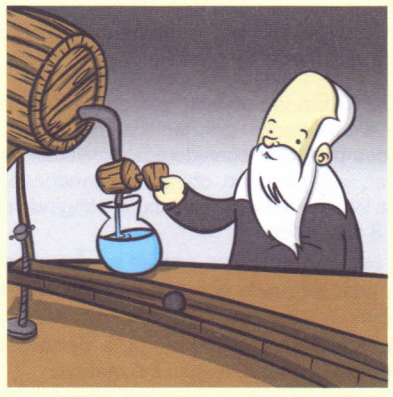
b) 3 m d) 5 m

5 *(Vunesp-SP)* Para deslocar tijolos, é comum vermos em obras de construção civil um operário no solo, lançando tijolos para outro que se encontra postado no piso superior. Considerando o lançamento vertical, a resistência do ar nula, a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e a distância entre a mão do lançador e a do receptor, 3,2 m, a velocidade com que cada tijolo deve ser lançado para que chegue às mãos do receptor com velocidade nula deve ser de

a) 5,2 m/s c) 7,2 m/s e) 90 m/s

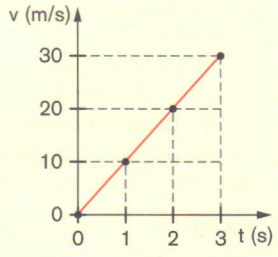
b) 6,0 m/s d) 8,0 m/s

6 *(UFCG-PB)* Galileu Galilei (1564-1642), além de suas inúmeras contribuições aos estudos dos movimentos, desenvolveu um método de investigação que atribuiu importância significativa à experimentação, ideia que, posteriormente, constituiu-se em momento essencial na metodologia da construção do conhecimento científico. Em sua época, uma das dificuldades experimentais no estudo do movimento dos corpos era a medição do tempo. Galileu utilizava um relógio hidráulico que era um recipiente cheio de água, com um orifício em sua base através do qual a água vazava e, para certo intervalo de tempo, era recolhida e pesada; para intervalos de tempo diferentes, quantidades proporcionais de água eram recolhidas. Atualmente, a maioria das grandezas físicas podem ser medidas com precisão.



Desenho de Biografia da Física, *de George Garmow.*

Na figura ao lado, está um esboço do gráfico contendo os dados de um experimento idealizado da queda livre de um objeto na superfície da Terra.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando a figura acima e o procedimento de Galileu, foram feitas as seguintes afirmativas:

I. No instante 1,5 s, o valor da velocidade do objeto vale 18 m/s.

II. A distância percorrida pelo objeto durante o intervalo de tempo registrado foi igual a 45 m.

III. A aceleração do objeto no instante 2,0 s vale 10 m/s^2.

IV. A relação entre distância percorrida pelo objeto e intervalo de tempo não poderia ter sido estabelecida por Galileu devido às dificuldades de medida do tempo.

Em relação ao valor de verdade das afirmativas é CORRETO afirmar que:

a) I, II e III são verdadeiras.

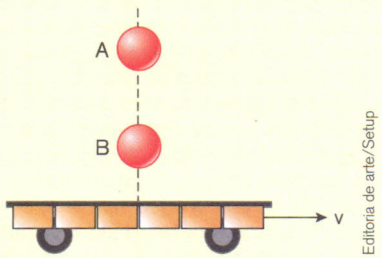
b) I, III e IV são falsas.

c) II, III e IV são verdadeiras.

d) I e IV são falsas.

e) I, II, III e IV são verdadeiras.

7 *(IME-RJ)* De dois pontos *A* e *B* situados sobre a mesma vertical, respectivamente, a 45 metros e a 20 metros do solo, deixam-se cair no mesmo instante duas esferas, conforme mostra a figura.



Editoria de arte/Setup

Uma prancha se desloca no solo, horizontalmente, com movimento uniforme. As esferas atingem a prancha em pontos que distam 2,0 metros. Supondo a aceleração local da gravidade igual a 10 m/s² e desprezando a resistência do ar, determine a velocidade da prancha.

8 *(PUC-PR)* Em um planeta, isento de atmosfera e onde a aceleração gravitacional em suas proximidades pode ser considerada constante igual a 5 m/s², um pequeno objeto é abandonado em queda livre de determinada altura, atingindo o solo após 8 segundos.

Com essas informações, analise as afirmações:

I. A cada segundo que passa, a velocidade do objeto aumenta em 5 m/s durante a queda.

II. A cada segundo que passa, o deslocamento vertical do objeto é igual a 5 metros.

III. A cada segundo que passa, a aceleração do objeto aumenta em 4 m/s² durante a queda.

IV. A velocidade do objeto ao atingir o solo é igual a 40 m/s.

a) Somente a afirmação I está correta.
b) Somente as afirmações I e II estão corretas.
c) Todas estão corretas.
d) Somente as afirmações I e IV estão corretas.
e) Somente as afirmações II e III estão corretas.

9 *(UFRJ)* Uma pedra é lançada do solo verticalmente para cima e, 4,0 s após, retorna ao ponto de lançamento. Considere a resistência do ar desprezível e g = 10 m/s². Calcule a altura máxima atingida pela pedra.

10 *(UFSC)* Quanto ao movimento de um corpo lançado verticalmente para cima e submetido somente à ação da gravidade, é correto afirmar que:

01) a velocidade do corpo no ponto de altura máxima é zero instantaneamente.
02) a velocidade do corpo é constante para todo o percurso.
04) o tempo necessário para a subida é igual ao tempo de descida, sempre que o corpo é lançado de um ponto e retorna ao mesmo ponto.
08) a aceleração do corpo é maior na descida do que na subida.
16) para um dado ponto na trajetória, a velocidade tem os mesmos valores, em módulo, na subida e na descida.

11 *(UEM-PR)* Um vaso cai de uma sacada a 20 m de altura. Sobre a calçada, na direção da queda do vaso, encontra-se parado um homem de 2,0 m de altura. Uma pessoa distante 34 m, que está observando tudo, grita para que o homem saia do lugar após 1,5 segundo desde o exato instante em que o vaso começa a cair. Ao ouvir o alerta, o homem leva 0,05 segundo para reagir e sair do lugar. Nessa situação, considerando a velocidade do som no ar de 340 m/s, assinale a alternativa correta. (Use g = 10 m/s².)

a) O vaso colide com o homem antes mesmo de ele ouvir o alerta.
b) Ainda sobra 1,6 segundo para o vaso atingir a altura do homem quando este sai do lugar.
c) Pelo fato de a pessoa ter esperado 1,5 segundo para emitir o alerta, o homem sai no exato momento de o vaso colidir com sua cabeça, a 2,0 m de altura do solo.
d) O vaso está a aproximadamente 6,4 m do solo quando o homem sai do lugar.
e) Todas as alternativas estão incorretas.

12 *(UCG-GO)* Uma bola é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial v_0. Considerando a aceleração da gravidade local constante e de módulo g = 10 m/s², desprezando a força de resistência do ar e sabendo que a bola gasta 2,0 s para retornar ao ponto de partida, calcule o valor de v_0 e a altura máxima atingida.

13 *(Fatec-SP)* Não há como ir ao parque temático Hopi Hari sem perceber a réplica da Torre Eiffel. Um elevador de 69,5 m de altura que transporta, em seus 20 assentos, visitantes que se dispõem a encarar a aventura de uma queda livre. Os assentos que sobem com velocidade constante de 5 m/s caem em queda livre por 35 m, quando a velocidade, é, gradativamente, reduzida por meio de um sistema eletromagnético, até atingir o solo. Desprezando-se as forças resistivas e considerando g = 10 m/s², no final do trecho percorrido em queda livre os corajosos visitantes atingem, em km/h, velocidade aproximada de

a) 95.
b) 73.
c) 37.
d) 25.
e) 18.

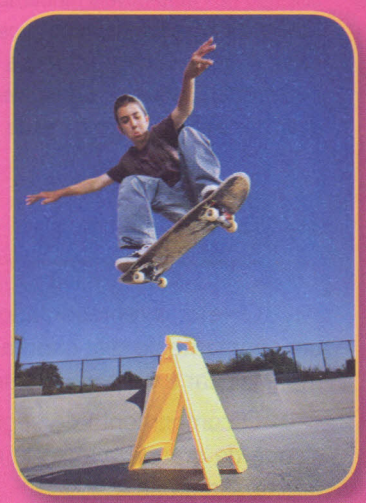
14 *(Vunesp-SP)* Um corpo ***A*** é abandonado de uma altura de 80 m, no mesmo instante em que um corpo ***B*** é lançado verticalmente para baixo com velocidade inicial de 10 m/s, de uma altura de 120 m. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade como sendo 10 m/s², é correto afirmar, sobre o movimento desses dois corpos, que:

a) os dois chegam ao solo no mesmo instante.
b) o corpo ***B*** chega ao solo 2,0 s antes que o corpo ***A***.
c) o tempo gasto para o corpo ***A*** chegar ao solo é 2,0 s menor que o tempo gasto pelo ***B***.
d) o corpo ***A*** atinge o solo 4,0 s antes que o corpo ***B***.
e) o corpo ***B*** atinge o solo 4,0 s antes que o corpo ***A***.

UNIDADE III

Cinemática vetorial

Erik Simonsen/Getty Images



Sam Diephuis/Corbis/Latinstock

Até agora, ao estudarmos o movimento, quase nunca levamos em consideração sua direção ou seu sentido. Entretanto, muitas vezes não podemos fazer abstrações e simplificações que desconsideram a mudança de direção de um corpo em movimento. Por exemplo, quando analisamos situações reais, como o movimento de um nadador ou de um avião, temos de levar em consideração a composição de outros movimentos. Embora o nadador em alto-mar tente nadar em determinada direção, as ondas o deslocam para outra direção. Ele deve fazer ajustes periodicamente para alcançar o ponto desejado. De maneira semelhante, um avião, viajando na direção norte, é atingido por um vento cruzado que o tira da rota pretendida. Outro exemplo é de um esqueitista que, quando pula do esqueite em movimento, tem um deslocamento vertical devido ao salto, mas continua indo para frente com a mesma velocidade do esqueite.

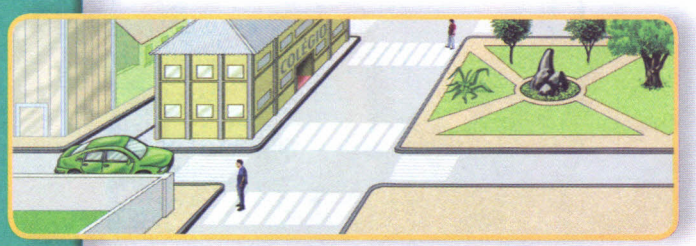
O movimento circular também é um movimento em que a direção varia instantaneamente, sendo que numa bicicleta a transmissão do movimento circular entre os pedais e a roda é realizada por corrente e rodas dentadas.

CAPÍTULO 6 – VETORES

1. Grandezas escalares e vetoriais

Vamos imaginar a seguinte situação: você deseja marcar um encontro com um colega e liga para a casa dele. Vocês combinam (verbalmente) um encontro a 220 m do colégio, mas sem utilizar outros meios de comunicação, como gestos, desenhos etc. Resultado: você espera por seu colega mais de uma hora, e ele não aparece. Ao voltar para casa e ligar para ele novamente, descobre que ambos estavam corretos, pois estavam à mesma distância do colégio, mas não se encontraram. Você e seu amigo haviam especificado somente a distância.

Ilustrações: Paulo Cesar



Vocês combinam, então, um novo encontro na rua Jacarezinho, a rua onde fica o colégio, a 220 m da entrada principal. Resultado: outro desencontro. Ao confrontar as informações, agora com a distância e a direção especificadas, observam que ambos estavam corretos (rua Jacarezinho a 220 m do colégio), mas não se encontraram.

Por fim, tentam mais uma vez e combinam o encontro a 220 m da entrada do colégio, na rua Jacarezinho, no sentido da subida dos carros. Dessa vez, o encontro foi um sucesso!

Rafael Hupsel/Folha Imagem

Num navegador portátil (GPS), muito utilizado nos automóveis modernos, o caminho é indicado por uma sucessão de setas. Cada uma delas informa a direção e o sentido. O valor do deslocamento é dado por uma mensagem de voz.

Observe que, para indicar corretamente a posição de encontro, vocês tiveram de passar informações bem específicas, como distância, direção e sentido a ser seguido pelos dois.

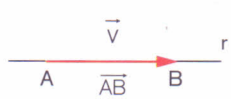
Essa "brincadeira" ilustra a necessidade de definir outra ferramenta matemática para descrever alguns fenômenos físicos: o **vetor**.

As grandezas físicas caracterizadas por um valor numérico acompanhado de uma unidade de medida são denominadas **grandezas escalares**.

As grandezas físicas que, além do valor numérico e da unidade de medida, requerem uma orientação, isto é, uma direção e um sentido, são denominadas **grandezas vetoriais**. Estas são representadas matematicamente por vetores, o objeto de estudo deste capítulo.

2. Vetor

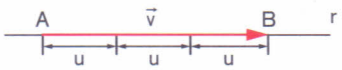
O vetor é representado geometricamente por meio de uma seta, que é um segmento de reta orientado. Se representarmos o vetor por letras, deveremos colocar uma pequena seta sobre elas.



Editoria de arte/Setup

O comprimento do segmento de reta corresponde ao módulo do vetor, que é proporcional à intensidade da grandeza que ele representa. A direção é a mesma da reta suporte *r*, e o sentido é dado pela orientação da seta.

Consideremos o vetor $\vec{v}$ abaixo:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O vetor $\vec{v}$ tem:

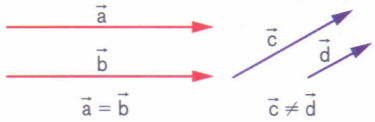
- módulo $|\vec{v}| = v = 3u$;
- direção da reta *r*;
- sentido de *A* para *B*.

Observe que, no exemplo, o módulo de $\vec{v}$ é igual a três unidades de medida (3u). Se a unidade de medida for o centímetro, o vetor $\vec{v}$ terá módulo 3 cm; se for o metro, o módulo será 3 m, e assim por diante.

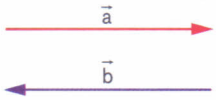
Quando escrevemos a letra **v** sem a seta sobre ela ou o vetor $\vec{v}$ entre duas barras verticais $|\vec{v}|$, estamos indicando o módulo do vetor, isto é, $v = 3u$ ou $|v| = 3u$.

Vetores iguais e vetores opostos

Dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são **iguais** quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo módulo. Se pelo menos uma dessas características difere, eles são vetores **diferentes**.



Dois vetores são **opostos** quando têm a mesma direção, o mesmo módulo e sentidos contrários.



Como os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ possuem a mesma direção (horizontal), o mesmo módulo (tamanho) e sentidos opostos, $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são vetores opostos, e escreve-se: $\vec{a} = -\vec{b}$.

3. Operação com vetores

Adição de dois vetores

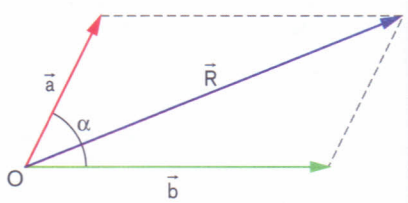
Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, o vetor **soma** ou **resultante** $\vec{R}$ é obtido graficamente traçando-se pelas extremidades de cada um deles uma reta paralela ao outro. Neste caso a origem dos vetores deve ser coincidente. A soma vetorial da figura é indicada por:

Como a figura formada é um paralelogramo, esse método é denominado **método do paralelogramo**.

Determinar o módulo do vetor soma corresponde a determinar a diagonal do paralelogramo que é dado pela sentença matemática:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \alpha}$$

a qual é obtida a partir da aplicação da lei dos cossenos no triângulo formado pelos segmentos orientados representativos dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{R}$.

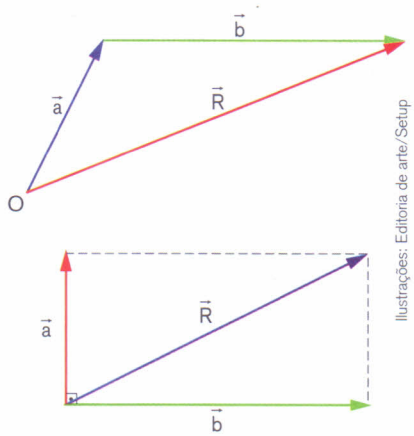


$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

O vetor soma $\vec{R}$ é representado pela diagonal do paralelogramo.

Graficamente pode-se também obter o vetor soma traçando-se o vetor $\vec{b}$ de modo que sua origem coincida com a extremidade do vetor $\vec{a}$.

Unindo a origem do vetor $\vec{a}$ com a extremidade do vetor $\vec{b}$, obtemos o vetor soma $\vec{R}$. Esse método é conhecido como **método da poligonal**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O vetor soma $\vec{R}$ é representado pela diagonal do triângulo retângulo.

Casos particulares

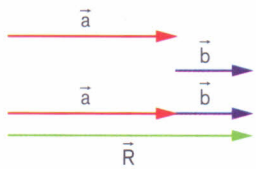
1º) Se os dois vetores forem perpendiculares entre si, aplicamos o método do paralelogramo para obter graficamente o vetor soma e o teorema de Pitágoras para obter o módulo.

$$R^2 = a^2 + b^2$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

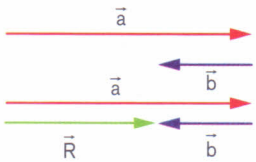
2º) Se os dois vetores tiverem a mesma direção e o mesmo sentido ($\alpha = 0°$), o módulo do vetor soma será a soma dos módulos dos vetores componentes.

$$R = a + b$$



3º) Se os dois vetores tiverem a mesma direção e sentidos opostos ($\alpha = 180°$), o módulo do vetor soma será o módulo da diferença entre os vetores componentes.

$$R = a - b$$



Aplicações

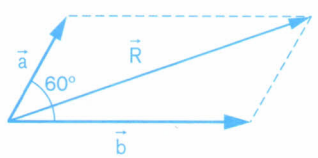
1 Um ponto material está sujeito simultaneamente a duas velocidades de módulos 4 m/s e 6 m/s, formando um ângulo de 60° entre si. Calcule o módulo da velocidade resultante do ponto material.

$\left(\text{Dado } \cos 60° = \frac{1}{2}.\right)$

Resolução:

O módulo do vetor soma $\vec{R}$ será obtido pela lei dos cossenos.

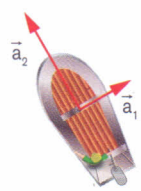
(Dados: $a = 4$ m/s, $b = 6$ m/s, $\alpha = 60°$)



$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \alpha} \Rightarrow R = \sqrt{4^2 + 6^2 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60°}$$

$$R = \sqrt{16 + 36 + 48 \cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow R = \sqrt{76} \Rightarrow R = 2\sqrt{19} \text{ m/s}$$

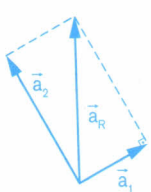
2 O barco mostrado na figura está sujeito a duas acelerações perpendiculares entre si e iguais a $a_1 = 3$ m/s² e $a_2 = 4$ m/s². Calcule o módulo da aceleração resultante do barco.



Resolução:

Dados: $a_1 = 3$ m/s² e $a_2 = 4$ m/s².

Aplicando o teorema de Pitágoras, calculamos o módulo da aceleração resultante.



$$a_R^2 = a_1^2 + a_2^2 \Rightarrow a_R^2 = 3^2 + 4^2$$

$$a_R = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$$

$$a_R = 5 \text{ m/s}^2$$

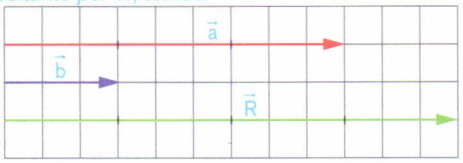
3 Um barco tem velocidade própria 12 m/s e navega num rio cuja correnteza tem velocidade 4 m/s. Calcule a velocidade resultante do barco em relação ao solo nos seguintes casos:

a) descendo rio; b) subindo rio.

Resolução:

Representando o vetor velocidade do barco por $\vec{a}$, o vetor velocidade da correnteza por $\vec{b}$, e a velocidade resultante por $\vec{R}$, temos:

a)

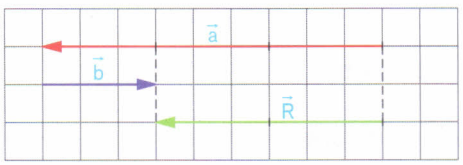


*Os vetores **a** e **b** têm mesma direção e mesmo sentido. Logo:*

$R = a + b \Rightarrow R = 12 + 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow R = 16$ *m/s, rio abaixo.*

b)



*Os vetores **a** e **b** têm mesma direção e sentidos opostos. Logo:*

$R = a - b \Rightarrow R = a - b \Rightarrow R = 12 - 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow R = 8$ *m/s, rio acima.*

Atividades

1 Quais das grandezas abaixo são escalares e quais são vetoriais? Justifique.
Volume; força; velocidade; temperatura; comprimento; aceleração; massa; deslocamento

2 Uma força de 5 unidades atua horizontalmente para a direita. Qual é o oposto dessa força? (Dê o módulo, a direção e o sentido.)

3 Qual é a quantidade mínima de vetores para que a sua soma seja zero?

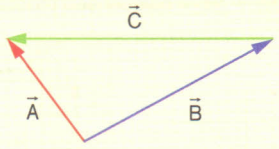
4 Considere dois deslocamentos: um cujo módulo seja de 30 metros e outro de 40 metros. Como esses vetores deslocamento podem ser combinados para darem deslocamentos resultantes de módulo:

a) 10 metros? c) 70 metros?
b) 50 metros?

5 Num mesmo plano, temos dois vetores **a** e **b** de mesma origem, formando entre si um ângulo α. Sendo os módulos de **a** e **b** iguais a 8 m e 6 m, determine o módulo do vetor soma em cada um dos seguintes casos: $\left(\text{Dado: } \cos 60° = \frac{1}{2}.\right)$

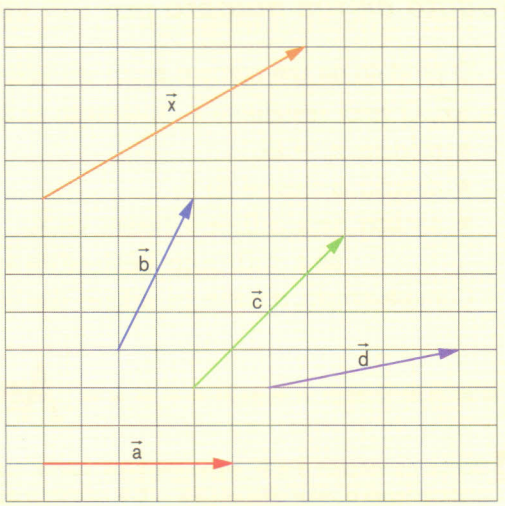
a) $\alpha = 0°$ c) $\alpha = 90°$
b) $\alpha = 60°$ d) $\alpha = 180°$

6 *(FCC)* A figura mostra três vetores, $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$. De acordo com a figura podemos afirmar que:



a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 0$ d) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$
b) $\vec{A} = \vec{B} - \vec{C}$ e) $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$
c) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$

7 *(UEL-PR)*



Observando-se os vetores indicados no esquema, pode-se concluir que:

a) $\vec{X} = \vec{a} + \vec{b}$ d) $\vec{X} = \vec{b} + \vec{c}$
b) $\vec{X} = \vec{a} + \vec{c}$ e) $\vec{X} = \vec{b} + \vec{d}$
c) $\vec{X} = \vec{a} + \vec{d}$

8 *(Unisa-SP)* Uma pessoa sai de sua casa e percorre as seguintes distâncias na seguinte ordem:

I. 60 m para leste;
II. 40 m para norte;
III. 30 m para oeste.

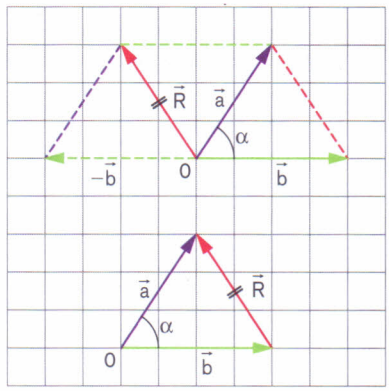
Podemos afirmar que, após o último percurso, a pessoa se encontra distante do ponto de partida:

a) 50 m c) 20 m e) 60 m
b) 80 m d) 40 m

Subtração de dois vetores

Subtrair o vetor $\vec{b}$ do vetor $\vec{a}$ significa adicionar o vetor $\vec{a}$ ao oposto do vetor $\vec{b}$.

$$\vec{R} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow \vec{R} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Note que o vetor diferença $\vec{a} - \vec{b}$ pode ser obtido diretamente, ligando-se a extremidade de $\vec{b}$ com a extremidade de $\vec{a}$.

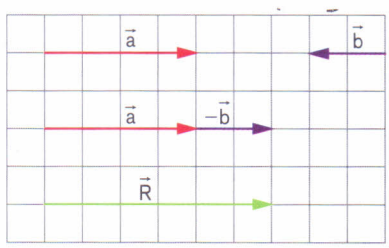
O módulo do vetor diferença é dado pela sentença matemática:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha}$$

Se tivéssemos efetuado R = b − a, o sentido de **R** seria da extremidade de $\vec{a}$ para a extremidade de $\vec{b}$, e o módulo seria o mesmo.

Para subtrair dois vetores opostos, basta fazer a adição de um com o oposto do outro. Por exemplo:

$$\vec{R} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow \vec{R} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



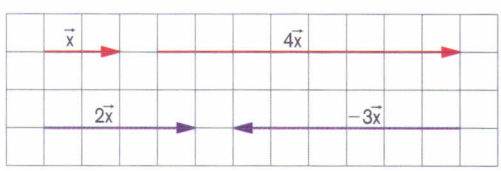
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Produto de um número por um vetor

O produto de um número **a** por um vetor $\vec{x}_1$ resultará em outro vetor, $\vec{x}_2$, expresso pela relação $\vec{x}_2 = a\vec{x}_1$. O vetor resultante $\vec{x}_2$ apresenta as seguintes características:

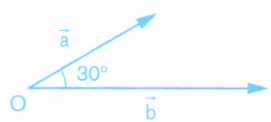
- módulo: $x_2 = ax_1$
- direção: a mesma de $\vec{x}_1$
- sentido: se $a > 0 \rightarrow$ o mesmo de $\vec{x}_1$
  se $a < 0 \rightarrow$ contrário ao de $\vec{x}_1$

Como exemplo, observe os vetores das figuras:



Aplicações

1 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, cujos módulos valem, respectivamente, 3u e 8u, determine graficamente o vetor diferença $\vec{a} - \vec{b}$ e calcule o seu módulo. (Dado: cos 30° = 0,8.)



Resolução:

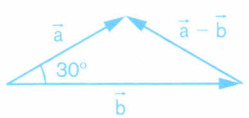
*Para determinar graficamente o vetor diferente a − b, ligamos a extremidade de **b** à extremidade de **a**.*

O módulo do vetor diferente $\vec{a} - \vec{b}$ é dado pela sentença matemática:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha}$$

Sendo a = 3u e b = 8u, temos:

$$R = \sqrt{3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 0{,}8} \Rightarrow R \simeq 5{,}9\ u$$



2 Observe os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ da figura. Determine graficamente o vetor $\vec{R} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ e calcule seu módulo.

Resolução:

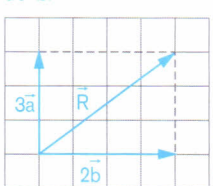
O módulo de $3\vec{a}$ é o triplo de $\vec{a}$. O módulo de $2\vec{b}$ é o dobro de $\vec{b}$.

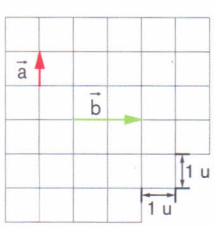
$\vec{R} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

Na figura ao lado representamos os vetores $3\vec{a}$, $2\vec{b}$ e $\vec{R}$.

Aplicando o teorema de Pitágoras no retângulo, determinamos o módulo de $\vec{R}$.

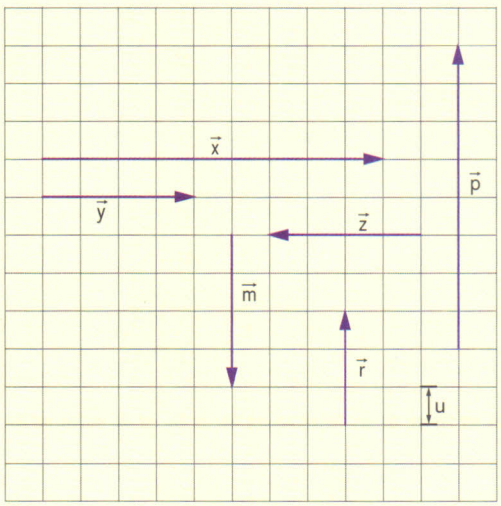
$$R^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow R = \sqrt{25} \Rightarrow R = 5\ u$$





Atividades

1 Observe os vetores e considere *u* como unidade de medida.



Qual o módulo do vetor **R**, em cada caso?

a) $R = 2x + 3y$
b) $R = 5x + 4z$
c) $R = 2p + 2r$
d) $R = p - 2m$
e) $R = 2z + 2r$
f) $R = 2z - 2r$

2 Dois vetores de mesmo módulo e mesma direção apresentam sentidos contrários. Se o módulo de cada um valer 10 u, quanto valerá o vetor diferença entre eles?

3 Determine o módulo do vetor diferença $\vec{R} = \vec{a} - \vec{b}$ de dois vetores cujos módulos valem, respectivamente, 3 u e 4 u, nos seguintes casos:

a) possuem mesma direção e sentido;
b) possuem mesma direção e sentidos opostos;
c) são perpendiculares entre si;
d) formam entre si um ângulo de 60°.

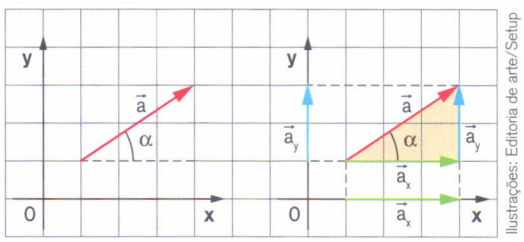
Dados: $\cos 60° = \frac{1}{2}$.

Decomposição de um vetor

Na adição vetorial, dois vetores podem ser substituídos pela sua soma, o vetor resultante.

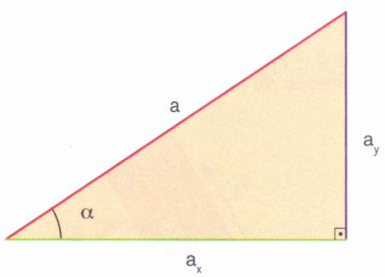
Na decomposição vetorial, um vetor pode ser substituído por dois outros, as suas chamadas **componentes ortogonais** ou **retangulares**.

Considere o vetor $\vec{a}$ representado num sistema de eixos ortogonais **x** e **y**. Projetando ortogonalmente as extremidades do vetor $\vec{a}$ nos eixos **x** e **y**, obtemos suas componentes ortogonais $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Os módulos das componentes do vetor $\vec{a}$ podem ser obtidos a partir dos módulos dos vetores $\vec{a}$, $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, representados no triângulo retângulo destacado na figura.



$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a_x}{a}$$

$$a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a_y}{a}$$

$$a_y = a \cdot \text{sen } \alpha$$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo da figura em destaque, temos:

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2$$

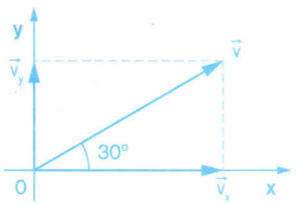
Aplicação

Um jogador de futebol chutou uma bola no solo com velocidade inicial $\vec{v}$ de módulo 15 m/s e fazendo um ângulo de 30° com a horizontal. Determine os componentes retangulares do vetor $\vec{v}$.

São dados: $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Resolução:

*Pelo ponto de origem do vetor $\vec{v}$, consideremos um sistema de eixos coordenados **x** e **y**, como mostra a figura. Projetando o vetor $\vec{v}$ nos eixos **x** e **y**, temos:*



*Componente segundo **x**:*

$v_x = v \cdot \cos 30°$

$v_x = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$v_x = 5\sqrt{3}$ m/s

*Componente segundo **y**:*

$v_y = v \cdot \text{sen } 30°$

$v_y = 10 \cdot \frac{1}{2}$

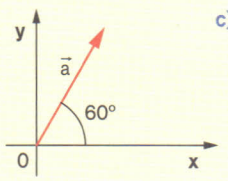
$v_y = 5$ m/s

Atividades

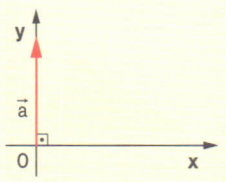
1 Em cada caso, determine os componentes retangulares segundo os eixos **x** e **y** do vetor $\vec{a}$ de módulo 8 m, indicado nas figuras.

(São dados: $\text{sen } 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$; $\cos 30° = \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{sen } 0° = \cos 90° = 0$; $\cos 0° = \text{sen } 90° = 1$)

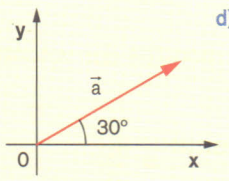
a)



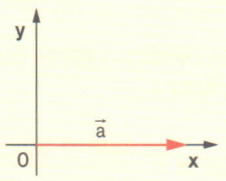
c)



b)



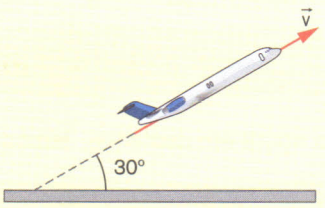
d)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 Um avião se desloca com velocidade constante, como mostra a figura.

Sabendo que o módulo do componente horizontal dessa velocidade é igual a $40\sqrt{3}$ m/s, determine o módulo de $\vec{v}$.



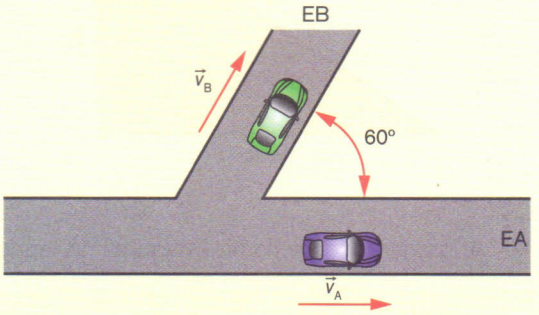
3 A escada rolante que liga a plataforma de uma estação subterrânea de metrô ao nível da rua move-se com velocidade constante de 0,80 m/s.

a) Sabendo-se que a escada tem uma inclinação de 30° em relação à horizontal, determine a componente vertical de sua velocidade.

b) Sabendo-se que o tempo necessário para que um passageiro seja transportado pela escada, do nível da plataforma ao nível da rua, é de 30 segundos, determine a que profundidade se encontra o nível da plataforma em relação ao nível da rua.

4 *(UFPE)* Um jogador de futebol está conduzindo a bola correndo com uma velocidade de 6 m/s. Sua trajetória faz um ângulo de 60° com as linhas laterais do campo. Qual o valor em m/s da velocidade com que ele está se aproximando da linha de fundo?

5 *(UFPE)* Os automóveis *A* e *B* se movem com velocidades constantes $v_A = 100$ km/h e $v_B = 82$ km/h, em relação ao solo, ao longo das estradas EA e EB indicadas nas figuras. Um observador no automóvel *B* mede a velocidade do automóvel *A*. Determine o valor da componente desta velocidade na direção da estrada EA em km/h.

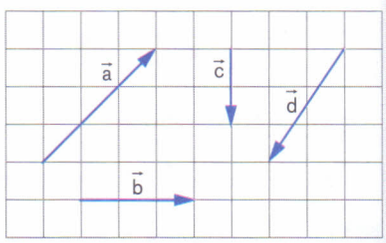


Adição de mais de dois vetores

Este método, semelhante àquele visto para adicionar dois vetores, consiste em formar um polígono com os vetores que se deseja adicionar, obedecendo ao seguinte critério: a partir de um ponto previamente escolhido, coloca-se um vetor igual a um dos vetores dados e, a partir da extremidade deste, outro igual a um dos outros vetores dados, e assim sucessivamente.

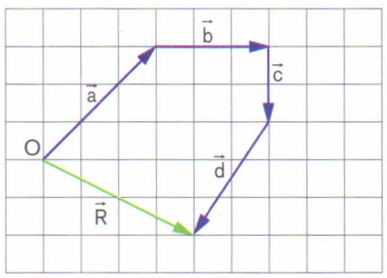
O vetor soma ou resultante será aquele que tem origem na origem do primeiro vetor e extremidade na extremidade do último vetor.

Como exemplo, vamos determinar o vetor soma dos vetores:



Gráficos: Editoria de arte/Setup

Fixando o ponto *O* como origem:



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$$

Como formamos um polígono, este método é conhecido como **método do polígono**.

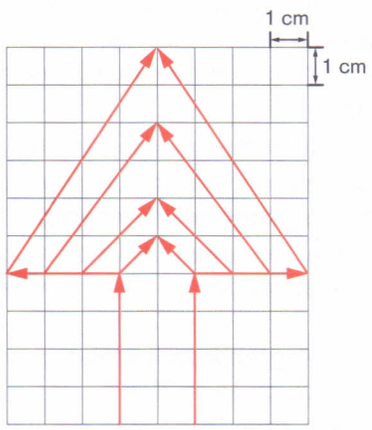
Observações:

- Quando a extremidade do último vetor coincidir com a origem do primeiro, isto é, quando o polígono for fechado, o vetor soma será nulo ($\vec{R} = \vec{0}$).
- Qualquer que seja a ordem de colocação dos vetores, o vetor soma será o mesmo.

Aplicação

(FMTM-MG) A figura apresenta uma "árvore vetorial" cuja resultante da soma de todos os vetores representados, em cm, é igual a:

a) 8 **b)** 26 **c)** 34 **d)** 40 **e)** 52

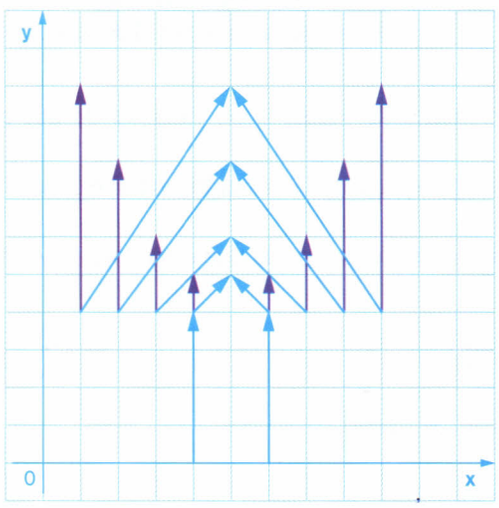


Resolução:

*As componentes dos vetores em relação ao eixo **x** se anulam. No eixo **y** temos 5 pares de vetores componentes, conforme indica a figura.*

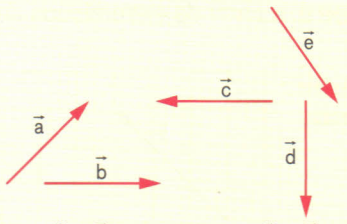
$R = 2 \cdot (4 + 1 + 2 + 4 + 6) \Rightarrow R = 34$ cm

Alternativa: c.



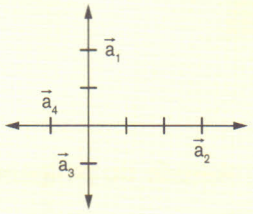
Atividades

1 Considere os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$ indicados na figura. Reproduza a folha quadriculada em seu caderno e obtenha graficamente os vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$.



a) $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{d}$ b) $\vec{y} = 2\vec{b} - \vec{d} + \vec{e}$

2 Dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$ da figura, obtenha o módulo do vetor soma $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$. Cada lado dos quadradinhos vale 1 unidade.

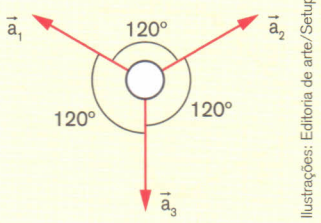


3 Um jovem caminha 120 m para o norte; em seguida, orienta-se para o leste e caminha mais 80 m. Depois, orienta-se para o sul e caminha 70 m. Qual o módulo do deslocamento resultante realizado pelo jovem?

4 O corpo mostrado na figura está sob ação das acelerações $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ e $\vec{a}_3$, aplicadas num mesmo ponto. Sendo $a_1 = a_2 = 4$ m/s², qual o módulo de $\vec{a}_3$ para que a resultante $\vec{R} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3$ tenha:

a) módulo igual a zero?

b) módulo 3 m/s²?



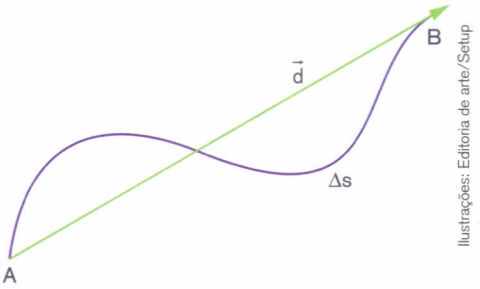
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4. Vetor deslocamento

Para ir da cidade *A* à cidade *B*, um automóvel percorre o trajeto em azul indicado na figura em 1 hora. A quilometragem observada pelo motorista no velocímetro do automóvel, no fim desse percurso, é de 80 km. Ligando a cidade *A* à cidade *B* por um vetor, verificamos, através de uma escala, que a medida desse vetor corresponde a 50 km.

O vetor $\vec{d}$ representado na figura, que une a posição inicial à posição final de um móvel numa trajetória, é denominado **vetor deslocamento**.

Não se devem confundir as duas grandezas distintas que se relacionam com o movimento desse automóvel. Veja:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

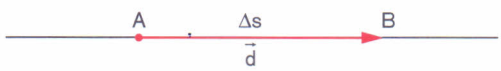
Em 1 hora o automóvel percorre, ao longo da trajetória curvilínea, 80 km e realiza um deslocamento de A *para* B *de 50 km.*

- A **grandeza escalar** corresponde ao comprimento da trajetória ou variação de posição. No caso, $\Delta s = 80$ km.
- A **grandeza vetorial** tem orientação e módulo ligados apenas aos pontos inicial e final. No caso, de *A* para *B*, com módulo 50 km.

Observe que o módulo do vetor deslocamento não pode ser maior do que o módulo da variação de posição.

$$|\vec{d}| \leq |\Delta s|$$

Se a trajetória for retilínea, como ilustra a figura: $|\vec{d}| = |\Delta s|$.



5. Velocidade vetorial

Velocidade vetorial média

Até então estudamos a velocidade média como grandeza escalar. Trata-se do quociente entre a variação de posição Δs e o correspondente intervalo de tempo Δt.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{velocidade escalar média}$$

A partir de agora, a velocidade média será tratada como grandeza vetorial e definida da seguinte forma: o quociente entre o vetor deslocamento $\vec{d}$ e o correspondente intervalo de tempo Δt.

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \quad \text{velocidade vetorial média}$$

O vetor velocidade média $\vec{v}_m$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento $\vec{d}$, pois é obtido pela multiplicação do número positivo $\frac{1}{\Delta t}$ pelo vetor $\vec{d}$, e seu módulo é dado por $|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$

No caso anterior, do automóvel que realizou a viagem entre as cidades *A* e *B* em 1 hora, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{80 \text{ km}}{1 \text{h}} \Rightarrow v_m = 80 \text{ km/h}$$

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 50 \text{ km/h}$$

Velocidade vetorial instantânea

Como vimos, velocidade instantânea é a variação do espaço num correspondente intervalo de tempo extremamente pequeno.

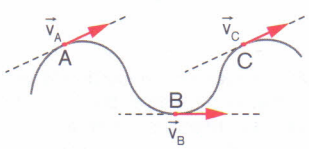
Portanto, para Δt tendendo a zero (o instante t_2 é praticamente igual ao instante t_1), o vetor velocidade média é denominado **vetor velocidade instantânea** e indicado por $\vec{v}$.

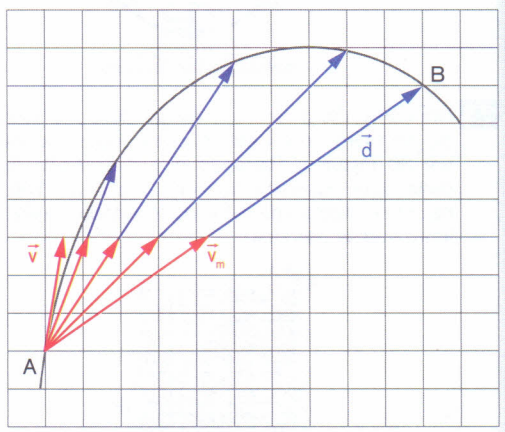
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m$$

Considere o movimento de um móvel percorrendo a trajetória curvilínea da figura.

Observe que, à medida que o intervalo de tempo é reduzido, os pontos *A* e *B* tornam-se cada vez mais próximos e o vetor $\vec{v}_m$ se aproxima cada vez mais da tangente em um dado ponto da curva. No limite, quando *B* chega a coincidir com *A*, o vetor velocidade média tende a ficar tangente à curva e corresponderá à velocidade vetorial instantânea.

Desse modo, pode-se então concluir que a direção do vetor velocidade instantânea num ponto da trajetória é tangente à trajetória nesse ponto. O sentido do vetor $\vec{v}$ é o sentido do movimento.





Editoria de arte/Setup

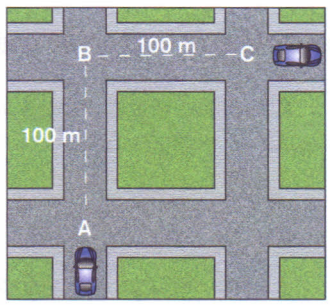
No limite, para Δt tendendo a zero, o ponto B coincide com o ponto A e a direção do vetor velocidade é tangente à trajetória no ponto A.

Embora as três velocidades vetoriais representadas na trajetória tenham módulos iguais, eles são vetores diferentes $\vec{v}_A \neq \vec{v}_B \neq \vec{v}_C$, pois são distintas as direções da tangente em cada ponto.

Aplicação

Um carro percorre a trajetória ABC em 50 s. Determine, nesse intervalo de tempo, os módulos:

a) do vetor deslocamento;
b) do espaço percorrido;
c) da velocidade escalar média;
d) da velocidade vetorial média.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

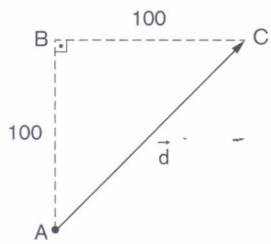
a) O vetor deslocamento $\vec{d}$ está representado na figura. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, determinamos o seu módulo.

$|d|^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow |d|^2 = 100^2 + 100^2$

$|d| \simeq 142\ m$

b) O espaço percorrido é dado pela soma das medidas dos segmentos AB e BC:

$\Delta s = AB + BC \Rightarrow \Delta s = 100 + 100 \Rightarrow \Delta s = 200\ m$



c) A velocidade escalar média é dada por:

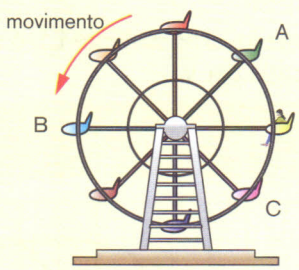
$$|v_m| = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{200}{50} \Rightarrow v_m = 4\ m/s$$

d) O módulo da velocidade vetorial média é:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{142}{50} \Rightarrow |\vec{v}_m| \simeq 2{,}8\ m/s$$

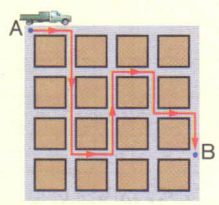
Atividades

1 A figura mostra uma roda-gigante, que gira no sentido anti-horário em movimento uniforme, e uma menina, sentada numa das cadeiras da roda-gigante. Desenhe o vetor que representa a velocidade vetorial da menina quando ela passar pelos pontos *A*, *B* e *C* e responda: essas velocidades são iguais?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

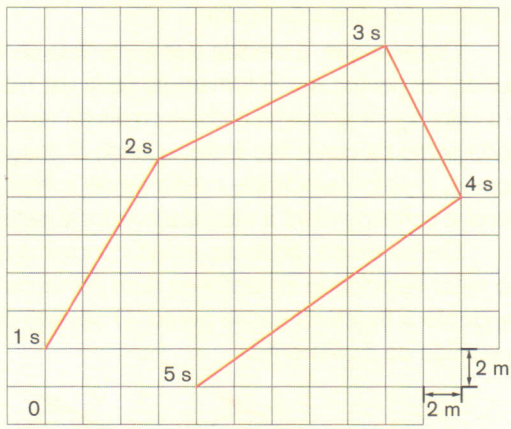
2 Um caminhão de entrega de gás percorre as ruas de um bairro, de *A* até *B*, como mostra a figura, em 30 minutos. Sabendo que a distância entre duas ruas paralelas consecutivas é de 100 m, calcule o módulo da velocidade vetorial média em km/h, nesse percurso.



3 *(UEPG-PR)* Pode-se considerar a velocidade pelo aspecto vetorial e escalar. Com relação à velocidade vetorial, quando o corpo descreve uma trajetória qualquer, assinale o que for correto e dê como resultado a soma dos números correspondentes.

01) Em qualquer ponto da trajetória, a soma de suas componentes é constante se o movimento for uniforme.
02) A direção é sempre tangente à trajetória.
04) É plenamente determinada quando se conhece seu módulo, sua direção e seu sentido.
08) Num ponto da trajetória, o módulo da velocidade vetorial é igual ao valor da velocidade escalar.
16) Sendo suas componentes constantes, o movimento é circular e uniforme.

4 *(UEL-PR)* Um móvel executa um movimento em 5,0 s de acordo com a trajetória indicada no esquema abaixo.



Os módulos das velocidades vetoriais médias nos intervalos de tempo de 0 a 3 s e de 0 a 5 s, em m/s, são, respectivamente:

a) 1 e 15
b) 5 e 1
c) 5 e 10
d) 6 e 10
e) 7 e 1

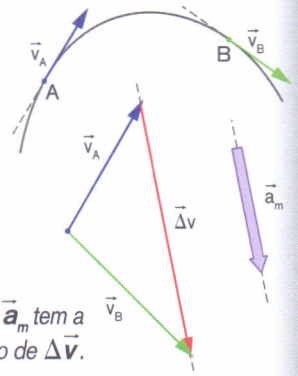
6. Aceleração vetorial

Aceleração vetorial média

Agora vamos definir aceleração média como grandeza vetorial, necessária para o estudo do movimento de um corpo numa trajetória qualquer.

A figura mostra um móvel em dois instantes, durante o seu movimento sobre uma trajetória curvilínea.

A variação da velocidade vetorial instantânea no trecho de percurso entre *A* e *B* é dada pelo vetor diferença $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$.



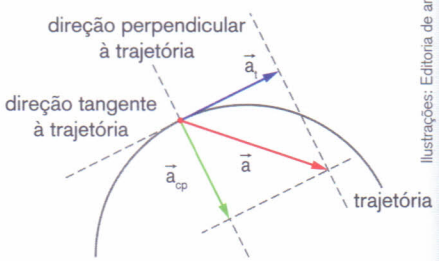
A aceleração vetorial média $\vec{a}_m$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\Delta\vec{v}$.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Define-se como **aceleração vetorial média** o quociente entre a variação da velocidade vetorial instantânea e o intervalo de tempo no qual ocorreu essa variação.

O vetor $\vec{a}_m$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\Delta\vec{v}$, pois é obtido pela multiplicação do número positivo $\frac{1}{\Delta t}$ pelo vetor $\Delta\vec{v}$.

Aceleração vetorial instantânea



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Assim como no caso da velocidade vetorial instantânea, podemos dizer que a aceleração vetorial instantânea $\vec{a}$ é a aceleração de um móvel num determinado instante.

No caso de movimento em trajetória curvilínea, o vetor $\vec{a}$ está sempre orientado para dentro da curva. Para entender melhor o significado da aceleração vetorial instantânea $\vec{a}$, ela é decomposta em duas componentes perpendiculares: a **aceleração tangencial** $\vec{a}_t$ e a **aceleração centrípeta** $\vec{a}_{cp}$.

O vetor $\vec{a}$ é o resultante dos vetores $\vec{a}_t$ e $\vec{a}_{cp}$. Logo:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp} \quad \text{(vetorialmente)} \qquad \text{ou} \qquad a^2 = a_t^2 + a_{cp}^2 \quad \text{(em módulo)}$$

A **aceleração tangencial** é responsável pela variação do módulo do vetor velocidade e só existe em movimentos acelerados ou retardados.

Características de $\vec{a}_t$:

- módulo: igual ao da aceleração escalar **a**;
- direção: tangente à da trajetória (mesma de $\vec{v}$);
- sentido: igual ao de $\vec{v}$, se o movimento for acelerado, e oposto ao de $\vec{v}$, se o movimento for retardado.

A **aceleração centrípeta** é responsável somente pela mudança da direção do móvel, pois ela faz variar o vetor velocidade em direção. Logo, existe em movimentos de trajetórias curvas.

Características de $\vec{a}_{cp}$:

- módulo: $|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$, em que **v** é a velocidade escalar do móvel e **R** é o raio de curvatura da trajetória;
- direção: perpendicular ao vetor velocidade $\vec{v}$ em cada ponto;
- sentido: para o centro da curvatura da trajetória.

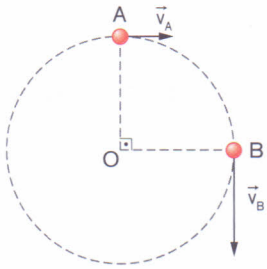
A aceleração centrípeta também pode ser denominada aceleração normal.

Aplicação

Um móvel, que descreve uma trajetória circular de raio 2 m, passa pelo ponto *A* com velocidade escalar $v_A = 3$ m/s e, depois de 2 s, passa pelo ponto *B* com velocidade escalar $v_B = 4$ m/s.

a) Qual o módulo da aceleração vetorial média nesse intervalo de tempo?

b) Quais as características das acelerações centrípetas nos pontos *A* e *B*?



Gráficos: Editoria de arte/Setup

Resolução:

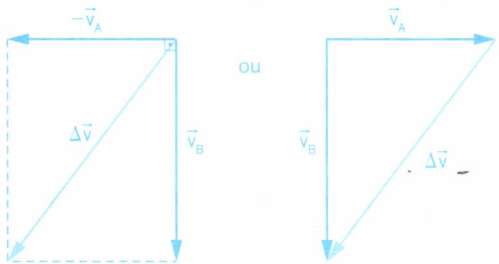
a) Variação de velocidade $\Delta\vec{v}$ entre os pontos A e B:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \text{ ou } \Delta\vec{v} = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$$

$$(\Delta v)^2 = (v_B)^2 + (-v_A)^2$$

$$(\Delta v)^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\Delta v = 5 \text{ m/s}$$



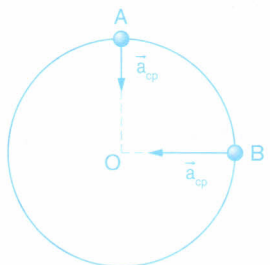
Módulo da aceleração vetorial média:

$$|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{a}_m| = \frac{5}{2} \Rightarrow |\vec{a}_m| = 2{,}5 \text{ m/s}^2$$

b) Representando as acelerações centrípetas:

$$|\vec{a}_{cpA}| = \frac{v_A^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cpA}| = \frac{3^2}{2} = 4{,}5 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{cpB}| = \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cpB}| = \frac{4^2}{2} = 8 \text{ m/s}^2$$



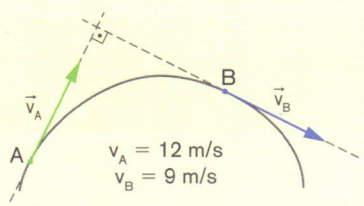
Características:

$\vec{a}_{cpA}$ { módulo: 4,5 m/s²; direção: vertical; sentido: de A para O }

$\vec{a}_{cpB}$ { módulo: 8 m/s²; direção: horizontal; sentido: de B para O }

Atividades

1 Um móvel percorre a trajetória AB esquematizada na figura em 5 s. Determine a variação da velocidade vetorial e o módulo da aceleração vetorial média.



2 *(UFC-CE)* Um automóvel entra numa curva de 200 m de raio de uma estrada cujas condições permitem uma aceleração centrípeta máxima de apenas 2 m/s² sem que aconteça derrapamento. Determine a maior velocidade, em km/h, com que o automóvel pode ser conduzido na curva, sem derrapar.

3 Um móvel percorre em MUV uma trajetória circular de raio 2 m, obedecendo à função $v = 4 + 8t$ (no SI). Determine, no instante 2 s, os módulos das seguintes acelerações:

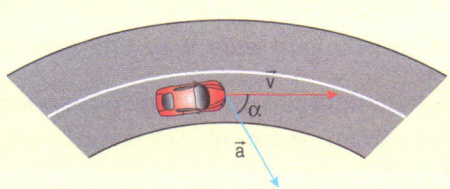
a) tangencial;

b) centrípeta;

c) total ou resultante.

4 Explique por que a aceleração vetorial tangente é nula em qualquer movimento uniforme, seja ele retilíneo ou curvilíneo.

5 *(USJT-SP)* Num dado instante **t**, a velocidade $\vec{v}$ e a aceleração $\vec{a}$ de um carro descrevendo um movimento circular formam entre si o ângulo α. Sabendo-se que no instante **t**, em que $\alpha = 60°$ (sen 60° = 0,87 e cos 60° = 0,50), a aceleração do automóvel é $|a| = 2{,}00$ m/s²; então, as componentes tangencial e centrípeta do vetor aceleração são, respectivamente:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) $a_t = 1{,}00$ m/s² e $a_c = 1{,}00$ m/s²

b) $a_t = 1{,}00$ m/s² e $a_c = 1{,}74$ m/s²

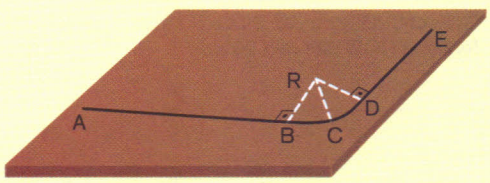
c) $a_t = 1{,}74$ m/s² e $a_c = 1{,}00$ m/s²

d) $a_t = 1{,}74$ m/s² e $a_c = 1{,}74$ m/s²

e) $a_t = 0$ e $a_c = 1{,}00$ m/s²

6 *(Mack-SP)* Um pequeno corpo descreve a trajetória ABCDE com velocidade escalar constante. O trecho BCD é um arco de circunferência de raio 0,50 m e o trecho retilíneo AB, de 1,80 m de comprimento, é percorrido pelo corpo em 0,50 minuto.

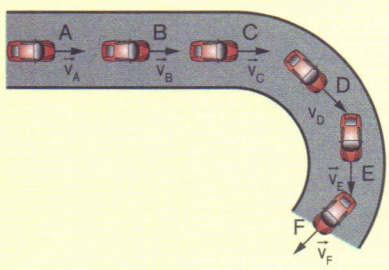
Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Sabendo que a massa desse corpo é de 50 g, o módulo da sua aceleração centrípeta no ponto *C* é:

a) 72 m/s²
b) 36 m/s²
c) $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m/s²
d) $1{,}44 \cdot 10^{-2}$ m/s²
e) $7{,}2 \cdot 10^{-3}$ m/s²

7 *(UFSC)* Um carro com velocidade de módulo constante de 20 m/s percorre a trajetória descrita na figura, sendo que de *A* a *C* a trajetória é retilínea e de *D* a *F* é circular, no sentido indicado.

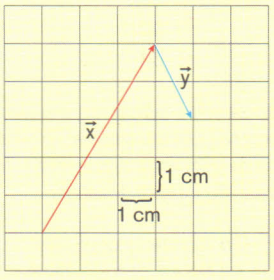


Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. O carro tem movimento uniforme de *A* até *C*.
02. O carro tem movimento uniforme de *A* até *F*.
04. O carro tem aceleração de *A* até *C*.
08. O carro tem aceleração de *D* até *F*.
16. O carro tem movimento retilíneo uniformemente variado de *D* até *F*.

Mais Atividades

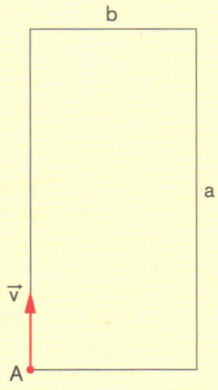
1 *(UEL-PR)* Na figura abaixo estão desenhados dois vetores (*x* e *y*)



Esses vetores representam deslocamentos sucessivos de um corpo. Qual é o módulo do vetor igual a x + y?

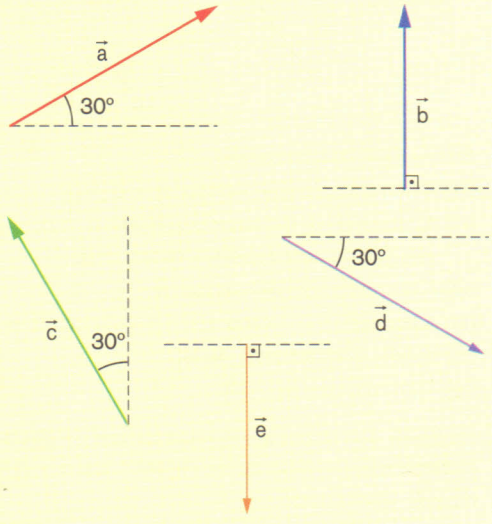
a) 4 cm
b) 5 cm
c) 8 cm
d) 13 cm
e) 25 cm

2 *(Unisinos-RS)* Numa pista atlética retangular de lados a = 160 m e b = 60 m, um atleta corre com velocidade de módulo constante v = 5 m/s, no sentido horário, conforme mostrado na figura. Em t = 0 s, o atleta encontra-se no ponto *A*. O módulo do deslocamento do atleta, após 60 s de corrida, em **m**, é:



a) 100
b) 220
c) 300
d) 10000
e) 18000

3 Sejam os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$.



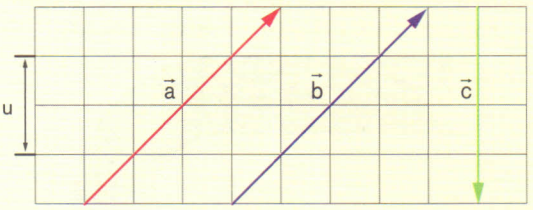
(Dados: a = 8 cm, b = 6 cm, c = 7 cm, d = = 5 cm, e = 4 cm, cos 30° = sen 60° = 0,8 e sen 30° = 0,5.)

Determine o módulo do vetor **R** nos seguintes casos:

a) $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$
b) $\vec{R} = \vec{b} + \vec{c}$
c) $\vec{R} = \vec{b} - \vec{e}$
d) $\vec{R} = \vec{a} - \vec{d}$
e) $\vec{R} = 2\vec{c} + 3\vec{e}$
f) $\vec{R} = 2\vec{b} - 4\vec{e}$

4 O módulo do vetor soma de dois vetores, $\vec{a}$ e $\vec{b}$, perpendiculares entre si, é 20 cm. Sabendo que a = 12 cm, determine o módulo de $\vec{b}$.

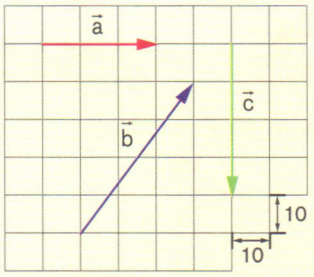
5 *(Unifenas-MG)* Na figura, são dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.



Sendo **u** a unidade de medida do módulo desses vetores, pode-se afirmar que o vetor $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ tem módulo:

a) 2 u, e sua orientação é vertical, para cima.
b) 2 u, e sua orientação é vertical, para baixo.
c) 4 u, e sua orientação é horizontal, para a direita.
d) $\sqrt{2}$ u, e sua orientação forma 45° com a horizontal, no sentido horário.
e) $\sqrt{2}$ u, e sua orientação forma 45° com a horizontal, no sentido anti-horário.

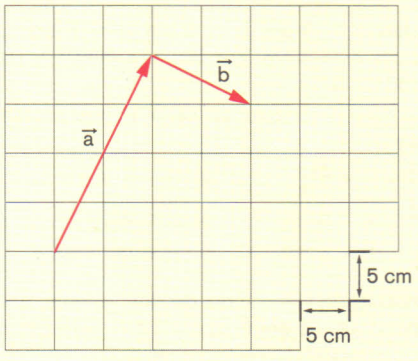
6 *(UFAL)* Na figura abaixo estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, em escala.



Analise as afirmações abaixo.

01) É correta a relação vetorial: $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.
02) A intensidade do vetor resultante $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ vale 60, de acordo com a escala dada.
04) É correta a relação vetorial: $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b}$.
08) A intensidade do vetor soma $\vec{b} + \vec{c}$ vale 30, de acordo com a escala dada.
16) É correto que $|\vec{b}| = |\vec{c}|$.

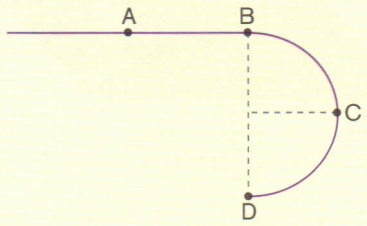
7 Na figura os vetores *a* e *b* representam os deslocamentos sucessivos de um móvel. Qual é o módulo do vetor $\vec{a} + \vec{b}$?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

8 Um vetor velocidade é decomposto em dois outros, perpendiculares entre si. Sabendo que o módulo do vetor velocidade é 10 m/s e que um dos componentes tem módulo igual a 8 m/s, determine o módulo do vetor correspondente ao outro componente.

9 Um móvel percorre a trajetória ABCD em 10 s. O trecho retilíneo AB mede 30 m e a semicircunferência BCD tem raio 20 m.



Calcule:

a) o módulo da velocidade escalar média do móvel no trecho ABCD; (Adote $\pi = 3{,}14$.)
b) o módulo da velocidade vetorial média do móvel no trecho ABCD.

10 *(UEFS-BA)* Um pássaro que estava parado no galho de uma árvore voou horizontalmente, deslocando-se 30,0 m para a direita e, em seguida, 40,0 m para a esquerda, até parar em outra árvore onde estava o seu ninho.

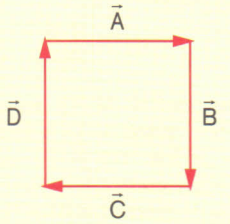
Assim, o módulo do vetor diferença dos deslocamentos realizados pelo pássaro é igual, em metros, a

a) 10,0 c) 40,0 e) 70,0
b) 30,0 d) 5,0

11 Quando efetuamos a adição ou a subtração de dois vetores perpendiculares entre si, o vetor resultante da soma ou da diferença apresenta o mesmo valor. Estes vetores são iguais? Justificar.

12 *(Unitau-SP)* Considere o conjunto de vetores representados na figura. Sendo igual a 1 o módulo de cada vetor, as operações $\vec{A} + \vec{B}$, $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ e $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ terão módulos, respectivamente, iguais a:

a) 2; 1; 0
b) 1; $\sqrt{2}$; 4
c) $\sqrt{2}$; 1; 0
d) $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 1
e) 2; $\sqrt{2}$; 0



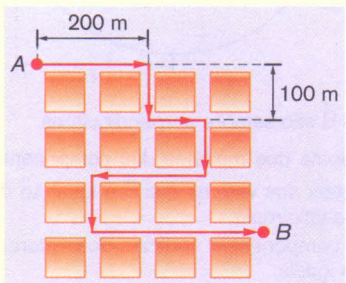
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

13 *(Vunesp-SP)* Nas provas dos 200 m rasos, no atletismo, os atletas partem de marcas localizadas em posições diferentes na parte curva da pista e não podem sair de suas raias até a linha de chegada. Dessa forma, podemos afirmar que, durante a prova, para todos os atletas, o:

a) espaço percorrido é o mesmo, mas o deslocamento e a velocidade vetorial média são diferentes.

b) espaço percorrido e o deslocamento são os mesmos, mas a velocidade vetorial média é diferente.
c) deslocamento é o mesmo, mas o espaço percorrido e a velocidade vetorial média são diferentes.
d) deslocamento e a velocidade vetorial média são iguais, mas o espaço percorrido é diferente.
e) espaço percorrido, o deslocamento e a velocidade vetorial média são iguais.

14 *(PUC-PR)* Um ônibus percorre em 30 minutos as ruas de um bairro, de *A* até *B*, como mostra a figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando a distância entre duas ruas paralelas consecutivas igual a 100 m, analise as afirmações:

I. A velocidade vetorial média nesse percurso tem módulo 1 km/h.
II. O ônibus percorre 1 500 m entre os pontos *A* e *B*.
III. O módulo do vetor deslocamento é 500 m.
IV. A velocidade vetorial média do ônibus entre *A* e *B* tem módulo 3 km/h.

Estão corretas:

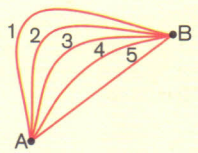
a) I e III
b) I e IV
c) III e IV
d) I e II
e) II e III

15 *(UEG-GO)* Considerando que os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ satisfazem à equação vetorial $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ e seus módulos estão relacionados pela equação escalar $A + B = C$, responda ao que se pede.

a) Como está orientado o vetor A em relação ao vetor B? Justifique o seu raciocínio.
b) Considere agora que a relação entre os seus módulos seja dada por $A^2 + B^2 = C^2$. Qual seria a nova orientação do vetor B em relação ao vetor A? Justifique seu raciocínio.

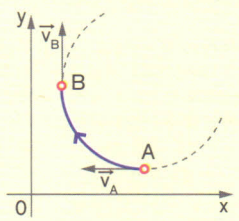
16 Sejam dois vetores, *x* e *y*, de módulos respectivamente iguais a 4 e 9 unidades. Determine o intervalo de valores admissíveis para o módulo do vetor soma de *x* e y.

17 *(UFPI)* Na figura, *A* e *B* são cidades, situadas numa planície e ligadas por cinco diferentes caminhos, numerados de 1 a 5. Cinco atletas corredores, também numerados de 1 a 5, partem de *A* para *B*, cada um seguindo o caminho correspondente a seu próprio número. Todos os atletas completam o percurso em um mesmo tempo. Assinale a opção correta.



a) Todos os atletas foram, em média, igualmente rápidos.
b) O atleta de número 5 foi o mais rápido.
c) O vetor velocidade média foi o mesmo para todos os atletas.
d) O módulo do vetor velocidade média variou, em ordem decrescente, entre o atleta 1 e o atleta 5.
e) O módulo do vetor velocidade média variou, em ordem crescente, entre o atleta 1 e o atleta 5.

18 *(UnB-DF)* A trajetória de uma partícula no plano xy segue um arco de circunferência, deslocando-se do ponto *A* para o ponto *B*, como mostra a figura abaixo, em um intervalo de tempo igual a 5 s.



No ponto *A*, o vetor velocidade tem módulo igual a 3 m/s e está orientado paralelamente ao eixo *x*. No ponto *B*, o vetor velocidade tem módulo igual a 4 m/s e está orientado paralelamente ao eixo *y*.

Julgue os itens a seguir.

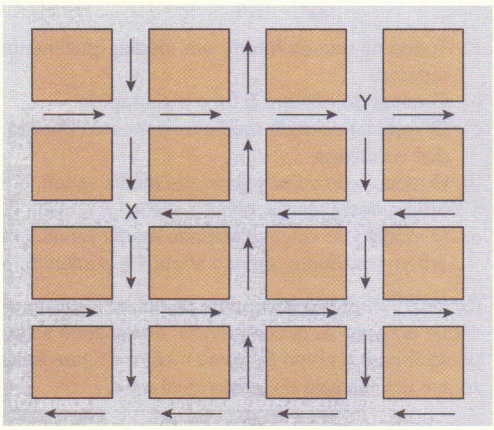
1. O módulo da componente do vetor aceleração média, paralela ao eixo *x*, no trecho AB, vale 0,6 m/s².
2. O vetor aceleração média, no trecho AB, aponta para a convexidade da curva que define a trajetória da partícula.
3. Supondo que o módulo do vetor velocidade se mantenha constante ao longo da trajetória circular, nesse caso o vetor aceleração estará sempre paralelo ao vetor velocidade.

19 *(Ufla-MG)* O movimento retilíneo uniformemente acelerado tem as seguintes características:

a) Aceleração normal nula, aceleração tangencial constante não nula e de mesmo sentido que a velocidade.
b) Aceleração normal constante não nula, aceleração tangencial nula.
c) Aceleração normal nula, aceleração tangencial constante não nula e de sentido oposto ao da velocidade.
d) Aceleração normal constante não nula, aceleração tangencial constante não nula e de mesmo sentido que a velocidade.
e) As acelerações normal e tangencial não são grandezas relevantes no tratamento deste tipo de movimento.

20 *(Enem-MEC)* O mapa a seguir representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas

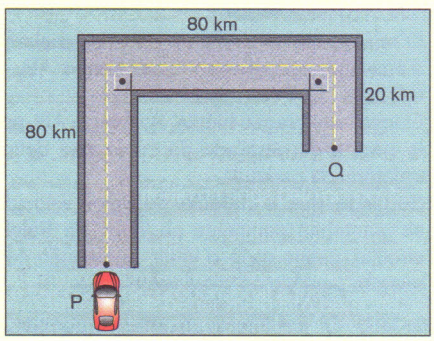
indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.



Desconsiderando a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?

a) 25 min. c) 2,5 min. e) 0,15 min.
b) 15 min. d) 1,5 min.

21 Os sucessivos deslocamentos efetuados por um carro, quando se movimentou de um ponto *P* para um ponto *Q*, são: 80 km para o Norte, 80 km para o Leste e 20 km para o Sul. Para percorrer esse trajeto o carro levou 2 h.

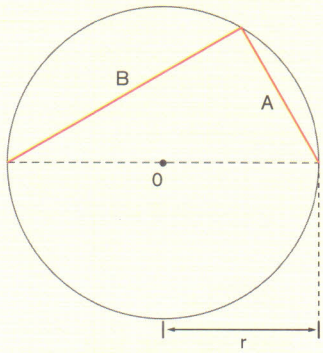


a) Qual a menor distância que o carro deve percorrer para retornar de *Q* para *P*?
b) Qual a velocidade média nesse trajeto?
c) Qual o módulo da velocidade vetorial média nesse trajeto?

22 Um ponto material percorre uma pista circular de raio 20 cm. Sabe-se que o ponto material efetua meia-volta em 2 s. Considere $\pi = 3{,}14$ e determine:
a) o módulo da velocidade escalar média do ponto material;
b) o módulo da velocidade vetorial média do ponto material.

23 *(PUC-MG)* Dados dois vetores *a* e *b* de soma *S* e diferença $D = a - b$, esboce, num só diagrama, as quatro grandezas vetoriais citadas.

24 *(Cefet-PR)* Analise as proposições a seguir sobre $\vec{A}$ e $\vec{B}$, vetores inscritos num semicírculo de raio **r** e diâmetro **d**, conforme mostrado no diagrama:



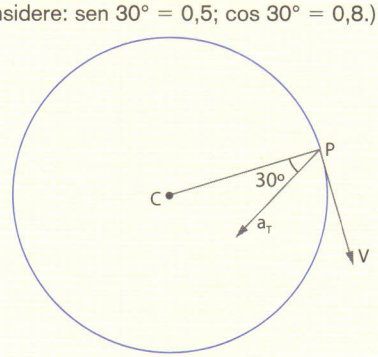
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

I. $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são sempre perpendiculares.
II. A soma dos módulos das componentes horizontais dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é igual ao diâmetro do semicírculo.
III. As componentes verticais dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são iguais.
IV. O vetor resultante tem módulo igual a **r**.

São corretas as proposições:

a) I e II d) I e IV
b) I e III e) I, II e III
c) II e IV

25 *(Unitau-SP)* Uma partícula *P* se move no sentido horário sobre uma circunferência de raio 2 m. Num dado instante, sua aceleração total vale 20 m/s² e forma um ângulo de 30° com a normal à curva, como indica a figura. Calcule, nesse instante, a aceleração centrípeta, a velocidade linear e a aceleração tangencial da partícula.
(Considere: sen 30° = 0,5; cos 30° = 0,8.)



26 *(UFJF-MG)* No Grande Prêmio de Mônaco de Fórmula 1 deste ano, o vencedor percorreu as 78 voltas completas do circuito em quase 1,5 h. Cada volta tem aproximadamente 3400 m. Podemos concluir que:
a) o módulo do vetor velocidade do carro esteve sempre acima de 100 km/h.
b) o módulo do vetor velocidade média do carro foi zero.
c) o módulo do vetor velocidade média a cada volta foi aproximadamente 177 km/h.
d) o módulo do vetor velocidade média foi 177 km/h.

CAPÍTULO 7 – COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS E LANÇAMENTOS

1. Composição de movimentos

Liu Jin/AFP/Getty Images

Observar as pessoas caminhando numa estação rodoviária ou de metrô nos dá a nítida impressão de que todos estão com pressa. Contudo, para saber quem tem mais pressa basta observar as pessoas nas escadas rolantes: as mais apressadas não ficam paradas na escada, mas caminham por seus degraus, seja subindo, seja descendo, e assim conseguem mais velocidade sem grande esforço físico.

A explicação para esse fato é que o movimento da pessoa está sendo adicionado ao movimento da escada. Isso permite que, com o mesmo esforço físico, a pessoa se desloque mais rapidamente do que quando andava no chão fixo.

É assim que se explica também o que acontece quando as crianças se põem a caminhar na escada rolante, mas no sentido oposto ao seu deslocamento.

Loretta Rae/Corbis/Latinstock

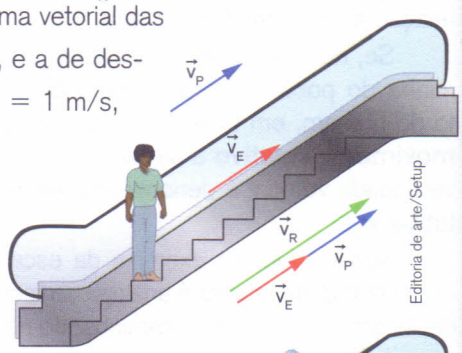
Suponha que a escada rolante esteja subindo e a criança, quando se encontra na metade do percurso, se vira e começa a andar no sentido oposto. Será que ela conseguirá chegar até o início da escada? Do que vai depender?

Para um observador parado no solo que assiste às cenas descritas, tanto a pessoa com pressa quanto a criança aparentemente possuem um movimento único, principalmente se o observador não reparar que elas estão se deslocando em uma escada rolante ligada.

Estamos tratando, portanto, de situações com **movimentos compostos**. Os deslocamentos observados são compostos pelo movimento das pessoas na escada rolante mais o movimento da própria escada. Fisicamente falando, a ideia de movimento está diretamente associada à da velocidade.

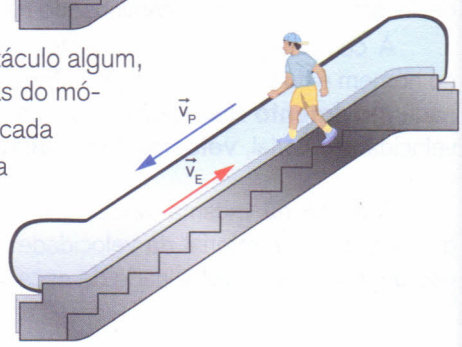
Tratando a velocidade vetorialmente, o vetor velocidade resultante $\vec{v}_R$, que descreve o movimento da pessoa para um observador parado no solo, é o resultado da soma vetorial das duas velocidades: a da pessoa $\vec{v}_P$, em relação à escada parada, e a de deslocamento da própria escada rolante $\vec{v}_E$. Se $|\vec{v}_P| = 2$ m/s e $|\vec{v}_E| = 1$ m/s, como ambas estão na mesma direção e sentido, temos que:

$$\vec{v}_R = \vec{v}_P + \vec{v}_E$$
$$|\vec{v}_R| = |\vec{v}_P| + |\vec{v}_E|$$
$$|\vec{v}_R| = 2 + 1$$
$$|\vec{v}_R| = 3 \text{ m/s}$$



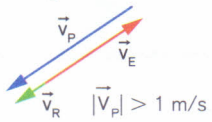
Editoria de arte/Setup

Já para a criança que se desloca no sentido contrário ao do movimento da escada rolante, imaginando não haver obstáculo algum, ela vai conseguir chegar ao início da escada dependendo apenas do módulo de sua velocidade $|\vec{v}_P|$. Se o módulo da velocidade da escada for $|\vec{v}_E| = 1$ m/s, a criança chegará ao início da escada se sua velocidade for maior que a da escada, $|\vec{v}_P| > 1$ m/s. Caso contrário, parecerá ao observador externo que a criança está sendo arrastada para cima lentamente. Responda rápido: O que você imagina que acontece se $|\vec{v}_P| = |\vec{v}_E|$?



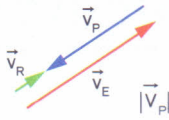
O movimento resultante da criança dependerá do valor de sua velocidade.

criança desce



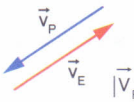
$|\vec{V}_P| > 1$ m/s

criança sobe



$|\vec{V}_P| < 1$ m/s

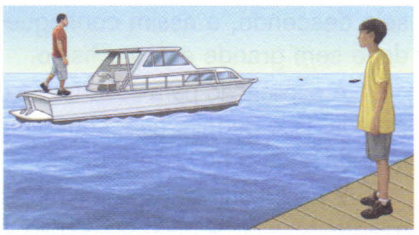
criança permanece no lugar



$|\vec{V}_P| = 1$ m/s

Portanto, embora um móvel qualquer possa aparentar ter um só movimento para um determinado referencial, ele pode ser interpretado como o movimento resultante de dois ou mais movimentos simultâneos que ocorrem segundo referenciais distintos. No nosso exemplo anterior, o movimento da pessoa caminhando na escada rolante consistia na soma da velocidade da pessoa se deslocando em relação a um degrau da escada mais a velocidade dos degraus em relação a um ponto fixo no solo.

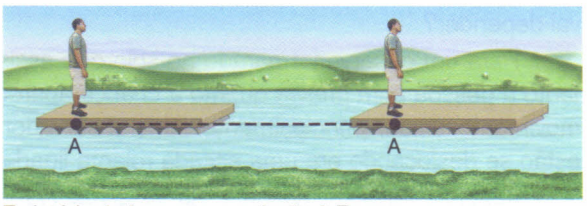
Consideremos agora um exemplo bidimensional: a caminhada de um passageiro sobre um barco que está com o motor ligado e é arrastado pela correnteza. O deslocamento do passageiro em relação a um observador parado na margem é resultado de um movimento composto pela superposição de três movimentos simultâneos: do passageiro em relação ao convés, do barco em relação à água e da correnteza em relação à margem do rio.



Parece complicado enxergar isso tudo de uma vez só, mas felizmente é possível estudar o movimento final de um móvel a partir de seus movimentos componentes. É o que veremos a seguir.

2. Princípio da independência dos movimentos

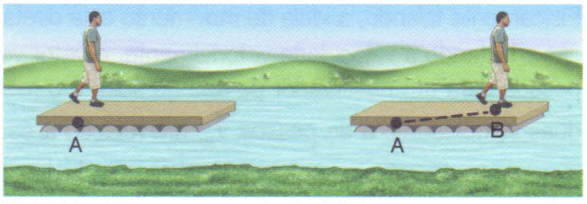
Considere uma balsa descendo o rio e um homem **parado** sobre ela, no ponto *A*. Chamemos o movimento da balsa (e nesse caso do homem) ao ser arrastada pela correnteza, em relação à Terra, de **movimento de arrastamento** e a velocidade vetorial correspondente de **velocidade de arrastamento** $\vec{v}_{arr}$.



Trajetória do homem em relação à Terra.

Perceba que, fazendo um paralelo com a escada rolante, esse movimento de arrastamento corresponde ao movimento da escada rolante em relação a um ponto fixo no solo.

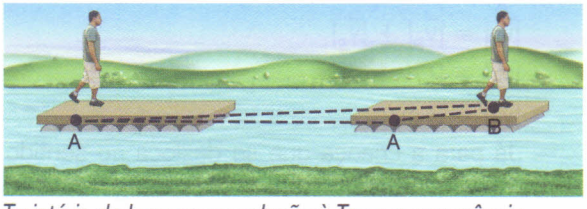
Se, num determinado instante, o homem caminha do ponto *A* para o ponto *B*, o movimento do homem, em relação à balsa, é denominado **movimento relativo** à balsa, e a correspondente velocidade vetorial é denominada **velocidade relativa** $\vec{v}_{rel}$.



Trajetória do homem em relação à balsa.

Repare que, no exemplo da escada rolante, essa velocidade relativa é análoga ao movimento de deslocamento da pessoa caminhando por ela.

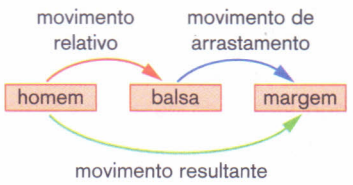
A composição dos movimentos simultâneos do homem e da balsa em relação à Terra é denominada **movimento resultante**, e a correspondente velocidade vetorial, **velocidade resultante** $\vec{v}_{res}$.



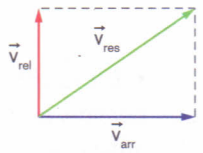
Trajetória do homem em relação à Terra na ocorrência simultânea dos dois movimentos.

Ilustrações: Paulo Cesar

Trata-se da mesma velocidade resultante da escada rolante, que era a soma vetorial da velocidade da pessoa em relação a um dos degraus com a velocidade da escada em relação ao solo.



Essas velocidades vetoriais podem ser relacionadas pela expressão geral da resultante vetorial. Para um caso genérico, temos ao lado:



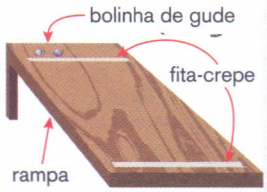
$$\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}$$

Examinando a figura anterior, notamos que as velocidades relativa $\vec{v}_{rel}$ e de arrasto $\vec{v}_{arr}$ são perpendiculares entre si, o que significa que uma velocidade não influencia a outra. Assim, a correnteza não interfere no tempo de deslocamento da pessoa sobre a jangada, que é arrastada pela correnteza. Igualmente podemos dizer que o deslocamento da pessoa não interfere no arrastamento da jangada pela correnteza.

Galileu estudou o movimento resultante da composição de outros movimentos. Em seus estudos ele percebeu que, quando um corpo se encontra sob a ação simultânea de vários movimentos, cada um deles se processa como se os demais não existissem.

Você pode confirmar o princípio de independência dos movimentos por meio de uma atividade simples que propomos a seguir. Você vai precisar apenas de uma bolinha de gude, uma superfície lisa de aproximadamente 1 m^2, como uma mesa ou carteira, fita-crepe e um relógio ou cronômetro.

1ª etapa:



- Incline levemente a superfície lisa e com dois pedaços de fita-crepe marque dois pontos nela: um no alto da rampa e outro no final.
- Posicione a bolinha de gude na marca mais alta da rampa e zere o cronômetro.
- Solte a bolinha sem imprimir qualquer impulso e acione o cronômetro para marcar o tempo que ela leva até atingir a segunda marca, na parte baixa da rampa.
- Repita essa etapa mais quatro vezes, anotando os tempos.

2ª etapa:

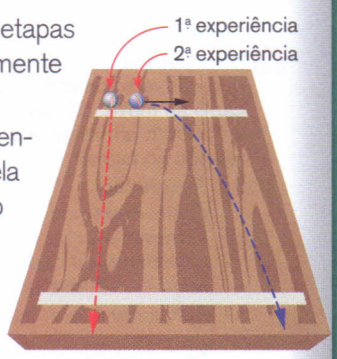
- Posicione a bolinha de gude na marca mais alta da rampa e zere o cronômetro.
- Lance a bolinha, com um leve impulso lateral. Ao fazer isso, acione o cronômetro para marcar o tempo que a bolinha leva até atingir a segunda marca, na parte baixa da rampa.
- Repita essa etapa mais quatro vezes, anotando os tempos, e compare com os resultados obtidos na primeira.

Por meio de uma atividade simples como essa, podemos aprender bastante sobre a composição de movimentos, isto é, a descrição de um movimento pela composição de outros dois.

Agora, você já é capaz de refletir sobre algumas questões:

- Qual a diferença no movimento das duas bolinhas?
- Qual delas gasta mais tempo para percorrer a rampa? E para atingir o solo? Por quê?
- Podemos decompor o movimento das bolinhas em outros dois, mais simples? Como?

Essa atividade prática comprova que, para se conhecer o movimento resultante de um corpo, pode-se estudar separadamente os movimentos que o compõem.



Você deve ter percebido que os tempos de queda da bolinha nas duas etapas foram muito próximos – para não dizer os mesmos – e dependeram principalmente do cuidado na realização dos procedimentos e na tomada de dados.

O impulso dado à bolinha apenas causou seu deslocamento lateral, sem influenciar seu movimento vertical de descida na rampa, o que pôde ser comprovado pela tomada dos tempos. Logo, o movimento de descida na segunda etapa é composto por dois movimentos independentes: a descida da bolinha em MUV e seu deslocamento lateral em MU. O resultado dessa soma de movimentos é uma trajetória parabólica. É possível registrar essa trajetória forrando-se a superfície com papel e sujando-se a bolinha com tinta ou óleo de cozinha, antes de soltá-la da rampa.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

• Enquanto um elevador panorâmico sobe com velocidade constante, uma pessoa se desloca dentro dele, caminhando de uma parede lateral para a outra. Qual é a trajetória que essa pessoa aparenta descrever para um observador externo ao elevador?

Aplicações

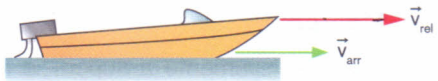
1 Um barco a motor desce um rio com velocidade 36 km/h e sobe o mesmo rio com velocidade 28,8 km/h. Calcule a velocidade da correnteza em relação às margens e do barco em relação à água.

Resolução:

A velocidade da correnteza em relação à margem é a velocidade de arrastamento e a velocidade do barco em relação à água é a velocidade relativa.

• Descendo o rio temos os vetores velocidade com mesma direção e mesmo sentido:

$v_{res} = v_{rel} + v_{arr} \Rightarrow 36 = v_{rel} + v_{arr} \Rightarrow v_{rel} = 36 - v_{arr}$ (1)



descendo o rio: $v_{res} = 36$ km/h

• Subindo o rio, os vetores velocidade possuem a mesma direção e sentidos opostos:

$v_{res} = v_{rel} - v_{arr} \Rightarrow 28{,}8 = v_{rel} - v_{arr}$ (2)

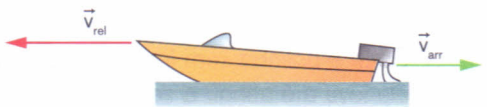
Substituindo (1) em (2), temos:

$28{,}8 = v_{rel} - v_{arr} \Rightarrow 28{,}8 = 36 - v_{arr} - v_{arr} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_{arr} = 3{,}6$ km/h

Substituindo este resultado em (1):

$v_{rel} = 36 - v_{arr} \Rightarrow v_{rel} = 36 - 3{,}6 \Rightarrow v_{rel} = 32{,}4$ km/h



subindo o rio: $v_{res} = 28{,}8$ km/h

2 Um barco atravessa um rio com velocidade própria de 10 m/s, perpendicular à correnteza. Sabendo-se que a largura do rio é de 800 m e a velocidade da correnteza, 4 m/s, calcule:

a) o tempo gasto na travessia;
b) o deslocamento do barco rio abaixo ao fim da travessia;
c) a distância realmente percorrida pelo barco na travessia;
d) a velocidade do barco em relação à Terra.

Resolução:

Antes de iniciarmos a resolução formal, podemos indicar cada uma das velocidades presentes:

v_{rel} = *velocidade do barco em relação à água* $\Rightarrow v_{rel} = 10$ m/s

v_{arr} = *velocidade da água em relação à Terra* $\Rightarrow v_{arr} = 4$ m/s

v_{res} = *velocidade do barco em relação à Terra*

Esquema:

a) Se não houvesse correnteza, o barco chegaria ao ponto Y. O tempo gasto para percorrer XY é o mesmo que para percorrer XZ. Então, podemos escrever:

$d = vt \Rightarrow XY = v_{rel}t \Rightarrow 800 = 10t \Rightarrow t = 80$ s

b) O tempo gasto para percorrer YZ é o mesmo que para percorrer XY.

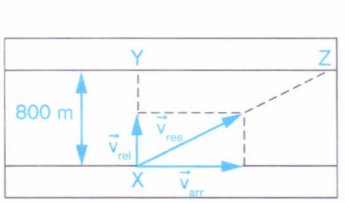
$YZ = v_{arr}t \Rightarrow YZ = 4 \cdot 80 \Rightarrow YZ = 320$ m

c) Da figura, temos:

$XZ^2 = XY^2 + YZ^2 \Rightarrow XZ = \sqrt{800^2 + 320^2} \Rightarrow XZ \simeq 862$ m

d) Para o cálculo de v_{res}, da figura, temos:

$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2 \Rightarrow v_{res} = \sqrt{10^2 + 4^2} \Rightarrow v_{res} = \sqrt{116} \simeq 10{,}8$ m/s

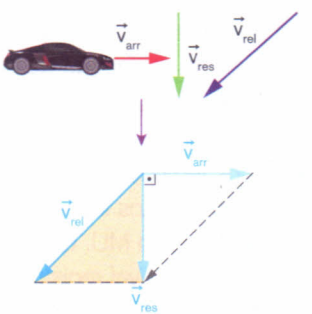


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3 Uma pessoa viaja de carro, por uma estrada em linha reta, sob uma chuva que cai verticalmente a uma velocidade de 10 m/s em relação à Terra. O carro se move, da esquerda para a direita, com velocidade constante igual a 72 km/h em relação à Terra. Qual o módulo da velocidade da chuva em relação ao carro?

Resolução:

O movimento do carro em relação ao solo é o movimento de arrastamento. O movimento da chuva em relação ao solo é o movimento resultante, e o movimento da chuva em relação ao carro em movimento é o movimento relativo. A figura mostra os vetores velocidade.

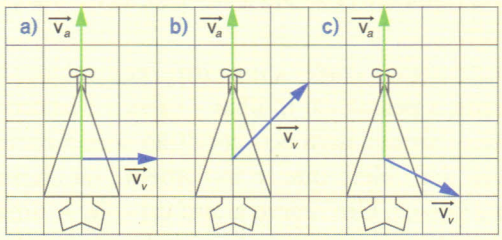


Aplicando o teorema de Pitágoras:

$v_{rel}^2 = v_{res}^2 + v_{arr}^2 \Rightarrow v_{rel}^2 = 20^2 + 10^2 \Rightarrow v_{rel} = 10\sqrt{5}$ m/s $\simeq 22{,}4$ m/s

Atividades

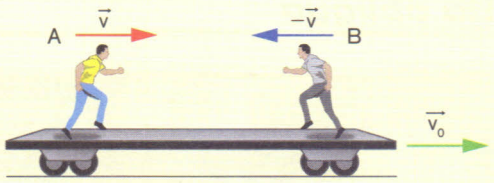
1 Um avião está sendo desviado de sua rota pela ação do vento, que muda constantemente de orientação, como mostra a figura. Determine graficamente a velocidade resultante em cada situação. Em qual das situações a velocidade resultante é maior em relação ao solo?



2 *(Ufla-MG)* Um barqueiro, para atravessar a correnteza de um rio, direciona seu barco perpendicular à correnteza. Considerando a velocidade do barco 12 nós/s e a velocidade da correnteza 16 nós/s, pode-se afirmar que para um observador parado às margens do rio, a velocidade do barco é de:

a) 12 nós/s
b) 16 nós/s
c) 20 nós/s
d) 28 nós/s

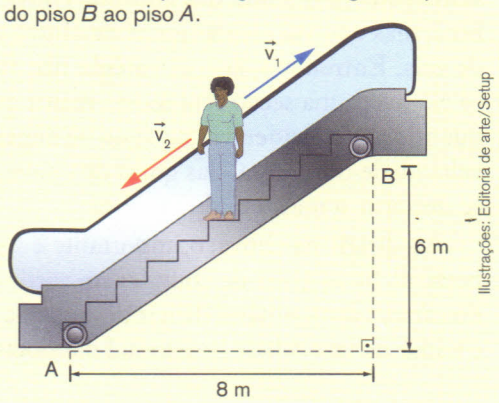
3 *(Fuvest-SP)* Num vagão ferroviário que se move com velocidade $v_0 = 3$ m/s com relação aos trilhos, estão dois meninos *A* e *B* que correm um em direção ao outro, cada um com velocidade $v = 3$ m/s com relação ao vagão.



As velocidades dos meninos *A* e *B*, com relação aos trilhos, serão, respectivamente:

a) 6 m/s e 0 m/s.
b) 3 m/s e 3 m/s.
c) 0 m/s e 9 m/s.
d) 9 m/s e 0 m/s.
e) 0 m/s e 6 m/s.

4 *(UFPE)* Uma escada rolante liga dois pisos *A* e *B*, movendo-se com velocidade ascendente e constante $v_1 = 0{,}5$ m/s, como ilustra a figura. Descendo, uma pessoa gasta 10 segundos para ir do piso *B* ao piso *A*.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Qual a velocidade da pessoa em relação ao solo?
b) Qual a velocidade da pessoa em relação à escada?

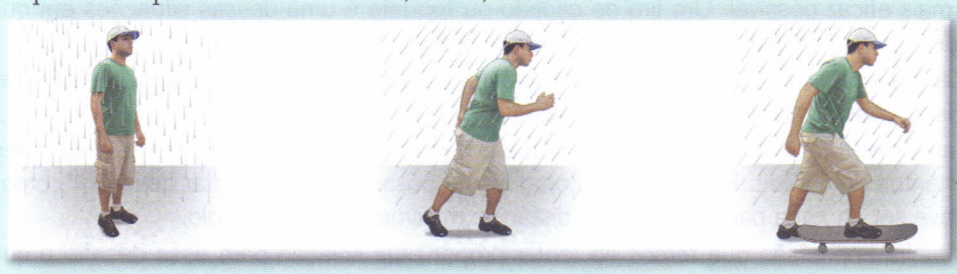
5 Se você estiver sob uma chuva que cai verticalmente, como deveria se deslocar para se molhar menos: correndo, caminhando rapidamente ou andando lentamente?

Saiba mais sobre...

CORRER OU ANDAR NA CHUVA?

Uma pessoa deve correr ou andar ao atravessar a rua debaixo de chuva sem guarda-chuva? Correndo, a pessoa passa menos tempo na chuva, mas provavelmente encontra um número maior de gotas de chuva. A resposta muda se um vento soprar as gotas de chuva na direção da pessoa ou na direção oposta?

Ao dirigir na chuva, que velocidade uma pessoa deve manter para minimizar a quantidade de água que cai no para-brisa dianteiro e, assim, manter uma visibilidade razoável?



Paulo Cesar

•••

Resposta: Se a chuva cai verticalmente ou o vento a empurra na direção da pessoa, esta deve correr o mais depressa que puder. Embora a pessoa colete gotas de chuva, a redução do tempo passado na chuva a deixa menos molhada do que se ela se movimentar mais devagar. Para reduzir o número de gotas coletadas, a pessoa deve minimizar sua seção reta vertical inclinando o corpo para a frente enquanto corre. Para se movimentar depressa com o corpo inclinado, você pode, como um pesquisador sugeriu, andar na chuva de *skate*, mas isto certamente chamará a atenção; além disso, é mais prático carregar um guarda-chuva do que um *skate*.

Se o vento bater nas costas da pessoa, a melhor estratégia é correr a um ritmo equivalente à velocidade horizontal das gotas de chuva. Dessa forma, a pessoa vai molhar a cabeça e os ombros, mas não vai coletar gotas de chuva com a parte da frente, nem elas colidirão com a parte de trás. Entretanto, essa estratégia não funciona para um objeto que se movimente na chuva se ele tiver uma seção reta muito maior que a de uma pessoa. Um objeto assim vai coletar uma quantidade considerável de água na superfície de cima mesmo que sua velocidade seja igual à velocidade horizontal das gotas de chuva. Para se molhar o mínimo possível, tal objeto deveria se deslocar o mais rápido possível.

Ao dirigir na chuva, o importante é manter a visibilidade, e não manter o carro o mais seco possível. Se as gotas de chuva caem verticalmente ou caem no sentido oposto ao do movimento do carro, é aconselhável dirigir devagar. Se a chuva cai no sentido do movimento do carro, o ideal é andar na velocidade horizontal das gotas de chuva, embora isto nem sempre seja viável.

Jearl Walker. *O circo voador da Física*. Rio de Janeiro: LTC, 2008. p.1.

3. Lançamento oblíquo

Lars Baron/Bongarts/Getty Images

Um dos fundamentos do futebol é o cruzamento. Nele, o jogador dá um chute de longa distância na bola de tal modo que ela, lançada no ar, caia na região do campo desejada, de preferência nos pés ou na cabeça de um dos colegas de time para que, dando continuidade à jogada, possa marcar o gol tão desejado.

Seguramente nenhum jogador de futebol estuda cinemática para cruzar a bola com eficiência. Isso se aprende na prática, com a repetição e com o treino, de tal modo que, com o tempo, chega a parecer muito natural. Entretanto, em outras situações também de disputa, mas com espírito bem menos esportivo, como em uma guerra, é preciso realizar cálculos exatos a fim de tornar um ataque o mais eficaz possível. Um tiro de canhão ou foguete é uma dessas situações em que diversas variáveis devem ser reguladas para que o alvo seja alcançado.

Ambas as situações – a bola cruzada no campo e o projétil lançado de canhão – são exemplos do que em Física chamamos de **lançamento oblíquo**.

Os lançamentos oblíquos são situações que podem ser estudadas pelo princípio da independência dos movimentos de Galileu. Para verificar como isso é possível, vamos tentar descobrir como uma bola cruzada deve ser chutada para que atinja a distância máxima ao tocar no solo.

A primeira impressão que temos ao tentar propor uma solução para esse desafio é que se deve chutar a bola com toda a força. Bem, isso não é totalmente verdade.

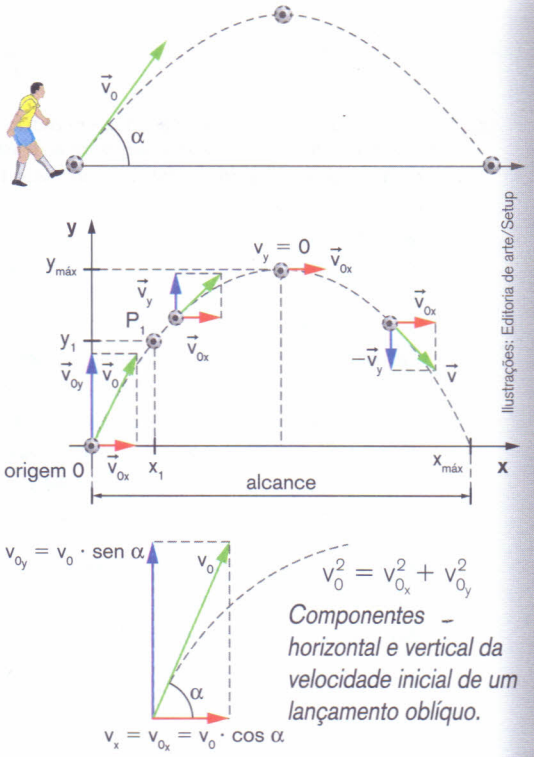
Considere uma bola chutada, obliquamente, com velocidade inicial $\vec{v}_0$ e formando um ângulo α com a horizontal.

Desprezando-se a resistência do ar sobre a bola, sua trajetória será parabólica em relação à Terra, devido à gravidade.

Nesse caso, de acordo com o princípio da composição dos movimentos de Galileu, o lançamento oblíquo pode ser considerado como resultante da composição de dois movimentos que se realizam simultaneamente: um na direção horizontal **x** e outro na direção vertical **y**.

A componente horizontal do movimento da bola mantém-se constante, pois nessa direção não existe aceleração. Logo, na direção horizontal o corpo realiza um movimento retilíneo e uniforme com velocidade igual a $\vec{v}_{0x}$.

A componente vertical do movimento da bola executa um movimento exatamente igual ao movimento de um corpo lançado verticalmente para cima sob a ação da gravidade. Logo, na direção vertical o corpo realiza um MRUV com velocidade inicial igual a v_{0y} e aceleração igual à da gravidade.



Componentes horizontal e vertical da velocidade inicial de um lançamento oblíquo.

Propriedades do lançamento oblíquo no vácuo

1ª) O intervalo de tempo na subida é igual ao intervalo de tempo na descida até o nível do lançamento.

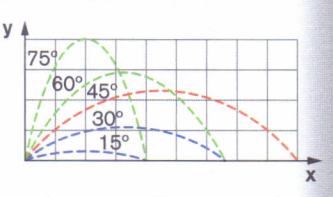
2ª) No ponto de altura máxima $h_{máx}$ o módulo da componente vertical é nula ($v_y = 0$), porém existe a componente horizontal, que continua constante e igual a $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$.

3ª) A altura máxima alcançada pelo móvel será tanto maior quanto maior for o ângulo de lançamento.

4ª) A distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto de queda do corpo, denominada **alcance**, é máxima quando o ângulo de lançamento for igual a 45°.

5ª) Um mesmo alcance pode ser obtido, com a mesma velocidade inicial, quando se utilizam dois ângulos de lançamento diferentes que são complementares, ou seja, dois ângulos cuja soma é 90°.

Alcance de projéteis disparados com a mesma velocidade inicial e diferentes ângulos de lançamento. O alcance máximo é obtido para 45°. Alcances menores são obtidos para quaisquer outros ângulos de lançamento, variando, assim, o tempo em que o projétil permanece no ar. O alcance é o mesmo para 30° e 60°, por exemplo, pois 30° + 60° = 90°. O mesmo raciocínio é válido para os ângulos de 15° e 75°, pois 15° + 75° = 90°.



6ª) A posição do corpo em um dado instante é determinada pelas coordenadas **x** e **y**. Por exemplo, $P_1 (x_1, y_1)$.

7ª) A velocidade num dado instante é obtida por meio da soma vetorial das velocidades vertical e horizontal, isto é, $\vec{v} = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_y$. O vetor **v** é tangente à trajetória em cada instante.

8ª) Na horizontal, segundo o eixo **x**, o movimento é uniforme; desse modo, podemos escrever:

$$s = s_0 + v_x t \Rightarrow x = 0 + v_{0x} t \Rightarrow x = v_{0x} t$$

lembrando que: $v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$

9ª) Na vertical, segundo o eixo **y**, o movimento é uniformemente variado. Orientando o eixo para cima, podemos escrever:

$$y = y_0 + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad v_y = v_{0y} - gt \qquad v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$$

em que: $v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \alpha$

Aplicações

1 Nos Jogos Olímpicos um atleta lança um dardo com velocidade inicial de 30 m/s, formando um ângulo de 45° com a horizontal. Desprezando-se o atrito do ar e adotando g = 10 m/s², sen 45° = cos 45° = 0,7, pede-se:

a) o valor da velocidade do dardo no instante t = 2 s;

b) a posição do dardo no instante t = 2 s.

Resolução:

a) Inicialmente vamos determinar os módulos das componentes horizontal e vertical da velocidade inicial:

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45° \Rightarrow v_{0x} = 30 \cdot 0{,}7 \Rightarrow v_{0x} = 21$ m/s (constante)

$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 45° \Rightarrow v_{0y} = 30 \cdot 0{,}7 = v_{0y} = 21$ m/s

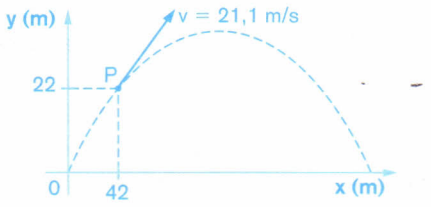
No instante t = 2 s o módulo de $\mathbf{v}_y$ é dado por:

$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = 21 - 10 \cdot 2 \Rightarrow v_y = 21 - 20 = 1$ m/s

O sinal positivo, $v_y > 0$, indica que o dardo está em movimento ascendente.

*O módulo da velocidade **v** do dardo é dado por:*

$v^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 \Rightarrow v^2 = 21^2 + 1^2 = \sqrt{442} \Rightarrow v \simeq 21$ m/s



*b) A posição P do dardo na trajetória é determinada pelas coordenadas **x** e **y** em t = 2 s:*

No eixo horizontal, descreve um MU:

$x = v_{0x}t \Rightarrow x = 21 \cdot 2 \Rightarrow x = 42$ m

No eixo vertical, descreve um MUV:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

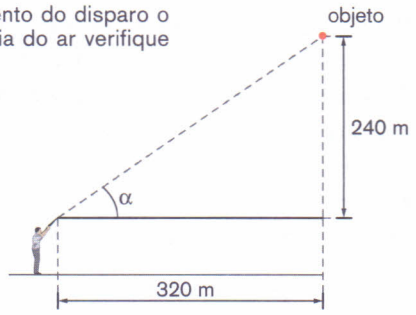
$$\Rightarrow y = 21 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 22 \text{ m}$$

Portanto, a posição do corpo é (42m, 22m).

2 Um atirador aponta seu rifle para um objeto fixo. No exato momento do disparo o objeto inicia seu movimento de queda. Desprezando a resistência do ar verifique se o projétil lançado pelo rifle encontra o objeto.

Dados: g = 10 m/s²; v_0 = 200 m/s e sen α = 0,60 e cos α = 0,80.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Desprezando a resistência do ar, o projétil irá encontrar o objeto num ponto da trajetória deste, pois projétil e objeto caem simultaneamente com movimentos verticais submetidos à mesma aceleração.

Para determinar o instante do encontro recorremos à função horária do movimento horizontal do projétil.

$x = v_x t \Rightarrow x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \Rightarrow 320 = 200 \cdot 0{,}8\, t \Rightarrow$

$\Rightarrow t = 2{,}0$ s.

Para determinar se o projétil acertará o objeto, devemos calcular a altura (posição) de ambos em relação ao solo, no tempo t = 2 s.

A altura do objeto $\mathbf{y}_{objeto}$ pode ser obtida por sua função horária:

$$y_{objeto} = y_{0\,objeto} + v_{0y\,objeto}t \pm \frac{1}{2}gt^2$$

$y_{objeto} = 240 - 5 \cdot 2^2 \Rightarrow y_{objeto} = 220$ m

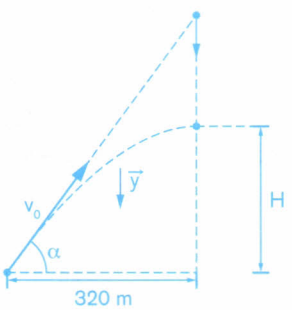
Usando, agora, a função horária do projétil, temos:

$$y_{projétil} = y_0 + v_{0y}t \pm \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_{projétil} = y_0 + v_0 \cdot \text{sen } \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$y_{projétil} = 0 + 200 \cdot 0{,}6 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$

$y_{projétil} = 220$ m



Como em t = 2s, $y_{objeto} = y_{projétil} = H$, então o atirador acertará o alvo.

Atividades

1 *(FMTM-MG)* Em um espetacular *show* de acrobacia, uma motocicleta abandona a extremidade da rampa com velocidade de 108 km/h, sobrevoa uma fileira de fuscas estacionados, descendo finalmente em uma outra rampa idêntica e à mesma altura em que abandonou a primeira.

Considere desprezíveis ações resistivas do ar e do atrito.

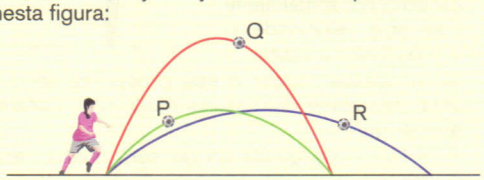
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

(Dados: g = 10 m/s²; inclinação do plano da rampa = 32°; sen 32° = 0,53; cos 32° = 0,85; sen 64° = 0,90 e cos 64° = 0,44.)

a) Determine quanto tempo a motocicleta permanece "voando" sobre os carros.

b) Se os fuscas foram estacionados lado a lado, ocupando uma vaga de 2,1 m de largura, determine quantos carros compunham a fileira entre as rampas.

2 *(UFMG)* Clarissa chuta, em sequência, três bolas – *P*, *Q* e *R* –, cujas trajetórias estão representadas nesta figura:



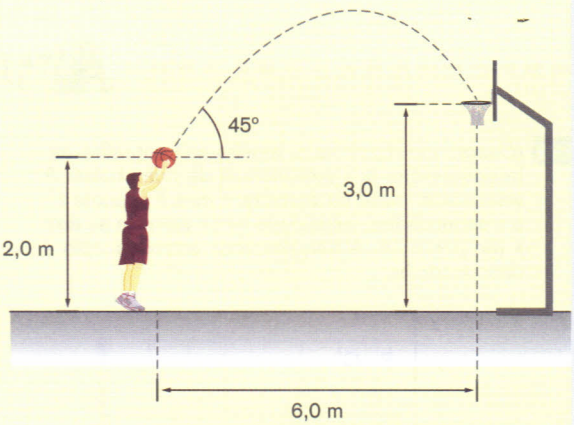
Sejam t_P, t_Q e t_R os tempos gastos, respectivamente, pelas bolas *P*, *Q* e *R*, desde o momento do chute até o instante em que atingem o solo.

Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que:

a) $t_Q > t_P = t_R$
b) $t_R > t_Q = t_P$
c) $t_Q > t_R > t_P$
d) $t_R > t_Q > t_P$

3 *(UFPE)* Um gafanhoto adulto pode saltar até 0,80 m com um ângulo de lançamento de 45°. Desprezando a resistência do ar e a força de sustentação aerodinâmica sobre o gafanhoto, calcule quantos décimos de segundo ele permanecerá em voo.

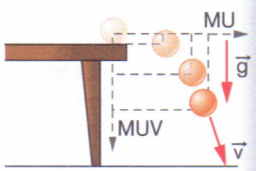
4 *(UFPR)* A figura abaixo ilustra um jogador de basquete no momento em que ele faz um arremesso bem-sucedido. A bola, ao ser arremessada, está a uma distância horizontal de 6,0 m da cesta e a uma altura de 2,0 m em relação ao piso. Ela sai das mãos do jogador com uma velocidade de módulo $6\sqrt{2}$ m/s fazendo um ângulo de 45° com a horizontal. A cesta está fixada a uma altura de 3,0 m em relação ao piso. Desprezando a resistência do ar, determine:



a) a altura máxima atingida pela bola em relação ao piso;

b) o intervalo de tempo entre o instante em que a bola sai da mão do jogador e o instante em que ela atinge a cesta.

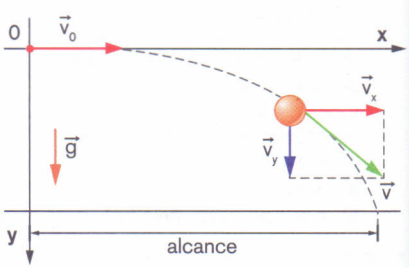
4. Lançamento horizontal



Considere um corpo lançado horizontalmente de determinada altura, com velocidade inicial $\vec{v}_0$. Desprezando a resistência do ar, ele descreve uma trajetória parabólica, resultante da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: um **movimento uniforme** na horizontal e uma **queda livre** na vertical.

O lançamento horizontal é um caso particular de lançamento oblíquo. Nesse caso, o ângulo de lançamento é igual a zero ($\alpha = 0°$). Assim, os módulos das componentes horizontal e vertical da velocidade $\vec{v}_0$ são: $v_x = v_0$ e $v_{0y} = 0$

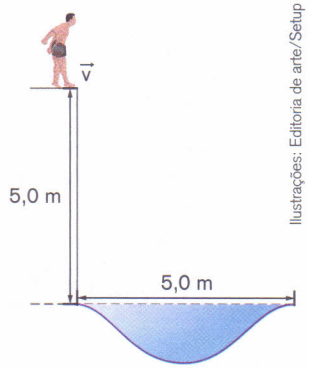
$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$



Galileu realizou uma experiência em que deixou um objeto *A* cair verticalmente e, no mesmo instante e do mesmo local, lançou horizontalmente um objeto *B*. Com isso, ele verificou que os dois corpos levavam o mesmo tempo para atingir o solo e concluiu que a velocidade horizontal de lançamento do corpo *B* não influi no movimento de queda, desde que desprezemos a influência do ar.

Aplicação

Um menino deseja saltar do topo de um barranco de 5,0 m de altura para cair na parte mais funda de um poço de água cristalina e calma.
Adotando $g = 10\ m/s^2$ e considerando os dados da figura, calcule o módulo da velocidade horizontal adequada para que o menino consiga o seu intento.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

As funções horárias do movimento são:

$x = x_0 + v_{0x}t \Rightarrow x = 0 + vt \Rightarrow x = vt$

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = 0 + 0 \cdot t + \frac{10t^2}{2} \Rightarrow y = 5t^2$

Quando o menino atinge a água, temos $y = 5\ m$.

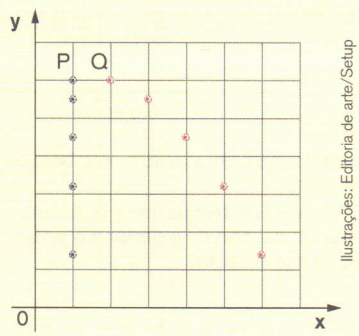
$y = 5t^2 \Rightarrow 5 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1\ s$

Pela figura, a parte mais funda do lago fica a 2,5 m do barranco.

$x = vt \Rightarrow 2{,}5 = v \cdot 1 \Rightarrow v = 2{,}5\ m/s$

Atividades

1 *(Cesgranrio-RJ)* A figura mostra as fotografias estroboscópicas dos movimentos de duas bolas. A velocidade inicial da primeira é nula (no ponto *P*) e a segunda tem velocidade inicial paralela ao eixo **x** (no ponto *Q*). A frequência do estroboscópio é desconhecida.



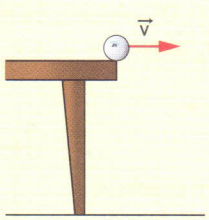
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Qual (quais) das seguintes afirmações pode(m) ser verificada(s) por uma simples análise das fotografias?

I. A aceleração de cada bola é paralela ao eixo **y**.
II. As duas bolas caem com acelerações iguais.
III. As bolas têm massas iguais.

a) I somente.
b) I e III somente.
c) II e III somente.
d) I, II e III.
e) I e II somente.

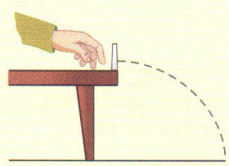
2 *(Cefet-MG)* Uma bola de pingue-pongue rola sobre uma mesa com velocidade constante de 0,20 m/s. Após sair da mesa, cai, atingindo o chão a uma distância de 0,20 m dos pés da mesa.



Considerando $g = 10\ m/s^2$ e a resistência do ar desprezível, determine:

a) a altura da mesa;
b) o tempo gasto pela bola para atingir o solo.

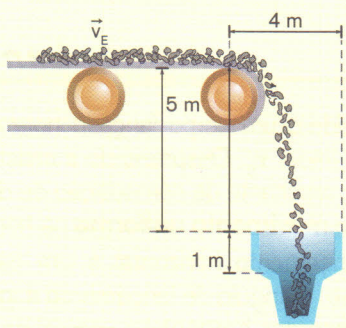
3 *(UEMG)* Do alto de uma mesa, uma pessoa dá um piparote num giz, lançando-o horizontalmente com uma velocidade **v**, como mostra a figura.



Se a pessoa repetir o seu procedimento com uma velocidade duas vezes maior (2v), pode-se afirmar que:

a) o tempo de queda do giz será quatro vezes maior.
b) o tempo de queda do giz será duas vezes maior.
c) a distância horizontal percorrida pelo giz não se alterará.
d) a distância horizontal percorrida pelo giz será duas vezes maior.

4 Uma correia transportadora horizontal joga minério no funil conforme indicado na figura.



A correia tem velocidade constante v_c. Determine os limites da velocidade v_c para que isso seja possível. (Adote $g = 10\ m/s^2$.)

5 *(Unitau-SP)* Um alvo de altura 1,0 m se encontra a certa distância **x** do ponto de disparo de uma arma. A arma é, então, mirada no centro do alvo e o projétil sai com velocidade horizontal 500 m/s. Supondo nula a resistência do ar e adotando $g \simeq 10\ m/s^2$, qual a distância mínima que se deve localizar a arma do alvo de modo que o projétil o atinja?

Mais Atividades

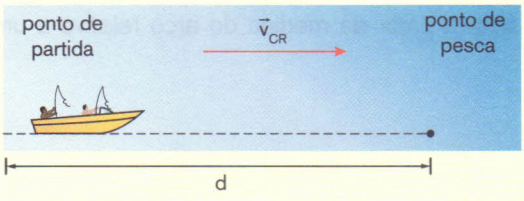
1 *(UFBA)* Um pássaro parte em voo retilíneo e horizontal do seu ninho para uma árvore distante 75 m e volta, sem interromper o voo, sobre a mesma trajetória. Sabendo-se que sopra um vento de 5 m/s na direção e sentido da árvore para o ninho e que o pássaro mantém, em relação à massa de ar, uma velocidade constante de 10 m/s, determine o tempo gasto no caminho de ida e volta.

2 *(PUC-BA)* Entre as cidades *A* e *B* existem sempre correntes de ar que vão de *A* para *B* com uma velocidade de 50 km/h. Um avião, voando em linha reta, com uma velocidade de 150 km/h em relação ao ar, demora 4 h para ir de *B* até *A*. Qual é a distância entre as duas cidades?

a) 200 km c) 600 km e) 1 000 km
b) 400 km d) 800 km

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

3 *(UFSC)* Descendo um rio em sua canoa, sem remar, dois pescadores levam 300 segundos para atingir o seu ponto de pesca, na mesma margem do rio e em trajetória retilínea. Partindo da mesma posição e remando, sendo a velocidade da canoa, em relação ao rio, igual a 2,0 m/s, eles atingem o seu ponto de pesca em 100 segundos. Após a pescaria, remando contra a correnteza do rio, eles gastam 600 segundos para retornar ao ponto de partida.



Considerando que a velocidade da correnteza v_{CR} é constante, assinale a(s) proposição(ões) correta(s):

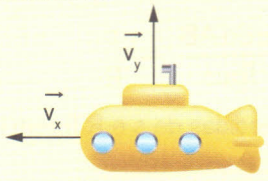
(01) Quando os pescadores remaram rio acima, a velocidade da canoa, em relação à margem, foi igual a 4,0 m/s.
(02) Não é possível calcular a velocidade com que os pescadores retornaram ao ponto de partida, porque a velocidade da correnteza não é conhecida.
(04) Quando os pescadores remaram rio acima, a velocidade da canoa, em relação ao rio, foi de 1,5 m/s.
(08) A velocidade da correnteza do rio é 1,0 m/s.
(16) Como a velocidade da canoa foi de 2,0 m/s, quando os pescadores remaram rio abaixo, então, a distância do ponto de partida ao ponto de pesca é 200 m.
(32) Não é possível determinar a distância do ponto de partida até o ponto de pesca.
(64) O ponto de pesca fica a 300 metros do ponto de partida.

4 *(Fatec-SP)* Sob a chuva que cai verticalmente, uma pessoa caminha com velocidade de 1 m/s, inclinando o guarda-chuva a 30°, em relação à vertical, para resguardar-se o melhor possível. Qual o módulo da velocidade da chuva em relação ao solo? Faça tg 60° = 1,7.

5 *(Fuvest-SP)* Uma pessoa sentada num trem, que se desloca numa trajetória retilínea a 20 m/s, lança uma bola verticalmente para cima e a pega de volta no mesmo nível de lançamento. A bola atinge uma altura máxima de 0,80 m em relação a este nível. (Adote g = 10 m/s².) Pede-se:

a) o valor da velocidade da bola, em relação ao solo, quando ela atinge a altura máxima;
b) o tempo durante o qual a bola permanece no ar.

6 *(UFSCar-SP)* O submarino navegava com velocidade constante, nivelado a 150 m de profundidade, quando seu capitão decide levar lentamente a embarcação à tona, sem contudo abandonar o movimento à frente. Comunica a intenção ao timoneiro, que procede ao esvaziamento dos tanques de lastro, controlando-os de tal modo que a velocidade de subida da nave fosse constante.



Se a velocidade horizontal antes da manobra era de 18,0 km/h e foi mantida, supondo que a subida tenha se dado com velocidade constante de 0,9 km/h, o deslocamento horizontal que a nave realizou, do momento em que o timoneiro iniciou a operação até o instante em que a nau chegou à superfície foi, em m, de

a) 4 800 c) 2 500 e) 1 200
b) 3 000 d) 1 600

7 *(Unoesc)* Uma pessoa está tendo dificuldades em um rio, mas observa que existem quatro boias flutuando livremente em torno de si. Todas elas estão a uma mesma distância desta pessoa: a primeira à sua frente, a segunda à sua retaguarda, a terceira à sua direita e a quarta à sua esquerda. A pessoa deverá nadar para:

a) qualquer uma das boias, pois as alcançará ao mesmo tempo;
b) a boia da frente, pois a alcançará primeiro;
c) a boia de trás, pois a alcançará primeiro;
d) a boia da esquerda, pois a alcançará primeiro;
e) a boia da direita, pois a alcançará primeiro.

8 *(Ufop-MG)* Um homem parado em uma escada rolante leva 10 s para descê-la em sua totalidade. O mesmo homem leva 15 s para subir toda a escada rolante de volta, caminhando contra o movimento dos degraus. Quanto tempo o homem levará para descer a mesma escada rolante, caminhando com velocidade relativa de mesmo módulo do que quando subiu?

a) 3,75 s. c) 7,50 s. e) 15,0 s.
b) 5,00 s. d) 10,0 s

CAPÍTULO 8 – MOVIMENTO CIRCULAR

1. Medidas de ângulos

Ao observar uma corrida de automóveis num autódromo, os espectadores nas arquibancadas vibram quando veem surgir, no início da reta, o carro de seu piloto preferido. Este passa pela reta a toda velocidade para, depois de algum tempo, reaparecer no início da reta, confirmando ou não a liderança na prova.

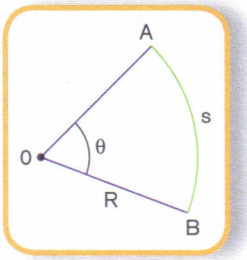
De fato, os carros só aparecem no início da reta para completar mais uma volta porque seguramente realizaram algumas curvas durante seu trajeto, de tal modo que os conduziu àquele ponto novamente.

Jeff Gross/Getty Images

Corrida de Nascar, na Califórnia, EUA, 2010.

Até agora, para o estudo dos movimentos, recorremos às grandezas lineares. Para explicar os movimentos curvilíneos, precisaremos de um novo tratamento matemático, com **grandezas angulares**. Para tanto, vamos relembrar a relação entre arco e ângulo medido em radianos (rad).

Em uma circunferência, o radiano é a medida do ângulo central θ, que determina, na circunferência, um arco **s** de comprimento igual ao raio **R**.



$$\theta = \frac{\text{arco AB}}{\text{Raio}} = \frac{s}{R}$$

Se as medidas de s e R forem iguais, teremos $\theta = 1$ rad

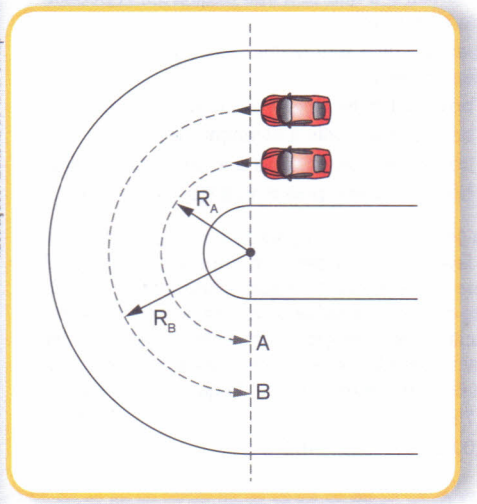
Para um ângulo expresso em radianos: $s = \theta R$

A conversão de grau para radiano e vice-versa é feita a partir da medida do arco relativo a uma circunferência completa ($s = 2\pi R$).

$$\theta = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}, \text{ que equivale a } 360°.$$

Desse modo: 2π rad = 360° e π rad = 180°

2. Velocidade angular média



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Imagine que, numa corrida de carros, exista uma curva semicircular de 180°, na qual um carro está tentando ultrapassar o outro. Nesse movimento, eles percorrem toda a curva segundo dois trajetos, *A* e *B*, o mais rápido possível, isto é, gastando o menor tempo. Verifica-se que eles se mantiveram lado a lado por todo o percurso.

Pense e Responda

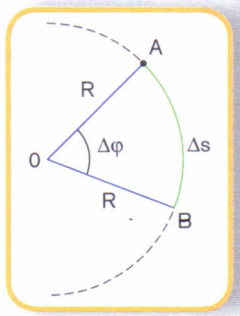
- Discuta as vantagens e desvantagens de seguir cada um dos traçados, em termos de tempo, distância percorrida e combustível consumido nesse trecho do percurso.

Considerando que, independentemente do traçado escolhido pelo piloto, ele foi feito no menor tempo possível, podemos perceber que as curvas *A* e *B* descrevem o mesmo ângulo de 180°, embora possuam arcos de medidas diferentes, em virtude dos raios das semicircunferências serem diferentes: $R_A < R_B$.

Dessa forma, é razoável pensar que a velocidade linear do carro no traçado *A* (mais interno) seja menor do que no traçado *B*, se os tempos gastos nos dois traçados forem iguais. É possível perceber também que a distância percorrida no traçado *B* é maior, fazendo que o carro consuma uma quantidade maior de combustível do que em *A*. Em contrapartida, executar com perfeição o traçado *A* exige um desgaste maior dos freios do carro para ajustar a velocidade em sua entrada, ou o carro pode derrapar.

A fim de descrever os movimentos em trajetórias circulares define-se uma grandeza denominada **velocidade angular média ω** (ômega).

Considere um ponto material percorrendo uma trajetória circular de raio **R**. No intervalo de tempo **Δt**, o móvel passa da posição *A* para a posição *B*, descrevendo o ângulo central **Δφ** enquanto percorre o arco *AB*. Sendo assim, a velocidade angular média ω_m dessa partícula pode ser definida como a razão entre o ângulo central **Δφ** e o intervalo de tempo **Δt**.



Editoria de arte/Setup

$$\omega_m = \frac{\text{ângulo descrito}}{\text{tempo gasto}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Os ângulos são medidos em radianos (rad). Assim, a unidade de velocidade angular é rad/s.

Voltando ao exemplo, como nos dois traçados os carros descreveram as curvas no mesmo tempo, então ambos tiveram o mesmo valor para a velocidade angular média.

Pense e Responda

- Por que os atletas numa corrida de 800 m não saem emparelhados um ao lado do outro?

Robert Cianflone/Getty Images

Relação entre a velocidade escalar média e a velocidade angular média

É costume chamar de **velocidade linear** ou **escalar** a velocidade de um móvel em trajetória circular, para distingui-la da **velocidade angular**.

No exemplo anterior, vimos na figura que no intervalo de tempo **Δt** o carro percorre o arco *AB*. Nesse intervalo de tempo, sua velocidade escalar média v_m é dada por

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para **Δφ** em radianos, vale a relação: $\Delta s = \Delta\varphi R$, assim:

$$v_m = \frac{\Delta\varphi R}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \omega_m R$$

Vamos pensar no relógio de ponteiros. Qual ponto do ponteiro dos segundos tem maior velocidade: o ponto *A*, mais próximo do centro, ou o ponto *B*, mais distante?

Durante a rotação os pontos *A* e *B* descrevem o mesmo ângulo, embora percorram arcos diferentes. Assim, como o fazem no mesmo intervalo de tempo, possuirão a mesma velocidade angular. Se pensarmos em termos de grandeza linear, o ponto *B* é mais veloz, porque o raio descrito em sua trajetória é maior que a do raio descrito pela trajetória do ponto *A*.

Photodisc/Getty Images

Aplicação

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Duas crianças estão brincando em um gira-gira de um parque de diversões.

Uma delas encontra-se sentada a 1 m e a outra a 2 m do centro de rotação, descrevendo meia-volta em 20 s. Determine:

a) a velocidade angular média das crianças nesse intervalo de tempo;

b) a velocidade linear média de cada criança nesse intervalo de tempo.

Resolução:

a) Ao descreverem meia-volta o ângulo descrito por ambas é de 180°, que corresponde a π rad. Em 20 s, a velocidade angular média das duas crianças é calculada por:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega_m = \frac{\pi}{20}\ rad/s$$

b) A velocidade linear média pode ser obtida pela relação:

$$v_m = \omega_m R$$

Então, para a criança mais próxima do centro de rotação:

$$v_m = \varphi_m R \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{20} \cdot 1 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{20}\ m/s$$

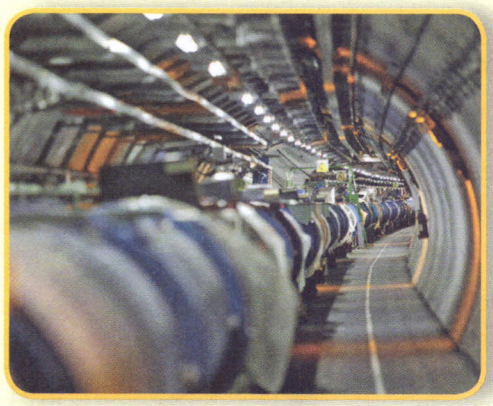
Para a criança mais distante do centro de rotação:

$$v_m = \omega_m R \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{20} \cdot 2 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{10}\ m/s$$

Atividades

1 Numa roda-gigante um garoto encontra-se a 2,5 m do centro de rotação e dá uma volta em cada 10 s. Calcule a velocidade linear média do garoto.

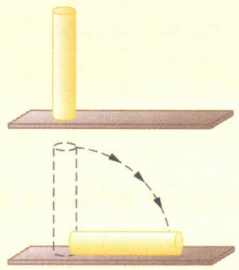
2 *(UFRJ)* No dia 10 de setembro de 2008, foi inaugurado o mais potente acelerador de partículas já construído. O acelerador tem um anel, considerado nesta questão como circular, de 27 km de comprimento, no qual prótons são postos a girar em movimento uniforme.



Martial Trezzini/epa/Corbis/Latinstock

Supondo que um dos prótons se mova em uma circunferência de 27 km de comprimento, com velocidade de módulo v = 240 000 km/s, calcule o número de voltas que esse próton dá no anel em uma hora.

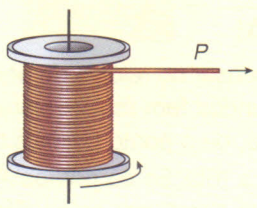
3 *(Fuvest-SP)* O tronco vertical de um eucalipto é cortado rente ao solo e cai, em 5 s, num terreno plano e horizontal, sem se desligar por completo de sua base.



a) Qual a velocidade angular média do tronco durante a queda, em rad/s?

b) Qual a velocidade escalar média de um ponto do tronco do eucalipto, a 10 m da base?

4 *(Fuvest-SP)* O raio do cilindro de um carretel mede 2,0 cm. Uma pessoa, em 10 s, desenrola uniformemente 50 cm de linha que está em contato com o cilindro.



a) Qual o valor da velocidade linear de um ponto da superfície do cilindro em contato com o fio?

b) Qual a velocidade angular de um ponto *P* distante 4,0 cm do eixo de rotação?

3. Período e frequência

Com que frequência você estuda Física? Em que período você estuda na escola?

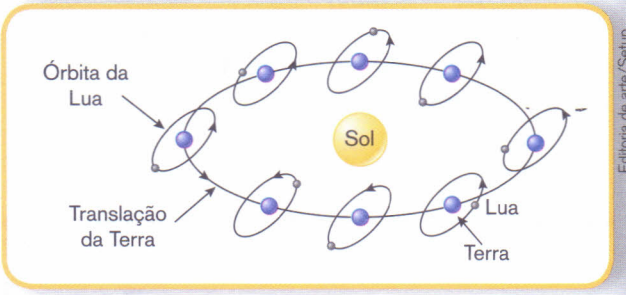
Como se mede a frequência de rotação de um motor de automóvel?

Qual é o período de abertura de um semáforo próximo de sua casa?

Vamos estudar dois conceitos bastante importantes em vários aspectos da nossa vida, e da Física em especial, que podem ser introduzidos com base na observação de fenômenos que se repetem com a mesma **regularidade**. Veja alguns exemplos:

- a alternância entre o dia e a noite devido à rotação da Terra em torno do seu eixo;
- as estações do ano decorrentes do movimento de translação da Terra em torno do Sol;
- as fases da Lua que se repetem sucessivamente durante as semanas.

A primeira grandeza é o **período T**, que usamos para descrever os tempos em situações periódicas, ou seja, que se repetem em intervalos de tempo regulares. Como estamos descrevendo os movimentos circulares, essa grandeza será muito útil, pois dará ideia do tempo gasto para que um móvel complete uma volta em seu movimento.



Editoria de arte/Setup

Ilustração produzida com base em *Enciclopédia do estudante: Ciências da Terra e do Universo - da Geologia à exploração do espaço*. São Paulo: Moderna, 2008. p. 241

Assim, podemos dizer que o período **T** é o intervalo de tempo necessário para que um movimento periódico se repita. Por exemplo:

- O período de rotação da Terra em torno do seu próprio eixo é de 23,93 h.
- O período de translação da Terra ao redor do Sol é de 365,25 dias.
- O período de revolução da Lua é de 27,32 dias.

A segunda grandeza periódica de que trataremos agora, intimamente relacionada com o período, é a **frequência f**, que é definida como o número **n** de vezes que o movimento periódico se repete na unidade de tempo, que pode ser um segundo, um minuto, uma semana etc.

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Nesse caso, Δt é o intervalo de tempo considerado para um ciclo ser completado.

Das definições de período e frequência, percebe-se que são grandezas inversamente proporcionais:

$$f = \frac{1}{T} \text{ ou } T = \frac{1}{f}$$

O período pode ser medido em qualquer unidade de tempo. No SI, usa-se o segundo. As unidades mais usuais de frequência são: rotações por segundo (rps), rotações por minuto (rpm) e rotações por hora (rph). No SI é usado o rps, que é denominada hertz (Hz).

Pense e Responda

- Qual das rodas da bicicleta tem maior velocidade angular?

Corel Stock Photo

Aplicação

Qual é o período e a frequência de cada um dos três ponteiros de um relógio?

Resolução:

O ponteiro dos segundos dá uma volta a cada 1 min:

$T = 1\ min = 60\ s \Rightarrow T = 60\ s$

A frequência desse ponteiro é o inverso do período:

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{60}\ Hz$

O ponteiro dos minutos dá uma volta a cada 1 h:

$T = 1\ h = 60\ min = 3600\ s$

A frequência é:

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{3600}\ Hz$

O ponteiro das horas dá uma volta a cada 12 horas:

$T = 12\ h = 720\ min = 43200\ s$

A frequência é:

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{43200}\ Hz$

Photodisc/Getty Images

Atividades

1 *(Vunesp-SP)* Em um hospital, o soro injetado em um paciente goteja à razão de 30 gotas por minuto.

a) Qual a frequência do gotejamento em Hz?

b) Qual o intervalo de tempo entre duas gotas consecutivas?

2 Um corpo em movimento circular com velocidade constante completa 20 voltas em 10 s. Qual o período e a frequência do movimento?

3 Um corpo efetua 600 voltas numa circunferência, em 2 minutos. Determine a frequência, em hertz, e o período do movimento, em segundos.

4 Um relógio funciona durante 1 mês (30 dias). Determine o número de voltas efetuadas pelo ponteiro dos minutos nesse período.

5 *(UFG-GO)* Um disco gira num plano horizontal ao redor de um eixo vertical que passa pelo seu centro. O disco efetua 5,0 rps. Solta-se uma pedra, do repouso e no vácuo, de uma altura de 5,0 m acima do disco, de tal modo que a pedra cai sobre o disco. Quantas rotações terá efetuado o disco desde o instante em que se solta a pedra até o instante em que ela toca o disco? (Considere $g = 10\ m/s^2$.)

4. Movimento circular uniforme

Quem já andou na roda-gigante deve ter percebido que, por conta de segurança, ela executa seu movimento sem trancos nem solavancos, girando de modo uniforme, sem aumentar ou diminuir sua velocidade, a não ser quando alguém vai subir ou descer dela.

Em nosso cotidiano, entramos em contato com diversas situações em que algo gira com velocidade constante. É o caso das pás de um ventilador, de um liquidificador ou de uma máquina de lavar roupas.

Photodisc/Getty Images

Em todos esses casos mencionados, os dispositivos, depois de iniciarem seu funcionamento, executam um **movimento circular uniforme** (MCU). Ser capaz de analisar esse tipo de movimento é importante, pois, junto de um amplo conjunto de informações importantes, os parâmetros dos movimentos circulares ajudam nos projetos de equipamentos diversos, como o de um motor de automóvel, por exemplo.

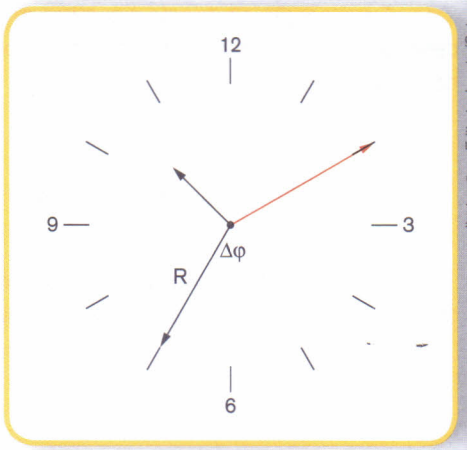
Dizemos que um móvel realiza movimento circular uniforme quando sua trajetória for uma circunferência e a sua **velocidade angular** for constante. Os movimentos dos ponteiros de um relógio exemplificam muito bem esse tipo de movimento.

Considere o movimento do ponteiro dos minutos descrevendo uma circunferência de raio **R** igual ao seu comprimento. Como o movimento do ponteiro é periódico, podemos exprimir o valor da velocidade angular a partir do período.

Numa **volta completa** o ângulo descrito pelo ponteiro é de 360° ou 2π rad, e o intervalo de tempo em que isso se dá é o período **T**.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi = 2\pi \\ \Delta t = T\end{array}\right\} \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

Sendo $T = \frac{1}{f} \Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi f}$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O movimento dos ponteiros é periódico. O ponteiro dos minutos, por exemplo, a cada 60 minutos passará novamente pela mesma indicação do relógio.

Conhecendo o raio da trajetória circular, podemos determinar o valor da velocidade linear de um ponto situado na extremidade do ponteiro.

Sendo $v = \omega R$, temos:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ou} \quad v = 2\pi R f$$

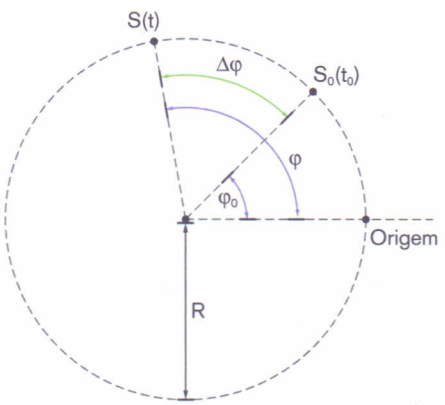
Função horária angular

A função horária angular do MCU pode ser obtida a partir da função horária linear do MRU, dividindo-se todos os termos pelo raio **R** da circunferência. Para as grandezas angulares, chamamos de φ o ângulo ou a posição angular no instante **t**; de φ_0, o ângulo ou posição angular inicial; e de ω, a velocidade angular.

$$s = s_0 + vt$$

$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{vt}{R}$$

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega t}$$



5. Aceleração centrípeta

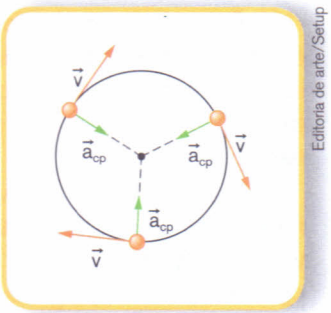
No MCU o módulo da velocidade linear de um móvel é sempre o mesmo, isto é, o móvel sempre descreve o mesmo deslocamento angular (arco) em intervalos de tempo iguais. Contudo, por se tratar de uma grandeza vetorial, não podemos afirmar que o **vetor velocidade**, nesse caso, seja constante, porque sua direção e sentido variam a cada instante.

Já vimos que, se o vetor velocidade de um móvel varia, é porque existe uma aceleração agindo sobre ele. No movimento circular uniforme essa aceleração denomina-se **aceleração centrípeta a_{cp}**. No caso, o papel dessa aceleração é alterar a direção e o sentido do vetor velocidade de um móvel, mas não o seu módulo.

A aceleração centrípeta é sempre dirigida para o centro da circunferência descrita pelo ponto material, e seu módulo em função do módulo da velocidade é dado por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \quad \text{ou} \quad a_{cp} = \omega^2 R$$

A aceleração centrípeta é responsável somente pela variação da direção da velocidade. Ela não altera o módulo da velocidade.



Editoria de arte/Setup

A velocidade $\vec{v}$ do ponto material é sempre tangente à trajetória descrita. Embora tenha módulo constante, varia em direção.

Aplicação

Uma moto percorre com MU uma circunferência de 3 m de raio, efetuando meia-volta por segundo. Sabendo-se que no início da contagem dos tempos ela se encontra na origem dos arcos, determine:

a) a frequência e o período;

b) a velocidade angular do movimento;

c) a velocidade escalar linear;

d) o módulo da aceleração centrípeta;

e) as funções horárias do movimento sob as formas linear e angular;

f) o tempo decorrido para descrever um ângulo de $\frac{3\pi}{2}$ rad.

Resolução:

a) Pela definição de frequência e período, temos:

$$f = \frac{n}{\Delta t} \Rightarrow f = \frac{\frac{1}{2}\text{volta}}{1s} \Rightarrow f = \frac{1}{2}\ Hz$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow T = 2\ s$$

b) a velocidade angular é dada por:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \omega = \pi\ rad/s$$

c) a velocidade linear é:

$$v = \omega r = \pi \cdot 3 = 3\pi \Rightarrow v = 3\pi\ m/s$$

d) o módulo da aceleração centrípeta é dado por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{(3\pi)^2}{3} = \frac{9\pi^2}{3} = 3\pi^2 \Rightarrow a_{cp} = 3\pi^2\ m/s^2$$

e) Forma linear:

$s = s_0 + vt$,
com $s_0 = 0$ e $v = 3\pi$ m/s
Substituindo-se:
$s = 0 + 3\pi t \Rightarrow s = 3\pi t$

Forma angular:

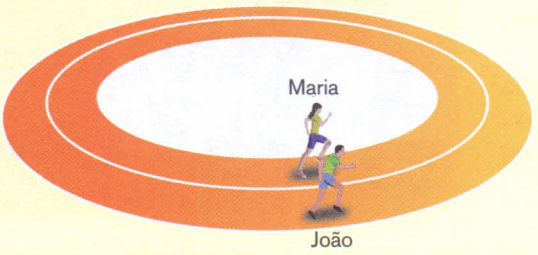
$\varphi = \varphi_0 + \omega t$
com $\varphi_0 = 0$ e $\omega = \pi$ rad/s
Substituindo-se:
$\varphi = 0 + \pi t \Rightarrow \varphi = \pi t$

f) O tempo para descrever o ângulo $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ rad será obtido pela função horária angular $\varphi = \pi t$.

$$\frac{3\pi}{2} = \pi t \Rightarrow t = 1{,}5\ s$$

Atividades

1 *(UFPel-RS)* João e Maria correm, percorrendo as pistas circulares mostradas na figura, com velocidades constantes em módulo e mantendo-se lado a lado, para que possam conversar. Analisando a situação proposta, responda às perguntas abaixo e justifique suas respostas.



Editoria de arte/Setup

a) Existe aceleração no movimento de cada criança?
b) A frequência do movimento circular de João é maior, menor ou igual à frequência do movimento circular de Maria?
c) A velocidade linear de João é maior, menor ou igual à velocidade linear de Maria?

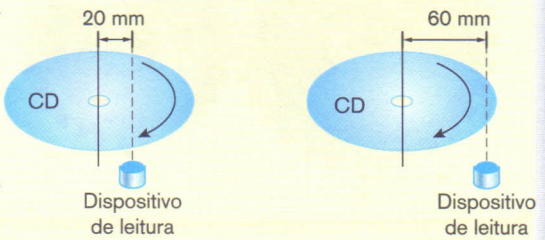
2 *(IMT-SP)* A roda de uma máquina, cujo raio é 20,0 cm, gira com movimento uniforme executando 3 600 revoluções por minuto. Calcule:
a) sua frequência em Hz;
b) seu período em segundos;
c) sua velocidade angular em rad/s;
d) a velocidade linear de um ponto da periferia da roda.

3 *(Unifesp-SP)* Pai e filho passeiam de bicicleta e andam lado a lado com a mesma velocidade. Sabe-se que o diâmetro das rodas da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro das rodas da bicicleta do filho. Pode-se afirmar que as rodas da bicicleta do pai giram com:
a) a metade da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
b) a mesma frequência e velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
c) o dobro da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
d) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com metade da velocidade angular.
e) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com o dobro da velocidade angular.

4 *(UFPE)* A velocidade de um automóvel pode ser medida facilmente através de um dispositivo que registra o número de rotações efetuadas por uma de suas rodas, desde que se conheça seu diâmetro. Considere, por exemplo, um pneu cujo diâmetro é de 0,50 m. Se o pneu executa 480 rotações em cada minuto, pode-se afirmar que a velocidade do automóvel, em m/s, é:
a) 4π c) 12π e) 20π
b) 8π d) 16π

5 *(Vunesp-SP)* O comprimento da banda de rodagem (circunferência externa) do pneu de uma bicicleta é de aproximadamente 2 m.
a) Determine o número N de voltas (rotações) dadas pela roda da bicicleta, quando o ciclista percorre uma distância de 6,0 km.
b) Supondo que esta distância tenha sido percorrida com velocidade constante de 18 km/h, determine, em hertz, a frequência de rotação da roda durante o percurso.

6 *(UFJF-MG)* Na leitura de um CD (Compact Disc), a superfície do CD passa por cima de um dispositivo de leitura com certa velocidade linear. Esta velocidade linear deve ser mantida constante durante toda a leitura. Quando o dispositivo de leitura está lendo os dados na região próxima do centro do CD, ele está a uma distância de r = 20 mm do centro do disco. Já para leituras na beirada, esta distância é maior e vale r = 60 mm.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Se a velocidade linear é 1,26 m/s, podemos afirmar que o número de rotações por minuto (rpm) é (considere $2\pi \simeq 6{,}3$):
a) 600 rpm próximo ao centro e 200 rpm próximo à beirada.
b) 200 rpm próximo ao centro e 600 rpm próximo à beirada.
c) 300 rpm próximo ao centro e 500 rpm próximo à beirada.
d) 500 rpm próximo ao centro e 300 rpm próximo à beirada.
e) 300 rpm próximo ao centro e 300 rpm próximo à beirada.

7 *(UERJ)* Uma das atrações típicas do circo é o equilibrista sobre monociclo. O raio da roda do monociclo é igual a 20 cm, e o movimento do equilíbrio é retilíneo.

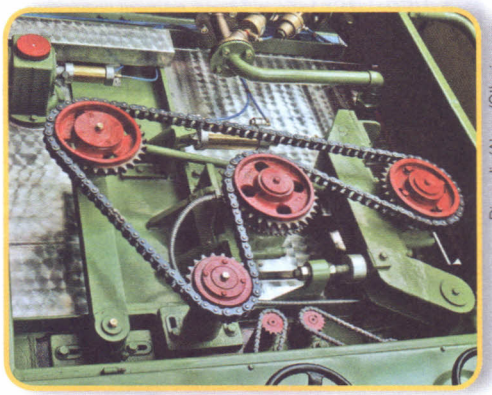
Paulo Cesar

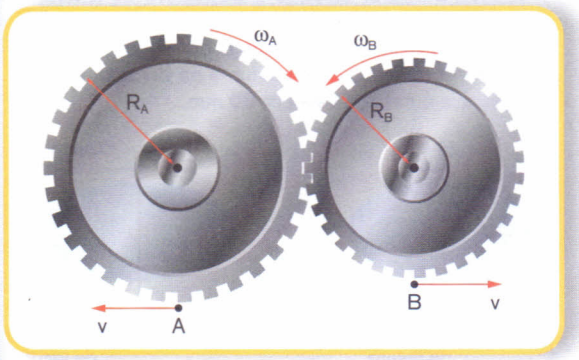
a) O equilibrista percorre, no início de sua apresentação, uma distância de 24π metros. Determine o número de pedaladas, por segundo, necessárias para que ele percorra essa distância em 30 s, considerando o movimento uniforme.
b) Em outro momento, o monociclo começa a se mover a partir do repouso com aceleração constante de 0,50 m/s². Calcule a velocidade média do equilibrista no trajeto percorrido nos primeiros 6,0 s.

6. Transmissão de movimento circular uniforme

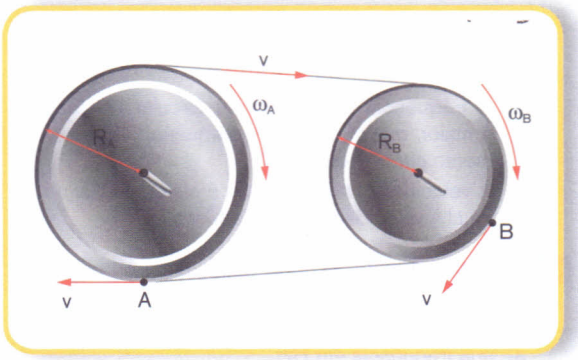
Geralmente, os motores têm frequência de rotação fixa. Entretanto, as máquinas acionadas por eles têm, quase sempre, sistemas girantes que precisam de diferentes frequências de rotação. Essas frequências, muitas vezes, são fornecidas por um só motor. Por isso, o eixo desse motor é acoplado a polias de diferentes tamanhos, por meio de correias ou engrenagens.

Um movimento circular pode ser transmitido de uma roda ou polia para outra, basicamente, por meio de dois procedimentos: estabelecendo-se um contato entre elas ou ligando-as por uma correia.


Diomedia/Alamy/Otherimages



Contato entre rodas ou engrenagens. Nesse caso, há inversão no sentido do movimento.



Ligação por correia. Polias e correia movimentam-se no mesmo sentido.

Em ambos os casos, admitindo-se que não haja escorregamento, os pontos periféricos de cada polia possuem a mesma velocidade escalar, que é igual à velocidade escalar da correia, isto é:

$$v_A = v_B$$

Utilizando a relação entre as velocidades linear e angular ($v = \omega R$) e a relação entre a velocidade angular e a frequência ($\omega = 2\pi f$), a partir da igualdade das velocidades de dois pontos de contato ou da correia, podemos escrever:

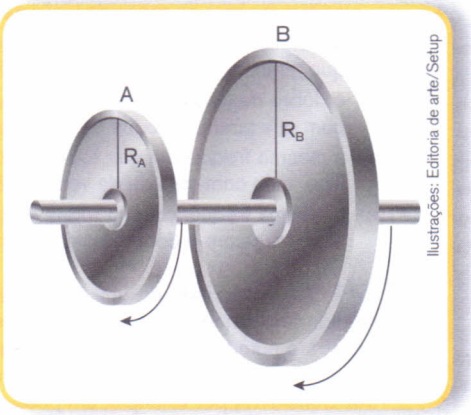
$$v_A = v_B \Rightarrow \omega_A R_A = \omega_B R_B \Rightarrow \cancel{2\pi} f_A R_A = \cancel{2\pi} f_B R_B \Rightarrow$$

$$f_A R_A = f_B R_B$$

Essa relação mostra que a frequência e o raio são inversamente proporcionais. Em um sistema de movimentos circulares acoplados, nota-se que a roda de raio maior apresenta menor frequência.

No caso de polias coaxiais – as que giram fixadas no mesmo eixo –, estas têm a mesma velocidade angular ω.

$$\omega_A = \omega_B$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Polias coaxiais.

Com essa condição podemos estabelecer uma relação entre as frequências de rotação:

$$\omega_A = \omega_B \Rightarrow \frac{2\pi}{T_A} = \frac{2\pi}{T_B} \Rightarrow \frac{1}{T_A} = \frac{1}{T_B} \Rightarrow f_A = f_B$$

Detalhes sobre...

O SEGREDO DA VELOCIDADE DA BICICLETA

A propulsão da bicicleta é exercida pela pessoa que a conduz, usando sua força muscular. Essa força é transferida da pessoa para o veículo por meio de uma engrenagem movida por pedais que movimentam um par de discos dentados: a catraca (disco menor) e a coroa (disco maior), ligadas por uma corrente, que giram no mesmo sentido.

Quando você dá uma pedalada, a coroa gira uma vez e puxa a corrente, fazendo a catraca girar mais vezes, por ser menor. O pneu traseiro gira junto com a catraca.

Hemera

A velocidade final – desconsiderando-se, obviamente, fatores como a inclinação do terreno – depende do tamanho relativo dos discos dentados. Se o raio da coroa for três vezes maior que o da catraca, a cada volta completa do pedal a coroa dá uma volta completa e a catraca gira três vezes. Em outras palavras, a cada pedalada o pneu traseiro dá três voltas.

A roda tem varetas metálicas, chamadas aros, que reduzem os efeitos da resistência do ar, consequentemente, aumentando a velocidade. Em modernas bicicletas de corrida, os aros são substituídos por uma fina placa de titânio, o que resulta em uma aerodinâmica melhor.

As bicicletas de marchas permitem alcançar velocidades ainda maiores, porque têm diversas coroas e catracas, nas quais a correia se encaixa. Numa bicicleta de 18 marchas, por exemplo, a engrenagem funciona assim:

Photodisc/Getty Images

Como são três coroas e seis catracas, elas podem se combinar de 18 maneiras diferentes. Se você escolher uma marcha que combina a coroa maior com a catraca menor, por exemplo, terá de fazer mais esforço para girar a coroa, mas, em compensação, cada volta da coroa fará girar a catraca várias vezes, e desse modo a velocidade será maior.

Adriano Bonjorno

Aplicação

Considere o sistema de polias representado. Nele, $R_w = R_y = R_z = \frac{1}{2} R_x$ e a frequência da polia *W* vale 2 Hz. Qual a frequência da polia *Z*?

Resolução:

Da figura, temos:

$v_w = v_x = \omega_w R_w = \omega_x R_x$ $\qquad$ $\omega_x = \omega_y$ *(polias com o mesmo eixo)*

$2\pi f_w R_w = 2\pi f_x R_x$ $\qquad$ $2\pi f_x = 2\pi f_y$

$2 \cdot \frac{1}{2} R_x = f_x R_x$ $\qquad$ $f_x = f_y$

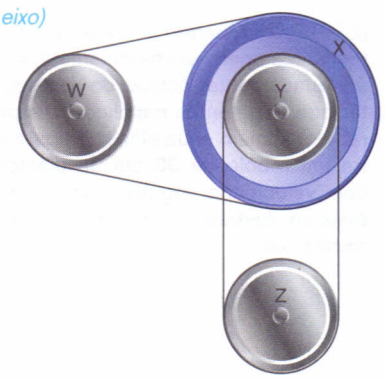
$f_x = 1\ Hz$ $\qquad$ se $f_x = 1\ Hz \Rightarrow f_y = 1\ Hz$

Como $v_y = v_z$ e $R_y = R_z$, temos:

$\omega_y R_y = \omega_z R_z$

$2\pi f_y R_y = 2\pi f_z R_z$

$f_y = f_z = 1\ Hz$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(Enem-MEC)* Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, onde cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

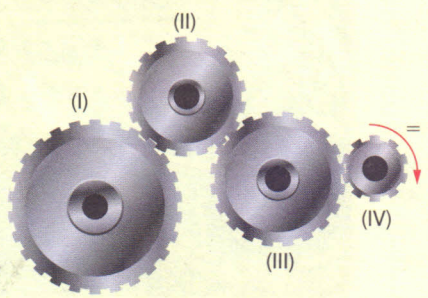
I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis onde cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.

II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.

III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio. Entre as afirmações acima, estão corretas:

a) I e III apenas.
b) I, II e III.
c) I e II apenas.
d) II apenas.
e) III apenas.

2 *(UECE)* No sistema de engrenagens visto na figura, não há qualquer deslizamento.



Os raios das engrenagens I, II, III e IV são, respectivamente, 4R, 2R, 3R e **R**. Supondo que a engrenagem IV esteja girando com velocidade angular ω, a velocidade angular da engrenagem I é igual a:

a) $\frac{\omega}{4}$ b) $\frac{\omega}{3}$ c) $\frac{2\omega}{3}$ d) $\frac{3\omega}{4}$

3 *(Unicamp-SP)* Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (figura **a**). Através do emprego da roda dentada, que já tinha sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (figura **b**).

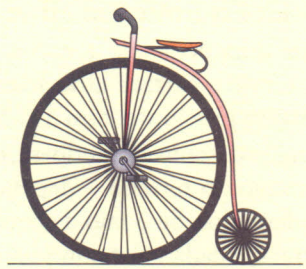


figura a

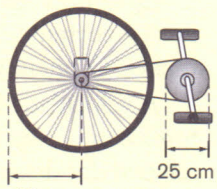
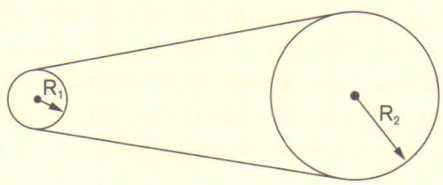


figura b

Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas (Use $\pi = 3$.)

a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?
b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta padrão aro 60 (figura b)?

4 *(Fuvest-SP)* Uma cinta funciona solidária com dois cilindros de raios $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 50$ cm.



Supondo que o cilindro maior tenha uma frequência de rotação $f_2 = 60$ rpm:

a) qual é a frequência de rotação f_1 do cilindro menor?
b) qual é a velocidade linear da cinta?

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

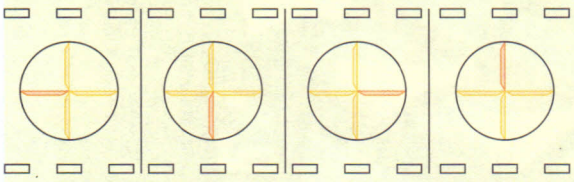
Mais Atividades

1 *(UFPel-RS)* Quando um profissional da indústria mecânica opera um motoesmeril, ele deve usar, adequadamente, óculos de proteção, para evitar que fragmentos metálicos, desprendidos do rebolo, atinjam seus olhos. A figura abaixo mostra um rebolo de 30 cm de diâmetro, girando com velocidade angular igual a 1 800 rpm. Na posição ilustrada, o fragmento metálico *M* se desprende.

a) Em que direção e sentido o fragmento se movimenta imediatamente após se soltar?
b) Qual o valor, no SI, da velocidade linear do fragmento que se desprende? Justifique sua resposta considerando que 1 rpm = $\frac{\pi}{30}$ rad/s.

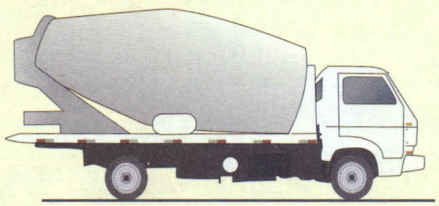
2 *(UFRJ)* O olho humano retém durante $\frac{1}{24}$ de segundo as imagens que se formam na retina. Essa memória visual permitiu a invenção do cinema. A filmadora bate 24 fotografias (fotogramas) por segundo. Uma vez revelado, o filme é projetado à razão de 24 fotogramas por segundo. Assim, o fotograma seguinte é projetado no exato instante em que o fotograma anterior está desaparecendo de nossa memória visual, o que nos dá a sensação de continuidade. Filma-se um ventilador cujas pás estão girando no sentido horário. O ventilador possui quatro pás simetricamente dispostas, uma das quais pintada de cor diferente, como ilustra a figura.

Ao projetarmos o filme, os fotogramas aparecem na tela na seguinte sequência, o que nos dá a sensação de que as pás estão girando no sentido anti-horário.



Calcule quantas rotações por segundo, no mínimo, as pás devem estar efetuando para que isto ocorra.

3 *(UFSC)* Para possibilitar o translado da fábrica até a construção, o concreto precisa ser mantido em constante agitação. É por esse motivo que as betoneiras, quando carregadas, mantêm seu tambor misturador sob rotação constante de 4 rpm. Esse movimento só é possível devido ao engate por correntes de duas engrenagens, uma grande, presa ao tambor e de diâmetro 1,2 m, e outra pequena, de diâmetro 0,4 m, conectada solidariamente a um motor.



Na obra, para que a betoneira descarregue seu conteúdo, o tambor é posto em rotação inversa, com velocidade angular 5 vezes maior que a aplicada durante o transporte. Nesse momento, a frequência de rotação do eixo da engrenagem menor, em rpm, é:

a) 40 b) 45 c) 50 d) 55 e) 60

4 *(UFV-MG)* O pneu de um carro tem um raio de 32 cm. O carro se desloca com velocidade constante, sem derrapar. Considerando que o pneu dá 10 voltas por segundo, a distância, em quilômetros, percorrida pelo carro em 1 hora é, aproximadamente:

a) 10π c) 25π e) 19π
b) 23π d) 20π

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

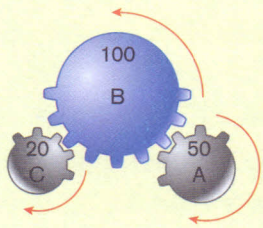
5 *(Ufla-MG)* Um ciclista percorre uma pista horizontal, utilizando em sua *bike* uma relação coroa-catraca 5 : 2, ou seja, coroa de raio 10 cm e catraca de raio 4 cm. Considerando que a *bike* possua roda com raio de 33 cm e que o ciclista pedala com frequência de 2 pedaladas/segundo, qual é a velocidade da *bike*?

a) 330π m/s c) 5 m/s e) 5π m/s
b) 10π m/s d) $3{,}3\pi$ m/s

6 *(UFV-MG)* Um automóvel encontra-se em repouso no interior de um estacionamento, a 20 m de um portão eletrônico inicialmente fechado. O motorista aciona, então, o controle remoto do portão, que passa a girar em torno de seu eixo fixo à velocidade constante de $\frac{\pi}{40}$ rad/s. Simultaneamente, o veículo começa a mover-se retilineamente em direção ao portão, com aceleração constante. A aceleração que o motorista deve imprimir ao veículo para que atinja a saída do estacionamento no exato instante em que o portão acaba de descrever um ângulo de $\frac{\pi}{2}$ rad, abrindo-se totalmente, tem módulo de:

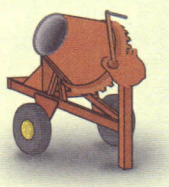
a) 0,01 m/s² d) 0,80 m/s²
b) 0,10 m/s² e) 0,08 m/s²
c) 1,00 m/s²

7 *(Unicamp-SP)* Considere as três engrenagens acopladas simbolizadas na figura. A engrenagem *A* tem 50 dentes e gira no sentido horário, indicado na figura, com velocidade angular de 100 rpm. A engrenagem *B* tem 100 dentes e a *C* tem 20 dentes.



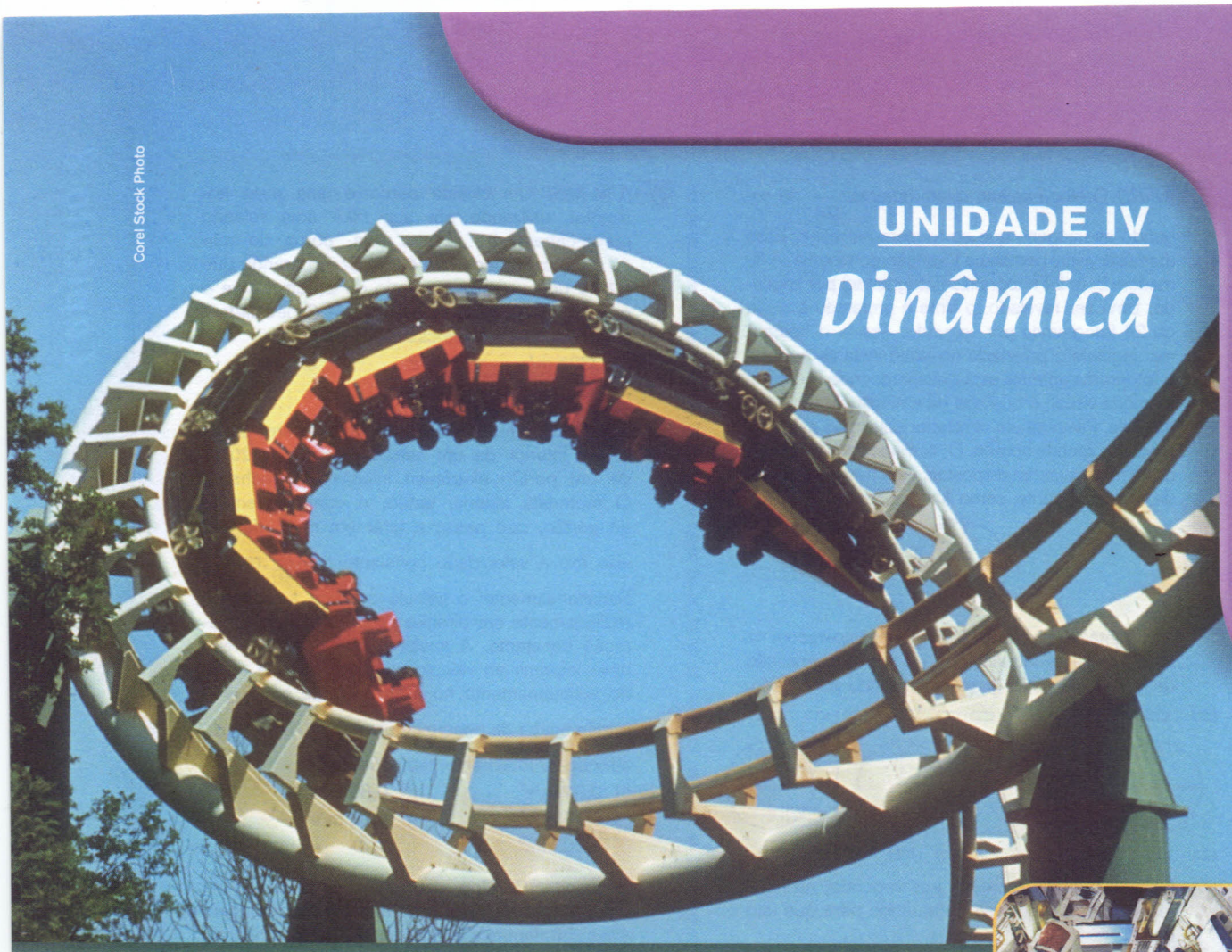
a) Qual é o sentido de rotação da engrenagem *C*?
b) Quanto vale a velocidade tangencial da engrenagem *A* em dentes por minuto?
c) Qual é a velocidade angular de rotação (em rpm) da engrenagem *B*?

8 *(UFSCar-SP)* Para misturar o concreto, um motor de 3,5 hp tem solidária ao seu eixo uma engrenagem de 8 cm de diâmetro, que se acopla a uma grande cremalheira em forma de anel, com 120 cm de diâmetro, fixa ao redor do tambor misturador.



Quando o motor é ligado, seu eixo gira com frequência de 3 Hz. Nestas condições, o casco do misturador dá um giro completo em:

a) 3 s c) 6 s e) 9 s
b) 5 s d) 8 s



Corel Stock Photo

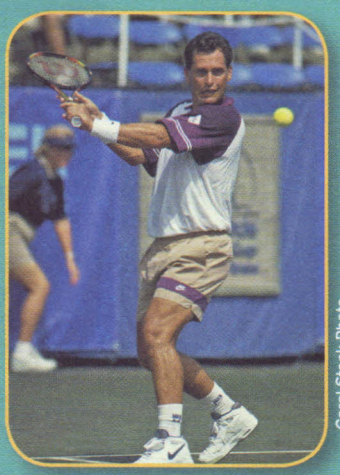
UNIDADE IV

Dinâmica

"Para cada ação, uma reação." Você já ouviu essa frase? Pois bem, nesta unidade trataremos de conceitos que nos permitirão compreender esse e outros eventos. A Dinâmica aborda as causas do movimento e interação entre corpos por meio das forças, presentes em qualquer descrição física de um fenômeno.

Em fotografias de astronautas em órbita da Terra, vemos que os objetos parecem flutuar, mas, na verdade, eles estão em queda livre. Como sua trajetória de queda acompanha a curvatura da Terra, o efeito final é a sensação de ausência de gravidade. Mas não precisamos ir tão longe para percebermos os efeitos das forças. Em um jogo de tênis a bolinha muda de direção e de sentido ao ser rebatida pelo jogador. Quanto mais rápida for a batida, maior será a velocidade da bolinha. Nos automóveis o encosto de cabeça é um dispositivo que pode salvar vidas. Em uma montanha-russa as estruturas devem suportar forças muito grandes e os carrinhos devem realizar o percurso sem perder contato com os trilhos.

NASA/SPL/Latinstock



Corel Stock Photo

CAPÍTULO 9 – FORÇA E MOVIMENTO

1. O que é força

Você já parou para pensar como os carros se movimentam? Como uma lancha consegue aumentar ou diminuir sua velocidade na água? E como um avião faz acrobacias?

Bem, agora é hora de pensar nisso tudo enquanto você se movimenta. Levante-se e dê um passo. Pense no que foi necessário acontecer para que você conseguisse se mover.

É claro que você teve vontade de se mover – caso contrário nem teria se levantado –, mas não é disso que estamos falando. Estamos interessados em olhar para o fenômeno de movimento pensando em sua causa, nas condições que propiciaram seu início.

Os movimentos têm sido o foco central de nossas discussões até aqui; contudo, até agora, não nos ocupamos com suas causas. O que é necessário para modificar o estado de movimento de um corpo? O que pode parar um corpo que está em movimento?

Godfrey Kneller. 1702. Óleo sobre tela. National Portrait Gallery, Londres

Sir Isaac Newton (1642-1727), físico e matemático inglês.

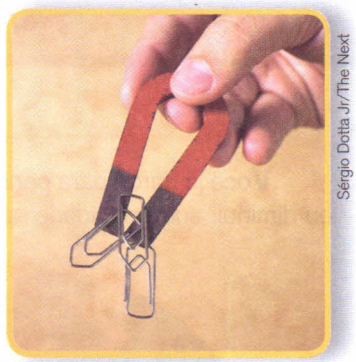
A **Dinâmica** é a parte da Mecânica que estuda os sistemas do ponto de vista das forças neles aplicadas, bem como de suas consequências. Estudaremos aqui as relações entre movimento e força, por meio das chamadas **leis de Newton**.

A experiência simples de levantar-se e dar um passo à frente – feita há pouco – associa a ideia do movimento a um esforço físico, como no caso de atletas praticando esportes.

Num primeiro momento, podemos relacionar esses esforços a **forças**. As forças são, portanto, a chave para compreender como os movimentos são produzidos ou modificados, pois o estado de repouso ou movimento está diretamente relacionado à ação das forças sobre o corpo.

No caso das manobras do carro numa estrada, da lancha na lagoa e do voo do avião, os esforços físicos dos pilotos sobre as alavancas e direções são amplificados pelos mecanismos e engrenagens engenhosamente projetados para controlar o movimento desses meios de transporte e garantir a máxima segurança de seus ocupantes.

Ação a distância e ação por contato


Sérgio Dotta Jr./The Next

Agora pense na ação de um ímã sobre um prego ou um clipe metálico. Quem já brincou com ímãs de geladeira deve ter percebido que, ao aproximá-los de algum objeto metálico leve, surge uma força de atração e uma tendência de movimento entre eles, mesmo a certa distância. Algo semelhante acontece quando atritamos um pente de plástico contra nossos cabelos e o aproximamos de pedacinhos de papel picado. Esse fenômeno ocorre, ainda, numa situação bem mais comum: a gravidade. Sempre que saltamos, retornamos invariavelmente para o solo, como se estivéssemos presos a algo. Na verdade, estamos sujeitos à ação do campo gravitacional terrestre, como tudo o que está sobre sua superfície, desde os mares até a atmosfera. A Lua orbita a Terra por conta dessa força que é exercida a distância.

Alexandre Dotta/The Next

As forças que citamos no início do capítulo ocorrem entre dois objetos que entram em contato entre si (uma locomotiva puxando os vagões, por exemplo). Essas forças são chamadas **forças de contato**, pois as superfícies dos corpos que interagem se tocam, puxando ou empurrando-se. Existem, ainda, forças que atuam **sem** que as superfícies dos corpos tenham contato; são as **forças de campo**.

O ímã atrai o clipe de papel aplicando sobre ele uma força a distância devido ao campo magnético produzido pelo ímã. A Terra atrai os corpos à sua volta com uma força que está dirigida para o seu centro: a força gravitacional, decorrente do campo gravitacional da Terra. Os pedaços de papel são atraídos pelo pente atritado contra os cabelos, o que o eletrizou, produzindo um campo elétrico em torno de si e atraindo as cargas de sinal oposto a ele, presentes no papel picado. As forças elétricas e magnéticas serão abordadas no terceiro volume desta coleção.

Efeitos de uma força

StudioSource/Alamy/Otherimages

Um possível efeito causado por uma força é a deformação de um corpo. Por vezes, a força aplicada sobre um corpo é tão intensa que, além de modificar seu movimento, pode amassá-lo ou quebrá-lo. É o que ocorre nas colisões entre automóveis, quando uma ponte ou uma construção rui ou, ainda, quando alguém fratura um osso do corpo ao sofrer uma queda ou um forte golpe.

Os objetos são construídos para suportar certa intensidade de força aplicada. Caso se exceda esse limite, acontecem as deformações ou quebras.

Contudo, existem sistemas que absorvem a força aplicada sem se danificar, como no caso de um sistema de amortecedor de automóvel, por exemplo. Nele existe uma mola capaz de suportar solavancos decorrentes de buracos, curvas fechadas ou freadas bruscas. Entretanto, de tempos em tempos, deve-se fazer uma manutenção no sistema de suspensão do carro, pois acontece um desgaste natural com o uso.

Outro efeito possível da aplicação de uma força é a modificação da velocidade de um corpo, produzindo uma aceleração. É o que acontece quando um carro acelera, freia ou faz uma curva. Nesses três casos o movimento do carro se modifica porque estão atuando sobre ele forças capazes de produzir tais modificações: maior força do motor no giro das rodas ao pisar no acelerador; maior atrito entre os pneus e o solo ao pisar no freio ou ao girar o volante para realizar uma curva.

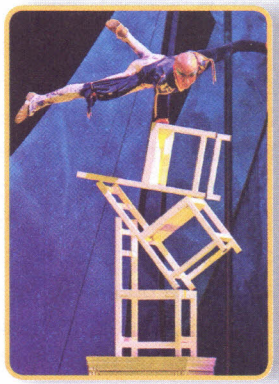
Speedpix/Alamy/Otherimages

Também atribuímos às forças as variações no movimento de um corpo.

Pense e Responda

- Discuta com seus colegas e cite três situações em que as forças promovem deformações e três outras em que as forças provocam acelerações.

Equilíbrio


Narong Sangnak/epa/Corbis/Latinstock

Quando falamos de equilíbrio é comum pensarmos em coisas que estão na iminência de cair ou de se deslocar, como um equilibrista no circo, um móbile ou outras situações inusitadas.

De fato, essas situações são típicas de equilíbrio, mas em Física este conceito é um pouco mais amplo. Em geral, distinguimos dois tipos de equilíbrio:

- **1º tipo: equilíbrio estático**

Um ponto material está em equilíbrio estático quando sua velocidade vetorial é nula no decorrer do tempo, isto é, o ponto material está em repouso em relação a certo referencial.

$$\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \text{equilíbrio estático (repouso)}$$

É o que acontece entre você e este livro, neste exato momento. Em relação a você o livro está em repouso, pois sua velocidade vetorial é igual a zero.

- **2º tipo: equilíbrio dinâmico**

O equilíbrio é dito dinâmico quando o ponto material tem velocidade vetorial constante e não nula no decorrer do tempo, isto é, quando está em **movimento retilíneo uniforme (MRU)**. A velocidade vetorial é constante em módulo, direção e sentido.

$$\vec{v} = \text{constante} \neq \vec{0} \Rightarrow \text{equilíbrio dinâmico (MRU)}$$

Quando estamos sentados na lanchonete e observamos um carro passar na rua com velocidade constante, ele está em equilíbrio dinâmico, pois sua velocidade vetorial é constante e não nula.

2. As leis de Newton

A maior parte da Dinâmica, e por que não dizer da Mecânica Clássica, foi construída com base principalmente nos trabalhos de Newton. Na obra *Princípios matemáticos da filosofia natural*, publicada em 1687, Newton resume toda a descrição da natureza do movimento em três leis que ficaram conhecidas como as leis de Newton.

Entretanto, vale lembrar que a construção da Física não se deu por meio de trabalhos específicos de seres humanos, digamos, iluminados. Trata-se de uma construção histórica, que contou com a contribuição de diversas pessoas que pensaram e procuraram explicar os fenômenos da natureza.

A seguir, discutiremos as leis de Newton a partir de situações próximas de nosso cotidiano.

3. Primeira lei de Newton ou princípio da inércia

Editoria de arte/Setup

Imagine que você precisa colocar um caixote muito pesado numa sala que fica no final do corredor. De que forma você pode realizar essa tarefa?

Seria muito interessante se nesse caixote houvesse rodinhas para facilitar seu deslocamento. Caso não haja, o jeito é movê-lo à base de empurrões ou puxões!

Para fazer um corpo inicialmente em repouso se mover é necessário aplicar-lhe uma força, puxando-o ou empurrando-o, com intensidade, direção e sentido capazes de produzir o movimento desejado.

Repare que não bastaria dar um forte empurrão no caixote para concluir com sucesso o serviço. A força precisa ser aplicada na direção para onde se deseja transportar o caixote, com o sentido apropriado.

Devido ao atrito entre o chão e o caixote, quando cessar a força aplicada, o corpo parará.

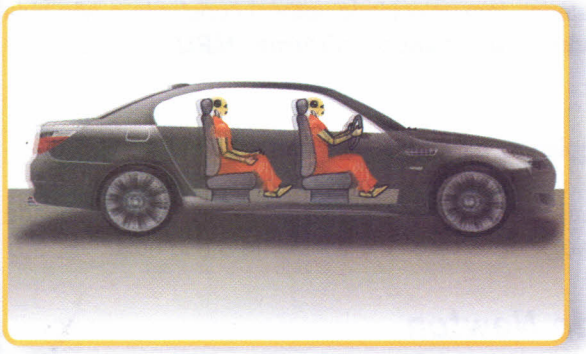
Essa situação corriqueira parece óbvia, mas essa explicação não vale para todas as situações. Há situações em que os corpos continuam em movimento, mesmo depois de as forças deixarem de agir sobre eles. No jogo de tênis, por exemplo, a raquete, ao tocar a bola, exerce uma força. Após a raquetada, a bola se movimenta, mesmo depois de perder o contato com a raquete.

O mesmo ocorre com uma bola de futebol depois de chutada, ou uma pedra depois de arremessada ou, ainda, um corpo que desliza, sem atrito, sobre uma superfície de gelo. Nesse último caso, se desconsiderarmos a resistência do ar, o deslocamento do corpo ocorrerá com velocidade constante até atingir um obstáculo ou sair da superfície de gelo.

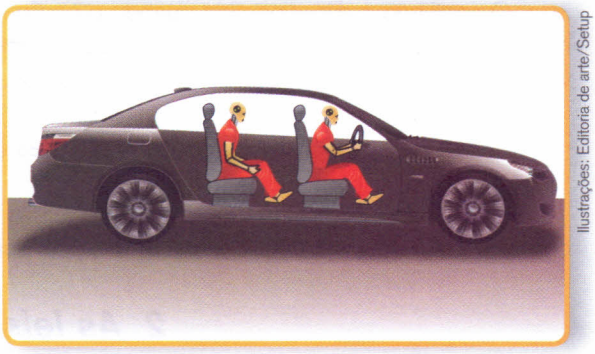
Disso tudo, concluímos que a tendência de movimento dos corpos é de sempre manter-se, até que uma força de resistência oferecida em geral pelo ambiente à sua volta os faça parar.

Resumindo, todo corpo que não se encontra sob a ação de forças, ou sob a ação de forças que se equilibram, não sofre variação de velocidade. Isso significa que, se ele estiver parado, permanece parado; se ele estiver em movimento, continua em movimento, mantendo a mesma velocidade numa linha reta. A propriedade de manter a velocidade adquirida chama-se inércia.

Esse princípio é conhecido como **princípio da inércia** ou **1ª lei de Newton** e pode, por exemplo, ser observado no movimento de um carro.



Quando o carro arranca a partir do repouso, os passageiros tendem a permanecer parados e são pressionados contra os bancos, resistindo, assim, ao movimento. Daí a importância do encosto de cabeça.

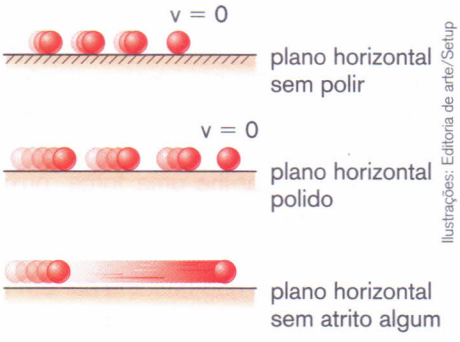


Da mesma forma, quando o carro em movimento freia, os passageiros tendem a continuar em movimento, com a velocidade imediatamente anterior à freada. Daí a importância do cinto de segurança.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

É devido à inércia que, ao saltar de um ônibus ainda em movimento, tocamos a calçada num ponto que, em relação à porta do ônibus, é o mesmo de onde saltamos. Isso ocorre porque, ao abandonar o veículo, possuímos, por inércia, a mesma velocidade horizontal do ônibus, o que nos obriga a dar alguns passos adiante para diminuir gradativamente nossa velocidade, a fim de não tombarmos no chão.

A massa de um corpo é a medida de sua inércia. Assim, quanto maior a massa, maior será a inércia, e quanto menor a massa, menor será a inércia.O princípio da inércia é válido para os referenciais chamados inerciais. A menos que seja mencionado de forma diferente, tomaremos sempre a superfície da Terra como referencial inercial. Galileu, antes de Newton, já havia realizado uma experiência muito simples, que possibilitava concluir o princípio da inércia. Ele lançou uma bolinha sobre um plano horizontal e verificou que ela parava após percorrer poucos metros, mesmo que, aparentemente, nenhuma força estivesse atuando sobre ela depois do empurrão. Ele concluiu que, na realidade, era uma força de freamento, decorrente do **atrito**, que fazia a bolinha parar. Polindo o plano horizontal para diminuir o atrito, Galileu observou que a bolinha percorria um percurso maior. No caso de o atrito não existir, a bolinha continuaria sempre em movimento retilíneo e com a mesma velocidade com que foi lançada, verificando-se o princípio da inércia.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

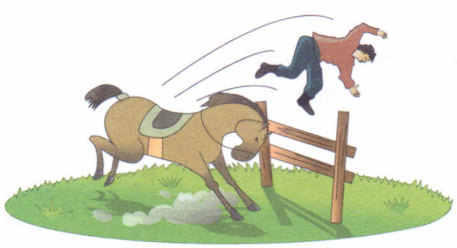
• Qual das pessoas representadas na figura é mais difícil de ser movimentada? Por quê?

Aplicação

Por que o cavaleiro é jogado para a frente quando o cavalo para bruscamente, recusando-se a pular o obstáculo?

Resolução:

O cavaleiro é jogado para a frente por causa da inércia. Na verdade, ele tende a continuar seu movimento com a mesma velocidade que possuía enquanto permanecia em cima do cavalo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 Por que, ao viajar em pé em um ônibus, um passageiro procura um ponto de apoio quando o ônibus arranca ou freia?

2 Para que a cabeça do martelo fique bem apertada no cabo costuma-se executar um movimento vertical para baixo e bater o cabo num apoio. Usando o conceito de inércia, explique por que isso ocorre.

3 Num espetáculo de circo, o palhaço se coloca diante de uma mesa coberta com uma toalha. Sobre a toalha estão pratos e talheres. O palhaço puxa a toalha rapidamente, retirando-a da mesa, mas os pratos e talheres continuam sobre a mesa. Qual é a base para a explicação desse fato?

4 *(Unifesp-SP)* "Na divulgação de um novo modelo, uma fábrica de automóveis destaca duas inovações em relação à prevenção de acidentes decorrentes de colisões traseiras: protetores móveis de cabeça e luzes intermitentes de freio. Em caso de colisão traseira, 'os protetores de cabeça, controlados por sensores, são movidos para a frente para proporcionar proteção para a cabeça do motorista e do passageiro dianteiro dentro de milissegundos. Os protetores [...] previnem que a coluna vertebral se dobre, em caso de acidente, reduzindo o risco de ferimentos devido ao efeito chicote [a cabeça é forçada para trás e, em seguida, volta rápido para a frente]'.

As 'luzes intermitentes de freio [...] alertam os motoristas que estão atrás com maior eficiência em relação às luzes de freio convencionais quando existe o risco de acidentes. Testes [...] mostram que o tempo de reação de frenagem dos motoristas pode ser encurtado em média de até 0,20 segundo se uma luz de aviso piscante for utilizada durante uma frenagem de emergência. Como resultado, a distância de frenagem pode ser reduzida em 5,5 metros [aproximadamente, quando o carro estiver] a uma velocidade de 100 km/h'."

(<www.daimlerchysler.com.br/noticias/Agosto/Nova_ClasseE_2006/popexpande.htm>)

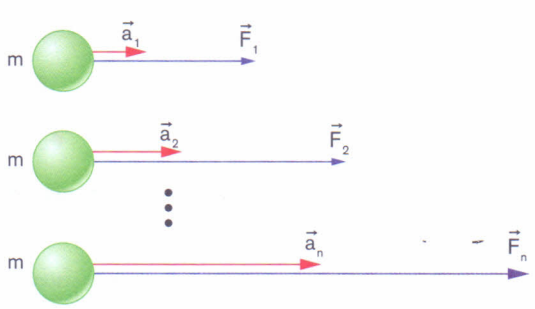
a) Qual lei da Física explica a razão de a cabeça do motorista ser forçada para trás quando o seu carro sofre uma colisão traseira, dando origem ao "efeito chicote"? Justifique.

b) Mostre como foi calculada a redução na distância de frenagem.

4. Segunda lei de Newton ou princípio fundamental da Dinâmica

A experiência evidencia que uma mesma força produzirá diferentes acelerações sobre corpos com diferentes massas. Uma mesma força provoca uma aceleração maior numa bicicleta do que num automóvel, isto é, quanto maior a massa de um corpo, mais força será necessária para produzir dada aceleração.

Para compreender melhor esse fato, considere as seguintes experiências:



1ª) Imagine que se apliquem forças resultantes sucessivas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$ a um mesmo corpo e que essas forças produzam, respectivamente, acelerações $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, ..., $\vec{a}_n$.

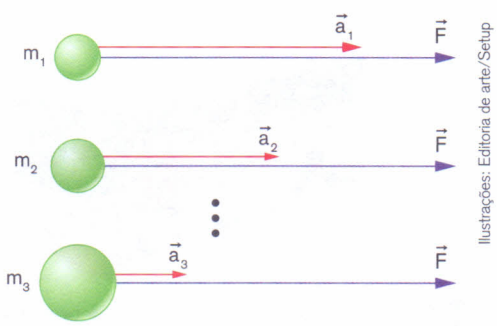
Efetuando-se o quociente entre a intensidade de cada força e da respectiva aceleração tem-se:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = ... = \frac{F_n}{a_n} = k \Rightarrow \frac{F}{a} = k \Rightarrow ka = F$$

O quociente mostra que, duplicando o valor da força resultante, o valor da aceleração duplica; triplicando o valor da força, o valor da aceleração triplica, e assim sucessivamente.

Desse modo, para corpos de mesma massa, a aceleração é diretamente proporcional à força resultante aplicada e tem a mesma direção e o mesmo sentido que ela.

2ª) Apliquemos agora a mesma força resultante $\vec{F}$ em corpos com massas diferentes.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Essa experiência nos mostra que, duplicando a massa **m** do corpo, a aceleração fica dividida por dois; triplicando-a, a aceleração fica dividida por três, e assim sucessivamente.

Assim, para a mesma força, quanto maior a massa do corpo, menor será a aceleração que ele adquire proporcionalmente. Logo, a massa e a aceleração são grandezas inversamente proporcionais.

$$m_1a_1 = m_2a_2 = ... = m_na_n = F$$

Note que o produto da massa pela aceleração é igual a uma constante que é a própria força aplicada.

Dessa experiência, conclui-se que a constante **k** mede a resistência que o corpo opõe ao ser acelerado, isto é, mede a inércia do corpo. A constante **k** é denominada **massa inercial** do corpo ($k = m$).

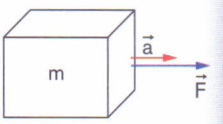
Como exemplo, podemos verificar que, aplicando forças iguais a um carro cheio de passageiros e a esse mesmo carro vazio, o primeiro levará mais tempo a atingir certa velocidade e a parar do que o segundo. Dizemos que o carro cheio tem mais inércia do que o carro vazio, isto é, opõe mais resistência ao ser acelerado.

Resumindo essas duas experiências, Newton estabeleceu a sua 2ª lei: o **princípio fundamental da Dinâmica**, definido pela fórmula:

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \xrightarrow[\text{em módulo}]{\text{ou}} F_R = ma$$

em que:

- F_R: módulo da resultante de todas as forças que agem sobre o corpo;
- **m**: massa do corpo;
- **a**: módulo da aceleração adquirida.



A aceleração de um corpo é diretamente proporcional à força resultante que age sobre ele, inversamente proporcional à sua massa e tem a mesma direção e o mesmo sentido da força resultante.

A unidade de força no SI é o newton (**N**), que corresponde à força necessária para acelerar a massa de 1 kg a 1 m/s².

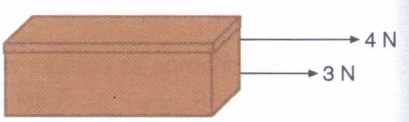
$$F = ma \Rightarrow 1\ N = 1\ kg \cdot 1\ m/s^2$$

Paulo e Francisco aplicam forças de 3 N e 4 N sobre uma caixa que se encontra num chão liso. Podemos dizer o que ocorre com a caixa? A resposta é: depende da direção e do sentido da aplicação das forças na caixa. Por exemplo, se as forças tiverem a mesma direção e o mesmo sentido, elas se adicionam.

$F_R = 4 + 3 \Rightarrow F_R = 7\ N$

Pela 2ª lei de Newton, temos:

$F_R = ma \Rightarrow 7 = 50a \Rightarrow a = 0{,}14\ m/s^2$



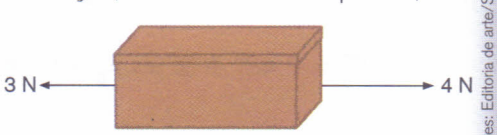
Tudo se passa como se houvesse apenas uma força de 7 N que arrasta a caixa na direção horizontal, da esquerda para a direita, com uma aceleração de 0,14 m/s².

Se, por acaso, as forças forem aplicadas à caixa na mesma direção, mas em sentidos opostos, elas se subtraem.

$F_R = 4 - 3 \Rightarrow F_R = 1\ N$

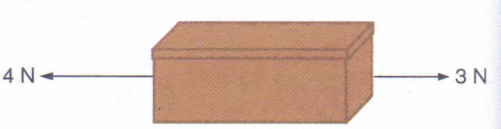
Pela 2ª lei de Newton, vem:

$F_R = ma \Rightarrow 1 = 50a \Rightarrow a = 0{,}02\ m/s^2$

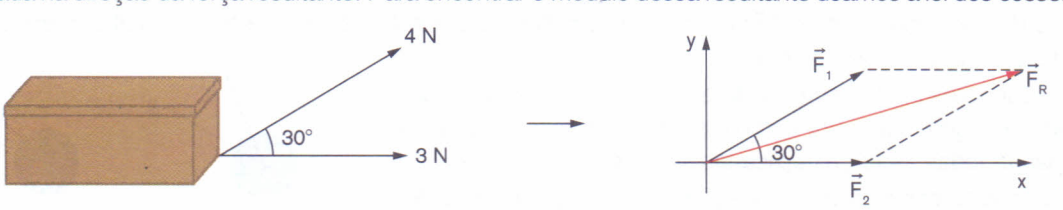


Nesse caso, é como se houvesse apenas uma força de 1 N arrastando a caixa na direção horizontal, da esquerda para a direita, com uma aceleração de 0,02 m/s².

Se trocássemos os sentidos das forças, mantendo a direção horizontal, a força resultante seria de −1 N. Nesse caso, a caixa seria arrastada da direita para a esquerda com uma aceleração de −0,02 m/s².



Se as direções das forças aplicadas à caixa formassem um ângulo de 30°, por exemplo, a caixa seria arrastada na direção da força resultante. Para encontrar o módulo dessa resultante usamos a lei dos cossenos.



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos 30°} \Rightarrow F_R = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 0{,}87} \Rightarrow F_R \simeq 6{,}78\ N$$

Pela 2ª Lei de Newton, temos:

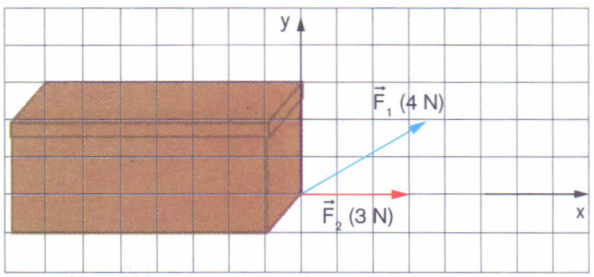
$F_R = ma \Rightarrow 6{,}78 = 50a \Rightarrow a \simeq 0{,}13\ m/s^2$

Esses resultados nos dão apenas a informação sobre a intensidade da força resultante e da aceleração que agem sobre a caixa.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

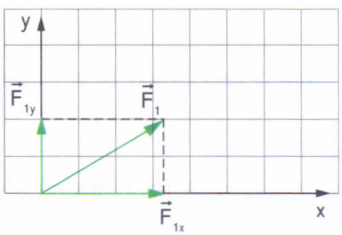
Se quisermos saber a direção e o sentido em que elas atuam, devemos adotar o seguinte procedimento:

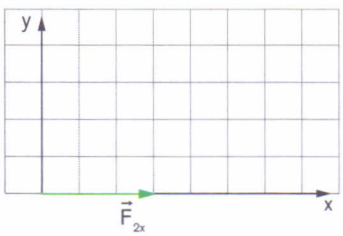
1º) Escolhemos direções convenientes para os eixos **x** e **y**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2º) Decompomos as forças nos eixos **x** e **y**.





$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 30° = 4 \cdot 0{,}87 = 3{,}48$ N

$F_{1y} = F_1 \cdot \text{sen } 30° = 4 \cdot 0{,}5 = 2$ N

$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 0° = 3 \cdot 1 = 3$ N

$F_{2y} = F_2 \cdot \text{sen } 0° = 3 \cdot 0 = 0$

3º) Adicionamos as componentes nas direções **x** e **y**, respectivamente.

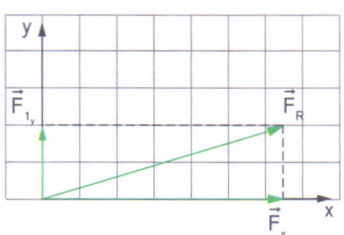
$F_x = F_{1_x} + F_{2_x} \Rightarrow F_x = 3{,}48 + 3 \Rightarrow F_x = 6{,}48$ N

$F_y = F_{2_y} + F_{2_y} \Rightarrow F_y = 2 + 0 \Rightarrow F_y = 2$ N

4º) Calculamos o módulo da força resultante.

Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

$$F_R^2 = 6{,}48^2 + 2^2 \Rightarrow F_R \simeq 6{,}78 \text{ N}$$

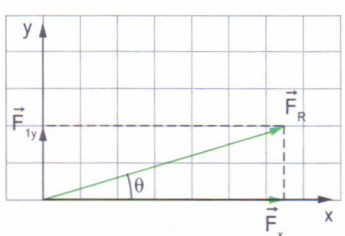


5º) Determinamos a direção da força resultante e da aceleração.

A direção é dada pelo ângulo θ que $\vec{F}_R$ forma com o eixo **x**. Logo:

$$\text{tg } \theta = \frac{F_x}{F_y} \Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{2}{6{,}48} \Rightarrow \text{tg } \theta \simeq 0{,}31 \Rightarrow$$

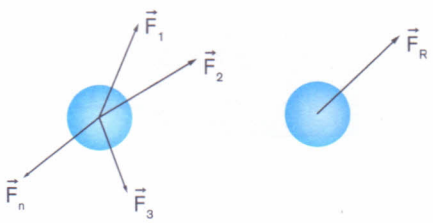
$$\Rightarrow \theta \simeq \text{arc tg } 0{,}31 \Rightarrow \theta \simeq 17{,}3°$$



A caixa será arrastada com uma força equivalente a cerca de 6,78 N em uma direção que faz um ângulo de aproximadamente 17,3° com o eixo **x**. Nesse exemplo, obtemos a força resultante entre duas forças que atuam sobre um corpo.

Assim, resumidamente, pode-se dizer que a resultante das forças que agem sobre um corpo é a força que resulta da soma vetorial de todas as forças aplicadas sobre ele.

Essas forças podem ter direções diferentes. O efeito delas, porém, é único e determinado. Tudo se passa como se o corpo fosse solicitado por uma única força.



Essa força única, capaz de produzir o mesmo efeito que o de todas as forças reunidas, denomina-se **força resultante** $\vec{F}_R$ ou, simplesmente, **resultante**.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$$

Aplicações

1 Um corpo de massa 4 kg tem velocidade de 12 m/s em uma superfície lisa e horizontal. A partir de certo instante atua uma força constante de 2 N, em sentido contrário à velocidade, retardando o movimento. Quanto tempo o corpo leva para parar?

Resolução:

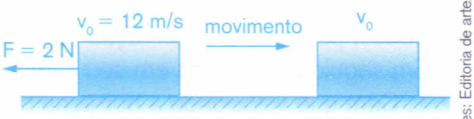
Quando o corpo para, sua velocidade fica igual a zero. A força tem o sentido contrário ao sentido do movimento. Logo:

$F = ma \Rightarrow -2 = 4 \cdot a \Rightarrow a = -0{,}5\ m/s^2$

O tempo que o corpo leva para parar é igual a:

$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 12 - 0{,}5\,t \Rightarrow t = 24\ s$

O corpo leva 24 s para parar.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 *(Vunesp-SP)* Uma das modalidades esportivas em que nossos atletas têm sido premiados em competições olímpicas é a de barco a vela. Considere uma situação em que um barco de 100 kg, conduzido por um velejador com massa de 60 kg, partindo do repouso, se desloca sob a ação do vento em movimento uniformemente acelerado, até atingir a velocidade de 18 km/h. A partir desse instante, passa a navegar com velocidade constante. Se o barco navegou 25 m em movimento uniformemente acelerado, qual é o valor da força aplicada sobre o barco? Despreze resistências ao movimento do barco.

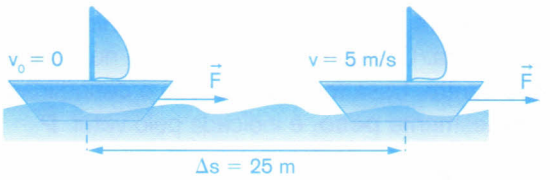
Resolução:

De acordo com o enunciado, a velocidade inicial v_0 do barco é nula e após percorrer 25 m ($\Delta s = 25$ m) sua velocidade é de 18 km/h ($v = 18$ km/h $= 5$ m/s). Assim, sua aceleração é igual a:

$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow 5^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 25 \Rightarrow 25 = 50 \cdot a \Rightarrow a = 0{,}5\ m/s^2$

Como a massa do conjunto barco mais velejador é igual a 160 kg (100 kg + 60 kg), o valor da força aplicada ao barco é igual a:

$F = ma \Rightarrow F = 160 \cdot 0{,}5 \Rightarrow F = 80\ N$



Atividades

1 Qual é o valor, em newtons, da resultante das forças que agem sobre um corpo de massa 8 kg, sabendo-se que o corpo possui aceleração de 4 m/s²?

2 *(UFGD-MS)* Qual será a nova aceleração de um corpo que tem uma aceleração de 10 m/s², se duplicarmos a força e reduzirmos a massa do corpo a um quarto do seu valor?

a) 40 m/s² c) 80 m/s² e) 5 m/s²
b) 20 m/s² d) 2,5 m/s²

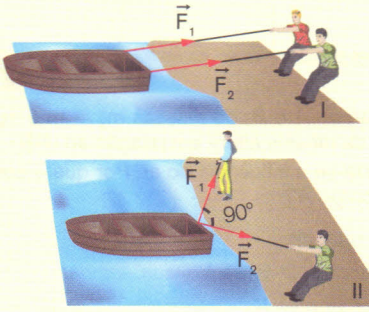
3 *(UEMG)* Considere um corpo que esteja em movimento, diminuindo a sua velocidade. Em relação a esse movimento, assinale a alternativa INCORRETA:

a) A velocidade e a aceleração do corpo têm a mesma direção, mas sentidos contrários.
b) A força resultante (soma de todas as forças que atuam no corpo) e a aceleração têm a mesma direção e sentido.
c) Existe pelo menos uma força no sentido da velocidade do corpo, mas a força em sentido contrário é maior.
d) A força resultante e a velocidade têm a mesma direção mas sentidos contrários.

4 *(UFAL)* Um corpo de massa 4,0 kg, que está sobre uma superfície horizontal, é puxado por uma força horizontal constante de 20 N e se move com aceleração de 4,5 m/s². Nessas condições, pode-se concluir que há uma força oposta ao movimento, cujo módulo é:

a) 0,50 N c) 2,0 N e) 18 N
b) 1,0 N d) 4,0 N

5 Os esquemas a seguir mostram um barco sendo retirado de um rio por dois homens. Na figura (I) são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de intensidades F_1 e F_2. Na figura (II) são usadas cordas inclinadas de 90° que transmitem ao barco forças de intensidades iguais às anteriores.



Sabe-se que, em (I), a força resultante transmitida ao barco tem intensidade de 70 N e que, em (II), tem intensidade de 50 N. Determine as intensidades das forças desenvolvidas pelos dois homens.

6 *(UEFS-BA)* Sobre um corpo agem duas forças de 10,0 N cada, cujas linhas de ação formam um ângulo de 120°. Considerando-se que cos 60° = 0,5 e que sen 60° = 0,87, pode-se afirmar que o módulo da força resultante sobre o corpo, em **N**, é igual a:

a) 12 c) 8 e) 4
b) 10 d) 6

Peso de um corpo

Paulo Cesar

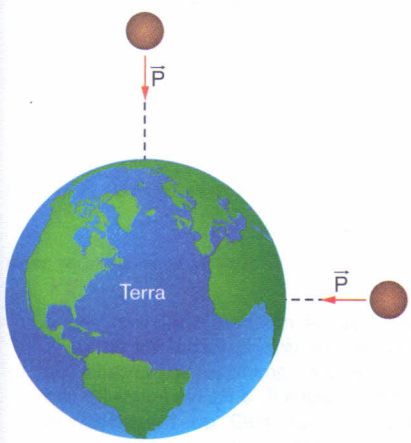
Pegue uma borracha e, cuidadosamente, suba numa cadeira. Com a mão, eleve a borracha o mais alto que puder e solte-a. Chame um colega e peça para que ele observe atentamente o movimento da borracha durante a queda. Repita esta experiência mais duas vezes, pelo menos, para que a observação seja mais precisa.

Em seguida, responda em seu caderno às seguintes questões:

1. Com que velocidade a borracha parte de sua mão?
2. O que acontece com a velocidade da borracha durante a queda?
3. O que provoca o movimento de queda da borracha?
4. Se fôssemos capazes de remover o ar em torno da borracha durante a queda, o que você imagina que aconteceria?

Quando abandonamos um corpo, seu movimento é acelerado. Se pudermos desprezar a influência do ar na queda do corpo, esta é chamada queda livre.

A aceleração de queda livre é, portanto, uma medida de intensidade do **campo gravitacional** criado pela Terra. Qualquer corpo localizado no campo gravitacional da Terra será atraído por ela na direção do seu centro. Essa força de atração é denominada **força gravitacional** ou **força peso**. A força peso, ou simplesmente **peso**, é indicada pelo vetor $\vec{P}$.



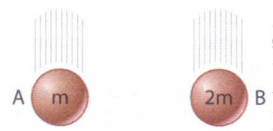
Sendo **m** a massa do corpo e $\vec{g}$ a aceleração da gravidade, a 2ª lei de Newton permite escrever que o peso $\vec{P}$ do corpo será:

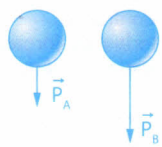
$$\vec{P} = m\vec{g} \xrightarrow[\text{em módulo}]{\text{ou}} P = mg$$

Note que o peso de um corpo resulta da interação entre o corpo e a Terra. Na maior parte das vezes consideraremos o corpo nas proximidades da superfície terrestre. Como o conceito de peso de um corpo pode ser estendido estando o corpo em outro planeta ou na Lua, podemos falar em peso de um corpo na Lua ou em Marte, por exemplo.

Aplicação

Dois corpos *A* e *B*, de massas $m_A = m$ e $m_B = 2m$, são largados em um mesmo local e da mesma altura em relação ao chão.
Despreza-se a influência do ar. Por que o corpo *B* não cai duas vezes mais rápido que o corpo *A*?





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Usando a 2ª lei de Newton, temos:

$P_A = m_A g \Rightarrow P_A = mg$

$P_B = m_B g \Rightarrow P_B = 2mg$

Note que a atração gravitacional da Terra no corpo B é duas vezes maior do que no corpo A, pois $P_B = 2P_A$. Se aplicarmos a definição da 2ª lei de Newton para cada um dos corpos, podemos obter a aceleração da queda pela razão entre a força peso e a respectiva massa de cada corpo:

corpo A: $F_{r_A} = m_A a_A \Rightarrow P_A \Rightarrow ma_A \Rightarrow a_A = \frac{P_A}{m}$

corpo B: $F_{r_B} = m_B a_B \Rightarrow P_B = 2\,ma_B \Rightarrow a_B = \frac{P_B}{2m} = \frac{2P_A}{2m} = \frac{P_A}{m}$

Como as razões são iguais, as acelerações dos corpos A e B são iguais. Portanto, os corpos caem com a mesma velocidade.

Atividades

1 *(CEUT-PI)* Sem atrito, um bloco de massa m = 0,5 kg desloca-se em uma mesa sob a ação de uma força horizontal de intensidade F = 2 N. Imagine que essa experiência seja feita na Lua, com o mesmo bloco, puxado pela mesma força, sobre a mesma mesa. Considere, na Terra, g = 10 m/s² e, na Lua, g = 1,6 m/s². Sobre essa experiência são feitas as seguintes afirmativas:

I. Na Terra, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração a = 4 m/s².

II. A massa do bloco, na Lua, é igual a 0,5 kg.

III. Na Lua, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração a = 4 m/s².

IV. O peso do bloco, na Terra, é 5 N.

V. O peso do bloco, na Lua, é 0,8 N.

Está(ão) CORRETA(S):

a) Apenas I e II.
b) Apenas III e IV.
c) Apenas IV.
d) Apenas V.
e) Todas.

2 *(Unip-SP)* A tabela a seguir indica o valor aproximado da intensidade da aceleração da gravidade na superfície de alguns planetas que compõem o nosso sistema solar.

Planeta	g(m/s²)
Mercúrio	3,0
Vênus	8,0
Terra	10
Marte	4,0
Júpiter	25
Saturno	10
Urano	8,0
Netuno	11

Na Terra um corpo *A* tem massa de 1,0 kg e um corpo *B* tem massa de 2,5 kg.

Assinale a opção correta:

a) O corpo *A* terá peso igual ao do corpo *B* nos planetas Vênus e Urano.
b) Somente em Saturno a massa do corpo *A* continua sendo igual a 1,0 kg.
c) A massa do corpo *A* é máxima em Júpiter.
d) O peso do corpo *A* é o mesmo em todos os planetas.
e) O peso do corpo *B* em Marte é igual ao peso do corpo *A* na Terra.

3 *(UFSC)* No livro *Viagem ao Céu*, Monteiro Lobato afirma que quando jogamos uma laranja para cima, ela sobe enquanto a força que produziu o movimento é maior que a força da gravidade. Quando a força da gravidade se torna maior, a laranja cai.

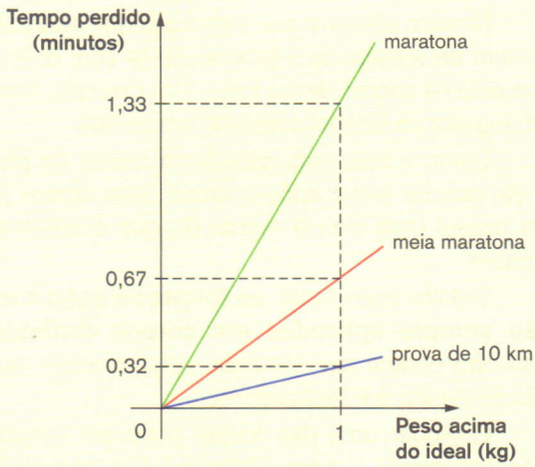
Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. Realmente na subida, após ser lançada pela mão de alguém, haverá uma força maior do que o peso para cima, de modo a conduzir a laranja até uma altura máxima.
02. Quando a laranja atinge sua altura máxima, a velocidade é nula e todas as forças também se anulam.
04. Supondo nula a resistência do ar, após a laranja ser lançada para cima, somente a força peso atuará sobre ela.
08. Para que a laranja cesse sua subida e inicie sua descida, é necessário que a força da gravidade seja maior que a mencionada força para cima.
16. Supondo nula a resistência do ar, a aceleração da laranja independe de sua massa.

4 *(Enem-MEC)* O excesso de peso pode prejudicar o desempenho de um atleta profissional em corridas de longa distância como a maratona (42,2 km), a meia maratona (21,1 km) ou uma prova de 10 km. Para saber uma aproximação do intervalo de tempo a mais perdido para completar uma corrida devido ao excesso de peso, muitos atletas utilizam os dados apresentados na tabela e no gráfico:

Altura (m)	Peso (kg) ideal para atleta masculino de ossatura grande, corredor de longa distância
1,57	56,9
1,58	57,4
1,59	58,0
1,60	58,5
:	:

tempo X peso (modelo Wilmore e Benke)



Usando essas informações, um atleta de ossatura grande, pesando 63 kg e com altura igual a 1,59 m, que tenha corrido uma meia maratona, pode estimar que, em condições de peso ideal, teria melhorado seu tempo na prova em:

a) 0,32 min
b) 0,67 min
c) 1,60 min
d) 2,68 min
e) 3,35 min

5. Terceira lei de Newton ou princípio da ação e reação

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

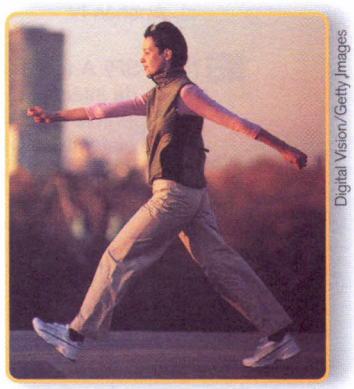
Voltemos à proposta feita no início do capítulo, de dar um passo à frente e pensar no que foi necessário para que este movimento acontecesse.

É comum só nos darmos conta da importância de algo justamente quando isso nos falta, particularmente quando se trata de coisas tão corriqueiras quanto caminhar.

Suba num esqueite com os dois pés, em uma superfície plana, lisa e sem obstáculos. Agora, sem se apoiar em nada e mantendo os pés sobre o *shape*, tente se deslocar para frente ou para trás. Como faz falta o contato dos pés com o chão nessas horas, não é verdade?

Se você cumpriu todas as recomendações à risca, deve ter encontrado enormes dificuldades para levar seu corpo a alguns centímetros de onde estava no início da experiência, principalmente se as rodinhas do esqueite estiverem bem lubrificadas e sem muito desgaste.

Ao descer do esqueite, você deve sentir uma sensação de alívio, pois de novo é capaz de se deslocar normalmente, sem dificuldades. Vamos pensar no que houve.



Digital Vision/Getty Images

Quando você estava sobre o esqueite não havia como se deslocar, pois as rodinhas não raspavam no solo, mas giravam livremente, levando-o para frente e para trás, sem sair efetivamente do lugar. O contato dos pés com o solo evita escorregões e possibilita que a força que nossos músculos fizeram para empurrar o chão para trás produza o movimento de nosso corpo para frente.

Sim! Ao caminhar, aplicamos uma força empurrando o chão para trás.

Podemos dizer que realizamos uma força de ação sobre o chão. Como resposta, o chão reagiu aos nossos pés, empurrando-os para frente. Na verdade, a força de reação do chão não empurra nossos pés para frente em relação ao nosso corpo, mas apenas faz uma força de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto.

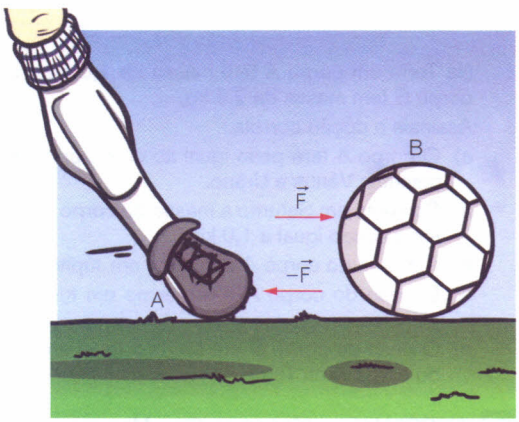
Essa situação é muito diferente da que ocorreu com o esqueite, em que o chão não tinha como fazer força de reação, pois as rodinhas não conseguiam aderência suficiente para aplicar uma força de ação. Esses exemplos nos ajudam a compreender o princípio da ação e reação.

Newton afirmava que toda força que atua num corpo tem de resultar da interação deste com outro corpo que está na origem dessa força. Por exemplo, considere um jogador de futebol cobrando um pênalti.

Como a bola está parada na marca do pênalti e é ela que se move após o chute, isso ocorre porque ela possui uma inércia menor do que o sistema pé e jogador.

Detalhe importante: **as forças de ação e reação são sempre aplicadas em corpos distintos**, por isso não podem ser somadas vetorialmente, ou seja, não se equilibram mutuamente.

Qualquer uma das forças pode ser considerada a "ação", sendo a outra a "reação". Causa e efeito não estão implícitos aqui, mas uma interação mútua e simultânea. Isso conduziu Newton ao **princípio da ação e reação**.



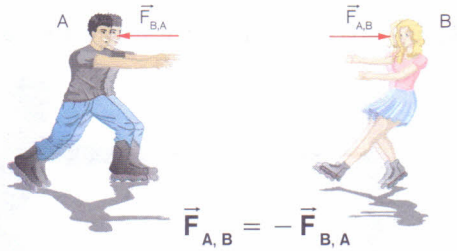
Força $\vec{F}$ aplicada na bola pelo pé do jogador ao chutá-la. A bola reage ao chute do jogador exercendo sobre seu pé a força $-\vec{F}$.

Sempre que um corpo *A* exerce uma força em um corpo *B*, este reagirá exercendo em *A* outra força, de mesma intensidade e direção, mas de sentido contrário.

Vejamos outros exemplos aos quais se aplica esse princípio.

- Suponha duas pessoas, *A* e *B*, sobre patins, conforme indica a figura.

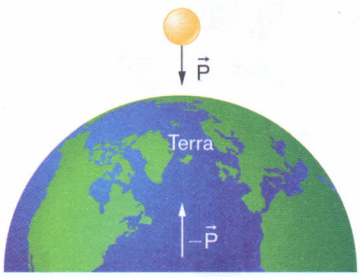
Se *A* empurrar *B*, verifica-se que ambos se movimentam, mas em sentidos contrários. Quando *A* aplica em *B* a força $\vec{F}_{A,B}$, o corpo *B* reage e aplica em *A* uma força $\vec{F}_{B,A}$. As forças $\vec{F}_{A,B}$ e $\vec{F}_{B,A}$ têm a mesma direção horizontal, sentidos contrários e a mesma intensidade.



$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$

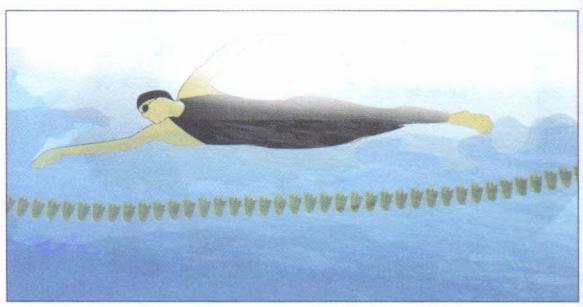
$$|\vec{F}_{A,B}| = |\vec{F}_{B,A}|$$

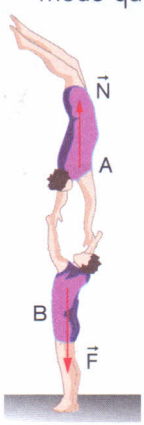
Ilustrações: Editoria de arte/Setup



- Considere um corpo próximo à superfície da Terra. A Terra exerce no corpo a força peso $\vec{P}$. Ao mesmo tempo, o corpo reage e exerce no centro da Terra uma força de reação $-\vec{P}$. Essas forças têm a mesma intensidade, mesma direção e sentidos contrários. Como a Terra atrai os corpos para o seu centro, a reação $-\vec{P}$ é aplicada no centro do planeta.

- Quando nadamos, com as mãos empurramos a água para trás, aplicando uma força de ação sobre ela. Entretanto, a água aplica sobre as mãos uma força de reação de mesmo valor da ação, de modo que nos empurra para frente.





- O acrobata *A* exerce uma força de compressão $\vec{F}$ igual ao seu peso sobre o acrobata *B*. O acrobata *B* reage e exerce sobre *A* uma força **N** de reação que, por ser perpendicular às superfícies de contato, é chamada de **reação normal** do apoio.

$$\vec{F} = -\vec{N}$$

Os princípios aqui colocados procuram de forma simples explicar os movimentos, mas possuem um conteúdo profundo. Os movimentos que ocorrem em nosso planeta ou fora dele, por mais distintos que sejam, são explicados pelos princípios formulados por Newton.

Corel Stock Photo

A água do rio que corre, a chuva que cai, os ventos que sopram, os automóveis que percorrem estradas, a pessoa que caminha, os aviões no ar, os planetas que se deslocam ao redor do Sol e o Sol ao redor da galáxia, o ônibus espacial através do espaço interplanetário... Todos esses movimentos podem ser descritos pelos mesmos princípios.

Na Natureza, tudo que se move segue um comportamento que é explicado pelas leis de Newton. Conhecer essas leis nos permite entender os movimentos.

Com o rápido desenvolvimento tecnológico, os princípios da Dinâmica são básicos na análise de projetos de estruturas móveis, na robótica, em sistemas de controles automáticos, em foguetes, em mísseis, em naves espaciais, em veículos de transporte terrestre e aéreo, em turbinas, em máquinas usadas na indústria, entre outros.

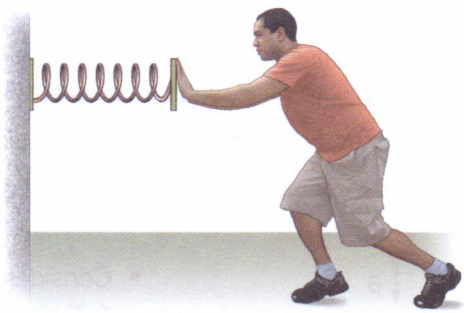
Aplicações

1 Em cada caso, represente as forças horizontais que agem nos corpos representados nas figuras.

a)

Homem puxando o fio.

b)

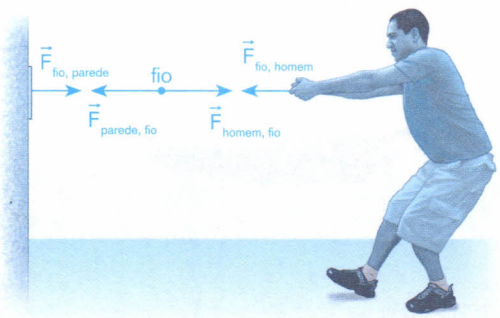


Paulo Cesar

Homem comprimindo a mola.

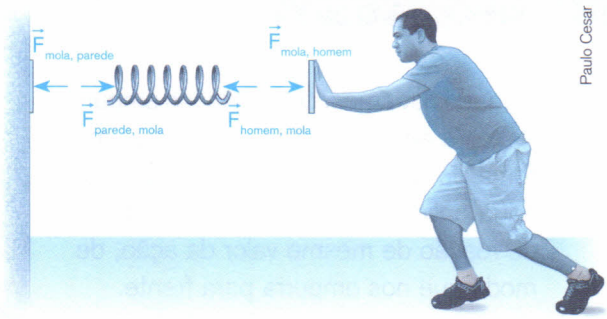
Resolução:

a) Isolando as figuras horizontais:



As forças que agem sobre o fio são chamadas ***forças de tração****.*

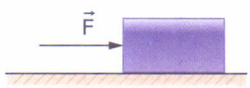
b)



Paulo Cesar

As forças que agem sobre a mola são chamadas ***forças de compressão****.*

2 Consideremos um corpo de massa igual a 6 kg em repouso sobre um plano horizontal perfeitamente liso. Aplica-se uma força horizontal $\vec{F}$ de intensidade 30 N sobre o corpo.



Editoria de arte/Setup

Admitindo-se $g = 10\ m/s^2$, calcule o valor:

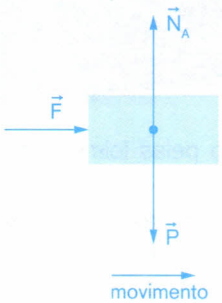
a) do peso do corpo;

b) da reação do plano de apoio;

c) da aceleração do corpo.

Resolução:

a) Representando as forças que agem sobre o corpo (na resolução não vamos usar a notação vetorial), temos:



$\vec{P}$: força peso
$\vec{N}_A$: reação normal de apoio

A intensidade do peso $\vec{P}$ do corpo é igual a:

$$P = mg \Rightarrow P = 6 \cdot 10 \Rightarrow P = 60\ N$$

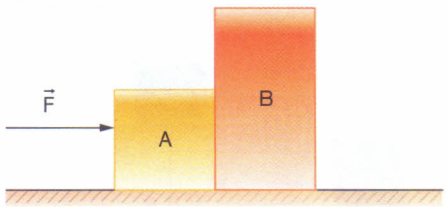
b) O corpo não se movimenta na direção vertical, pois $N_A = P$. Logo:

$$N_A = P \Rightarrow N_A = 60\ N$$

c) A resultante das forças na direção horizontal (direção do movimento) é a própria força $\vec{F}$. Usando o princípio fundamental da Dinâmica, temos:

$$F = ma \Rightarrow 30 = 6a \Rightarrow a = 5\ m/s^2$$

3 Os blocos *A* e *B* de massas iguais a 2 kg e 3 kg, respectivamente, encontram-se apoiados sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa.
Uma força constante de intensidade 20 N é aplicada sobre *A*, conforme indica a figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Admitindo-se $g = 10\ m/s^2$, determine:

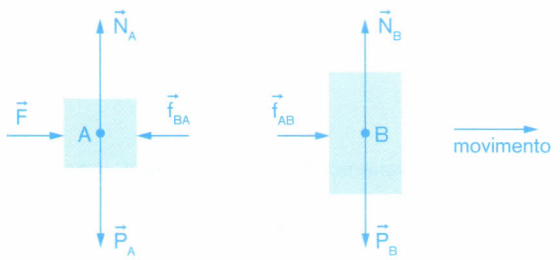
a) o valor da aceleração do conjunto;

b) a intensidade da força que *A* exerce em *B*;

c) a intensidade da força que *B* exerce em *A*.

Resolução:

a) Isolando os corpos A e B e representando as forças que agem sobre eles, temos:



em que:

$f_{A,B} = f_{B,A} = f$ (ação e reação)

$f_{A,B}$: força que *A* exerce em *B*

$f_{B,A}$: força que *B* exerce em *A*

Utilizando o princípio fundamental da Dinâmica somente na direção do movimento, temos:

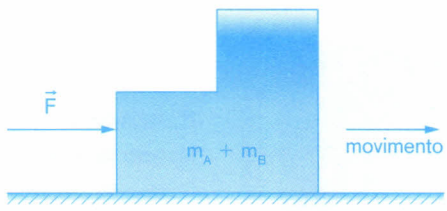
corpo A: $F - f = m_A a$

corpo B: $f = m_B a$

Adicionando as duas equações, obtemos:

$$\begin{array}{rl} & F - f = m_A a \\ \oplus & f = m_B a \\ \hline & F = (m_A + m_B)a \end{array}$$

Essa equação mostra que podemos considerar que a força $\vec{F}$ está aplicada em um único corpo, cuja massa é a soma das massas dos corpos A e B.



Substituindo os valores, obtemos:

$F = (m_A + m_B)a \Rightarrow 20 = (2 + 3) \cdot a \Rightarrow a = 4\ m/s^2$

b) Da equação $f = m_B a$:

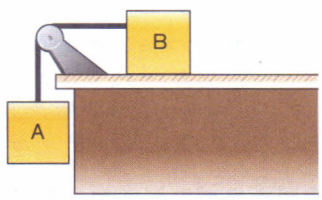
$f = m_B a \Rightarrow f = 3 \cdot 4 \Rightarrow f = 12\ N$

c) Pelo princípio da ação e reação: $f_{BA} = f_{AB} = f = 12\ N$

4 No sistema da figura, os corpos *A* e *B* têm massas respectivamente iguais a 5 kg e 15 kg. A superfície onde *B* se apoia é horizontal e perfeitamente polida.
O fio é inextensível, e o sistema é liberado a partir do repouso. Admitindo-se $g = 10\ m/s^2$, determine:

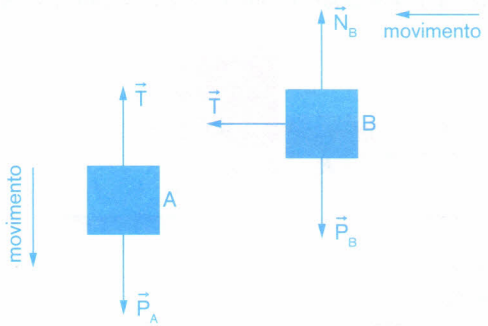
a) o valor da aceleração do sistema;

b) o módulo da tração no fio que une *A* e *B*.



Resolução:

a) Isolando os corpos A e B e representando as forças que agem sobre eles, temos:



Aplicando o princípio fundamental da Dinâmica nas direções do movimento, temos:

corpo A: $P_A - T = m_A a$

corpo B: $T = m_B a$

Adicionando as duas equações, obtemos:

$$\begin{array}{r} P_A - T = m_A a \\ \oplus \quad T = m_B a \\ \hline P_A = (m_A + m_B)a \end{array}$$

Essa fórmula mostra que a força que produz o movimento dos dois corpos é o peso do corpo A. Substituindo os valores, obtemos:

$$P_A = (m_A + m_B)g \Rightarrow m_A g = (m_A + m_B)a \Rightarrow 5 \cdot 10 = (5 + 15)a \Rightarrow a = 2{,}5\ m/s^2$$

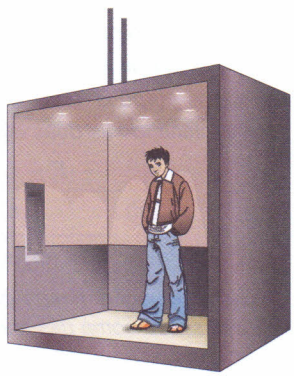
b) Da segunda equação $T = m_B a$, vem:

$$T = m_B a \Rightarrow T = 15 \cdot 2{,}5 \Rightarrow T = 37{,}5\ N$$

5 Um homem que pesa 700 N está num elevador de 300 kg de massa, que se desloca verticalmente para cima, em movimento acelerado, com aceleração de 0,5 m/s². Considere g = 10 m/s².

a) Qual o valor da força que o homem exerce no piso do elevador?

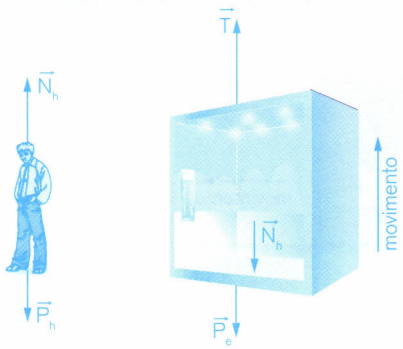
b) Qual o valor da tração que o cabo de sustentação exerce no elevador?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

a) Isolando o homem e o elevador:



N_h: força que o homem exerce no piso do elevador

P_h: peso do homem

P_e: peso do elevador

T: força que o cabo de sustentação exerce no elevador

A massa do homem m_h *é dada por:*

$$P_h = m_h g \Rightarrow 700 = m_h \cdot 10 \Rightarrow m_h = 70\ kg$$

O peso do elevador P_e *é dado por:*

$$P_e = m_e g = 300 \cdot 10 \Rightarrow P_e = 3\,000\ N$$

Utilizando a 2ª lei de Newton, para o homem:

$$N_h - P_h = m_h a \Rightarrow N_h - 700 = 70 \cdot 0{,}5 \Rightarrow N_h = 735\ N$$

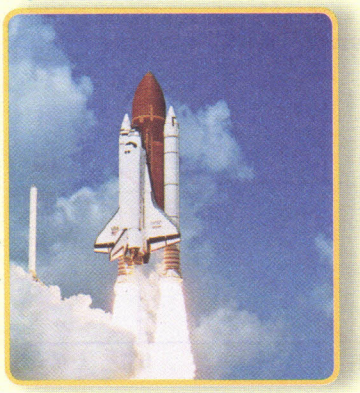
b) Aplicando a 2ª lei de Newton, para o elevador:

$$T - N_h - P_e = m_e a \Rightarrow T - 735 - 3000 = 300 \cdot 0{,}5 \Rightarrow T = 3\,885\ N$$

Atividades

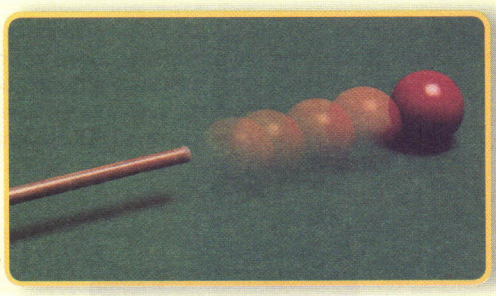
1 Utilizando o princípio da ação e reação, explique os seguintes movimentos:

a)



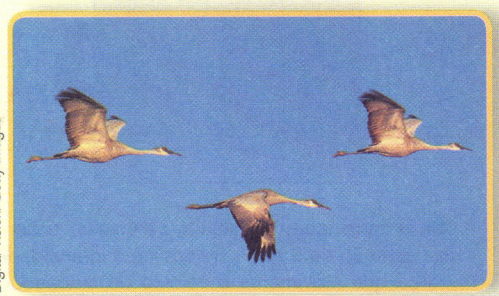
Photodisc/Getty Images

b)



Sérgio Dotta Jr/The Next

c)



Digital Vision/Getty Images

2 *(PUC-RS)* No estudo das leis do movimento, ao tentar identificar pares de forças de ação-reação, são feitas as seguintes afirmações:

I. Ação: A Terra atrai a Lua.
Reação: A Lua atrai a Terra.

II. Ação: O pulso do boxeador golpeia o adversário.
Reação: O adversário cai.

III. Ação: O pé chuta a bola.
Reação: A bola adquire velocidade.

IV. Ação: Sentados numa cadeira, empurramos o assento para baixo.
Reação: O assento nos empurra para cima.

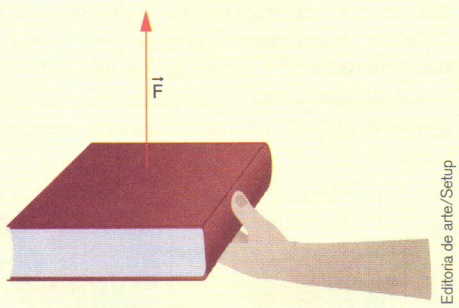
O princípio da ação e reação é corretamente aplicado:

a) somente na afirmativa I.
b) somente na afirmativa II.
c) somente nas afirmativas I, II e III.
d) somente nas afirmativas I e IV.
e) nas afirmativas I, II, III e IV.

3 *(Unifesp-SP)* Às vezes, as pessoas que estão num elevador em movimento sentem uma sensação de desconforto, em geral na região do estômago. Isso se deve à inércia dos nossos órgãos internos localizados nessa região, e pode ocorrer:

a) quando o elevador sobe ou desce em movimento uniforme.
b) apenas quando o elevador sobe em movimento uniforme.
c) apenas quando o elevador desce em movimento uniforme.
d) quando o elevador sobe ou desce em movimento variado.
e) apenas quando o elevador sobe em movimento variado.

4 *(UFPel-RS)* Uma pessoa suporta na palma da mão um livro de peso igual a 10 N. Num determinado instante, visando atirar o livro para cima, ela exerce sobre este uma força F = 15 N como mostra a figura.



Editoria de arte/Setup

Responda às questões abaixo e justifique suas respostas.

a) No mesmo instante mostrado na figura, quanto vale a força exercida pelo livro sobre a mão da pessoa?
b) Quanto vale e onde está aplicada a força de reação ao peso do livro?

5 *(Unipac-MG)* Com relação à 3ª Lei de Newton, analise as proposições abaixo:

I. A força que a Terra exerce sobre a Lua é exatamente igual, em intensidade, à força que a Lua exerce sobre a Terra.

II. Se um ímã atrai um prego, o prego atrai o ímã com uma mesma força de mesma intensidade e direção, mas com sentido contrário.

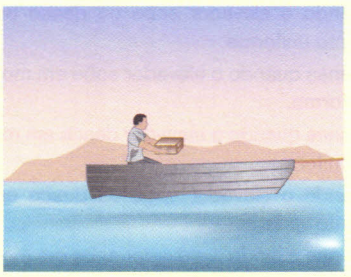
III. A força que possibilita um cavalo puxar a carroça é a força que a carroça exerce sobre ele.

Podemos afirmar que:

a) somente as proposições I e II estão corretas.
b) somente as proposições I e III estão corretas.
c) somente as proposições II e III estão corretas.
d) as proposições I, II e III estão corretas.
e) somente a proposição II está correta.

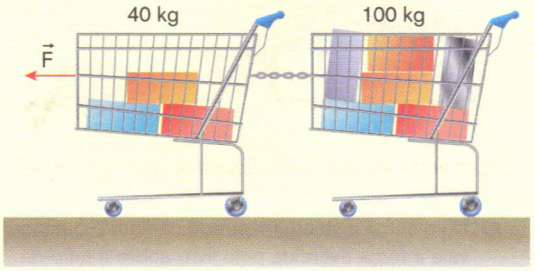
6 *(UFRJ)* Um sistema é constituído por um barco de 100 kg, uma pessoa de 58 kg e um pacote de 2,0 kg que ela carrega consigo. O barco é puxado por uma corda de modo que a força resultante sobre o sistema seja constante, horizontal e de módulo 240 newtons.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Supondo que não haja movimento relativo entre as partes do sistema, calcule o módulo da força horizontal que a pessoa exerce sobre o pacote.

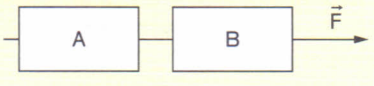
7 *(FGV-SP)* Dois carrinhos de supermercado podem ser acoplados um ao outro por meio de uma pequena corrente, de modo que uma única pessoa, ao invés de empurrar dois carrinhos separadamente, possa puxar o conjunto pelo interior do supermercado. Um cliente aplica uma força horizontal de intensidade $\vec{F}$ sobre o carrinho da frente, dando ao conjunto uma aceleração de intensidade 0,5 m/s².



Sendo o piso plano e as forças de atrito desprezíveis, o módulo da força $\vec{F}$ e o da força de tração na corrente são, em **N**, respectivamente:

a) 70 e 20
b) 70 e 40
c) 70 e 50
d) 60 e 20
e) 60 e 50

8 *(Unit-SE)* Um bloco *A*, de massa **m**, é preso a outro bloco *B*, de massa 2,0 kg. Apoiados numa superfície horizontal de atrito desprezível, quando puxados por uma força $\vec{F}$, de intensidade 10 N, movem-se com a = 2,0 m/s².

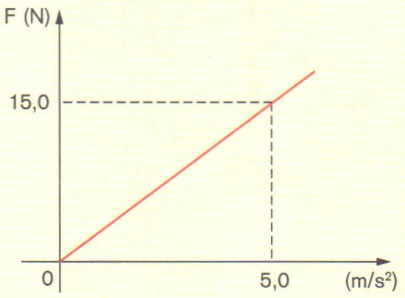


A massa **m**, em kg, e a força no fio que une os dois blocos, em newtons, são respectivamente:

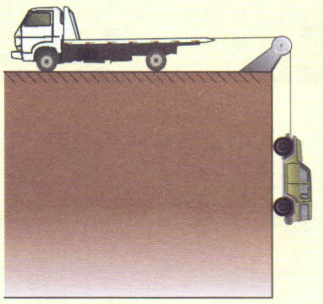
a) 3,0 e 10
b) 3,0 e 8,0
c) 3,0 e 6,0
d) 5,0 e 6,0
e) 5,0 e 10

9 O gráfico a seguir representa a intensidade da força resultante em uma partícula em função do módulo de sua aceleração.

Sendo g = 10 m/s², calcule a intensidade do peso dessa partícula.

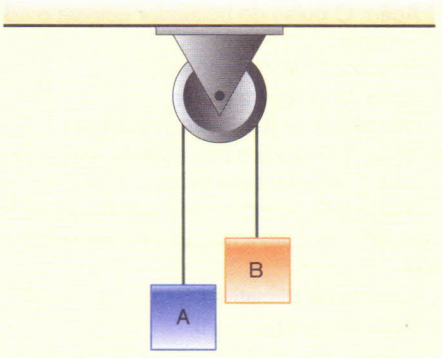


10 Um veículo de autossocorro de 4 toneladas resgata um carro de um precipício usando um cabo de aço inextensível e de massa desprezível, como pode ser observado na figura abaixo. Despreze o atrito entre a polia e a massa do fio inextensível que une os veículos.



Se o carro, com 1 tonelada de massa, sobe com aceleração de 2 m/s², determine a intensidade da força que movimenta o veículo de autossocorro. (Use g = 10 m/s².)

11 Dois corpos *A* e *B* estão unidos por um fio que passa por uma roldana fixa em um suporte. Sendo m_A = 5 kg, m_B = 3 kg, g = 10 m/s² e a massa do fio e da roldana desprezíveis, determine:



a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da tração no fio.

6. Força de atrito

Corel Stock Photo

O que acontece quando um carro de corrida dá a partida cantando os pneus, sobre uma pista com areia ou óleo?

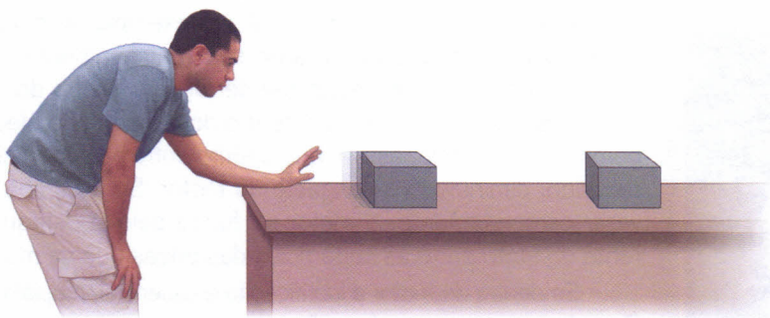
Por que os pneus dos carros de corrida são mais largos do que os pneus dos carros de passeio?

Para que é importante conferir o nível de óleo no motor do carro periodicamente?

Como funciona o sistema de freios a disco de um automóvel?

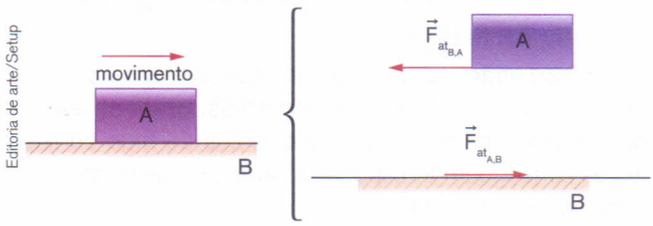
Todas essas questões levam em conta um tipo de força diretamente relacionada ao contato entre duas superfícies: **a força de atrito**.

Lançando um corpo sobre a superfície horizontal com velocidade $\vec{v}$, verificamos que o corpo acabará parando.


Paulo Cesar

Durante o lançamento, por meio da interação com a mão da pessoa, o corpo adquire uma velocidade que é reduzida gradativamente. Isso significa que, enquanto o corpo se movimenta, adquire uma aceleração cujo sentido é oposto ao do seu movimento. De acordo com a 2ª lei de Newton, concluímos que deve haver uma força contrária ao deslizamento do corpo, a qual recebe o nome de **força de atrito** $\vec{F}_{at}$.

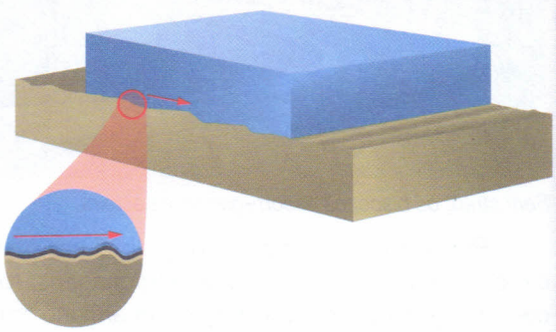
Sempre que a superfície de um corpo escorrega sobre a de outro corpo, um exerce sobre o outro (princípio da ação e reação) uma força de atrito tangente às superfícies de contato.

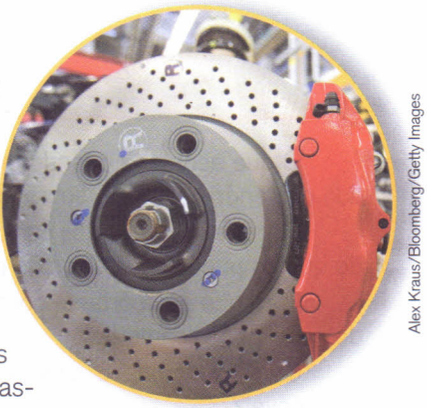


Editoria de arte/Setup

Note que a força de atrito sobre cada corpo tem sentido oposto ao movimento de um dos corpos em relação ao outro.

O atrito é provocado pela aspereza, ou seja, pelas rugosidades (que podem ser microscópicas) existentes nas superfícies em contato. Enquanto as superfícies são esfregadas uma na outra, tendem a se interpenetrar, oferecendo resistência ao movimento relativo. A causa do atrito está na interação entre as moléculas situadas nas superfícies em contato. Essa adesão superficial ocorre porque nos pontos de contato as moléculas de cada superfície estão tão próximas que passam a exercer forças intermoleculares entre si. Assim, nos pontos de contato, é como se as superfícies fossem "soldadas a frio".


Editoria de arte/Setup

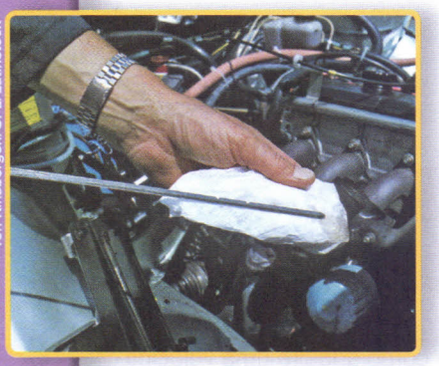

Alex Kraus/Bloomberg/Getty Images

Isso explica algumas das questões sobre automóveis propostas anteriormente. Nos carros de corrida, os pneus são mais largos porque, além de favorecer a aerodinâmica do veículo, eles permitem maior superfície de contato com o solo, aumentando, assim, o atrito, a fim de fazer curvas e manobras em altas velocidades.

Um sistema de freio a disco consiste em discos metálicos presos ao eixo do carro, sobre os quais repousam pastilhas de material apropriado que, quando o motorista pisa no pedal de freio, são empurradas contra esses discos, freando o veículo. É o atrito entre as pastilhas e os discos que possibilita a frenagem. Com o uso, as pastilhas se desgastam e, por isso, devem ser trocadas periodicamente.

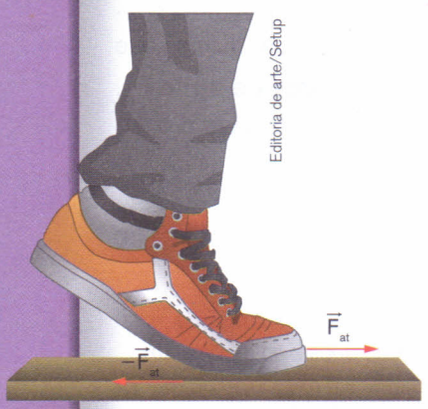
A resistência de atrito pode ser associada à ruptura de muitas "soldas" diminutas que se formam nos pontos de contato. É o que ocorre com as pastilhas de freio. A intensidade da força de atrito que se opõe à rolagem de um corpo é menor que no movimento de deslizamento, pois as soldas microscópicas nos contatos são "descascadas", e não "cortadas", como no atrito de escorregamento.

O atrito pode ser reduzido com o polimento das superfícies em contato e com o uso de lubrificantes. O óleo do motor do automóvel, por exemplo, tem dupla função: contribui com a refrigeração durante seu funcionamento, e principalmente com a lubrificação das peças que se movem dentro do motor. Na região dos pistões, que se deslocam dentro dos cilindros, o óleo é espirrado por bombas, garantindo, assim, que o atrito entre as superfícies de metal seja reduzido, diminuindo o desgaste do motor. Se a bomba falhar ou o óleo vazar completamente, o motor se funde pelo superaquecimento decorrente do atrito entre as superfícies das peças que se movem dentro dele.


Ton Kinsbergen/SPL/Latinstock

Se dentro do motor a lubrificação é essencial, na pista é acidente certo. Quando um carro ou moto realiza uma manobra em pista molhada, com areia ou óleo, o atrito é muito reduzido, fazendo que o motorista perca o controle sobre os comandos do veículo, que mantém seu movimento por inércia.

O atrito está presente em quase todas as situações e, como vimos, pode ser útil ou nocivo. Quando é útil procura-se aumentá-lo; quando é nocivo, diminuí-lo.



Editoria de arte/Setup

Uma pessoa não poderia andar se não houvesse atrito entre o sapato e o solo. O pé da pessoa empurra o solo para trás ($-\vec{F}_{at}$), e este empurra o pé da pessoa para frente ($\vec{F}_{at}$).

Se não existisse atrito, os veículos não poderiam iniciar o movimento; as rodas girariam sem sair do lugar. Nas indústrias, usam-se esteiras para transporte de material, como, por exemplo, grãos de trigo ou limalha de ferro. As esteiras conseguem transportar a carga porque existe atrito entre elas e os objetos que transportam.

TopFoto/Keystone

Sem atrito, os biscoitos escorregariam na esteira.

Photodisc/Getty Images

Para aumentar o atrito, são feitas saliências na superfície de contato dos pneus.

Por outro lado, o atrito é prejudicial nas partes internas de peças móveis das máquinas. Ele provoca, por exemplo, o desgaste de engrenagens, rolamentos, pneus, entre outros. O atrito é também uma desvantagem quando arrastamos um armário muito pesado.

Saiba mais sobre...

AQUAPLANAGEM

Um dos maiores riscos que o motorista corre ao enfrentar pistas molhadas e escorregadias é, na realidade, fruto do surgimento de um filme de água entre a banda de rodagem dos pneus e a pista, fato que ocasiona uma total perda de controle do veículo em qualquer situação de frenagem ou tentativa da mudança de direção. Do inglês *aquaplaning*, esse efeito provocado pela combinação de banda de rodagem gasta, com sulcos poucos profundos no pneu (fato que dificulta um bom dreno da água pela qual o carro passa em cima naquele momento), com filetes ou camadas de águas que estejam na pista, o fenômeno se agravava com o aumento da velocidade. Instantaneamente, o pneu perde contato com o solo e o carro passa a trafegar sobre a camada d'água, dotada de uma resistência momentânea que lhe permite sustentar o peso do veículo. Além de perder a aderência no eixo de tração, o mais grave com esse problema é o repentino desaparecimento do controle direcional do veículo, já que o volante de direção pode ser esterçado sem que haja resposta das rodas dianteiras.

Photodisc/Getty Images

A aquaplanagem acontecerá sempre que a banda de rodagem do pneu não conseguir drenar corretamente a água que está depositada no piso, algo que ocorre, conforme já dito, em razão das condições dos sulcos – eles não devem ter menos de 2 mm de profundidade –, da quantidade de água na pista e da velocidade de rotação da roda, o que é resultado imediato da do carro.

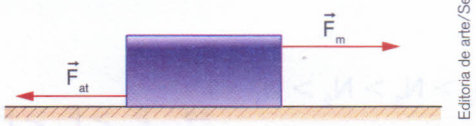
Motor Show. São Paulo: Editora Três, n. 188, p. 22 e 23, fascículo 2. Nova enciclopédia do automóvel.

Vamos diferenciar o efeito do atrito em dois casos: quando os corpos em contato estão em repouso e quando estão em movimento.

Atrito estático

É aquele que surge entre as superfície de apoio quando não há deslizamento entre elas.

Considere um corpo, inicialmente em repouso, sobre uma superfície horizontal, e aplique sobre ele uma força horizontal $\vec{F}$ com o intuito de movimentá-lo.



Editoria de arte/Setup

Se a intensidade de $\vec{F}$ não for suficiente para mover o corpo, ele estará sendo equilibrado por uma força de atrito $\vec{F}_{at}$ contrária a $\vec{F}$ exercida sobre a base do corpo pela superfície de apoio.

Experimento análogo a este possivelmente foi realizado pelo físico francês Charles Coulomb, em 1781. Mantendo a direção e o sentido mas diminuindo gradativamente entre a intensidade de $\vec{F}$, Coulomb determinou experimentalmente a força mínima necessária para dar início ao movimento do corpo. Essa força mínima, que coloca o corpo na iminência de se mover, tem o valor da máxima força de atrito que é chamado de **força de atrito estático**.

Assim, a intensidade da força de atrito varia do zero (quando não há solicitação de movimento) até um valor máximo, dado pela força de atrito estático:

$$0 \leq F_{at} \leq F_{at_{estático}}$$

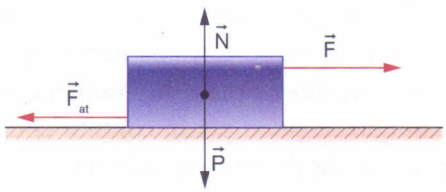
Observe que a força máxima de atrito estático é igual à força motriz mínima para iniciar o movimento. Por esse processo, Coulomb confirmou as três leis derivadas por Da Vinci e ainda estabeleceu uma quarta, que veremos a seguir. As três primeiras leis podem ser escritas da seguinte maneira. A intensidade da força de atrito:

1ª) é independente da área de contato entre as duas superfícies.

2ª) depende da natureza das superfícies de contato.

3ª) é proporcional à intensidade da força normal.

Dessas três leis é possível obter uma expressão para a intensidade da força de atrito estático:

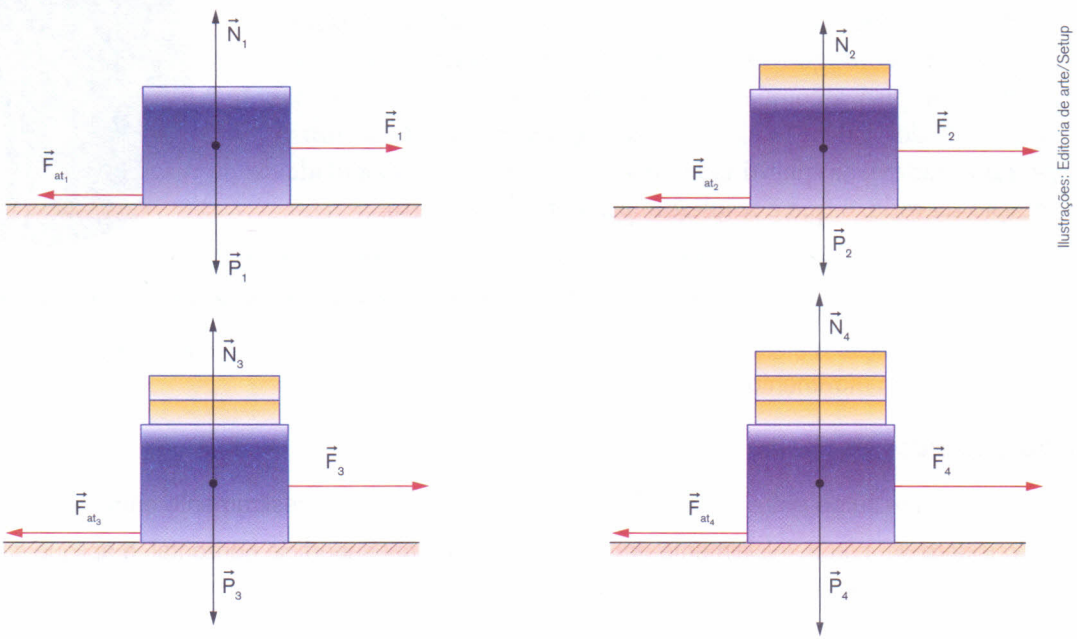


$$F_{at} \leq \mu_e N \text{ sendo } F_{at} = \mu_e N$$

A constante de proporcionalidade μ_e depende da natureza das superfícies em contato e é chamada **coeficiente de atrito estático**.

A comprovação experimental da 3ª lei pode ser feita da seguinte forma:

Ao colocar "cargas" sobre um corpo, varia-se o valor da reação do apoio $\vec{N}$. Para o corpo entrar em movimento são necessárias forças motrizes maiores, pois maior também são as forças de atrito.

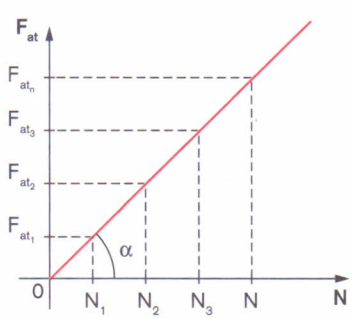


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$N_4 > N_3 > N_2 > N_1$$
$$F_{at_4} > F_{at_3} > F_{at_2} > F_{at_1} \Rightarrow F_4 > F_3 > F_2 > F_1$$

Até a aplicação de $\vec{F}_4$ o corpo ainda está em repouso, pois há equilíbrio entre a força motriz e a correspondente força de atrito.

Medindo a intensidade da força de atrito estático para cada valor de **N**, obtemos o seguinte gráfico:



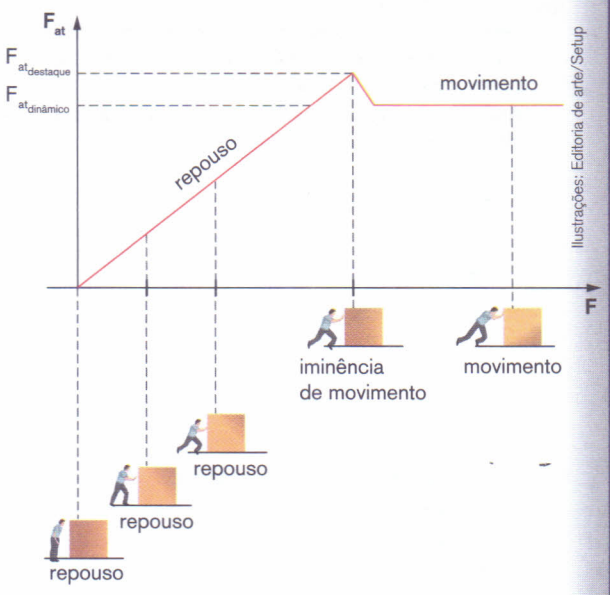
$$\text{tg } \alpha = \frac{F_{at_1}}{N_1} = \frac{F_{at_2}}{N_2} = \ldots = \frac{F_{at}}{N} = \mu_e = \text{constante} \Rightarrow$$

$$F_{at} = \mu_e N$$

Atrito dinâmico ou cinético

É aquele que atua quando há deslizamento relativo entre os corpos. No estudo do atrito de deslizamento vimos que, para fazer um corpo entrar em movimento numa superfície plana, temos de aplicar uma força motriz mínima maior que a força de atrito estático. No entanto, a experiência mostra que, a seguir, para manter o corpo em movimento, devemos aplicar uma força de menor intensidade que a força de atrito estático.

A força de atrito com o corpo em deslizamento é denominada **força de atrito dinâmico**. As três características determinadas por Da Vinci para o caso estático valem também para o caso em que há movimento entre as superfícies em contato. E, de forma semelhante, podemos obter uma expressão para a intensidade da força de atrito dinâmico:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

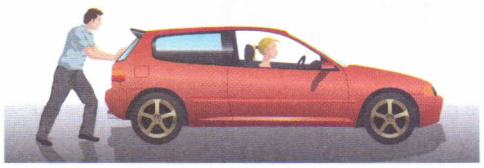
$$F_{at} = \mu_d N$$

em que:

- μ_d: coeficiente de **atrito dinâmico**.

A quarta lei determinada por Coulomb é para o caso dinâmico e estabelece que o atrito independe da velocidade.

Considere, por exemplo, quando queremos empurrar um carro. Inicialmente fazemos certa força e vamos aumentando-a até que o carro começa a se movimentar. A partir desse momento, a força que fazemos para empurrar o carro é menor do que aquela que fizemos quando o carro estava parado.



O coeficiente de atrito permite saber se o solo exerce muito ou pouco atrito sobre o corpo que está em contato com ele: se o coeficiente de atrito é grande, o solo é muito áspero; se o coeficiente de atrito é pequeno, o solo é liso. Em termos industriais, o atrito dificulta o funcionamento das máquinas, pois produz calor, reduz a eficiência e gera o desgaste das peças.

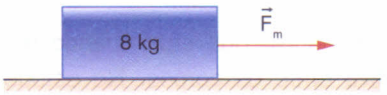
Para diminuir o atrito, utiliza-se uma camada fina de lubrificante entre as duas superfícies móveis em contato. Os lubrificantes mais usados são os líquidos, principalmente os derivados de petróleo (óleos minerais), por serem mais baratos e fáceis de aplicar. Os lubrificantes líquidos devem ter um nível de viscosidade suficientemente alto para aderir aos corpos em contato, mas não elevado demais a ponto de acarretar perda de energia. Dentre os sólidos, os mais conhecidos são a grafite e o talco.

Pense e Responda

- Suponha que grande parte da população da Terra saísse em passeata ao mesmo tempo, caminhando de oeste para leste, sobre a linha do equador. Devido a esse deslocamento, o que poderia ocorrer no tempo de duração do dia terrestre?

Aplicações

1 O bloco da figura tem massa igual a 8 kg e repousa sobre uma superfície horizontal. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco e a superfície são, respectivamente, $\mu_e = 0{,}4$ e $\mu_d = 0{,}3$. (Considere $g = 10\ m/s^2$.)



Aplica-se ao bloco uma força motriz horizontal $\vec{F}_m$. Determine a intensidade da força de atrito que atua sobre o bloco, nos seguintes casos:

a) $F_m = 0$

b) $F_m = 10\ N$

c) $F_m = 50\ N$

Resolução:

a) A intensidade da força de atrito de destaque é dada por:

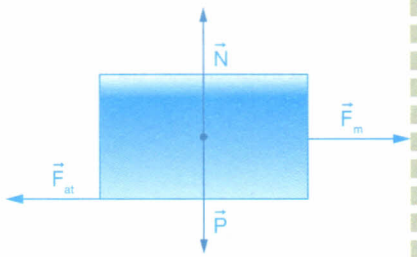
$$F_{at_{estático}} = \mu_e N \Rightarrow F_{at_{estático}} = m_e P$$
$$F_{at_{estático}} = \mu_e mg$$
$$F_{at_{estático}} = 0{,}4 \cdot 8 \cdot 10$$
$$F_{at_{estático}} = 32\ N$$

Quando $F_m = 0$, não há solicitação de movimento. Logo, $F_{at} = 0$.

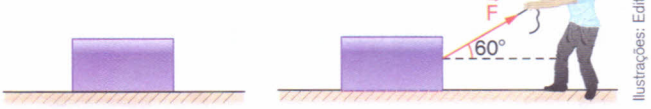
b) Enquanto a intensidade da força motriz não for maior do que 32 N, o bloco continuará em repouso, o atrito será estático e a intensidade da força de atrito será igual à intensidade da força motriz. Logo, se $F_m = 10\ N < 32\ N$, teremos $F_{at} = F_m = 10\ N$.

c) Como $F_m = 50\ N > 32\ N$, o bloco entra em movimento, e o atrito será dinâmico. Logo:

$$F_{at} = \mu_d N \Rightarrow F_{at} = 0{,}3 \cdot 80 \Rightarrow F_{at} = 24\ N$$



2 O bloco da figura tem massa 4 kg e está originalmente em repouso (figura 1). Num certo instante o bloco é puxado por uma força $\vec{F}$ de intensidade 30 N (figura 2).



Ilustrações: Editoria de arte

Figura 1 Figura 2

O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é igual a 0,2 e $g = 10\ m/s^2$. Sendo sen 60° = 0,8 e cos 60° = 0,5, determine:

a) o valor da aceleração adquirida pelo bloco;

b) o valor da velocidade e a distância percorrida pelo bloco após 5 s da aplicação da força $\vec{F}$.

Resolução:

a) Isolando as forças sobre o bloco:

$$F_x = F \cdot \cos 60° \Rightarrow F_x = 30 \cdot 0{,}5 = 15\ N$$
$$F_y = F \cdot \text{sen } 60° \Rightarrow F_y = 30 \cdot 0{,}8 = 24\ N$$
$$P = mg \Rightarrow P = 4 \cdot 10 = 40\ N$$

O bloco não se movimenta na vertical.

$$N_A + F_y = P \Rightarrow N_A + 15 = 40 \Rightarrow N_A = 25\ N$$

Intensidade da força de atrito:

$$F_{at} = \mu N_A \Rightarrow F_{at} = 0{,}2 \cdot 25 \Rightarrow F_{at} = 5\ N$$

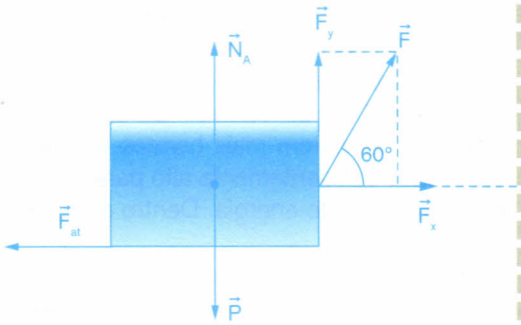
Utilizando a 2ª lei de Newton na direção horizontal:

$$F_x - F_{at} = ma \Rightarrow 15 - 5 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 2{,}5\ m/s^2$$

b) Velocidade: $v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 2{,}5 \cdot 5 \Rightarrow v = 12{,}5\ m/s$

Distância percorrida:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow (12{,}5)^2 = 0^2 + 2 \times 2{,}5 \cdot \Delta s$$
$$5\Delta s = 156{,}25$$
$$\Delta s = 31{,}25\ m$$



Atividades

1 Um objeto se movimenta por um plano horizontal que apresenta atrito, com uma velocidade constante de 50 km/h. Num determinado instante deixa de agir sobre esse objeto a força que o mantinha em movimento. O que deverá ocorrer com esse objeto?

2 *(PUC-RS)* Está (Estão) correta(s):

I. A força de atrito estático que o chão exerce nos pés de uma pessoa está orientada no sentido em que ela se movimenta, ao caminhar.

II. A força de atrito cinético que o chão exerce nos pneus de um carro que desliza com as rodas bloqueadas está orientada no sentido oposto ao do deslizamento.

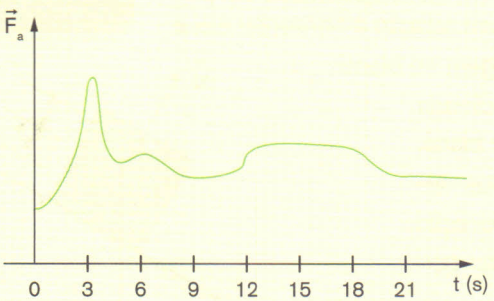
III. A força de atrito que o chão exerce nos pneus de um carro muito carregado é maior do que quando ele está com pouca carga.

a) I, apenas. **d)** II e III, apenas.

b) II, apenas. **e)** I, II e III.

c) I e III, apenas.

3 *(UFMT)* No gráfico abaixo é mostrada a intensidade da força de atrito ($\vec{F}_a$), em função do tempo, sobre uma caixa de madeira quando uma pessoa a arrasta pelo chão utilizando uma força ($\vec{F}_p$) continuamente crescente. A caixa passa a se mover somente 3 segundos após o início da aplicação da força $\vec{F}_p$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Interpretando o gráfico, julgue os itens.

(0) De 0 a 3 segundos, a força resultante que atua sobre a caixa é nula.

(1) É possível que a variação da força de atrito com o tempo se deva a irregularidades no grau de rugosidade do solo.

(2) Entre 3 e 21 segundos, a velocidade da caixa será sempre crescente.

4 *(UFRJ)* Considere um caminhão de frutas trafegando em movimento retilíneo numa estrada horizontal, com velocidade uniforme de v = 20 m/s. O caminhão transporta, na caçamba, uma caixa de maçãs de massa total m = 30 kg. Ao avistar um sinal de trânsito a 100 m, o motorista começa a frear uniformemente, de modo a parar junto a ele.

a) Faça um esquema das forças que atuam sobre a caixa durante a frenagem.

b) Calcule o módulo da componente horizontal da força que o chão da caçamba do caminhão exerce sobre a caixa durante a frenagem.

5 *(UFRN)* Um automóvel se desloca com velocidade v = 54 km/h (15 m/s); quando, a 18 metros de distância de uma faixa de pedestre, o motorista visualiza uma senhora iniciando a travessia, imediatamente ele freia, e o automóvel para, depois de ter percorrido uma distância **d**.

Dados:

- massa do automóvel: M = 1 000 kg;
- coeficiente de atrito estático entre o carro e o asfalto: $\mu_e = 0{,}75$;
- aceleração da gravidade: g = 10 m/s² (considere que não ocorre deslizamento dos pneus no asfalto);
- força de atrito sobre o automóvel: $F = \mu_e N$ (**N** é a força normal que atua sobre o automóvel);
- equação que relaciona os módulos das velocidades final **v** e inicial $\mathbf{v_0}$, de um corpo: $v^2 = v_0^2 + 2ad$

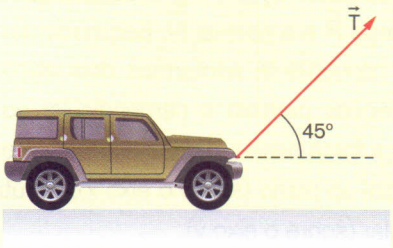
Levando em conta essas condições:

a) determine o módulo da aceleração do automóvel;

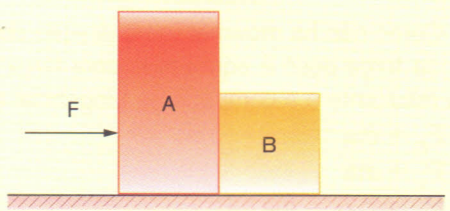
b) calcule a distância, **d**, percorrida pelo automóvel até parar;

c) determine se o automóvel atingirá a referida senhora.

6 Um carrinho com massa igual a 12 kg é tracionado em uma superfície horizontal por meio de um cabo, conforme indica a figura. Sabendo que o carrinho permanece em repouso e T = 40 N, determine o coeficiente de atrito entre as rodas e o chão. (Considere g = 10 m/s² e sen 45° = = cos 45° = 0,7.)



7 *(UFPB)* Dois blocos *A* e *B* de massas $m_A = 6$ kg e $m_B = 4$ kg, respectivamente, estão apoiados sobre uma mesa horizontal e movem-se sob a ação de uma força $\vec{F}$ de módulo 60 N, conforme representação na figura abaixo.

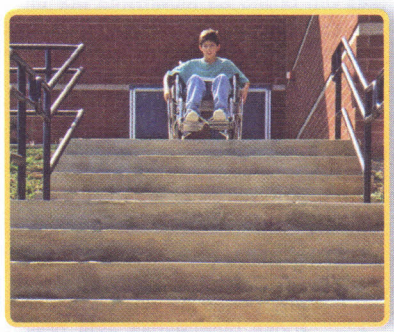


Considere que o coeficiente de atrito dinâmico entre o corpo *A* e a mesa é $\mu_A = 0{,}2$ e que o coeficiente entre o corpo *B* e a mesa é $\mu_B = 0{,}3$. Com base nesses dados, o módulo da força exercida pelo bloco *A* sobre o bloco *B* é:

a) 26,4 N **c)** 32,4 N **e)** 48,4 N

b) 28,5 N **d)** 39,2 N

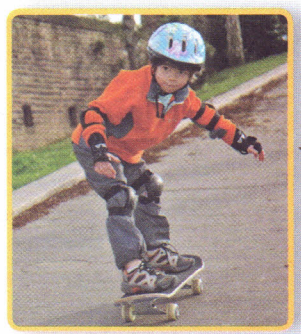
7. Plano inclinado


Stock Connection Blue/Alamy/Otherimages

Entraram em vigor várias leis e normas que visam melhorar o acesso de pessoas com deficiências físicas – principalmente pessoas com limitações de locomoção – a estabelecimentos públicos, escolas, bancos, cinemas, calçadas, entre outros locais. O acesso deve ser adequado para que os cadeirantes possam transitar com facilidade, uma vez que o maior desafio para eles são justamente os degraus ou desníveis bruscos pelo caminho.

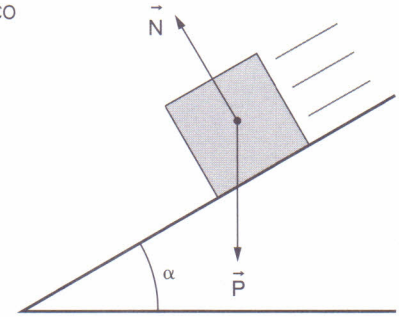
As rampas favorecem o deslocamento, pois, além de diminuir os riscos de acidentes, exigem menor esforço físico do cadeirante ou da pessoa que o está empurrando.

O plano inclinado ou rampa pode ser pensado como uma máquina simples que permite elevar ou abaixar um corpo com menor esforço. Embora a caixa seja puxada ao longo de um trajeto maior para atingir a mesma altura, é mais fácil do que levantá-la verticalmente, pois a força necessária para arrastar a caixa por um aclive liso é menor do que o peso da caixa.


Jacopin/BSIP/Keystone

A fotografia ao lado mostra um garoto com os devidos equipamentos de segurança descendo uma ladeira (ou plano inclinado) com seu esqueite. É interessante apontar que mesmo não fazendo nenhum esforço, o garoto desenvolve uma velocidade razoável pela ladeira. Qual seria o agente físico responsável pelo movimento? Qual sua aceleração?

As forças que atuam no garoto são: a força peso, a reação normal do plano e a força de atrito, na direção do plano e em sentido contrário ao deslocamento. A atração entre o garoto e a Terra (o peso) é que o faz descer o plano em movimento acelerado. Para descrevermos melhor essa situação, consideremos um bloco que desce um plano inclinado sem atrito. O ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal é α e o valor da aceleração da gravidade é **g**. As forças que agem no bloco são o peso $\vec{P}$ e a normal $\vec{N}$, perpendicular à superfície inclinada.

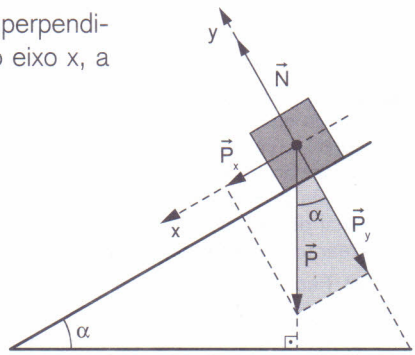


É conveniente adotarmos dois eixos, centrados no bloco, com direções paralela e perpendicular ao plano. Podemos decompor a força peso em duas componentes: uma, $\vec{P}_x$, na direção tangencial ao plano (sobre o eixo x), e outra, $\vec{P}_y$, na direção perpendicular (sobre o eixo y).

A intensidade das componentes $\vec{P}_x$ e $\vec{P}_y$ em função do peso e do ângulo α são:

$$\text{sen } \alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow \boxed{P_x = P \cdot \text{sen } \alpha} \qquad \cos \alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow \boxed{P_y = P \cdot \cos \alpha}$$

Como não há movimento na direção do eixo y, a componente perpendicular da força peso é equilibrada pela força normal. Em relação ao eixo x, a força resultante é a componente tangencial do peso, ou seja, P_x.



Ilustrações: Editoria de arte

$F_R = ma$

$P_x = ma$

$P \cdot \text{sen } \alpha = ma$

$mg \cdot \text{sen } \alpha = ma$

$g \cdot \text{sen } \alpha = a$

$$\boxed{a = g \cdot \text{sen } \alpha}$$

Note que o valor da aceleração independe da massa do corpo. Além disso, como sen α encontra-se no intervalo de 0 e 1 ($0 \leq \text{sen } \alpha \leq 1$), a aceleração do corpo é uma fração da aceleração da gravidade.

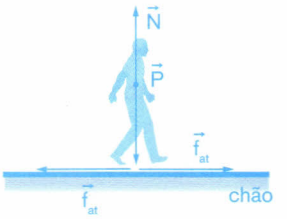
Aplicação

(UFCG-PB) Nas academias de ginástica, as esteiras são os equipamentos mais utilizados. Dentre os vários tipos encontrados, há esteiras em que se pode regular a inclinação da pista em relação ao chão. Essa regulagem simula o relevo de uma pista qualquer ao ar livre. Enquanto caminhava na esteira, um frequentador de academia fez as seguintes observações:

I. A força de atrito na pista ao ar livre e na esteira independe da força peso do indivíduo.

II. A força de atrito na esteira depende de seu ângulo de inclinação.

Quais dessas observações são verdadeiras?



Resolução:

Ao ar livre e na esteira na posição horizontal, a força de atrito depende do peso do indivíduo.

$$f_{at} = \mu N \Rightarrow f_{at} = \mu P$$

A força de atrito depende do coeficiente de atrito μ e do peso P do indivíduo.

A observação I é falsa.

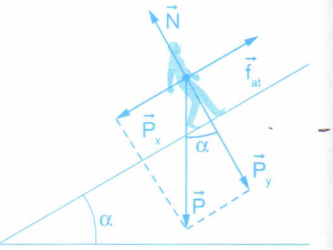
Na esteira inclinada de ângulo α, temos:

$$f_{at} = \mu N \Rightarrow f_{at} = \mu P_y \Rightarrow f_{at} = \mu P \cdot \cos \alpha \Rightarrow f_{at} = \mu mg \cdot \cos \alpha$$

*Sendo μ, **m** e **g** constantes, a função de atrito na esteira depende do ângulo α.*

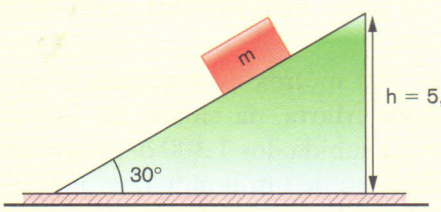
Se α varia de 0 a 90°, o valor de cos α varia de 1 a 0 (zero), a função cosseno de α é decrescente no intervalo de 0° a 90°. Portanto, a força de atrito diminui com o aumento do ângulo de inclinação da esteira.

A observação II é verdadeira.



Atividades

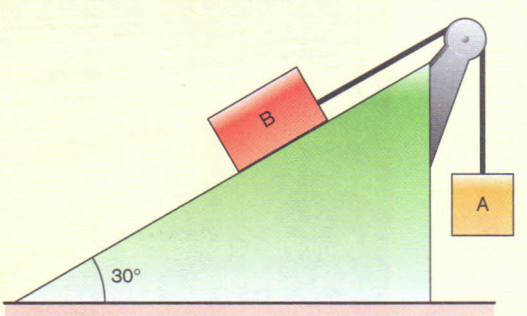
1 *(UFPE)* Um bloco de massa 1,5 kg é solto, a partir do repouso, do topo de um plano inclinado de 5,0 m de altura e 30° de inclinação.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Qual o tempo, em segundos, gasto pelo bloco para descer até a base do plano? Despreze o atrito entre o bloco e o plano; g = 10 m/s².

2 No sistema da figura, os corpos *A* e *B* têm massas m_A = 6 kg e m_B = 4 kg. O plano inclinado é perfeitamente liso. O fio é inextensível e passa sem atrito pela polia. (Adote g = 10 m/s².)



a) Qual a aceleração dos corpos *A* e *B*?

b) Qual a intensidade da tração no fio?

3 *(UERJ)* Um livro está inicialmente em repouso sobre o tampo horizontal áspero de uma mesa sob ação unicamente de seu peso e da força exercida pela mesa. Em seguida, inclina-se a mesa de um certo ângulo, de modo tal que o livro permaneça em repouso. Analisando a componente normal da força que a mesa exerce sobre o livro nesta última situação, conclui-se que seu valor:

a) é nulo.

b) é o mesmo que na situação inicial.

c) é maior do que na situação inicial.

d) é menor do que na situação inicial.

4 *(Mack-SP)* Um menino parte do repouso e desce por uma rampa plana sobre um *skate*. Após percorrer 20 m em linha reta, sua velocidade é de 10 m/s. A trajetória descrita pelo menino tem direção que define um ângulo de 30° com a horizontal e a massa do conjunto menino + *skate* tem 60 kg. Adotando-se a aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s², a força de atrito constante que age sobre o conjunto menino + *skate* tem intensidade de:

a) 50 N

b) 100 N

c) 150 N

d) 200 N

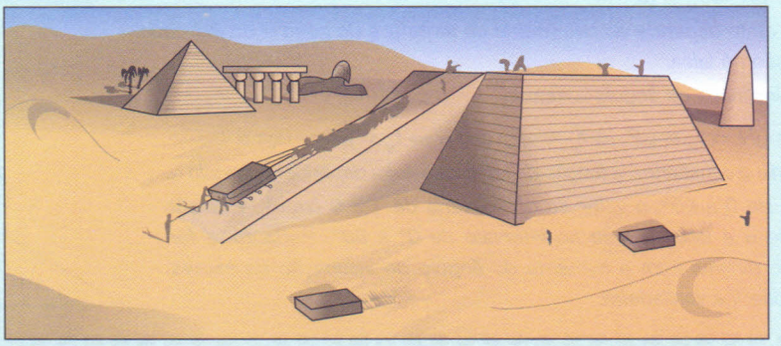
e) 250 N

Saiba mais sobre...

PLANO INCLINADO

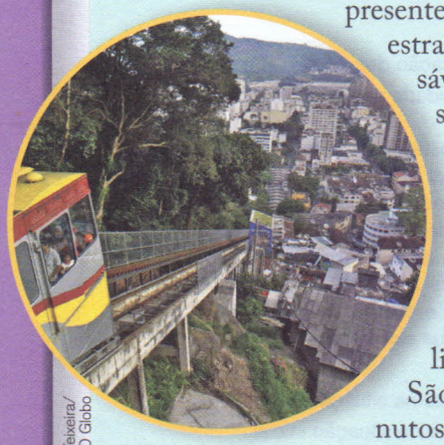
O plano inclinado (considerado uma máquina simples) é uma superfície plana que, por ser inclinada, permite que a força aplicada para se levantar um peso seja menor. Tal situação é possível devido à decomposição da força aplicada em duas componentes menores, embora haja um aumento no deslocamento entre dois pontos.

Acredita-se que o plano inclinado tenha sido utilizado na construção das pirâmides, no Egito. Utilizando rampas, os egípcios teriam levado os grandes blocos, que pesavam toneladas, ao topo das pirâmides.



Utilização do princípio do plano inclinado pelos egípcios, há 4 000 anos.

Mesmo em situações não tão evidentes, o princípio do plano inclinado está presente. As montanhas são um grande obstáculo para a construção de estradas. Em uma serra, por exemplo, seria evidentemente impensável construir uma rodovia na mesma inclinação da montanha, só porque se gastaria menos com a construção. A solução, nesse caso, é utilizar o princípio do plano inclinado em curvas para vencer aos poucos o obstáculo.



Marco Antônio Teixeira/Agência O Globo

Bonde construído em um plano inclinado no morro Dona Marta, Rio de Janeiro.

Com aproximadamente 340 metros de extensão, o plano inclinado no morro Dona Marta, na cidade do Rio de Janeiro, ajuda os moradores na subida dos 1 300 degraus para chegar ao topo da favela. Trata-se de um bonde que possibilita o acesso rápido de moradores à parte mais alta do morro. São cinco estações ao longo do percurso, percorridas em dez minutos. Cada bonde pode levar de 15 a 20 passageiros. Com esse novo meio de transporte, a coleta de lixo foi facilitada, já que há um espaço aberto na parte traseira do bonde dedicado a essa finalidade.

Mais do que servir ao setor de transportes, o plano inclinado é utilizado em um aspecto muito mais amplo: a acessibilidade. O termo "acessibilidade" significa estender às pessoas com deficiência física o uso de produtos, serviços e informação. Nesse sentido, em São Paulo, a Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) e a Comissão Permanente de Acessibilidade (CPA) implantaram um projeto de rebaixamento de calçadas, melhorando a acessibilidade aos pedestres em geral, particularmente aos cadeirantes.

Daniel Cymbalista/Pulsar

Rampa de acesso a calçadas para cadeirantes.

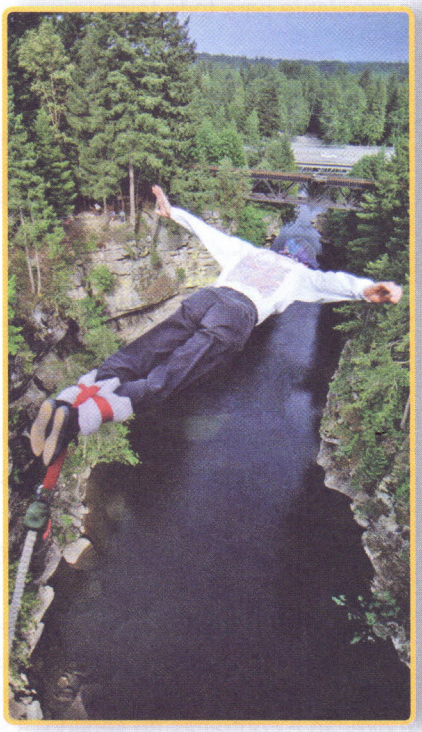
Adriano Bonjorno

8. Força elástica

Você teria coragem de saltar de um *bungee-jump*?

Para quem gosta de esportes radicais, esta é uma excelente pedida! O nome do esporte é composto de *bung* (corda elástica usada em aviões para absorver o choque dos trens de pouso) e *jump* (pular).

Na versão que se difundiu pelo mundo, o corpo da pessoa é preso a uma corda elástica, de modo que, depois de o elástico ser esticado ao máximo, o esportista tem ainda a sensação de ser um "ioiô humano". Pode-se saltar de alturas que variam entre 40 e 200 m, e o salto deve partir de torres construídas especialmente para esse fim.



Photodisc/Getty Images

Os promotores de *bungee-jump* garantem que o esporte é seguro e explicam por quê:

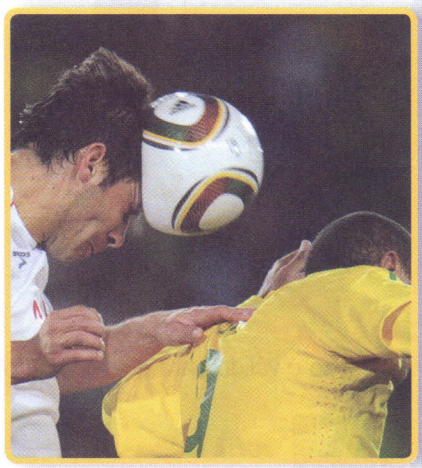
- O corpo é preso por cintos, presilhas e engates utilizados em alpinismo.
- O elástico é super-resistente; suporta até 4 t.
- Há uma fita entrelaçada nos elásticos que suporta 2,3 t, para que o elástico não estique demais.

No entanto, os próprios instrutores advertem que o esporte não é recomendado a pessoas que tenham hipertensão, problemas de coração ou de coluna.

Depois da queda, sob o efeito da aceleração da gravidade (9,8 m/s^2), o elástico estica, imprimindo no corpo uma aceleração contrária à da gravidade. Ao atingir o limite de estiramento, acontece uma desaceleração brusca. É nesse momento que o organismo pode correr risco. O elástico está firme, o chão está bem longe, mas o choque da parada brusca faz que o sangue flua rapidamente para a cabeça – não se esqueça de que a pessoa está de cabeça para baixo –, podendo provocar hemorragias nos olhos ou descolamento da retina. O "frio na barriga" resulta da sensação de ausência de peso durante a queda.

Nesse esporte conta-se essencialmente com a propriedade elástica da tira amarrada nos pés dos aventureiros. O fato de o elástico esticar até um certo limite e se restaurar é vital para garantir a emoção e a segurança.

Os objetos em geral, ao sofrerem ação de uma força externa, tendem a passar por deformações. Alguns materiais possuem a propriedade de recuperar sua forma original quando cessa a força aplicada a eles, a qual recebe o nome de **elasticidade**. Os materiais que não recuperam sua forma original são chamados **inelásticos**. Essa propriedade se deve aos arranjos moleculares e ao tipo de ligação existente entre os átomos em cada material.



Franck Fife/AFP/Getty Images

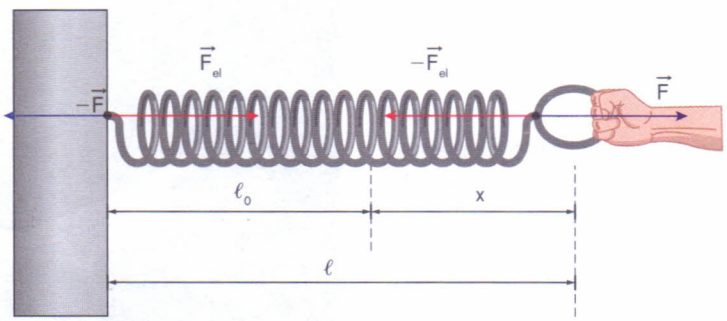
Durante o choque da bola contra a cabeça do atleta, a bola sofre deformações; porém, à medida que a bola se afasta dele, forças internas restauram a forma original da bola.

As forças de restauração ou restabelecimento da força original do corpo surgem também quando se traciona, se comprime, ou se verga um corpo sem torcê-lo. São chamadas **forças elásticas**.

Quando puxamos uma mola ou um elástico, imediatamente aparecem forças de restauração, ou seja, forças que se opõem às forças que deformaram a mola ou o elástico. Segundo estudos de Hooke, ao aplicar forças em molas existe um intervalo de intensidade para o qual as molas, ao serem soltas (ficarem livres das forças), retornam ao seu tamanho e forma originais. Hooke definiu esse intervalo como **regime elástico**.

Uma consequência do regime elástico é o fato de que a força aplicada à mola provoca uma distensão. No regime elástico a razão força/deformação é constante para toda força.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Mary Beale. Séc. XVII. Óleo sobre tela. The Natural History Museum, Londres. Foto: Alamy/Otherimages

Robert Hooke (1635-1703), cientista inglês.

em que:

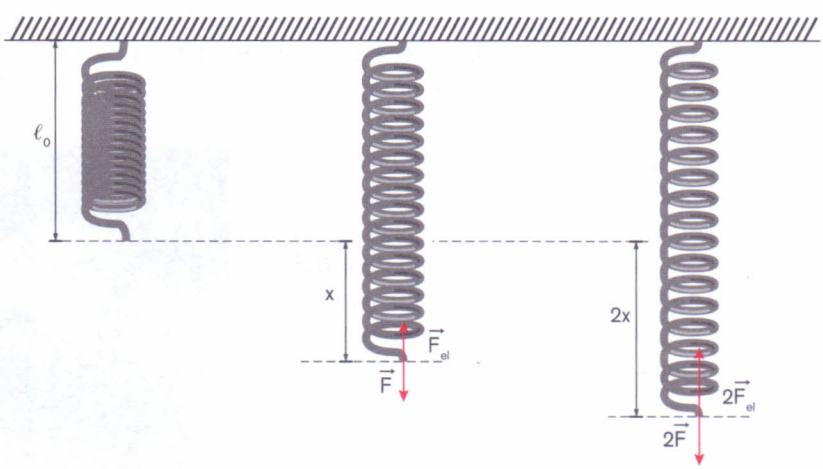
- ℓ_0: comprimento inicial da mola
- ℓ: comprimento final da mola

$x = \ell - \ell_0$ é a medida da deformação da mola

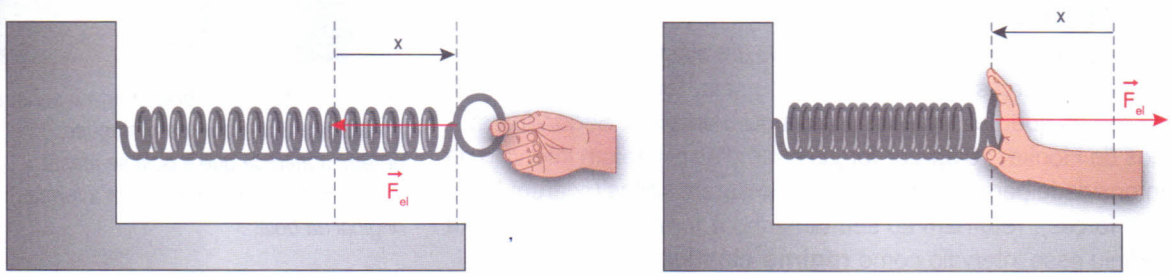
A força $\vec{F}$ é a força aplicada pela mão que puxa a mola. A força $-\vec{F}_{el}$ é a força elástica de reação que a mola faz sobre a mão. No vínculo com a parede estão aplicadas as forças $\vec{F}_{el}$ (força elástica da mola sobre a parede) e $-\vec{F}$ (força da parede sobre a mola). Como todas as forças são iguais em intensidade e direção e contrárias no sentido, a soma de forças é zero nos dois casos:

- mola-mão: $F - F_{el} = 0$, pois $F = F_{el}$
- mola-parede: $-F + F_{el} = 0$, pois $F_{el} = F$

Hooke, ao estudar as deformações elásticas, verificou que, duplicando o valor da força aplicada, a deformação duplica; triplicando o valor da força, a deformação triplica, e assim por diante.



Isso é válido para quando a mola é distendida ou comprimida.



Assim, Hooke estabeleceu a seguinte lei:

Em regime de deformação elástica, a intensidade da força é proporcional à deformação.

$$\frac{F}{x} = \frac{2F}{2x} = \frac{3F}{3x} = k \Rightarrow F = kx$$

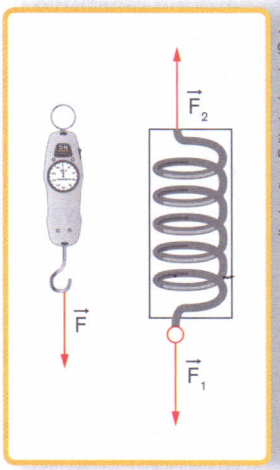
em que:

- **F**: intensidade da força aplicada
- **k**: constante elástica da mola
- **x**: deformação (alongamento ou encurtamento) sofrido pela mola

A constante elástica **k** é uma característica da mola considerada e depende do material de que é feita, das dimensões, entre outros. Sua unidade no SI é o N/m.

A lei de Hooke é utilizada na medida de forças por meio de um aparelho – **o dinamômetro** – que consiste numa mola elástica associada a um ponteiro que mede, em uma escala graduada em newtons, a intensidade da força deformadora.

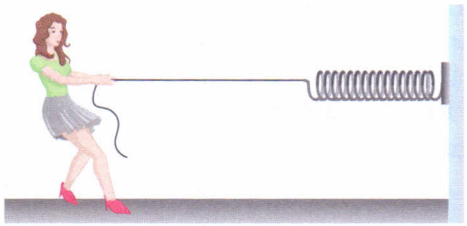
O dinamômetro efetua a medida da força $\vec{F}$ em situação estática e, portanto, a força resultante sobre ele é nula. Assim, nas duas extremidades, temos forças opostas (não se considera o peso do dinamômetro).

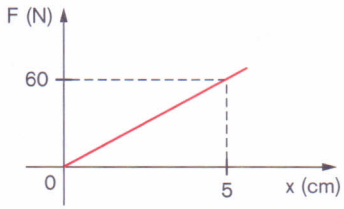


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Aplicações

1 O gráfico representa a intensidade da força $\vec{F}$ que age sobre uma mola, em função da deformação **x**.





a) Determine a constante elástica da mola.

b) Calcule a deformação quando F = 90 N.

Resolução:

a) O gráfico mostra que em regime de deformação elástica a intensidade da força é diretamente proporcional à deformação, pois a curva é uma reta.

Da figura, quando x = 5 cm = 0,05 m, a intensidade da força vale F = 60 N.

Utilizando a lei de Hooke, vem:

$$F = kx \Rightarrow 60 = k \cdot 0{,}05 \Rightarrow k = 1\,200 \text{ N/m}$$

b) Sendo F = 90 N:

$$F = kx \Rightarrow 90 = 1\,200 \cdot x \Rightarrow x = 0{,}075 \text{ m ou } x = 7{,}5 \text{ cm}$$

2 Um astronauta de massa 80 kg se encontra sobre uma balança de mola no interior de uma nave espacial. Em seu lançamento a espaçonave experimenta uma aceleração vertical de 40 m/s². Qual o peso do astronauta indicado pela balança? (Use g = 10 m/s².)

Resolução:

A balança de mola é um dinamômetro. Representando as forças sobre o astronauta e a balança, temos:

O valor dado pela balança equivale somente à força peso de um corpo localizado sobre ela, caso o sistema esteja em repouso ou em movimento uniforme, pois a força medida pela balança é a reação do apoio N_A.

Usando o princípio fundamental da Dinâmica:

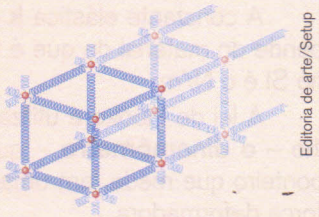
$$N_A - P_A = m_A a \Rightarrow N_A - m_A g = m_A a \Rightarrow N_A - 80 \cdot 10 = 80 \cdot 40 \Rightarrow N_A - 800 = 3\,200 \Rightarrow N_A = 4\,000 \text{ N}$$

Portanto, a leitura da balança é 4 000 N.

Detalhes sobre...

Elasticidade

Quando muitos átomos se juntam para formar um sólido metálico, como, por exemplo, um prego de ferro, eles ocupam posições de equilíbrio em uma rede cristalina tridimensional, um arranjo repetitivo no qual cada átomo está a uma distância de equilíbrio bem definida dos vizinhos mais próximos. Os átomos são mantidos unidos por forças interatômicas, representadas por pequenas molas. A rede é quase perfeitamente rígida, o que é outra forma de dizer que as "molas interatômicas" são extremamente duras. É por essa razão que temos a impressão de que alguns objetos comuns, como escadas, mesas e colheres, são indeformáveis. É claro que outros objetos comuns, como mangueiras de jardim e luvas de borracha, não dão absolutamente a impressão de serem indeformáveis. Os átomos de que são feitos esses objetos não formam uma rede rígida, mas estão ligados em cadeias moleculares longas e flexíveis; cada uma dessas cadeias está ligada apenas fracamente às cadeias vizinhas.



Editoria de arte/Setup

Todos os corpos "rígidos" reais são na verdade ligeiramente elásticos, o que significa que podemos mudar ligeiramente suas dimensões puxando-os, empurrando-os, torcendo-os ou comprimindo-os. Para ter uma ideia das ordens de grandeza envolvidas, considere uma barra de aço vertical, de 1 m de comprimento e 1 m de diâmetro, presa no teto de uma fábrica. Se um carro compacto for pendurado na extremidade inferior da barra ela esticará apenas 0,5 mm, o que corresponde a 0,05% do comprimento original. Se o carro for removido, o comprimento da barra voltará ao valor inicial.

Se dois carros forem pendurados na barra ela ficará permanentemente deformada, ou seja, o comprimento não voltará ao valor inicial se a carga for removida. Se três carros forem pendurados na barra, ela arrebentará. Imediatamente antes da ruptura o alongamento da barra será menor do que 0,2%. Embora deformações dessa ordem pareçam pequenas, elas são importantes para os engenheiros.

Jearl Walker e outros. *Fundamentos da Física*. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 2. p.12.

Atividades

1 *(UFSM-RS)* Durante os exercícios de força realizados por um corredor, é usada uma tira de borracha presa ao seu abdome. Nos arranques, o atleta obtém os seguintes resultados:

semana	1	2	3	4	5
Δx(cm)	20	24	26	27	28

Onde Δx é a elongação da tira.
O máximo de força atingido pelo atleta, sabendo-se que a constante elástica da tira é de 300 N/m e que obedece à lei de Hooke, é, em **N**:

a) 23520 c) 1760 e) 84
b) 17600 d) 840

2 Num teste para a prática do *bungee-jump* a equipe soltou uma carga de 80 kg, de cima de um viaduto de 38 m de altura, amarrada a um elástico de 16 m de comprimento e constante elástica **k**. A altura mínima, em relação ao solo, que a carga atingiu, foi de 6 m. Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s², calcule o valor de **k**.

3 *(UFJF-MG)* Um cofre de três toneladas está colocado no segundo andar de uma casa velha, apoiado em um piso horizontal de madeira. Para evitar que o cofre fure o piso caindo no andar de baixo, liga-se na sua parte superior uma mola de constante elástica k = 400 N/cm, presa ao teto. Nessa situação, se o comprimento da mola é esticada de 50 cm em relação ao seu comprimento natural, qual a intensidade da força que o cofre faz no piso de madeira?
Use, se necessário: aceleração gravitacional g = 10 m/s².

a) 10000 N c) 30000 N e) 50000 N
b) 20000 N d) 40000 N

4 Uma pessoa de massa igual a 75 kg está sobre uma balança (graduada em newtons) num elevador. (Considere g = 10 m/s².)
Determine a indicação da balança quando o elevador:

a) sobe em movimento acelerado com aceleração de 2 m/s²;
b) desce em movimento acelerado com aceleração de 2 m/s²;
c) sobe com velocidade constante;
d) cai em queda livre (os cabos do elevador se rompem).

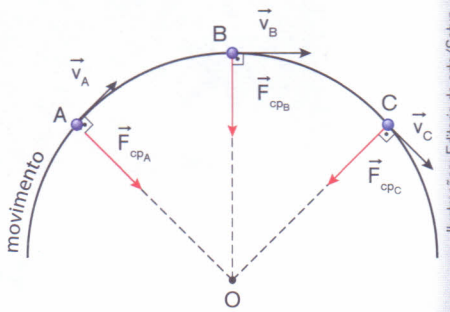
9. Força centrípeta

Quando prendemos um objeto a um fio (barbante) e o impulsionamos a girar com velocidade constante em módulo, segurando na extremidade do fio, o objeto se move descrevendo uma trajetória circular. Devemos manter a força no fio para que a velocidade mude de direção. Se soltarmos o fio, a força deixa de existir, e o objeto se moverá na direção para a qual o vetor velocidade estiver dirigido no momento em que a força cessou.

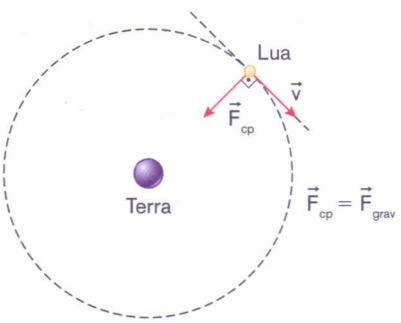
O módulo da velocidade instantânea do objeto nos pontos A e B é o mesmo, mas a velocidade instantânea como grandeza vetorial variou, pois a direção do movimento variou. Largando-se o objeto em A, este sairia na direção AA', tangente à trajetória curvilínea.

Todo corpo que se desloca em movimento circular uniforme só o faz devido à ação de uma força que desvia sua velocidade, mudando a direção a cada instante. Essa força tem direção perpendicular à direção da velocidade, de modo que provoca uma aceleração dirigida para o centro da trajetória curvilínea. O vetor velocidade muda em direção e sentido, sem alterar a sua intensidade. Se o corpo estiver submetido a mais de uma força, para que o movimento seja circular é necessário que a resultante das forças esteja dirigida para o centro da circunferência. Essa força resultante é denominada **força centrípeta** $\vec{F}_{cp}$.

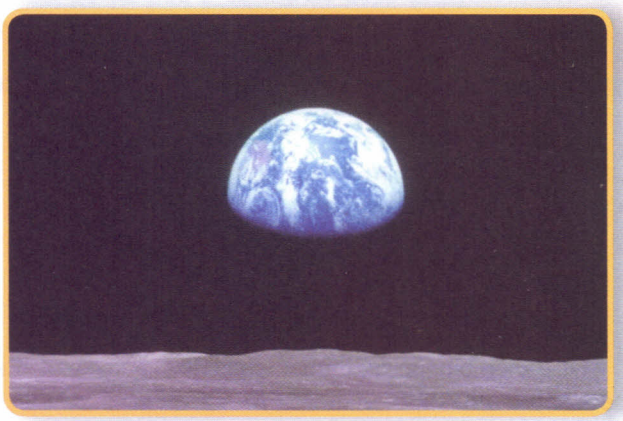
A força centrípeta tem a cada instante direção perpendicular ao vetor velocidade e é orientada para o centro da curva. Vejamos esta descrição aplicada ao movimento da Lua ao redor da Terra:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup



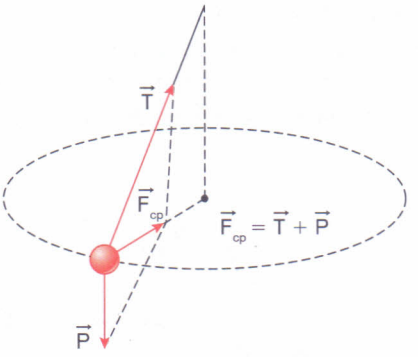
A Lua movimenta-se em órbita aproximadamente circular por causa da força centrípeta, que é a força gravitacional que a Terra exerce sobre ela.



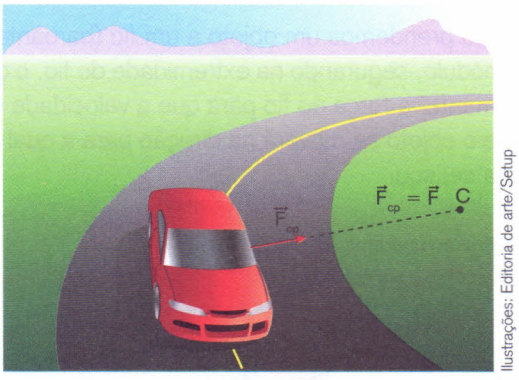
Corel Stock Photo

Satélites naturais, como a Lua, ou artificiais, como os que o ser humano lança ao espaço, se encontram em movimento orbital. Os satélites são atraídos pela força gravitacional terrestre em direção perpendicular à de seu movimento. Desse modo, a força de atração é capaz apenas de alterar a direção da velocidade do satélite, obrigando-o a descrever uma trajetória fechada em torno do planeta. O mesmo vale para o movimento da Terra em torno do Sol.

Acompanhe outros exemplos em que podemos destacar uma resultante centrípeta:



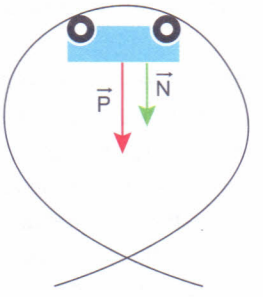
Em um pêndulo cônico, a força centrípeta é a resultante da força peso e da tração no fio.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Em um carro que descreve uma curva horizontal, as forças de atrito originam a resultante centrípeta.

G P Bowater/Alamy/Otherimages



$\vec{F}_{cp} = \vec{P} + \vec{N}$

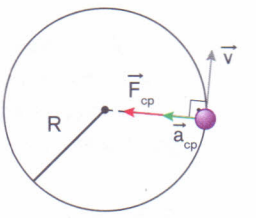
No looping, *o carrinho de montanha-russa está sujeito a uma resultante centrípeta – situação referente ao ponto mais alto da trajetória.*

Pense e Responda

• Um motorista está dirigindo o seu carro num dia de chuva. Por que é perigoso o motorista fazer curvas nessa estrada molhada?

A intensidade da aceleração centrípeta $\mathbf{a_{cp}}$ para um corpo que descreve uma circunferência de raio **R** com velocidade **v** é dada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$



Utilizando o princípio fundamental da Dinâmica, a intensidade da força centrípeta sobre um corpo de massa **m** é dada por:

$$F_{cp} = ma_{cp} \Rightarrow F_{cp} = \frac{mv^2}{R}$$

O efeito centrífugo nas máquinas de lavar roupa ocorre por causa da ação da força centrípeta sobre as roupas e sobre a água, que são obrigadas a girar. Ao girar, a água tende a continuar o movimento na direção da velocidade por inércia, ou seja, da tangente à trajetória circular.

Forças nos movimentos circulares variados

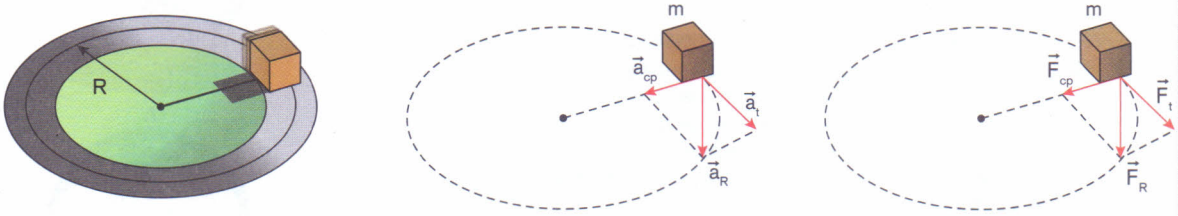
Photodisc/Getty Images

Em parques de diversão, há vários brinquedos em que os usuários são postos a girar com uma velocidade compatível e minimamente desconfortável para nossa estrutura física. Entretanto, é no limite desse desconforto que mora a emoção. Sentados em cadeiras giratórias, fixos em plataformas girantes ou apoiados em estruturas que realizam rodopios, temos a nítida sensação de que seremos lançados para fora do brinquedo.

Quando estamos no brinquedo, se fecharmos fortemente os olhos, temos a sensação de que existe uma força que nos empurra para fora da curva que o aparelho está realizando. Essa força, na realidade, não existe. Trata-se apenas de um dos diversos efeitos da inércia, fazendo que nosso corpo tenda a ser pressionado contra o apoio externo do brinquedo, uma vez que ele tenderia a permanecer num movimento tangente à curva em linha reta, caso não houvesse esse suporte.

No movimento circular uniforme, a resultante das forças que agem sobre o corpo é orientada para o centro da trajetória, que é uma circunferência. Porém, nos movimentos curvilíneos variados, a força resultante não é orientada para o centro da trajetória. Vejamos um exemplo.

Seja um corpo de massa **m** que descreve uma circunferência de raio **R** em movimento não uniforme. Nessas condições, ele está sujeito a duas acelerações:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

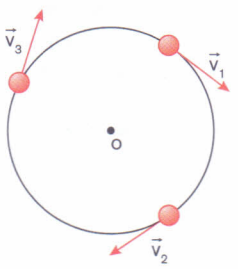
Utilizando a 2ª lei de Newton, podemos obter a expressão da força resultante que age sobre o corpo.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_t + \vec{F}_{cp} \xrightarrow{\text{em módulo}} F_R^2 = F_t^2 + F_{cp}^2$$

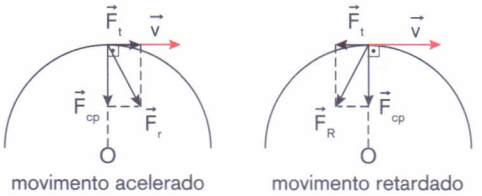
Observe que a força $\vec{F}_R$ é formada por dois componentes: **força tangencial** $\vec{F}_t$ e **força centrípeta** $\vec{F}_{cp}$.

A força tangencial tem a mesma direção da aceleração vetorial (tangente à trajetória) e é responsável pela variação do módulo do vetor velocidade $\vec{v}$, isto é, produz aceleração tangencial.

Quando o movimento é acelerado (o módulo da velocidade está aumentando), a força tangencial tem o mesmo sentido da velocidade vetorial, e, quando o movimento é retardado, a força tangencial tem o sentido contrário ao da velocidade vetorial.



$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t$$



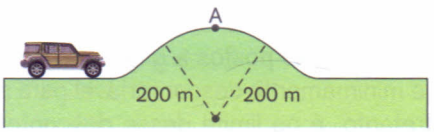
A força centrípeta, como já vimos, é dirigida para o centro e faz variar a direção do vetor velocidade, obrigando o corpo a descrever uma trajetória curva.

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp} \xrightarrow{\text{em módulo}} F_{cp} = \frac{mv^2}{R}$$

Aplicações

1 Um automóvel de massa igual a 600 kg percorre um trecho de estrada, conforme indica a figura. Ao passar pelo ponto *A*, sua velocidade é 20 m/s.

Dado g = 10 m/s², determine a intensidade da força que a estrada exerce sobre o carro no ponto *A*.

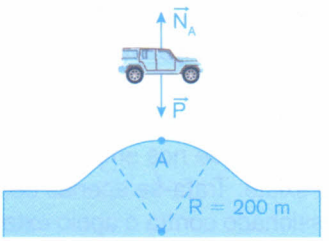


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Representando as forças sobre o carro, temos:

No ponto A, agem as forças $\vec{N}_A$ e $\vec{P}$. A força resultante, dirigida para o centro, é a força centrípeta.

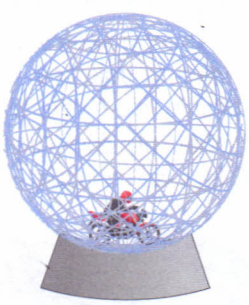


$$P - N_A = F_{cp} \Rightarrow mg - N_A = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 600 \cdot 10 - N_A = 600 \cdot \frac{20^2}{200} \Rightarrow N_A = 4\,800\ N$$

A intensidade da força que a estrada exerce sobre o carro é de 4 800 N.

2 O globo da morte é uma atração circence. O motociclista deve imprimir certa velocidade à moto para que ela não despenque ao fazer o percurso na parte superior do globo. Supondo que o globo tenha 4,9 m de raio e que g = 10 m/s², calcule o menor valor da velocidade da moto para que ela passe pela parte superior do globo sem cair.

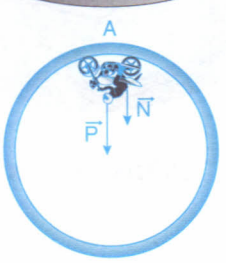


Resolução:

No ponto mais alto da trajetória, as forças que atuam sobre o sistema (moto-pessoa) são o peso $\vec{P}$ e a reação normal $\vec{N}$ do globo.

A resultante dessas forças é a resultante centrípeta. Logo: $P + N = F_{cp}$.

*Quanto maior a velocidade, maior será a intensidade da reação normal do globo, isto é, mais intensamente a moto comprime o globo, sem perigo de cair. Diminuindo a velocidade, a reação normal também diminui e, quando **N** = 0, a moto está na iminência de cair. Nesse momento, a moto terá a menor velocidade possível para completar a circunferência, sem perder contato com o globo (ela segue seu movimento por inércia).*



$$P = F_{cp} \Rightarrow mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{gR} \Rightarrow v = \sqrt{10 \cdot 4{,}9} \Rightarrow v = 7\ m/s$$

*(**m** é a massa da moto-pessoa)*

O menor valor da velocidade é de 7 m/s.

3 Um carro deve fazer uma curva de raio 100 m numa pista plana e horizontal, com velocidade constante e igual a 72 km/h. Admitindo-se g = 10 m/s², pergunta-se:

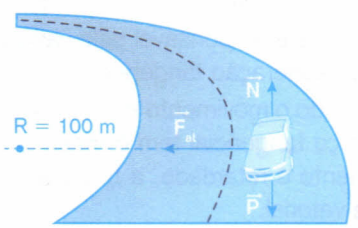
a) Qual o coeficiente de atrito para que o carro não saia da pista?

b) A que ângulo θ se deve elevar o leito da pista para que o carro possa fazer a mesma curva com velocidade constante de 144 km/h, independentemente do atrito?

Resolução:

a) Três forças agem sobre o carro: $\vec{P}$, $\vec{N}$ e $\vec{F}_{at}$.

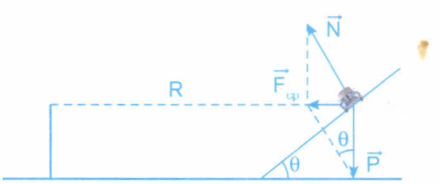
*Mas **P** e **N** se anulam (são verticais).*



$$F_{at} = F_{cp} \Rightarrow \mu N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \mu P = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \mu mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{v^2}{gR} = \frac{20^2}{10 \cdot 100} \Rightarrow \mu = 0{,}4$$

b) Sobre o corpo atuam somente as forças $\vec{N}$ e $\vec{P}$. Para que o carro faça a curva, sem depender do atrito, é necessário que a resultante de $\vec{N}$ e $\vec{P}$ seja $\vec{F}_{at}$.



$$tg\ \theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow P \cdot tg\ \theta = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow$$

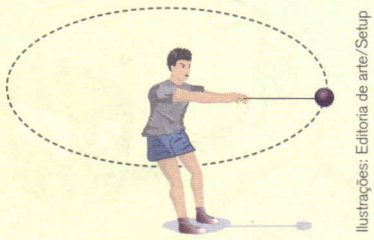
$$\Rightarrow mg \cdot tg\ \theta = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow tg\ \theta = \frac{v^2}{Rg}$$

Substituindo os valores, vem:

$$tg\ \theta = \frac{1\,600}{10 \cdot 10} \Rightarrow tg\ \theta = 1{,}6 \Rightarrow \theta \simeq 58°$$

Atividades

1 Faz-se girar um corpo de massa 100 g por meio de um fio de comprimento 80 cm, num plano horizontal.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Determine a intensidade da força que a pessoa deve exercer sobre o fio, de modo que o corpo efetue 2,5 voltas por segundo. Faça $\pi^2 = 10$.

2 *(Furg-RS)* Uma criança com massa **M** (quilogramas) está sentada junto à borda de um carrossel que tem um diâmetro **D** (metros). Um observador, situado em um sistema de referência inercial, percebe que o carrossel demora **T** (segundos) para dar uma volta completa. A partir das informações, considere as seguintes afirmações:

I. Se a criança estivesse sentada em uma posição que corresponde à metade do raio do carrossel, o módulo da sua velocidade angular não seria o mesmo.

II. Se a criança estivesse sentada em uma posição que corresponde à metade do raio do carrossel, o módulo da sua velocidade linear não seria o mesmo.

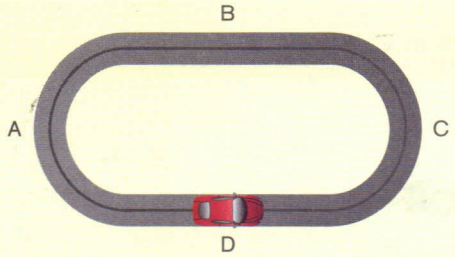
III. A força centrípeta exercida sobre a criança independe do tempo que o carrossel demora para completar uma volta.

IV. A resultante das forças exercidas sobre a criança aponta, tangencialmente, no sentido do movimento.

Quais afirmativas estão corretas sob o ponto de vista do observador inercial?

a) Apenas I. **c)** II e IV. **e)** I, II, III e IV.
b) Apenas II. **d)** I, II e III.

3 *(UEPB)* Alguns brinquedos executam movimentos em que ocorrem efeitos surpreendentes, principalmente quando relacionados ao movimento circular, onde carrinhos conseguem mover-se de cabeça para baixo e executam curvas sem saírem das pistas. O autorama é um exemplo típico desses brinquedos, em que um carro movimenta-se numa pista, composta de trechos retilíneos e curvilíneos. A figura abaixo é uma representação de uma pista de autorama, em que o carro passa pelos trechos *A*, *B*, *C* e *D* (*B* e *D* são trechos retilíneos).



Considerando que nos dois primeiros trechos (*A* e *B*) o carro passa mantendo o módulo de sua velocidade constante, e, em seguida, passa pelos trechos (*C* e *D*) diminuindo sua velocidade, é correto afirmar que a resultante das forças sobre o carro é:

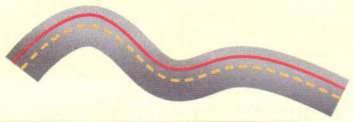
a) não nula em *A* e nula em *B*.
b) não nula em *B* e *D*.
c) nula em *B* e *D*.
d) não nula em *C* e nula em *D*.
e) nula em *A* e *C*.

4 *(Fameca-SP)* Em alguns processos industriais, utiliza-se a centrifugação. Considere um tambor centrifugador cujo eixo vertical mede 1 m de raio e sua velocidade angular é de 10 rad/s, em um local onde $g = 10\ m/s^2$. O valor do coeficiente de atrito μ entre a massa do produto a ser centrifugado e a parede interna do tambor, a fim de que não haja escorregamento, ou seja, que a mesma fique "grudada" na parede, deve ser igual a:

a) 0,05 **c)** 0,20 **e)** 0,50
b) 0,10 **d)** 0,40

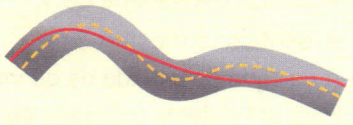
5 *(Uni-Rio-RJ)* Nas estradas de mão única, quando não há movimento, é comum observarmos motoristas que se comportam como o mostrado na situação 1: procurando seguir as curvas determinadas pela estrada, enquanto que outros, como o mostrado na situação 2, para a mesma estrada, procuram retificar as curvas determinadas pela estrada.

Situação 1



O trajeto seguido pelo motorista está indicado pela linha vermelha.

Situação 2



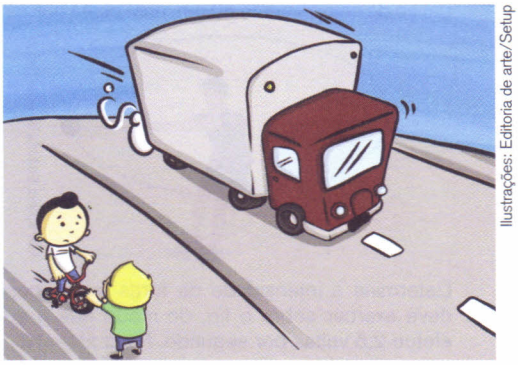
Sobre as duas situações descritas, a alternativa que melhor aplica os conceitos físicos a cada uma delas é:

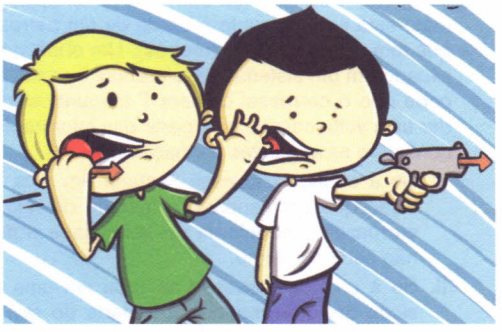
a) O motorista da situação 2 sente mais o efeito da inércia, seu carro precisa de mais força para trafegar e, consequentemente, ele gasta mais os pneus.
b) O motorista da situação 2 sente mais o efeito da inércia, seu carro precisa de mais força de atrito para trafegar e, consequentemente, ele gasta menos os pneus.
c) O motorista da situação 1 sente menos o efeito da inércia, seu carro precisa de mais força de atrito para trafegar e, consequentemente, ele gasta menos os pneus.
d) O motorista da situação 1 sente mais o efeito da inércia, seu carro precisa de menos força de atrito para trafegar e, consequentemente, ele gasta menos os pneus.
e) O motorista da situação 2 sente menos o efeito da inércia, seu carro precisa de menor força de atrito para trafegar e, consequentemente, ele gasta menos os pneus.

10. Quantidade de movimento

Da nossa experiência diária, podemos constatar que:

- é mais fácil parar uma bicicleta do que um caminhão em movimento, quando ambos possuem a mesma velocidade, porque o caminhão tem massa maior do que a bicicleta.
- uma seta penetra com maior profundidade na madeira quando disparada por uma arma do que quando lançada manualmente, porque no primeiro caso possui velocidade maior.





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Explicamos a primeira situação dizendo que o caminhão tem mais quantidade de movimento do que a bicicleta. Da mesma forma, na segunda situação, a seta tem maior quantidade de movimento quando disparada pela arma do que quando lançada manualmente.

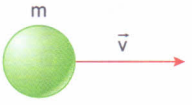
Essas situações mostram a necessidade de definir uma nova grandeza física que relacione a massa **m** do corpo com a sua velocidade $\vec{v}$, a fim de caracterizar o estado de movimento desse corpo.

Essa grandeza física é denominada **quantidade de movimento** $\vec{Q}$ ou **momento linear**, e é dada por:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

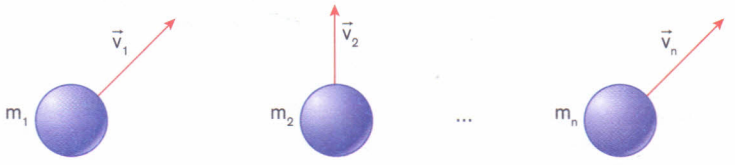
A quantidade de movimento possui as seguintes características:

- intensidade: $Q = mv$
- direção: a mesma de $\vec{v}$
- sentido: o mesmo de $\vec{v}$



A unidade de medida da quantidade de movimento do SI é **kg · m/s**.

Para um sistema (conjunto de corpos que interagem) de pontos materiais de massas m_1, m_2 ... m_n e velocidades respectivamente iguais a $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ ... $\vec{v}_n$, a quantidade de movimento do sistema é a soma vetorial das quantidades de movimento dos **n** pontos materiais.



$$\vec{Q}_{sistema} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + ... + \vec{Q}_n \Rightarrow \vec{Q}_{sistema} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n$$

Pense e Responda

- Uma formiga pode ter o valor da quantidade de movimento maior que o de uma jamanta?

Aplicação

O carro da figura tem 900 kg de massa e parte do repouso com aceleração de 2 m/s². Determine as características da quantidade de movimento desse carro no instante 15 s.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Cálculo da velocidade no instante 15 s:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 2 \cdot 15 \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$

A quantidade de movimento tem as seguintes características:

- *módulo:* $Q = mv \Rightarrow Q = 900 \cdot 30 \Rightarrow Q = 27\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
- *direção: horizontal*
- *sentido: da esquerda para a direita*

Atividades

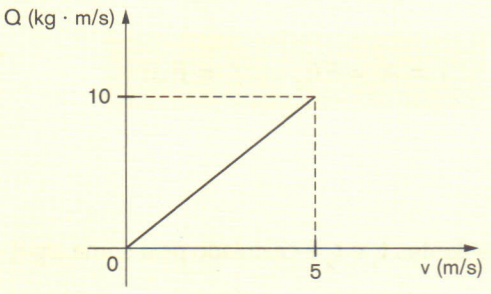
1 A quantidade de movimento de um corpo que realiza movimento circular uniforme é constante?

2 *(IMT-SP)* Nas partidas de futebol de robôs, cada time possui três robôs-jogadores. Os robôs têm a forma de um cubo com aresta de 7,50 cm, massa de 350 g, tracionados por rodas de diâmetro 4,50 cm e são controlados de forma autônoma, por meio de um programa gravado em computador. O campo tem a forma de um retângulo de lados 150 cm e 130 cm.

a) Qual a quantidade de movimento do robô quando ele se move a 80,0 cm/s?

b) Calcule, aproximadamente, o tempo necessário para que o robô percorra a diagonal do campo com a velocidade proposta no item *a*.

3 *(UERN)* A figura representa o gráfico do módulo da quantidade de movimento em função do módulo da velocidade de um móvel que descreve um movimento retilíneo uniformemente variado.



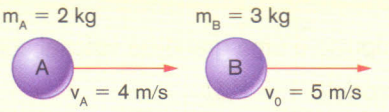
A partir da análise do gráfico, pode-se afirmar que a massa do móvel é igual, em quilogramas, a:

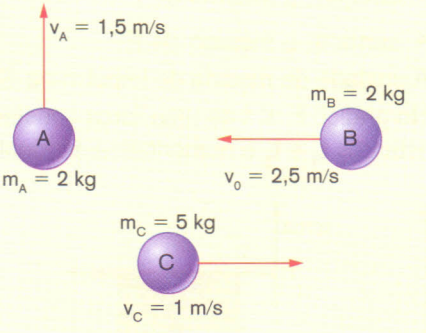
01) 1,0 03) 3,0

02) 2,0 04) 4,0

4 Uma partícula em MUV desloca-se de acordo com a função horária $s = 10 + 2t + 3t^2$ (no SI). Sabendo-se que a partícula tem massa de 4 kg, determine o módulo da quantidade de movimento dessa partícula no instante 8 s.

5 Determine a intensidade da quantidade de movimento total dos sistemas de corpos indicados nas figuras.

a) 

b) 

6 Um ciclista de 50 kg parte do repouso com aceleração constante; 10 s após encontra-se a 80 m da posição inicial. Qual o valor da quantidade de movimento nesse instante?

7 As margens de um rio, retilíneas e paralelas, distam entre si $100\sqrt{3}$ m, e a água corre paralelamente a elas com velocidade constante de módulo 4,0 m/s. Um barqueiro deseja atravessar esse rio, com a proa de sua embarcação sempre disposta perpendicularmente à direção do deslocamento da água, e o faz em 25 s, com velocidade constante em relação à água. Sabendo que a massa total da embarcação é 300 kg, determine o módulo de seu vetor quantidade de movimento no instante em que atinge a margem oposta.

11. Impulso de uma força

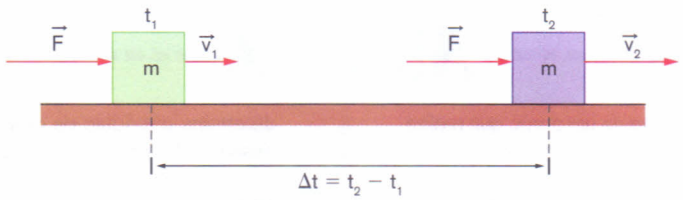
Ao empurrar um carrinho de supermercado para frente, verificamos que:

- se o fizermos com mais força, sua velocidade aumentará e, portanto, maior será a variação da sua quantidade de movimento;
- quanto maior o intervalo de tempo no qual a força é exercida, maior será a velocidade atingida e, portanto, maior a variação da quantidade de movimento do carrinho.

Paulo Cesar

Do exposto, verificamos que, para alterar a quantidade de movimento de um corpo, são importantes tanto a força quanto a duração do tempo em que a força é aplicada.

Para estudar o efeito de uma força levando em consideração o seu tempo de atuação, foi criada a grandeza **impulso**, definida pelo produto entre a força aplicada sobre o corpo e o tempo de sua aplicação.



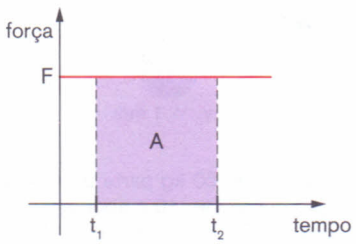
$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

O impulso é uma grandeza vetorial com as seguintes características:

- módulo: $I = F\Delta t$
- direção: a mesma de $\vec{F}$
- sentido: o mesmo de $\vec{F}$

A unidade de medida do impulso no SI é o **N · s**.

No gráfico F × t de uma força constante ao longo do tempo de sua ação, o valor do impulso entre dois instantes $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_2}$ é numericamente igual à área **A**.

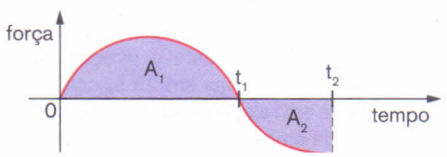


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$I = A = F(t_2 - t_1) = F\Delta t$$

$$A \overset{N}{=} I = F(t_2 - t_1) = F \cdot \Delta t$$

Se a força for variável, o valor do impulso entre dois instantes $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_2}$ é calculado pela soma algébrica dos impulsos parciais.

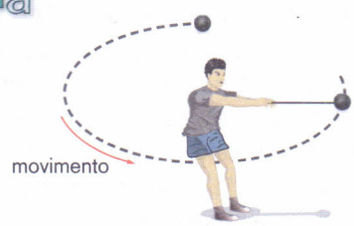


$$I = A_1 - A_2$$

Do gráfico, temos que: quando $F > 0$, resulta $I > 0$ (área acima do eixo dos tempos), e, quando $F < 0$, resulta $I < 0$ (área abaixo do eixo dos tempos).

Pense e Responda

• Por que os atletas de arremesso de peso procuram aumentar o arco descrito pelos seus braços durante o arremesso do peso?



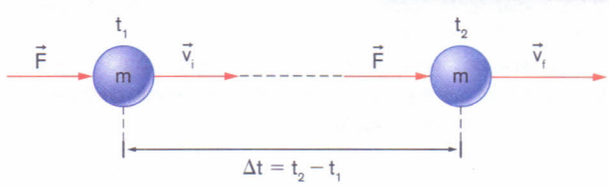
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Teorema do impulso

Uma das formas de iniciar o movimento de um corpo é fazê-lo interagir com outro corpo já em movimento. No chute de uma bola, por exemplo, o impulso que esta recebe depende da força do chute e do tempo em que o pé e a bola ficam em contato.

Por exemplo, para o jogador aumentar o máximo que puder a quantidade de movimento de uma bola de massa **m** com velocidade inicial $\vec{v}_i$, o pé do jogador deve exercer a maior força $\vec{F}$ de que é capaz e também aumentar o tempo de atuação dela o máximo possível.

Sérgio Dotta Jr./The Next



em que:

- **m**: massa da bola
- $\vec{v}_i$: velocidade inicial da bola
- t_i: instante inicial
- $\vec{F}$: força aplicada pelo jogador na bola
- $\vec{v}_f$: velocidade final da bola
- t_f: instante final

A bola, ao receber uma força $\vec{F}$ durante um intervalo de tempo Δt, produz uma variação de velocidade $\Delta\vec{v}$. Assim, usando a 2ª lei de Newton, podemos escrever:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\,\Delta t = m\Delta\vec{v} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) \Rightarrow \vec{F}\Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

Em módulo:

$$F\Delta t = mv_f - mv_i$$

Como o produto força-intervalo de tempo é o impulso da força $\vec{F}$ ($\vec{F}\Delta t = \vec{I}$) e o produto massa-velocidade, a quantidade de movimento do corpo em dado instante ($\vec{Q} = m\vec{v}$), fazendo as substituições na equação anterior, temos:

$$\vec{I} = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i \quad \text{ou} \quad \vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

O impulso de uma força resultante $\vec{F}$, por causa da sua aplicação em um corpo durante um intervalo de tempo, é igual à variação da quantidade de movimento do corpo ocorrida nesse intervalo de tempo.

Considerando a expressão $\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v}$, observa-se que $\vec{F}$ e Δt são inversamente proporcionais.

Isso explica por que os paraquedistas, no término da queda, procuram aumentar o tempo de contato com o solo, rolando ou correndo sobre este. Se o paraquedista caísse em pé e mantivesse as pernas "duras", o tempo de desaceleração seria menor e, consequentemente, aumentaria a força de reação do solo sobre o indivíduo, o que poderia provocar um acidente.

Analogamente, quando uma bala disparada por uma arma atravessa uma placa de isopor, ela leva mais tempo para perder velocidade, porque a força de reação sobre a bala é muito menor do que se fosse usado um obstáculo duro, como, por exemplo, uma placa de madeira.

Aplicações

1 Que impulso é transmitido a um carrinho de massa 2 kg quando uma força constante de intensidade 8 N for exercida sobre ele durante 1,5 s, conforme mostra a figura?

Resolução:

Sendo $F = 8\ N$ e $\Delta t = 1{,}5\ s$, o impulso transmitido ao carrinho tem as seguintes características:

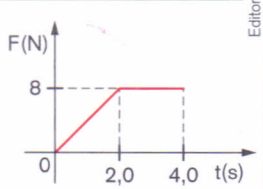
- *módulo*

$$I = F\Delta t \Rightarrow I = 8 \cdot 1{,}5 \Rightarrow I = 12\ N \cdot s$$

- *direção: horizontal*
- *sentido: da esquerda para a direita*

2 Um carrinho de massa 4,0 kg, inicialmente parado, sofre a ação de uma força $\vec{F}$, cujo módulo varia com o tempo, de acordo com o gráfico à direita.

Editoria de arte/Setup



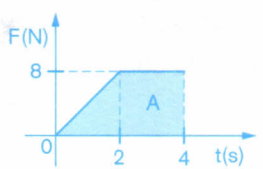
a) Qual a intensidade do impulso da força média sobre o carrinho desde t = 0 até t = 4 s?

b) Calcule a intensidade da força média que agiu sobre o carrinho no intervalo de 0 a 4 s.

c) Qual o valor da velocidade de carrinho no instante 4 s?

Resolução:

a) Como a força é variável em módulo, o impulso é dado numericamente pela área destacada na figura.



$$A \overset{N}{=} I \Rightarrow I = \frac{(4+2)\cdot 8}{2} \Rightarrow I = 24\ N \cdot s$$

b) A intensidade da força média é igual a:

$$I = F_m\Delta t \Rightarrow 24 = F_m \cdot (4-0) \Rightarrow F_m = 6\ N$$

c) Usando o teorema do impulso, temos:

$$I = Q_f - Q_i \Rightarrow I = mv_4 - mv_0 \Rightarrow 24 = 4 \cdot v_4 - 4 \cdot 0 \Rightarrow v_4 = 6\ m/s$$

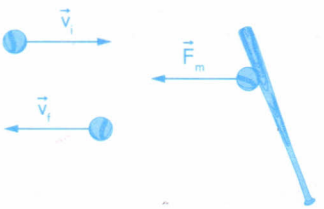
3 Uma bola de beisebol, de massa igual a 0,145 kg, é atirada por um lançador com velocidade de 30 m/s. O bastão de um rebatedor toma contato com a bola durante 0,01 s e a rebate com velocidade de 40 m/s na direção do lançador. Determine a intensidade da força média aplicada pelo bastão à bola.

Resolução:

A bola, ao atingir o bastão, exerce uma força sobre ele. De acordo com o princípio da ação e reação, o bastão reage e exerce uma força sobre a bola. A força que atua na bola cresce rapidamente enquanto esta é deformada e, depois, diminui enquanto a bola adquire velocidade e recupera sua forma inicial. Representando por $\vec{F}_m$ a força média de impacto, temos a figura abaixo.

Adotemos como positivo o sentido da esquerda para a direita:

$$m = 0{,}145\ kg,\ v_i = 30\ m/s,$$
$$v_f = -40\ m/s \text{ e } \Delta t = 0{,}01\ s$$



Usando o teorema do impulso, obtemos:

$$I = Q_f - Q_i \Rightarrow F_m\Delta t = mv_f - mv_i$$
$$F_m \cdot 0{,}01 = 0{,}145 \cdot (-40) - 0{,}145 \cdot 30$$
$$F_m = -1015\ N$$

*A força **F** é negativa porque é contrária ao sentido positivo adotado.*

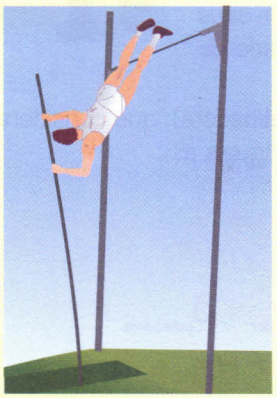
Portanto, a intensidade da força média aplicada pelo bastão à bola é de 1015 N.

Atividades

1 Como uma bola de vôlei, inicialmente parada, começa a se movimentar?

2 Por que colocamos:

a) acolchoados no chão onde um atleta de salto com varas vai cair?



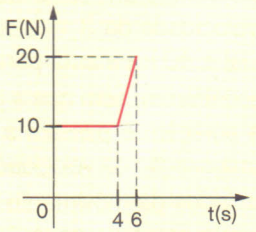
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

b) amortecedores nos tênis para uma pessoa praticar atletismo?

Explique, baseando sua resposta em algum princípio físico.

3 Um corpo de massa igual a 4 kg é abandonado do topo de um prédio muito alto. Sabendo que a aceleração da gravidade no local vale 9,8 m/s², calcule o módulo do impulso da força peso nos primeiros 3 s de queda.

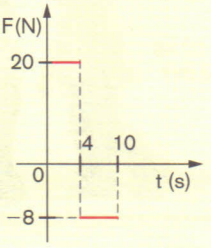
4 A intensidade de uma força horizontal aplicada sobre um corpo de massa igual a 35 kg, inicialmente em repouso, varia com o tempo conforme indica o gráfico.



a) Qual a intensidade do impulso dessa força no intervalo de 0 a 6 s?

b) Qual a velocidade do corpo no instante 6 s?

5 A figura mostra o gráfico da força resultante agindo numa partícula de massa 2 kg, inicialmente em repouso. Qual a velocidade do corpo no instante 10 s?

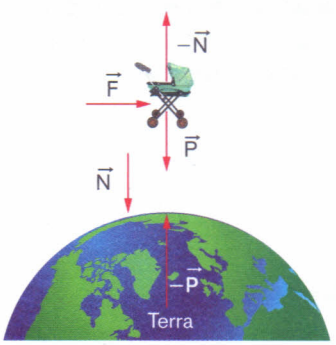


6 *(UEFS-BA)* Uma bola de massa igual a 200 g, movendo-se com uma velocidade de 8,0 m/s, é golpeada por um jogador e sai na mesma direção, porém em sentido contrário, com uma velocidade de 10,0 m/s. Considerando-se que a duração do golpe é de 1,0 ms, pode-se concluir que o módulo da força média exercida pelo jogador sobre a bola, em kN, é igual a

a) 3,6 b) 3,2 c) 2,8 d) 2,4 e) 1,8

12. Conservação da quantidade de movimento

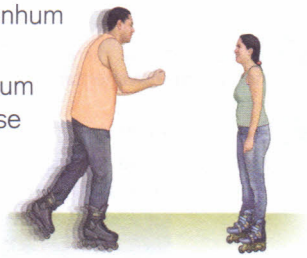
Suponha não haver atrito no deslocamento de um carrinho de bebê empurrado por uma pessoa. As forças que agem sobre o sistema carrinho-Terra são indicadas na figura.



em que:

- $\vec{P}$: força de atração que a Terra exerce no carrinho
- $\vec{N}$: força de contato que o carrinho exerce na superfície da Terra
- $-\vec{P}$: força de atração que o carrinho exerce na Terra
- $-\vec{N}$: força de contato que a superfície da Terra exerce no carrinho (normal)
- $\vec{F}$: força que a pessoa exerce no carrinho

No sistema carrinho-Terra as forças $\vec{P}$ e $\vec{N}$ são internas ao sistema, pois são causadas por corpos que fazem parte do sistema. Já a força $\vec{F}$ é externa, pois é exercida pela pessoa, que é um agente externo ao sistema. Nos casos em que as forças externas a um sistema se equilibram (a resultante delas é nula), o sistema é chamado **isolado**.



No sistema isolado os corpos que o compõem interagem entre si, e nenhum outro corpo externo age sobre eles.

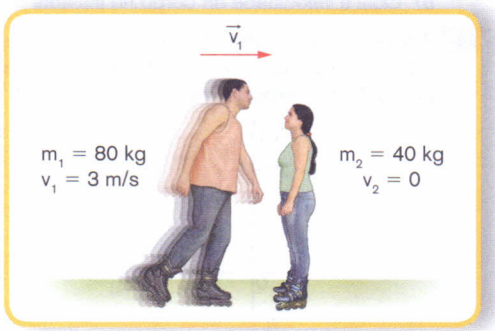
Para facilitar o entendimento acerca da quantidade de movimento de um sistema, consideremos um casal de patinadores: ele, com massa 80 kg, se desloca com velocidade de 3 m/s constante ao encontro da parceira, que tem massa igual a 40 kg e está parada.

Ao se encontrarem, sem que a garota desse qualquer impulso em seus patins, eles se abraçam e passam a se deslocar juntos com velocidade de 2 m/s na mesma direção da velocidade inicial do rapaz.

As quantidades de movimento desse sistema (patinador + patinadora), que consideraremos isolado, imediatamente antes do encontro e imediatamente depois, são iguais a:

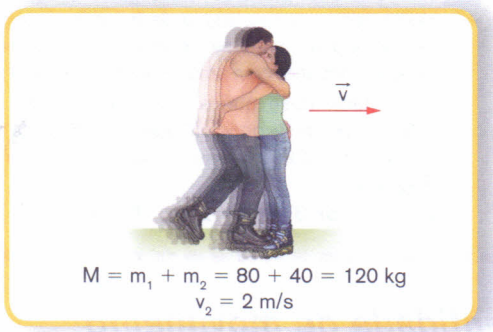
- **inicial**

Ilustrações: Paulo Cesar



$$Q_{inicial} = Q_{patinador} + Q_{patinadora}$$
$$Q_{inicial} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
$$Q_{inicial} = 80 \cdot 3 + 40 \cdot 0$$
$$Q_{inicial} = 240 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- **final**

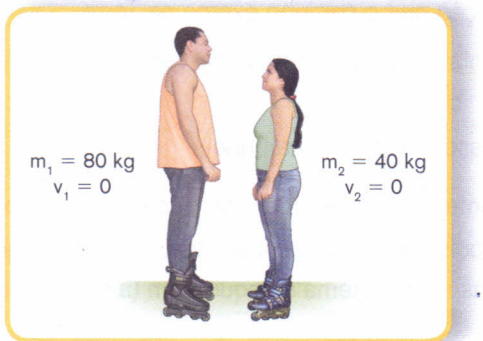


$$Q_{final} = Mv$$
$$Q_{final} = 120 \cdot 2$$
$$Q_{final} = 240 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Nessa situação a quantidade de movimento do sistema não variou, isto é, a quantidade de movimento inicial do sistema é igual à quantidade de movimento final.

Consideremos agora outra situação, em que os patinadores estão parados, um de frente para o outro, e se empurram. Ela segue para um lado com velocidade constante de 2 m/s e ele segue em sentido oposto com velocidade constante de 1 m/s. Nessa situação as quantidades de movimento inicial e final são iguais a:

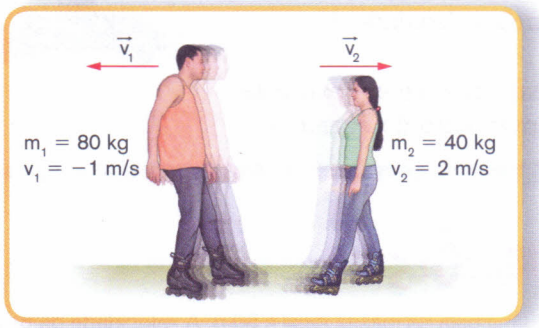
- **inicial**



$$Q_{inicial} = Q_{patinador} + Q_{patinadora}$$
$$Q_{inicial} = m_1 v_2 + m_2 v_2$$
$$Q_{inicial} = 80 \cdot 0 + 40 \cdot 0$$
$$Q_{inicial} = 0$$

- **final**

Quando eles se empurram, devido ao princípio da ação e reação, ele se desloca para a esquerda e ela para a direita. Suponha, neste caso, que a patinadora desloca-se a uma velocidade de 2 m/s e o patinador a 1 m/s, no sentido contrário.



Paulo Cesar

$$Q_{final} = Q_{patinador} + Q_{patinadora}$$
$$Q_{final} = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$Q_{final} = 80 \cdot (-1) + 40 \cdot (2)$$
$$Q_{final} = 0$$

Também nessa situação a quantidade de movimento do sistema não variou, isto é, a quantidade de movimento inicial é igual à final.

Esses resultados respeitam um princípio fundamental da natureza: **o princípio da conservação da quantidade de movimento**, que podemos expressar assim:

> Em um sistema isolado, a quantidade de movimento total sempre se conserva.

Um sistema isolado, em que só se consideram as quantidades de movimento dos corpos que fazem parte do sistema, livre da ação de forças externas, terá sempre sua quantidade de movimento total conservada.

Dado que o impulso total é igual à variação da quantidade de movimento do sistema num intervalo de tempo:

$$\vec{I}_{total} = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial}$$

Se o sistema está isolado, forças externas não vão atuar sobre suas partes; assim, o impulso total das forças internas é nulo, o que resulta na conservação da quantidade de movimento do sistema.

$$\vec{I} = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{F}_R \Delta t = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i$$

Como $F_R = 0$, vem:

$$0 = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i$$

$$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i$$

O princípio da conservação da quantidade de movimento explica os estilhaços das explosões, os disparos de armas e os choques ou colisões, em que as forças internas são mais intensas que as externas. Ele também é aplicado em máquinas em que há uma massa propulsora que adquire quantidade de movimento num determinado sentido. Em consequência, a máquina adquire quantidade de movimento em sentido oposto.

Em toda colisão acontece liberação de calor e, por vezes, até deformação permanente. Quando se pode desconsiderar essas perdas por calor, barulho ou deformação, chamamos a colisão de **elástica**. Essa situação é concebida como uma colisão idealizada.

Quando, numa colisão, os corpos se deformam, chamamos de colisão **inelástica**. Nesse tipo, a produção de calor é considerada. Quando os corpos permanecem juntos após a colisão, esta é denominada **perfeitamente inelástica**.

Photodisc/Getty Images

Foguetes ejetam gases produzidos por combustão e se deslocam.

Pense e Responda

Paulo Cesar

• Uma garota, segurando uma mochila, está sobre um carrinho que se movimenta para a esquerda com certa velocidade. Em dado instante ela atira a mochila no mesmo sentido do movimento do carrinho. O que ocorre com a velocidade do carrinho?

O que aconteceria com a velocidade do carrinho se ela atirasse a mochila em sentido contrário ao do movimento do carrinho?

Aplicações

1 Um rifle de 3 kg de massa dispara horizontalmente uma bala de massa igual a 50 g. A velocidade da bala, ao sair do cano, é de 400 m/s. Considere a velocidade da bala como constante no interior do cano e determine a velocidade de recuo do rifle.

Resolução:

A força que o rifle exerce na bala tem a mesma intensidade e sentido contrário à força que causa o recuo do rifle, pois são forças de ação e reação. Essas forças são exercidas simultaneamente e os impulsos internos gerados por elas são de mesma intensidade, mas de sentidos opostos, de resultante nula, ou seja, não alteram a quantidade de movimento do sistema rifle-bala.

Portanto, a quantidade de movimento é a mesma antes e depois do disparo. A bala tem velocidade v_B, e o rifle, velocidade v_R (velocidade de recuo).

• *inicial*

inicial

• *final*

final

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sendo $v_B = 400$ m/s; $m = 0{,}05$ kg; $M = 3$ kg; $v_0 = 0$:

$$Q_f = Q_i \Rightarrow mv_B + Mv_R = (m + M)v_0$$

$$0{,}05 \cdot 400 + 3v_R = 0$$

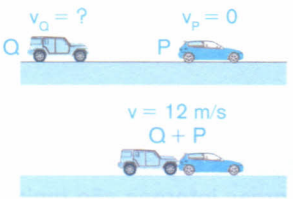
$$v_R = -\frac{20}{3}\ \text{m/s} = -6{,}7\ \text{m/s}$$

Portanto, a velocidade de recuo é 6,7 m/s, horizontal e da direita para a esquerda.

2 Um automóvel, *P*, de 800 kg está parado em um semáforo, quando é atingido por trás por outro carro, *Q*, de 1 200 kg. Imediatamente após a colisão, os carros se movem juntos com velocidade de 12 m/s. Qual era a velocidade mínima do automóvel *Q* no momento em que colidiu com *P*?

Resolução:

Essa colisão é inelástica. Como os carros formam um sistema isolado, a quantidade de movimento inicial e final permanecem constantes.



$$Q_f = Q_i \Rightarrow (m_P + m_Q)v = m_Q v_Q + m_P v_P$$

$$(800 + 1\,200) \cdot 12 = 1\,200 v_Q + 800 \cdot 0$$

$$1\,200 v_Q = 24\,000$$

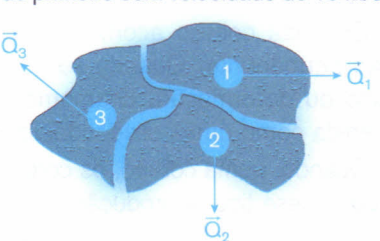
$$v_Q = 20\ \text{m/s}$$

A velocidade do automóvel era de 20 m/s.

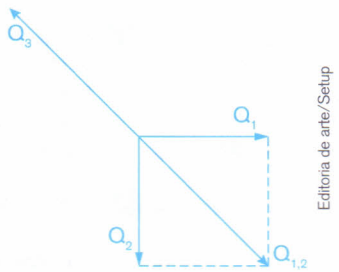
3 Uma carga de dinamite explode uma pedra de 400 kg em três pedaços. Um pedaço de 200 kg parte com velocidade de 14 m/s; outro de 100 kg sai perpendicularmente à direção do primeiro com velocidade de 15 m/s. Qual a velocidade com que parte o terceiro pedaço?

Resolução:

Dados: $m_1 = 200$ kg; $m_2 = 100$ kg; $m_3 = 100$ kg; $v_1 = 14$ m/s; $v_2 = 15$ m/s.



A quantidade de movimento resultante dos pedaços 1 e 2 é igual a:



Editoria de arte/Setup

$$Q_1 = m_1 v_1 = 200 \cdot 14 = 2\,800 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$Q_2 = m_2 v_2 = 100 \cdot 15 = 1\,500 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$Q_{1,2} = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2} = \sqrt{2\,800^2 + 1\,500^2} \Rightarrow Q_{1,2} = 3\,176 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

A quantidade de movimento total, após a explosão, deve ser nula, como era antes da explosão. Para que isso ocorra, devemos ter:

$$Q_3 = Q_{1,2} \Rightarrow m_3 v_3 = Q_{1,2} \Rightarrow 100 v_3 = 3\,176 \Rightarrow v_3 = 31{,}76 \text{ m/s}$$

A velocidade do terceiro pedaço é de 31,76 m/s.

Saiba mais sobre...

O *AIRBAG*

O *airbag* é um sistema de segurança dos carros, desenvolvido desde a década de 1950 e amplamente difundido nos carros desde os anos 1980. Como o nome sugere, trata-se de uma bolsa inflável, em geral de *nylon*, que é acionada durante uma colisão.

"Os *airbags* complementam a função dos cintos de segurança, agindo conjunta e simultaneamente com o objetivo de reter o movimento para a frente dos ocupantes dos assentos dianteiros – *airbag* frontal, ou para os lados – *airbag* lateral, em fortes colisões. Os mais comuns são os frontais, que ficam alojados no volante e no painel de instrumentos para maior proteção dos ocupantes dos bancos dianteiros. Existem também os laterais ou *side bags*. Dispostos geralmente nos bancos ou nas portas, sua função é a de proteção em impactos laterais ou capotamentos. Fornecendo uma proteção adicional, os *airbags* reduzem os riscos de ferimentos na cabeça e no tórax, amortecendo o seu movimento contra o volante e o painel do automóvel, ou contra as laterais do veículo (*side bag*).

Stone/Getty Images

Esses dispositivos são eletronicamente programados para serem ativados em colisões de características específicas: os *airbags* dianteiros, por exemplo, são disparados em fortes colisões frontais ou fronto-oblíquas. Em colisões mais leves, laterais, traseiras ou em capotamentos, o dispositivo normalmente não é ativado. [...]

Sensores eletrônicos detectam a colisão acionando o mecanismo de enchimento das bolsas, por meio de um explosivo. Os *airbags* são insuflados por gases liberados pela explosão, desdobrando-se diante do motorista e passageiro, esvaziando-se em seguida.

Extraído do *site*: <www.procon.sp.gov.br/texto.asp?id=663>. Acesso em: 15 abr. 2010.

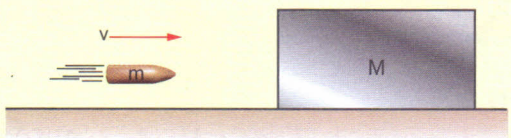
Atividades

1 *(Mack-SP)* Na figura, o menino e o carrinho têm juntos 60 kg. Quando o menino salta do carrinho em repouso, com velocidade horizontal de 2 m/s, o carrinho vai para trás com velocidade de 3 m/s. Desse modo, podemos afirmar que a massa do menino é de:

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

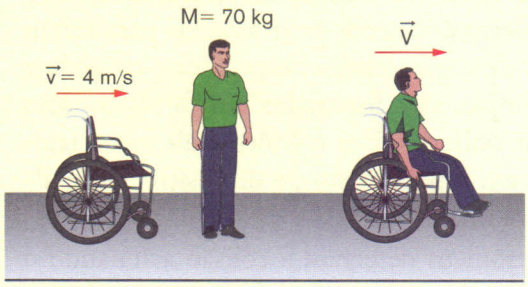
a) 12 kg
b) 24 kg
c) 36 kg
d) 48 kg
e) 54 kg

2 *(UEM-PR)* Observe a figura abaixo:



O projétil de massa **m** desloca-se com velocidade $\vec{v}$. Antes do choque do projétil, o bloco de massa **M** encontra-se em repouso. Desprezando o atrito e considerando o choque perfeitamente inelástico, qual a velocidade resultante após a colisão das duas massas?

3 *(Ufla-MG)* Uma cadeira de rodas de massa **m** igual a 10 kg é arremessada horizontalmente com velocidade constante de 4,0 m/s e atinge uma pessoa parada, de massa **M** igual a 70 kg, que cai sentada sobre ela, de forma que o conjunto cadeira-pessoa continua em movimento retilíneo uniforme, conforme desenho abaixo



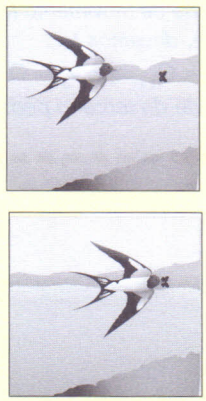
Considerando o atrito desprezível, pode-se afirmar que o módulo da velocidade $\vec{V}$ do conjunto cadeira-pessoa é de:

a) 2,0 m/s
b) 0,5 m/s
c) 4,0 m/s
d) 1,0 m/s
e) 0,25 m/s

4 Numa pista de gelo um garoto de massa igual a 30 kg, sobre patins, dá um empurrão em um homem, de massa **M**, também sobre patins. Se a velocidade adquirida pelo homem é a terça parte da velocidade adquirida pelo garoto, calcule **M**.

5 *(UFRS)* Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto abaixo, na ordem em que aparecem.

Nos quadrinhos a seguir, vemos uma andorinha em voo perseguindo um inseto que tenta escapar. Ambos estão em MRU e, depois de um tempo, a andorinha finalmente consegue apanhar o inseto.



Nessas circunstâncias, pode-se afirmar que, imediatamente após apanhar o inseto, o módulo da velocidade final da andorinha é ... módulo de sua velocidade inicial, e que o ato de apanhar o inseto pode ser considerado como uma colisão ... .

a) maior que o – inelástica
b) menor que o – elástica
c) maior que o – elástica
d) menor que o – inelástica
e) igual ao – inelástica

6 *(UFAC)* Uma patinadora de 50 kg e um patinador de 75 kg estão em repouso sobre a pista de patinação, na qual o atrito é desprezível. O patinador empurra a patinadora e desloca-se para trás com velocidade de 0,3 m/s em relação ao gelo. Após 5 segundos, qual será a separação entre eles, supondo que suas velocidades permaneçam praticamente constantes?

a) 3,0 m
b) 4,0 m
c) 1,5 m
d) 4,5 m
e) 3,75 m

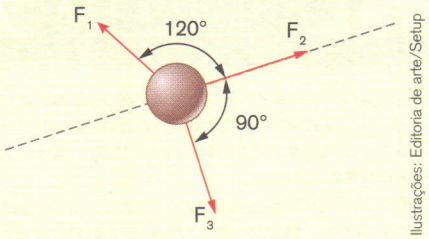
7 *(Unifor-CE)* Um caixote de massa 2,0 kg, aberto em sua parte superior, desloca-se com velocidade constante de 0,40 m/s sobre um plano horizontal sem atrito. Começa, então, a chover intensamente na vertical. Quando o caixote tiver armazenado 2,0 kg de água, sua velocidade será, em m/s:

a) 0,05
b) 0,10
c) 0,20
d) 0,40
e) 0,80

Mais Atividades

1 *(UFPE)* A figura mostra uma partícula de massa m = 20 g que está sob a ação de três forças constantes e coplanares cujos módulos são $F_1 = 1{,}4$ N; $F_2 = 0{,}50$ N; $F_3 = 1{,}5$ N.

Calcule a magnitude da aceleração da partícula ao longo da direção indicada pela linha tracejada, em m/s².



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 *(PUC-MG)* Uma força de 3 N e outra de 4 N estão atuando no mesmo ponto. Uma terceira força aplicada nesse ponto promoverá o equilíbrio com as outras, EXCETO se tiver o seguinte valor, em newtons:

a) 1 b) 7 c) 9 d) 5

3 *(ESPM-SP)* Um goleiro, após praticar uma defesa, percebe um companheiro do seu time no campo da defesa adversária, em posição legal de jogo. Imediatamente chuta a bola com a máxima força que lhe é possível visando seu companheiro. Quais das seguintes forças estão sendo exercidas sobre a bola, desde o momento em que perdeu o contato com o goleiro até antes de bater em qualquer outro obstáculo?

I. A força gravitacional.
II. Uma força que a impulsionou horizontalmente.
III. A força de resistência do ar.

a) Apenas I é correta.
b) Apenas I e II são corretas.
c) Apenas I e III são corretas.
d) Apenas II e III são corretas.
e) I, II, III são corretas.

4 *(Uni/BH-MG)* Se as gotas de chuva de nuvens localizadas a vários quilômetros de altura não estivessem sujeitas à resistência do ar, atingiriam a superfície terrestre com grandes velocidades e seriam capazes de provocar enormes danos à natureza. Felizmente a velocidade terminal constante das gotas de chuva é, nesse sentido, muito pequena.

Quando uma gota de chuva atinge a velocidade terminal, é INCORRETO afirmar que:

a) a resultante das forças sobre ela é nula.
b) a sua aceleração é nula.
c) a força de resistência do ar é maior que seu peso.
d) a sua velocidade é constante.

5 *(UEPB)* Numa aula experimental de física, o professor, após discutir com seus alunos os movimentos dos corpos sob efeito da gravidade, estabelece a seguinte atividade:

Coloquem dentro de uma tampa de caixa de sapatos objetos de formas e pesos diversos: pedaço de papel amassado, pedaço de papel não amassado, pena, esfera de aço, e uma bolinha de algodão. Em seguida, posicionem a tampa horizontalmente a 2 metros de altura em relação ao solo, e a soltem deixando-a cair.

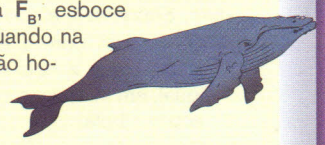
Com a execução da atividade proposta pelo professor, observando o que ocorreu, os alunos chegaram a algumas hipóteses:

I. A esfera de aço chegou primeiro ao chão, por ser mais pesada que todos os outros objetos.
II. Depois da esfera de aço, o que chegou logo ao chão foi o pedaço de papel amassado, porque o ar não impediu o seu movimento, contrário ao que ocorreu com os outros objetos dispostos na tampa.
III. Todos os objetos chegaram igualmente ao chão, uma vez que a tampa da caixa impediu que o ar interferisse na queda.
IV. Os objetos chegaram ao chão, conforme a seguinte ordem: 1º tampa da caixa e esfera de aço; 2º pedaço de papel amassado; 3º bolinha de algodão; 4º pena e 5º pedaço de papel não amassado.

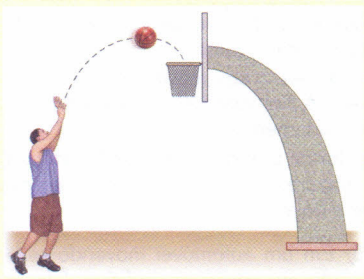
Após análise das hipóteses acima apontadas pelos alunos, é correto afirmar que:

a) apenas II está correta.
b) apenas I está correta.
c) apenas III está correta.
d) apenas IV está correta.
e) estão corretas I e II.

6 *(Vunesp-SP)* A baleia-azul adulta é o maior animal do nosso planeta, possuindo uma massa de aproximadamente 150 toneladas. Supondo que uma baleia-azul leve 7,5 segundos para chegar a uma velocidade horizontal de 15 km/h a partir do repouso e considerando que a força de resistência da água F_A seja metade daquela imprimida pela baleia F_B, esboce o diagrama de forças atuando na baleia ao longo da direção horizontal de movimento e calcule o valor da força de resistência da água.



7 *(UFRJ)* Um jogador de basquete cobra um lance livre. A trajetória da bola, supondo desprezível a resistência do ar, está mostrada na figura.



Determine a direção e o sentido da resultante das forças que atuam sobre a bola, no instante em que ela se encontra na posição indicada na figura, e calcule seu módulo, sabendo-se que a massa da bola é igual a 0,65 kg e que, no local, a aceleração da gravidade tem módulo igual a 10 m/s².

Justifique sua resposta.

8 *(UFGD-MS)* Atualmente temos muitos esportes radicais. Um deles, o "Skidiving", consiste na prática de pular de um avião com paraquedas. Um praticante desse esporte, com massa de 75 kg, com braços e pernas abertos, atinge a velocidade máxima de 200 km/h. Com essas informações, qual a força do ar exercida no esportista, quando o mesmo atinge velocidade máxima? Considere: $g = 10\ m/s^2$

a) 850 N. c) 450 N. e) 750 N.
b) 1 200 N. d) 1 000 N.

9 *(UFPI)* Com relação às leis de Newton, assinale a única alternativa errada:

a) De acordo com a Segunda Lei de Newton, a resultante das forças aplicadas em um corpo faz com que este adquira uma aceleração no mesmo sentido da força resultante e com intensidade proporcional ao valor desta.
b) A Primeira Lei de Newton, ou Lei da Inércia, afirma que se a resultante das forças atuantes em um corpo for nula, este corpo manter-se-á em equilíbrio. Este equilíbrio, entretanto, pode ser estático ou dinâmico.
c) A partir da Terceira Lei de Newton pode-se concluir que o número total de forças existentes no universo é par.
d) O estado de equilíbrio de um objeto sobre uma mesa é explicado pelo Princípio da Ação e Reação, pois o peso do objeto (ação) é equilibrado pela força normal da mesa sobre o objeto (reação ao peso).
e) O peso de um corpo pode variar de acordo com o local onde ele se encontra, entretanto a sua massa é constante, não dependendo de fatores externos.

10 *(UEL-PR)* Um jogador de tênis, ao acertar a bola com a raquete, devolve-a para o campo do adversário. Sobre isso, é correto afirmar:

a) De acordo com a Segunda Lei de Newton, a força que a bola exerce sobre a raquete é igual, em módulo, à força que a raquete exerce sobre a bola.
b) De acordo com a Primeira Lei de Newton, após o impacto com a raquete, a aceleração da bola é grande porque a sua massa é pequena.
c) A força que a raquete exerce sobre a bola é maior que a força que a bola exerce sobre a raquete, porque a massa da bola é menor que a massa da raquete.
d) A bola teve o seu movimento alterado pela raquete. A Primeira Lei de Newton explica esse comportamento.
e) Conforme a Segunda Lei de Newton, a raquete adquire, em módulo, a mesma aceleração que a bola.

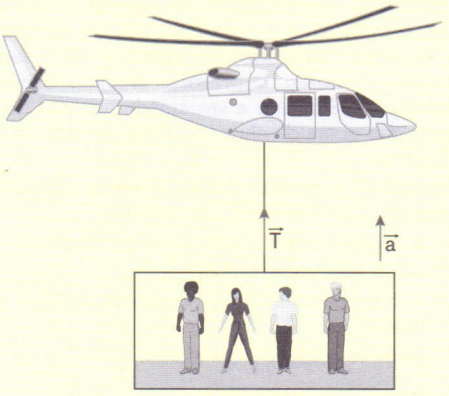
11 *(UEPB)* Em um automóvel movendo-se em uma BR, guiado por um aluno de física, falta combustível ao se aproximar de um posto de gasolina. Lembrando-se de uma aula sobre o princípio de ação e reação, ele raciocinou: "se eu descer do carro e tentar empurrá-lo com uma força $\vec{F}$, ele vai reagir com uma força $-\vec{F}$ e ambas vão se anular e eu não conseguirei mover o carro". Mas uma pessoa que vinha com ele, não concordando com este raciocínio, desceu do carro e o empurrou, conseguindo movê-lo. Como você justificaria o carro mover-se? Com base na compreensão desta lei, analise as proposições a seguir.

I. O carro move-se porque a pessoa dá um rápido empurrão no carro e, momentaneamente, essa força é maior do que a força que o carro exerceu sobre ela.
II. O carro move-se porque a pessoa empurra o carro para frente com uma força maior do que a força com que o carro exerce sobre ela.
III. O carro move-se porque a força que a pessoa exerce sobre o carro é tão intensa quanto a que o carro exerce sobre ela, no entanto, a força de atrito que a pessoa exerce (entre os pés e o solo) é grande e é para frente, enquanto a que ocorre no carro (entre os pneus e solo) é pequena e para trás.
IV. O carro move-se porque a força que a pessoa exerce sobre o carro e a força que o carro exerce sobre a pessoa são iguais, de sentidos contrários, mas aplicados em corpos diferentes e, portanto, cada um exerce o seu efeito independentemente.

A partir da análise feita, assinale a alternativa correta:

a) Apenas a proposição IV é verdadeira.
b) Apenas as proposições III e IV são verdadeiras.
c) Apenas as proposições I e III são verdadeiras.
d) Apenas as proposições II e III são verdadeiras.
e) Apenas as proposições II e IV são verdadeiras.

12 *(Furb-SC)* Durante um incêndio, um helicóptero deve resgatar pessoas que estão no topo de um edifício. O resgate é feito por uma gaiola presa à aeronave por um cabo. Por segurança, o piloto deve subir alguns metros na vertical.



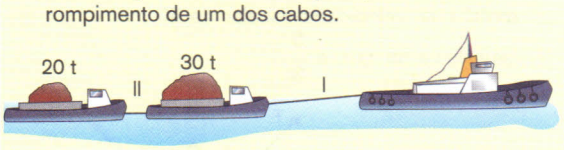
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Qual a aceleração máxima de elevação da gaiola na vertical para que o cabo não rompa, se ele suporta uma tensão máxima de 7 200 N? (a massa da gaiola mais a das pessoas é de 600 kg).

a) $12\ m/s^2$ c) $5\ m/s^2$ e) $3\ m/s^2$
b) $4\ m/s^2$ d) $2\ m/s^2$

13 *(Unicamp-SP)* Um rebocador puxa duas barcaças pelas águas de um lago tranquilo. A primeira delas tem massa de 30 toneladas e a segunda, 20 toneladas. Por uma questão de economia, o cabo de aço I que conecta o rebocador à primeira barcaça suporta, no máximo, $6 \cdot 10^5$ N, e o cabo II, $8 \cdot 10^4$ N.

Desprezando o efeito de forças resistivas, calcule a aceleração máxima do conjunto, a fim de evitar o rompimento de um dos cabos.



14 *(UESC)* Arrastando-se um caderno sobre uma superfície plana e áspera, percebe-se a presença da força de atrito que é

a) tangente à superfície e diretamente proporcional ao módulo da força de reação normal do plano de apoio.

b) perpendicular à superfície e diretamente proporcional ao módulo da força de reação normal do plano de apoio.

c) tangente à superfície e inversamente proporcional ao módulo da força de reação normal do plano de apoio.

d) perpendicular à superfície e inversamente proporcional ao módulo da força normal do plano de apoio.

e) oblíqua em relação à superfície e inversamente proporcional ao módulo da força de reação normal do plano de apoio.

15 *(Unifei-SP)* Um trenó é puxado por uma matilha de cães com velocidade constante. A matilha de cães aplica no trenó uma força de 600 N na horizontal. Sabendo-se que o coeficiente de atrito entre o trenó e o gelo é $\mu = 0{,}04$, qual deve ser a massa do conjunto (trenó + condutor)?

a) m = 240 kg
b) m = 300 kg
c) m = 600 kg
d) m = 1 200 kg
e) m = 1 500 kg

16 *(UEPA)* Um dos sistemas usados para frear um avião a jato, após tocar na pista de pouso, é o chamado "reverso", que é um sistema que direciona o jato das turbinas para frente, exercendo uma força para trás em conformidade com a Terceira Lei de Newton. Considere que um avião com todos os sistemas funcionando corretamente precisa de uma extensão de pista de 700 m do momento em que o reverso é ligado até parar completamente. Suponha que as forças de frenagem são constantes durante a passagem do avião pela pista. Se uma das turbinas falhar durante o pouso, considere que 30% da força de frenagem seja perdida. Neste caso, qual a extensão de pista que será necessária para o avião parar, supondo que ele toque na pista sempre com a mesma velocidade?

a) 800 m
b) 900 m
c) 1 000 m
d) 1 100 m
e) 1 200 m

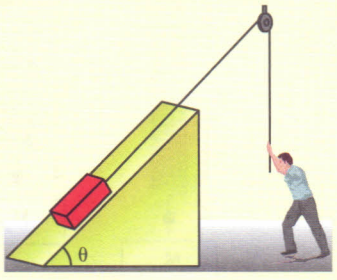
17 *(Fuvest-SP)* Procedimento de segurança, em autoestradas, recomenda que o motorista mantenha uma "distância" de 2 segundos do carro que está à sua frente, para que, se necessário, tenha espaço para frear ("Regra dos dois segundos"). Por essa regra, a distância **D** que o carro percorre, em 2 s, com velocidade constante $\mathbf{v}_0$, deve ser igual à distância necessária para que o carro pare completamente após frear. Tal procedimento, porém, depende da velocidade $\mathbf{v}_0$ em que o carro trafega e da desaceleração máxima α fornecida pelos freios. Use $g = 10$ m/s^2.

a) Determine o intervalo de tempo $\mathbf{T}_0$, em segundos, necessários para que o carro pare completamente, percorrendo a distância **D** referida.

b) Represente, no sistema de eixos, a variação da desaceleração α em função da velocidade $\mathbf{v}_0$, para situações em que o carro para completamente em um intervalo $\mathbf{T}_0$ (determinado no item anterior).

c) Considerando que a desaceleração α depende principalmente do coeficiente de atrito μ entre os pneus e o asfalto, sendo 0,6 o valor de μ, determine, a partir do gráfico, o valor máximo de velocidade $\mathbf{v}_m$, em m/s, para o qual a regra dos dois segundos permanece válida.

18 *(UFPel-RS)* O plano inclinado é uma máquina simples que permite elevar um corpo com menor esforço. O bloco mostrado na figura tem massa igual a 20 kg e o coeficiente de atrito cinético, entre o bloco e o plano inclinado, vale 0,20.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para fazer o bloco deslizar e subir o plano, um operário puxa a corda verticalmente para baixo, exercendo uma força $\vec{F}$, como ilustrado. Considere desprezíveis as massas da corda e da polia e responda às seguintes questões:

a) Qual o módulo de $\vec{F}$, quando o bloco sobe o plano com velocidade constante?

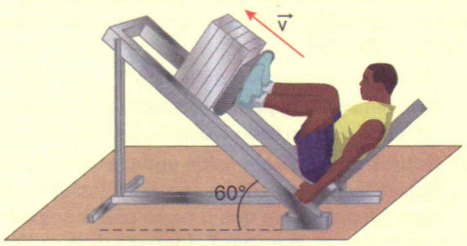
b) Qual o módulo de $\vec{F}$ necessário para que o bloco suba o plano com aceleração de 0,5 m/s^2? (Considere: $g = 10$ m/s^2; $\operatorname{sen}\theta = 0{,}60$; $\cos\theta = 080$.)

19 *(UEFS-BA)* Um corpo de massa m = 2,0 kg está preso a uma corda e descreve uma circunferência vertical de 40,0 cm de raio.

Sabendo-se que o módulo da aceleração da gravidade local é igual a 10,0 m/s^2, é correto afirmar que a mínima velocidade que deve ter o corpo, na posição mais alta da trajetória para que a corda permaneça estendida, é, em m/s, igual a:

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

20 *(UFG-GO)* Nas academias de ginástica, usa-se um aparelho chamado pressão com pernas (*leg press*), que tem a função de fortalecer a musculatura das pernas. Este aparelho possui uma parte móvel que desliza sobre um plano inclinado, fazendo um ângulo de 60° com a horizontal. Uma pessoa, usando o aparelho, empurra a parte móvel de massa igual a 100 kg e a faz mover ao longo do plano, com velocidade constante, como é mostrado na figura.



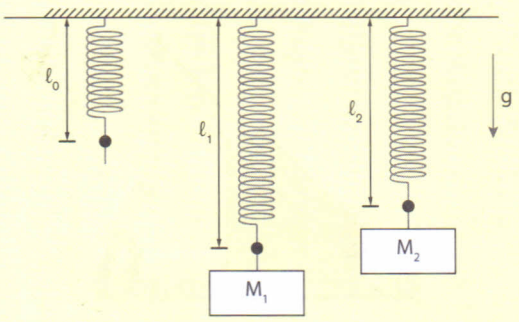
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considere o coeficiente de atrito dinâmico entre o plano inclinado e a parte móvel 0,10 e a aceleração gravitacional 10 m/s².
(Usar sen 60° = 0,86 e cos 60° = 0,50.)

a) Faça o diagrama das forças que estão atuando sobre a parte móvel do aparelho, identificando-as.

b) Determine a intensidade da força que a pessoa está aplicando sobre a parte móvel do aparelho.

21 *(UFMA-MA)* A figura abaixo apresenta um conjunto de três molas idênticas, em diversas situações.



Dados: $\ell_0 = 10$ cm; $\ell_1 = 20$ cm; $\ell_2 = 15$ cm
Observando a figura e usando os dados acima, pode-se afirmar que a massa M_2 em relação à massa M_1, vale:

a) $M_2 = \frac{1}{5} M_1$
b) $M_2 = \frac{1}{3} M_1$
c) $M_2 = \frac{1}{4} M_1$
d) $M_2 = \frac{1}{2} M_1$
e) $M_2 = \frac{1}{6} M_1$

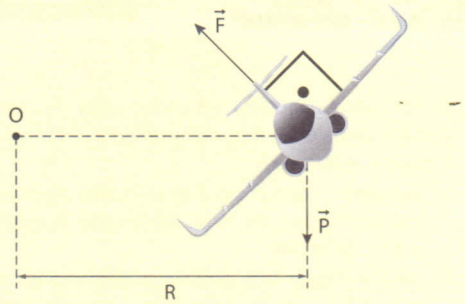
22 *(Unit-SE)* Um fuzil dispara uma bala de massa 20 g com velocidade de 600 m/s. A bala atinge uma porta de madeira e a atravessa, saindo com velocidade de 400 m/s.
O impulso da força exercida sobre a bala, ao atravessar a porta, tem módulo, no Sistema Internacional de Unidades:

a) 2,0 b) 4,0 c) 6,0 d) 8,0 e) 10

23 *(AFA-SP)* Na aviação, quando um piloto executa uma curva, a força de sustentação *F* torna-se diferente do peso do avião *P*. A razão entre as intensidades *F* e *P* é chamada fator de carga (n):

$$n = \frac{F}{P}$$

Um avião executa um movimento circular e uniforme, conforme segue a figura, em um plano horizontal com velocidade escalar de 40 m/s e com fator de carga igual a $\frac{5}{3}$.



Supondo-se g = 10 m · s^{-2}, calcule o raio **R** da circunferência descrita.

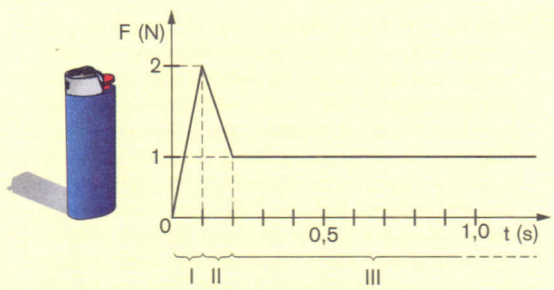
24 *(FGV-SP)* Ao acender um isqueiro uma pessoa faz com que seu dedão exerça uma força variável direcionada a três ações distintas:

I. É preciso vencer a força de atrito estático entre o rolete e a pedra a ele pressionada.

II. Superado o atrito estático, a força aplicada não mais necessita ser de tamanho tão elevado e, portanto, pode ser reduzida. Ainda em contato com o rolete, o dedão desce e começa a abaixar a alavanca que libera o gás.

III. Uma vez livre do rolete e com a alavanca que libera o gás completamente pressionada, a força é mantida constante durante o tempo que for necessário se ter a chama acesa.

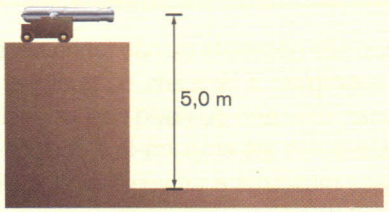
O gráfico mostra, hipoteticamente, a intensidade da força exercida por uma pessoa no ato de acender um isqueiro, para cada ação descrita.



Nessas condições, o impulso da força exercida pelo dedão sobre o rolete do isqueiro e sobre a alavanca que libera o gás até seu completo abaixamento, tem intensidade, em N · s, de:

a) 0,05 c) 0,15 e) 0,25
b) 0,10 d) 0,20

25 *(UFMG)* Um canhão está montado em uma plataforma com rodas, de forma que ele pode se deslocar livremente após cada disparo, como mostrado nesta figura:



A soma das massas do canhão e da plataforma é $2{,}0 \cdot 10^3$ kg. A abertura do canhão está a 5,0 m acima do solo.

O canhão dispara, horizontalmente, uma bala de massa igual a 5,0 kg, que sai com velocidade de 400 m/s.

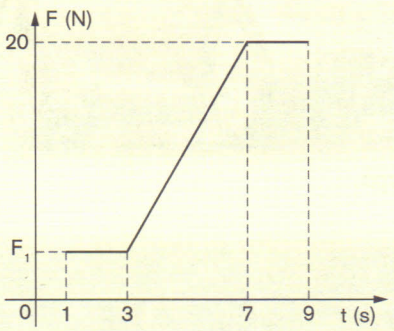
Despreze qualquer tipo de atrito.

Com base nessas informações:

a) calcule a velocidade do canhão após o disparo;

b) calcule o tempo que a bala gasta, desde o instante do disparo, até atingir o solo.

26 *(UFC-CE)* A única força horizontal (ao longo do eixo **x**) que atua em uma partícula de massa m = 2 kg é descrita em um dado intervalo de tempo, pelo gráfico abaixo. A partícula está sujeita a um campo gravitacional uniforme cuja aceleração é constante, apontando para baixo ao longo da vertical, de módulo g = 10 m/s². Despreze quaisquer efeitos de atrito.



a) Determine o módulo da força resultante sobre a partícula entre os instantes $t_1 = 1$ s e $t_2 = 3$ s, sabendo que o impulso ao longo da direção horizontal foi de 30 N · s no referido intervalo de tempo.

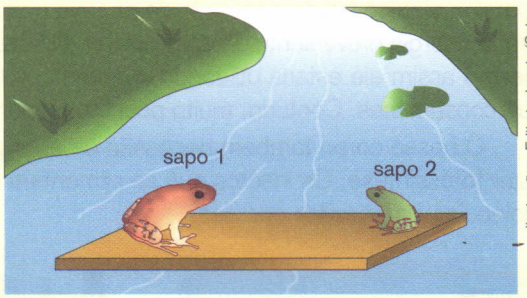
b) Determine a variação da quantidade de movimento da partícula, na direção horizontal, entre os instantes $t_2 = 3$ s e $t_3 = 7$ s.

27 *(UFBA)* Durante uma partida de tênis, um jogador golpeia a bola imprimindo-lhe uma velocidade *v*, de módulo 20 m/s. Sabendo-se que a massa da bola é 100 g e que ela havia chegado ao jogador com velocidade v_0 de módulo 15 m/s, de mesma direção, mas de sentido oposto a *v*, a variação da quantidade de movimento da bola, devido ao golpe, é, em kg · m/s, igual a:

a) 0,50 c) 2,0 e) 5,0

b) 1,5 d) 3,5

28 *(UFSC)* Uma tábua homogênea encontra-se em repouso sobre um lago de águas calmas. Dois sapos estão parados nas extremidades desta tábua, como é mostrado na figura. A massa do sapo da esquerda (sapo 1) é maior do que a do sapo da direita (sapo 2). Em determinado momento, os sapos pulam e trocam de posição. Suponha que o atrito da tábua com a água seja desprezível.



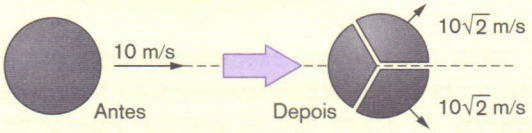
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$m_1 > m_2$

Considerando o sistema formado pelos dois sapos e a tábua, e as margens do lago como referencial, é CORRETO afirmar que:

01. a quantidade de movimento do sistema constituído pelos dois sapos e a tábua se conserva.
02. a quantidade de movimento do sapo 1 é igual, em módulo, à quantidade de movimento do sapo 2, durante a troca de suas posições.
04. a tábua fica em repouso enquanto os sapos estão no ar.
08. a distância horizontal percorrida pelo sapo 1 é igual à percorrida pelo sapo 2.
16. após os sapos terem trocado de posição, a tábua ficará em repouso.

29 *(Uespi-PI)* Uma esfera viaja em movimento retilíneo uniforme, com velocidade de 10 m/s quando repentinamente explode, partindo-se em três partes iguais, conforme a figura abaixo.



Se as duas partes representadas passam a ter velocidade de $10\sqrt{2}$ m/s formando um ângulo de 45° com a direção original após a explosão, a velocidade da terceira parte da esfera terá velocidade: (Considere a velocidade positiva se tiver o mesmo sentido da inicial e negativa se tiver o sentido contrário.)

a) 10,0 m/s c) $10\sqrt{2}$ m/s e) 20 m/s

b) −10,0 m/s d) $-10\sqrt{2}$ m/s

30 *(UFSM-RS)* Um canhão de 150 kg, em repouso sobre o solo, é carregado com um projétil de 1,5 kg. Se o atrito entre o canhão e o solo é nulo e se a velocidade do projétil em relação ao solo, imediatamente após o disparo, é 150 m/s, então a velocidade inicial do recuo do canhão é, em metros por segundo:

a) 0,015 c) 1,5 e) 150

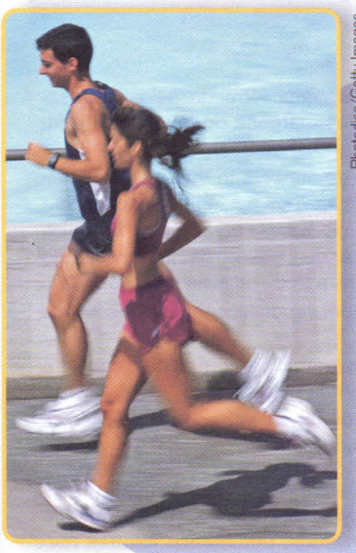
b) 0,15 d) 15

CAPÍTULO 10 – ENERGIA

1. Trabalho de uma força

Observe à sua volta, neste exato instante, e procure algo que não necessite ou não tenha necessitado de algum tipo de energia para sua produção. Vejamos alguns exemplos: a lâmpada ou qualquer tipo de aparelho elétrico ligado necessita da energia elétrica para funcionar; um carro ou navio não se deslocariam sem a energia proveniente do combustível. No caso do carro, poderíamos até empurrá-lo e deslocá-lo, mas mesmo assim ele estaria utilizando a energia produzida por nossos músculos e proveniente dos alimentos que consumimos. Contudo, muito pouco poderíamos fazer no caso do navio.

O nosso corpo também necessita de energia para sobreviver. As plantas usam a energia solar para fazer fotossíntese. Os insetos que se alimentam dessas plantas usam a energia química armazenada nas moléculas sintetizadas por elas.



Photodisc/Getty Images

Photodisc/Getty Images

Photodisc/Getty Images

Corel Stock Photo

A todo corpo ou fenômeno físico podemos associar algum tipo de energia.

Por meio desses exemplos simples, nos damos conta de que absolutamente tudo o que existe depende de algum tipo de energia. Apesar de a energia estar presente em todo o Universo, desde nas galáxias mais distantes até no menor dos átomos, é muito difícil encontrar uma explicação para o que seja energia. É mais fácil perceber que ela se manifesta em modalidades diferentes e específicas, como energia mecânica, calorífica, elétrica, química, magnética, radiante, nuclear, entre outras.

Editoria de arte/Setup

O ser humano, ao longo de sua história, sempre procurou fontes de energia para suprir suas necessidades. Na Pré-história, o domínio da produção do fogo trouxe enormes ganhos em termos de sobrevivência e conforto: alimentação, calor, proteção, iluminação, entre outros benefícios.

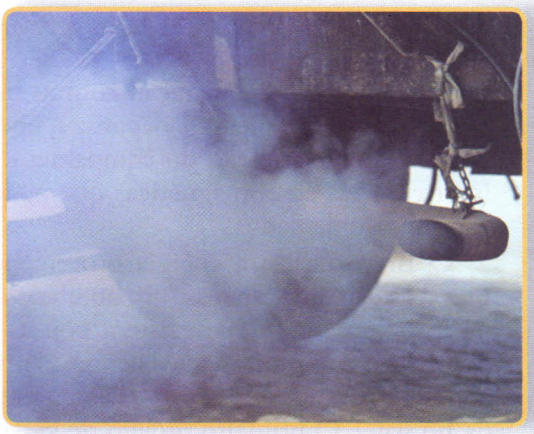
Com o passar do tempo, o modo de vida humano foi se sofisticando, exigindo outras fontes de energia para atender às demandas por conforto e consumo. Essa energia provém da natureza, de variadas fontes: madeira das florestas, combustíveis fósseis das minas, luz e calor do Sol, movimentos de ventos e marés, alimentos e nutrientes de vegetais e animais, entre outros.

A crescente necessidade de energia nos levou ao dilema que enfrentamos hoje: como obter enormes quantidades de energia sem degradar o meio ambiente?

A resposta está ligada a uma característica muito importante da energia: ela pode ser continuamente transformada de uma modalidade para outra. Portanto, se conseguirmos fazer que as transformações causem o menor impacto possível no meio ambiente, estaremos contribuindo para que o planeta seja minimamente afetado pela ação humana.

Por isso, é tão importante obter energia de fontes capazes de se renovar e se reciclar, ou de fontes que causem o menor impacto possível na natureza. Felizmente tais fontes existem e começam a ser cada vez mais exploradas atualmente.

Assim, as fontes de energia podem ser classificadas em **não renováveis** e **renováveis**. Essa classificação leva em conta a transformação ocorrida na natureza para resultar em tal modalidade de energia:



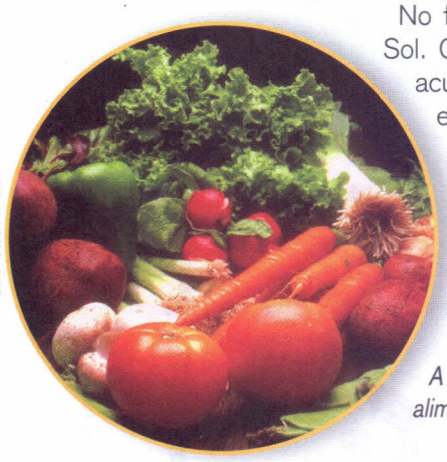
Delfim Martins/Pulsar

A energia que utilizamos diariamente provém da natureza. Tanto a obtenção quanto o uso dela podem provocar sérios riscos ao ambiente.

- Se a fonte é consumida em ritmo maior que o de sua formação, trata-se de uma fonte de energia do tipo **não renovável**. Combustíveis fósseis como petróleo, carvão e gás natural, além da energia nuclear proveniente do urânio e do tório, são exemplos desse tipo de energia.
- Se a fonte é consumida em ritmo menor que o de sua formação, trata-se de energia do tipo **renovável**. São exemplos desse tipo a energia proveniente da biomassa, do Sol, dos ventos, geotérmicas e marítimas etc.

No fundo, muitas fontes de energia dependem direta ou indiretamente do Sol. Os alimentos que consumimos e os combustíveis fósseis são reservas acumuladas de energia solar; as chuvas que enchem os rios devem-se à evaporação das águas dos oceanos e mares, produzida pelo calor do Sol; o vento que move as pás de um moinho é consequência das variações de aquecimento solar nas regiões da Terra.

Seja qual for a forma assumida, a energia representa a capacidade de fazer algo acontecer ou funcionar. Podemos dizer que energia é a capacidade de realizar algum trabalho.



Corel Stock Photo

A energia química liberada pelos alimentos nutre os seres vivos.

Saiba mais sobre...

ENERGIA EÓLICA

Chamamos energia eólica a energia cinética contida na massa de ar em movimento. A origem de tal deslocamento deve-se, entre outros fatores, a uma diferença de pressão atmosférica entre duas regiões distintas. Para possibilitar o seu aproveitamento, a energia cinética do movimento da massa de ar é transformada em energia cinética de rotação, com o emprego de turbinas eólicas, também denominadas autogeradores, para a geração de eletricidade. O emprego da energia eólica também ocorre em cata-ventos (e moinhos), para trabalhos mecânicos como bombeamento de água.

No que diz respeito ao meio ambiente, essa fonte alternativa de energia contribui para a redução de poluentes atmosféricos e para a redução da necessidade de construir grandes

•••

...

reservatórios, em comparação com as usinas térmica e hidrelétrica. Por outro lado, como impactos socioambientais negativos, encontram-se os sonoros (ruídos dos rotores, dependendo da especificação do equipamento), os visuais (agrupamento de torres) e eventuais interferências eletromagnéticas que poderiam perturbar os sistemas de comunicação e de transmissão de dados.

O Brasil utiliza a energia proveniente dos ventos, mas basicamente apenas no bombeamento de água na irrigação, sendo que existem poucas usinas eólicas destinadas à produção de energia elétrica (a energia eólica responde por apenas 0,2% da energia produzida no país). O primeiro projeto de geração de energia foi desenvolvido na ilha de Fernando de Noronha, para garantir o fornecimento. O Governo Federal visa possibilitar a instalação de novas usinas, principalmente nos litorais do Nordeste e do Sul do Brasil. Desde 2000 foram instaladas as usinas de Mucuripe (Fortaleza-CE), Prainha (CE). As maiores são o Parque Eólico de Osório (RS), que produz 150 MW, e a usina de Rio do Fogo (Rio do Fogo-RN).

Adriano Bonjorno

Fonte de pesquisa: <www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-Energia_Eolica(3).pdf>. Acesso em: 4 maio 2011.

Oscar Cabral/Editora Abril

Parque eólico do Mucuripe, em Fortaleza, c. 2000.

Por mais estranho que possa parecer, em Física, o que realiza um trabalho é sempre uma força, e não aquilo que aplicou a força, como uma pessoa, um carro, um guindaste etc. Portanto, é sempre uma força que produz um trabalho.

Imagine a seguinte situação: se você levantar uma caixa com as mãos, quanto mais pesada a caixa e quanto mais alto ela for erguida, maior será o trabalho realizado pela força exercida por você.

Por outro lado, se você sustentar uma caixa a determinada altura, mesmo sem movê-la, fisicamente falando você não estará realizando trabalho, pois não está havendo nenhum deslocamento da caixa.

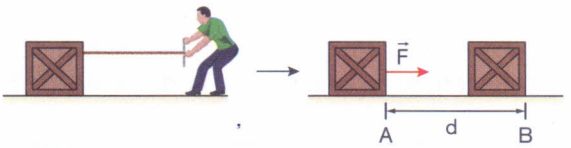
Ilustrações: Paulo Cesar

Note que em Física o conceito de trabalho é diferente do que usamos na linguagem do dia a dia. No cotidiano, empregamos a palavra trabalho para designar qualquer serviço ou tarefa que pode ou não exigir força ou deslocamento. Já na definição formal do conceito em Física, quando uma força produz o deslocamento de um corpo, essa força realiza **trabalho**. O valor desse trabalho é igual à energia necessária para realizá-lo, a qual foi transferida para o corpo.

Para a definição de trabalho, vamos considerar dois casos:

- **1º caso: a força tem a mesma direção do deslocamento**

Consideremos um caixote que, por causa da força $\vec{F}$, horizontal e constante, se movimenta da posição *A* para a posição *B*, sofrendo um deslocamento $\vec{d}$.



O trabalho de $\vec{F}$ no deslocamento AB é dado por:

$$\tau_{A,B} = Fd$$

O valor desse trabalho é igual à energia transferida pela pessoa ao corpo.

Se a força $\vec{F}$ tem o mesmo sentido do deslocamento, o trabalho é positivo e recebe o nome de **trabalho motor** ($\tau_{motor} > 0$). Se tem sentido contrário ao do deslocamento, o trabalho é negativo e denominado **resistente** ($\tau_{resistente} < 0$).

A unidade de trabalho no SI é o **N · m**, chamada **joule**, que é indicado por **J**.

$$1\ N \cdot 1\ m = 1\ J$$

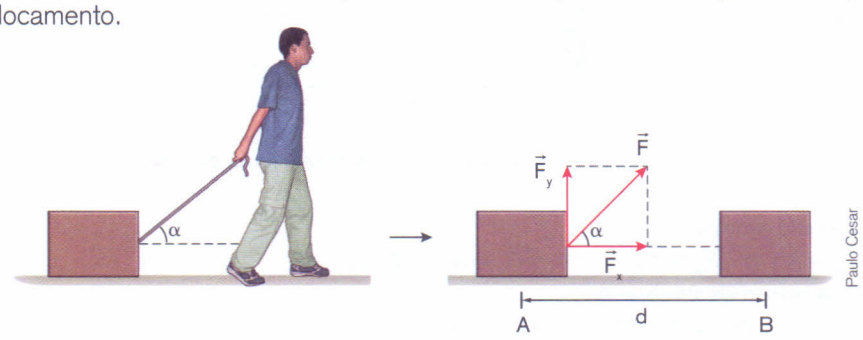
Séc. XIX. Coleção particular. Foto: Bridgeman/Keystone

James Prescott Joule (1818-1889), físico inglês.

Isso significa dizer que 1 joule é o trabalho realizado por uma força de 1 newton que atua na mesma direção e sentido de um deslocamento de 1 metro. Para valores maiores de energia, usamos os múltiplos 1 kJ = 1 000 J (1 quilojoule) ou 1 MJ = 1 000 000 J (1 megajoule).

- **2º caso: a força não tem a mesma direção do deslocamento**

Consideremos o mesmo caixote que, sob a ação da força $\vec{F}$, passa da posição *A* para a posição *B*, sofrendo um deslocamento $\vec{d}$. Entretanto, agora a força $\vec{F}$ é aplicada no corpo num ângulo α com a direção do deslocamento.



Paulo Cesar

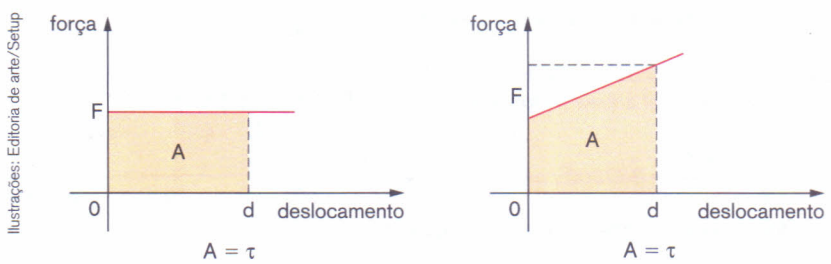
Nesse caso, o trabalho do componente $\vec{F}_y$ no deslocamento $\vec{d}$ é nulo, pois não há deslocamento na direção **y**. Logo, somente $\vec{F}_x$ realiza trabalho, o qual é dado por:

$\tau_{A,B} = \tau_F \Rightarrow \tau_{A,B} = \tau_{F_x} \Rightarrow \tau_{A,B} = F_x d$

$$\tau_{A,B} = Fd \cdot \cos \alpha$$

Se a força $\vec{F}$ for perpendicular à direção do deslocamento ($\alpha = 90°$), o trabalho de $\vec{F}$ é nulo, pois cos 90° = 0.

O trabalho de uma força $\vec{F}$, constante ou não, pode ser obtido por meio de um gráfico, como indicam as figuras:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

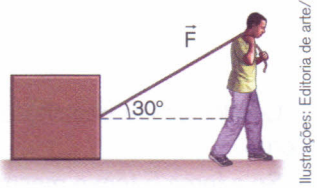
$$A = \tau$$

O trabalho é dado numericamente pela área A das figuras.

Aplicações

1 Uma pessoa, por meio de uma corda, arrasta um caixote em movimento retilíneo, praticamente uniforme, na direção horizontal.

Sendo a velocidade do caixote 0,5 m/s e a tração $\vec{F}$ aplicada pela pessoa na corda 1 200 N, qual o trabalho realizado por essa tração em 10 s? (Use $\sqrt{3} = 1{,}7$.)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Se a velocidade é constante, a distância percorrida pelo caixote é:

$s = s_0 + vt \Rightarrow \Delta s = vt = 0{,}5 \cdot 10 \Rightarrow \Delta s = 5\ m$

Logo, o trabalho da força $\vec{F}$ é:

$\tau = Fd \cdot \cos \alpha \Rightarrow \tau = 1\,200 \cdot 5 \cdot \cos 30°$

$$\tau = 1\,200 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\tau = 3\,000 \cdot 1{,}7 = 5\,100\ J$

O trabalho realizado pela força de tração é igual a 5 100 J.

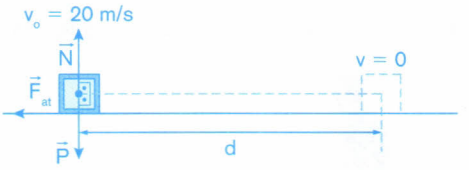
2 Um corpo com massa 6 kg é lançado horizontalmente, com velocidade de 20 m/s, sobre uma superfície plana e horizontal. O coeficiente de atrito entre o plano e a superfície é 0,2. Considere $g = 10\ m/s^2$.

a) Calcule o trabalho realizado pela força de atrito até o corpo atingir o repouso.

b) Determine o trabalho realizado pela força peso e pela reação normal do apoio durante todo o percurso.

Resolução:

a) Do enunciado:



A única força que age sobre o corpo na direção do movimento é a força de atrito $\vec{F}_{at}$.

$F_{at} = \mu P \Rightarrow F_{at} = 0{,}2 \cdot 60 \Rightarrow F_{at} = 12\ N$

A aceleração é dada por:

$F_R = ma \Rightarrow -F_{at} = ma \Rightarrow -12 = 6a \Rightarrow a = -2\ m/s^2$

A distância percorrida até parar é:

$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow 0 = 20^2 - 2 \cdot 2 \cdot d \Rightarrow 4d = 400 \Rightarrow d = 100\ m$

O trabalho da força de atrito é resistente.

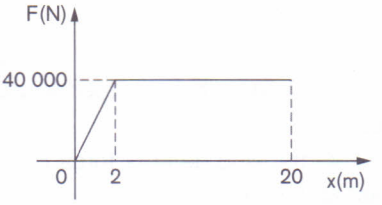
$\tau = -F_{at}d \Rightarrow \tau = -12 \cdot 100 \Rightarrow \tau = -1\,200\ J$

Em módulo o trabalho da força de atrito é igual a 1 200 J.

b) Como as forças peso e normal são perpendiculares ao deslocamento:

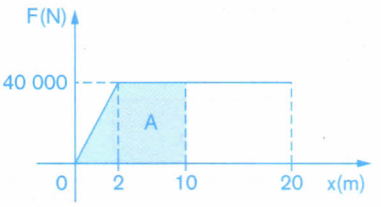
$\tau_P = \tau_N = 0$

3 Em um canteiro de obras um trator, para empurrar um monte de terra, aplica uma força que varia com a distância, conforme ilustra o gráfico ao lado. Qual o trabalho realizado pelo trator quando completar um deslocamento de 10 m?



Resolução:

A variação da força aplicada pelo trator no monte de terra aumenta de intensidade de 0 a 40 000 N, no deslocamento de 0 a 2 m, e depois fica constante e igual a 40 000 N, no deslocamento de 2 a 10 m, conforme mostra a figura.



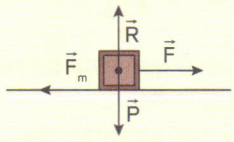
O trabalho realizado pela força desenvolvida pelo trator no deslocamento de 0 a 10 m é numericamente igual à área A do trapézio mostrada na figura.

$$\tau = A \Rightarrow \tau = \frac{(10 + 8) \cdot 40\,000}{2} = 360\,000\ J \Rightarrow \tau = 3{,}6 \cdot 10^5\ J$$

O trabalho realizado pela força desenvolvida pelo trator é igual a $3{,}6 \cdot 10^5$ J.

Atividades

1 *(FCC)* Um corpo de peso P = 100 N é puxado sobre um plano horizontal por uma força horizontal constante e de intensidade F = 80 N. A força de atrito que o plano exerce sobre o bloco é constante e de intensidade F_{at} = 60 N.



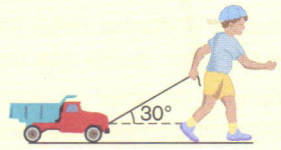
Para um percurso de 2,0 m, o trabalho:

a) da força de atrito (F_{at}) é igual a 120 J;
b) do peso (P) é igual a 200 J;
c) da força (F) é igual a 680 J;
d) da força de reação normal do apoio (R) é igual a 160 J;
e) da força resultante é igual 40 J.

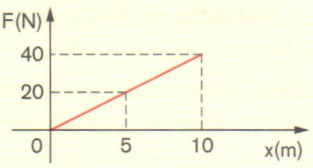
2 *(Fuvest-SP)* Um objeto de 20 kg desloca-se numa trajetória retilínea de acordo com a função horária dos espaços: $s = 10{,}0 + 3{,}0t + 1{,}0t^2$ onde **s** é medido em metros e **t** em segundos.

a) Qual a expressão da velocidade escalar do objeto no instante **t**?
b) Calcule o trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o objeto durante um deslocamento de 20 m.

3 Um menino puxa um carrinho por meio de uma corda que faz um ângulo de 30° com a horizontal. O carrinho se desloca com velocidade constante e tem massa de 20 kg. O coeficiente de atrito com o solo é de 0,1 e g = 10 m/s². Determine o trabalho realizado pelo menino para arrastar o carrinho por uma distância de 300 m.



4 *(UCS-RS)* Uma força $\vec{F}$ desloca um corpo no mesmo sentido em que ela atua. A variação do valor de $\vec{F}$ em função do deslocamento **x** do corpo está representada no gráfico abaixo.



O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ ao deslocar o corpo de x_0 = 5 m a x = 10 m vale:

a) 400 J
b) 150 J
c) 200 J
d) 100 J
e) 50 J

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2. Trabalho da força peso

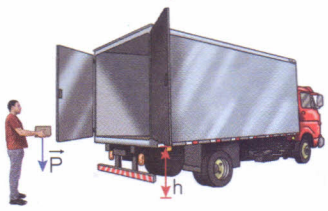
Ilustrações: Paulo Cesar

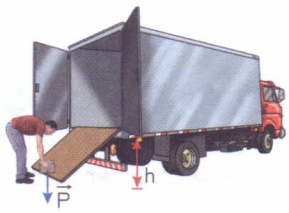
A tarefa de colocar um caixote dentro de um caminhão pode ser realizada de diversas formas:

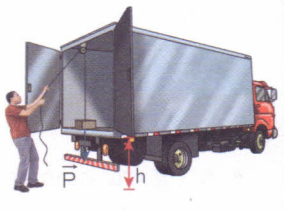
- erguendo-se ou lançando-se o caixote com os braços;
- empurrando-se o caixote por uma rampa, que pode ser posicionada com diversas inclinações;
- por meio de uma roldana.

Essas e outras soluções poderiam ser propostas para realizar essa tarefa, facilitando ou dificultando o nosso esforço. Entretanto, se pensarmos em termos de trabalho realizado, fisicamente falando, devemos lembrar que é sempre uma força que realiza trabalho. Dentre as diversas forças que atuariam no caixote em cada possibilidade proposta, uma seguramente sempre estaria presente: a força peso.

O trabalho realizado pela força peso do caixote leva em conta apenas a variação da altura a que o caixote é deslocado ($\Delta h = h_{final} - h_{inicial}$), independentemente da técnica empregada para colocá-lo no caminhão, ou da trajetória descrita pela caixa em cada caso.







Podemos calcular o trabalho realizado pela força peso pela definição, considerando que, na elevação da caixa, a força peso e o deslocamento têm sentidos diferentes:

$$\tau_{peso} = Fd \cdot \cos\alpha = Ph \cdot \cos 180° = Ph \cdot (-1) = -mgh$$

Como esse trabalho resultou num valor negativo, dizemos que se trata de um trabalho resistente. Observe que o ângulo entre a força e o deslocamento é 180°, ou seja, eles têm a mesma direção e sentidos opostos.

Para um deslocamento descendente, o trabalho é positivo, pois a força e o deslocamento passam a ter o mesmo sentido.

$$\tau_{peso} = Fd \cdot \cos \alpha = Ph \cdot \cos 0° = Ph \cdot 1 = mgh$$

Desse modo, podemos notar também que o trabalho da força peso que atua sobre o caixote terá sempre o mesmo valor, desde que elevado sempre à mesma altura $h_{final} = h$.

Outra maneira de obter os valores do trabalho da força peso, já que sabemos que, para um dado corpo, este depende somente da variação de altura, pode ser a seguinte:

A força peso atua sempre na direção do centro da Terra, apontando para baixo; logo, assume o sinal negativo ($-P$) se tomarmos o sentido para cima como positivo. Se tomarmos o nível do solo como origem do referencial ($h_{inicial} = 0$), temos que a diferença de altura para um movimento de subida (ascendente), neste caso, será: $\Delta h = h_{final} - h_{inicial} = h - 0 = h$.

Logo, o **trabalho da força peso** também pode ser dado por:

$$\tau_{peso} = Fd = -P\Delta h = -Ph = -mgh$$

Caso desejássemos descer (movimento descendente) o caixote do caminhão, teríamos de fazer o mesmo raciocínio, apenas levando em conta que então a diferença de altura seria dada por:

$$\Delta h = h_{final} - h_{inicial} = 0 - h = -h.$$

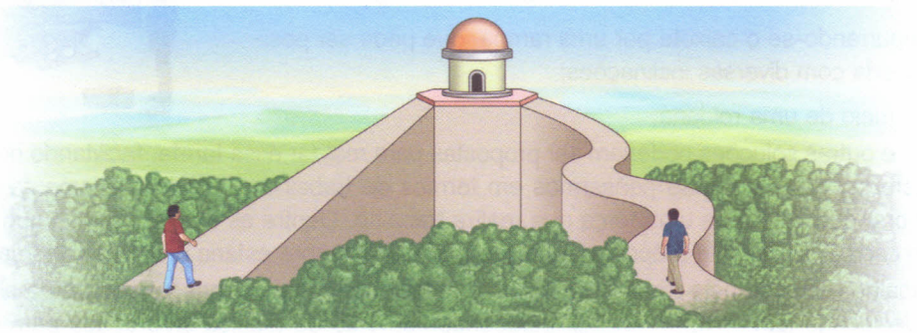
Sendo assim, o trabalho da força peso, nesta situação, será dado por:

$$\tau_{peso} = Fd = -P\Delta h = -P \cdot (-h) = mgh$$

Em resumo, o trabalho da força peso de um corpo depende somente de seu peso e de seu deslocamento vertical, que pode ser positivo ou negativo. Assim:

$$\tau_{peso} = -P\Delta h \quad \begin{cases} \tau_{peso} = -mg \cdot (h) = -mgh \text{ (subida)} \\ \tau_{peso} = -mg \cdot (-h) = mgh \text{ (descida)} \end{cases}$$

Outro exemplo: se uma pessoa subir um morro por trajetos diferentes, o trabalho da força peso do corpo é o mesmo por qualquer um desses trajetos.

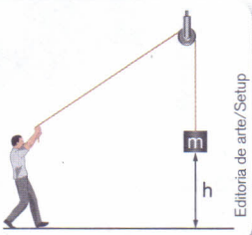


Paulo Cesar

As forças cujos trabalhos não dependem da trajetória descrita são denominadas forças conservativas. Logo, a força peso é uma força conservativa.

Pense e Responda

• A figura mostra um homem que mantém um corpo em equilíbrio, a uma altura **h** do chão, por meio de uma corda. Qual é o valor do trabalho que está sendo realizado pela tensão da corda?



Editoria de arte/Setup

Aplicações

1 Uma gota de chuva de massa igual a 0,10 g cai no ar com velocidade constante de 1 m/s, percorrendo, assim, uma distância de 100 m. A aceleração da gravidade no local é de 10 m/s². Qual o trabalho realizado:

a) pela força peso durante a queda?

b) pelas forças de resistência do ar nessa queda?

Resolução:

a) Como $m = 0{,}10\ g = 0{,}10 \cdot 10^{-3}\ kg$, *temos:*

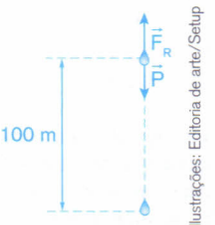
$$\tau_p = Ph \Rightarrow \tau_p = mgh \Rightarrow \tau_p = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 100 \Rightarrow \tau_p = 0{,}1\ J$$

b) Como a gota cai com velocidade constante:

$$F_R = P \Rightarrow F_R = mg \Rightarrow F_R = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \Rightarrow F_R = 0{,}1 \cdot 10^{-2}\ N$$

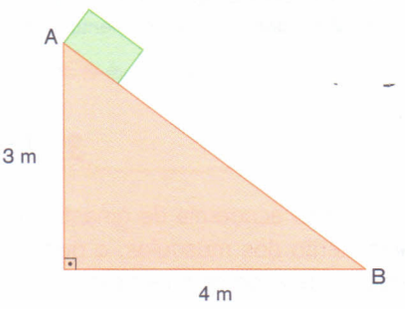
O trabalho da força de resistência do ar é negativo.

$$\tau_{FR} = -F_R \cdot h \Rightarrow \tau_{FR} = -0{,}1 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \Rightarrow \tau_{FR} = -0{,}1\ J$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 Um corpo com massa igual a 2 kg é abandonado em repouso no ponto *A* de um plano inclinado. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é 0,2. (Considere g = 10 m/s².) Determine os trabalhos da força peso e da força de atrito no percurso do corpo de *A* até *B*.



Resolução:

Cálculo de AB:

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (CB)^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AB = 5\ m$$

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \text{sen}\ \alpha = \frac{3}{5}$$

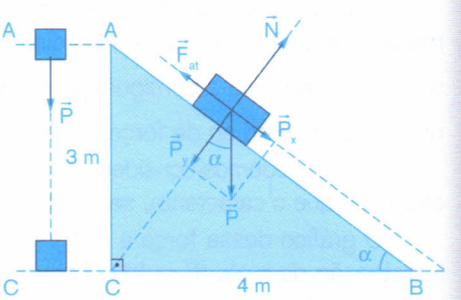
$$\cos \alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

As intensidades das forças valem:

$$P_x = P \cdot \text{sen}\ \alpha = 2 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow P_x = 12\ N$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 10 \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow P_y = 16\ N$$

$$F_{at} = \mu N = \mu P_y = 0{,}2 \cdot 16 \Rightarrow F_{at} = 3{,}2\ N$$



O trabalho das forças é obtido pela definição:

$$\tau_P = \tau_{P_x} + \tau_{P_y} = P_x \cdot AB + 0 = 12 \cdot 5 \Rightarrow \tau_P = 60\ J$$

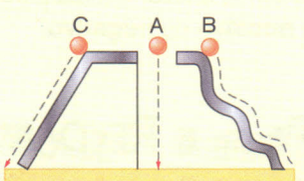
$$\tau_{F_{at}} = -F_{at} \cdot AB = -3{,}2 \cdot 5 \Rightarrow \tau_{F_{at}} = -16\ J$$

O trabalho da força peso pode ser calculado como se o deslocamento fosse na direção vertical AC.

$$\tau_P = P \cdot AC = 2 \cdot 10 \cdot 3 \Rightarrow \tau_P = 60\ J$$

Atividades

1 *(Uni-Rio-RJ)* Três corpos idênticos, de massa **M**, deslocam-se entre dois níveis, como mostra a figura: *A* – caindo livremente: *B* – deslizando ao longo de um tobogã e *C* – descendo uma rampa, sendo, em todos os movimentos, desprezíveis as forças dissipativas.



Com relação ao trabalho (τ) realizado pela força peso dos corpos, pode-se afirmar que:

a) $\tau_C < \tau_B < \tau_A$

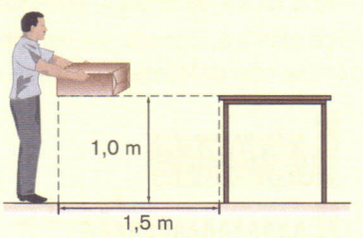
b) $\tau_C > \tau_B = \tau_A$

c) $\tau_C = \tau_B < \tau_A$

d) $\tau_C = \tau_B = \tau_A$

e) $\tau_C < \tau_B > \tau_A$

2 *(Fatec-SP)* Um homem ergue uma caixa de massa 8 kg, a uma altura de 1 m, para colocá-la sobre uma mesa distante 1,5 m do local, conforme mostra a figura.



Adotando g = 10 m/s², é correto afirmar que o trabalho realizado pela força peso, até a superfície superior da mesa, é:

a) −80 J

b) 80 J

c) 120 J

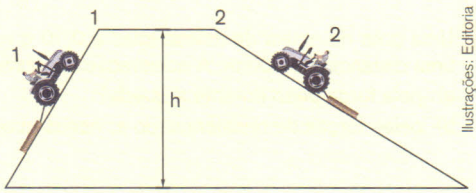
d) 200 J

e) −120 J

3 *(UEL-PR)* Um objeto de 2,0 kg cai da janela de um apartamento até uma laje que está 4,0 m abaixo do ponto de início da queda. Se a aceleração da gravidade for 9,8 m/s², o trabalho realizado pela força gravitacional será:

a) −4,9 J
b) 19,6 J
c) −39,2 J
d) 78,4 J
e) 156,8 J

4 *(Vunesp-SP)* Suponha que os tratores 1 e 2 da figura arrastem toras de mesma massa pelas rampas correspondentes, elevando-as à mesma altura **h**. Sabe-se que ambos se movimentam com velocidades constantes e que o comprimento da rampa 2 é o dobro do comprimento da rampa 1.



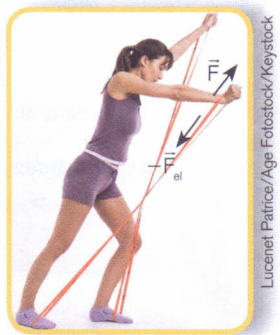
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Chamando de τ_1 e τ_2 os trabalhos realizados pela força gravitacional sobre essas toras, pode-se afirmar que:

a) $\tau_1 = 2\tau_2 \cdot \tau_1 > 0$ e $\tau_2 < 0$.
b) $\tau_1 = 2\tau_2 < 0$ e $\tau_2 > 0$.
c) $\tau_1 = \tau_2$, $\tau_1 < 0$ e $\tau_2 < 0$.
d) $2\tau_1 = \tau_2$, $\tau_1 > 0$ e $\tau_2 > 0$.
e) $2\tau_1 = \tau_2$, $\tau_1 < 0$ e $\tau_2 < 0$.

3. Trabalho da força elástica

Numa academia de ginástica é muito comum haver um aparelho para fortalecimento dos músculos, o qual consiste em um elástico bem resistente que pode ser puxado com os braços ou as pernas, dependendo do tipo de exercício.

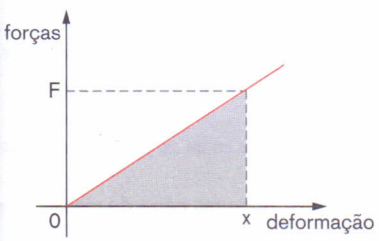


Lucenet Patrice/Age Fotostock/Keystock

A força que o atleta deve fazer para realizar o experimento aumenta na medida em que o elástico é mais distendido. Durante a deformação do elástico, ele tende a retornar à configuração inicial por meio da força elástica $\vec{F}_{el}$, que atua no sentido oposto ao da força $\vec{F}$ feita pelo atleta ao distendê-lo.

Assim, podemos considerar que o elástico do aparelho possui uma constante elástica **k** que o caracteriza, sendo distendido até um comprimento **x** pelo atleta.

O gráfico dessa força é obtido por meio da lei de Hooke, que relaciona a força com a constante e a distensão da mola ($F = kx$). Para o caso do distendimento do elástico, considerando como positivo o sentido da esquerda para a direita, temos o gráfico:

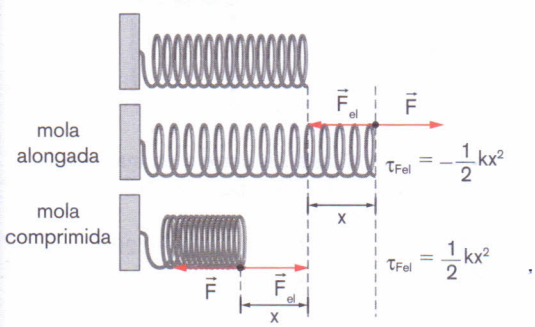


No caso de a força comprimir a mola, o raciocínio é o mesmo, só que o deslocamento da mola ocorre no sentido oposto. As forças de distensão e compressão na mola são variáveis. Os trabalhos por elas realizados no deslocamento **x** são obtidos numericamente por meio da área do triângulo da figura.

$$\tau_F = \frac{1}{2} kx^2 \text{ e } \tau_{Fel} = -\frac{1}{2} kx^2$$

O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ exercida pela pessoa corresponde à energia que fica armazenada na mola sob a forma de energia potencial elástica, como veremos adiante.

A força elástica, opondo-se sempre à deformação da mola, tende a levar a mola para a posição de equilíbrio (mola não deformada). Desse modo, realizará trabalho **positivo** ou **negativo**.

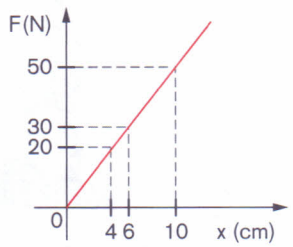


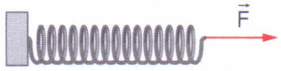
Pense e Responda

• Qual é o trabalho da força elástica sobre um corpo se ele se deslocar por uma trajetória fechada? Qual é a semelhança entre os trabalhos realizados pela força peso e pela força elástica?

Aplicação

Uma mola é esticada desde sua posição inicial, não alongada, até uma posição em que o alongamento é 10 cm. O gráfico mostra a intensidade da força tensora em função do alongamento.





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Determine:

a) a constante elástica da mola;

b) o trabalho realizado pela força tensora no alongamento de 0 a 10 cm;

c) o trabalho realizado pela força elástica no alongamento de 0 a 10 cm.

Resolução:

a) Sendo $x = 4\ cm = 0{,}04\ m$ e $F = 20\ N$, podemos utilizar a lei de Hooke:

$$F = kx \Rightarrow 20 = k \cdot 0{,}04 \Rightarrow k = 500\ N/m$$

b) Considerando como positivo o sentido da esquerda para a direita, $F = 50\ N$ e $x = 10\ cm = 0{,}1\ m$, temos:

$$\tau_F = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow \tau_F = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0{,}1)^2 \Rightarrow \tau_F = 2{,}5\ J$$

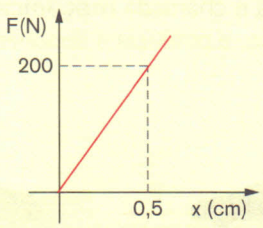
c) Sendo $F_{el} = -F = -50\ N$, o trabalho da força elástica é igual a:

$$\tau_{Fel} = -\tau_F \Rightarrow \tau_{Fel} = -2{,}5\ J$$

Em módulo, $\tau_{Fel} = 2{,}5\ J$.

Atividades

1 *(Ufla-MG)* Um atleta realiza exercícios físicos em uma academia utilizando um aparelho que é constituído por uma mola presa a uma parede. O gráfico ao lado mostra a força (**F**) que o atleta faz em relação à distensão (**x**) sofrida por ela. Analisando-se esse gráfico, pode-se afirmar que o trabalho realizado pelo atleta ao esticar a mola, a partir de sua posição de repouso até a posição 0,3 m, é de:



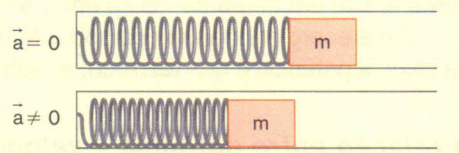
a) 60 J **b)** 180 J **c)** 600 J **d)** 18 J

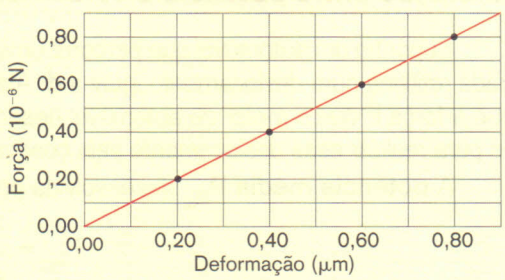
2 Um corpo, apoiado sobre um plano horizontal sem atrito, está preso à extremidade de uma mola helicoidal de eixo horizontal, de constante elástica k = 1 000 N/m. A mola tem sua outra extremidade presa a um ponto fixo.

a) Trace o gráfico da força que atua no corpo em função do comprimento da mola (x).

b) Utilizando o gráfico, calcule o trabalho realizado pela força elástica quando a mola se distende até x = 0,1 m.

3 *(Unicamp-SP)* Sensores de dimensões muito pequenas têm sido acoplados a circuitos microeletrônicos. Um exemplo é um medidor de aceleração que consiste de uma massa *m* presa a uma micromola de constante elástica **k**. Quando o conjunto é submetido a uma aceleração $\vec{a}$, a micromola se deforma, aplicando uma força $\vec{F}_{el}$ na massa (ver diagrama). O gráfico abaixo do diagrama mostra o módulo da força aplicada *versus* a deformação de uma micromola utilizada num medidor de aceleração.



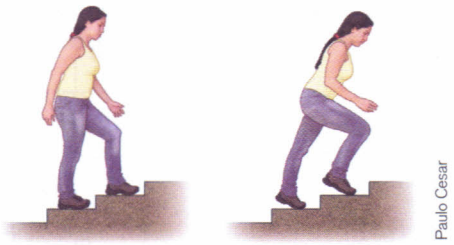


a) Qual é a constante elástica **k** da micromola?

b) Qual é a energia necessária para produzir uma compressão de 0,10 μm na micromola?

c) O medidor de aceleração foi dimensionado de forma que essa micromola sofra uma deformação de 0,50 μm quando a massa tem uma aceleração de módulo igual a 25 vezes o da aceleração da gravidade. Qual é o valor da massa **m** ligada à micromola?

4. Potência


Paulo Cesar

Até agora, em toda nossa discussão, não consideramos o tempo gasto para realizar certo trabalho. Por exemplo, quando uma pessoa sobe uma escada, o trabalho realizado pela força dos músculos de suas pernas é o mesmo, quer o faça em 1 minuto, quer o faça em 10 segundos.

Entretanto, em determinadas situações, é importante que o trabalho seja realizado num menor intervalo de tempo possível. Por exemplo, na comparação entre dois carros, em que um deles vai de 0 a 100 km/h em 15 segundos e o outro realiza o mesmo trabalho em 5 segundos, temos uma boa ideia do desempenho de seus motores, o que pode determinar a escolha em adquirir um ou outro.

Voltando à situação da pessoa que sobe uma escada, quando ela o faz levando menos tempo, tem de fazer um esforço maior. Por isso, dizemos que ela desenvolve uma potência maior. Do mesmo modo, o carro que vai de 0 a 100 km/h no menor tempo desenvolve uma potência maior do que o outro.

Constatamos, então, a importância de relacionar o trabalho com o tempo gasto na sua realização. Assim, se uma força realiza um trabalho τ no intervalo de tempo Δt, a potência média P_{ot} é dada pela razão:

$$P_{ot} = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Quando o trabalho é medido em joules (**J**) e o tempo em segundos (**s**), a potência é expressa em watts (**W**):

$$1\ W = 1\ J/1\ s$$

A unidade de potência **watt** é uma homenagem ao engenheiro escocês James Watt (1736-1819).

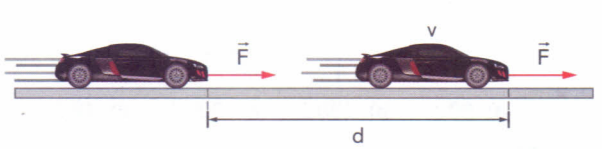
Outras unidades de uso frequente no dia a dia são o **cavalo-vapor** (CV) e o ***horse-power*** (hp).

$$1\ CV = 735\ W \quad e \quad 1\ hp = 746\ W$$

Essas unidades foram elaboradas na época em que o trabalho de uma máquina era comparado ao trabalho realizado por cavalos. Assim, o cavalo-vapor corresponde à potência de um cavalo capaz de elevar a 1 m um corpo de 75 kg em 1 s.

Se a energia é transferida sob a forma de trabalho, a potência é chamada **mecânica**; sob a forma de calor, a potência é dita **térmica**; e, sob a forma de energia elétrica, a potência é denominada **elétrica**.

A relação entre potência e velocidade



Editoria de arte/Setup

Suponha um automóvel que percorre uma estrada retilínea num deslocamento igual a **d**. Admita que a força F que o motor do automóvel desenvolve para realizar esse deslocamento seja constante.

A **potência média** P_{ot_m} desenvolvida pelo carro no deslocamento é dada por:

$$P_{ot_m} = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot_m} = \frac{Fd \cdot \cos \alpha}{\Delta t}$$

Como a força $\vec{F}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do deslocamento, temos $\alpha = 0°$. Logo:

$$P_{ot_m} = \frac{Fd \cdot \cos 0°}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot_m} = \frac{Fd \cdot 1}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot_m} = \frac{Fd}{\Delta t}$$

A razão $\frac{d}{\Delta t}$ é o valor da velocidade média v_m do automóvel nesse trecho. Assim, obtemos:

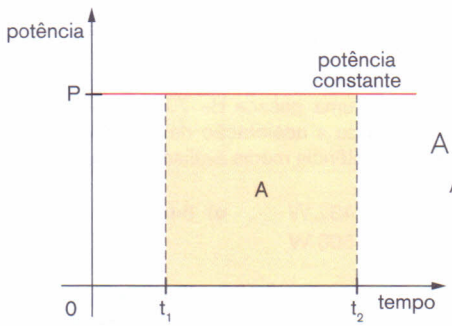
$$P_{ot_m} = Fv_m$$

Fazendo o intervalo de tempo tender a zero ($\Delta t \to 0$), a velocidade média do automóvel fica igual à velocidade instantânea. Assim, obtemos a potência do carro chamada **potência instantânea P_{ot_i}**:

$$P_{ot_i} = Fv$$

Alguns meios de transporte como automóveis, navios, aviões e foguetes podem movimentar-se com velocidade constante. Isso significa que as forças que seus motores desenvolvem para realizar o deslocamento teria a mesma intensidade das forças de resistência, isto é, $F = F_{resistência}$.

Se a potência for constante em função do tempo, num gráfico da potência pelo tempo a área destacada *A* é numericamente igual ao trabalho realizado no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.



$$A = P(t_2 - t_1)$$
$$A = P \cdot \Delta t$$
$$A = \tau$$

Aplicações

1 Costuma-se medir a potência de um carro pela velocidade máxima que ele é capaz de atingir em 10 segundos de movimento, em linha reta, a partir do repouso. Para certo carro, essa velocidade máxima é de 108 km/h. Nessa situação:

a) qual o valor dessa velocidade máxima, em metros por segundo?
b) calcule a aceleração média do carro nesse trecho, em metros por segundo ao quadrado.
c) sabendo que a massa do carro é de 1 000 kg, aproximadamente, calcule a potência média (em watt) que ele desenvolve nesse trecho, desprezando-se os atritos.
d) qual a potência do carro no instante 10 s?

Resolução:

a) $v = 108\ km/h = \frac{108}{3,6}\ m/s = 30\ m/s$

b) $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{10} \Rightarrow a_m = 3\ m/s^2$

c) Força média que o carro desenvolve: $F = ma = 1\,000 \cdot 3 \Rightarrow F = 3\,000\ N$

Deslocamento nesse trecho: $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 30^2 = 0^2 + 2 \cdot 3 \cdot d \Rightarrow d = 150\ m$

Trabalho da força $\vec{F}$: $\tau = F \cdot d = 3\,000 \cdot 150 \Rightarrow \tau = 4,5 \cdot 10^5\ J$

A potência média é dada por: $P_{ot} = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{4,5 \cdot 10^5}{10} \Rightarrow P_{ot} = 4,5 \cdot 10^4\ W$

d) $P_{ot} = Fv = 3\,000 \cdot 30 \Rightarrow P_{ot} = 9 \cdot 10^4\ W$

2 Uma máquina *A* eleva verticalmente um corpo com 1 kg de massa a 12 m de altura, em 4 s, com velocidade constante. Outra máquina *B* puxa, em uma superfície horizontal lisa, um corpo com massa igual a 2 kg, inicialmente em repouso, até a velocidade de 8 m/s, em 2 s. (Considere $g = 10\ m/s^2$.)

a) Qual o trabalho total realizado pelas máquinas *A* e *B*?
b) Qual a potência média desenvolvida pela máquina *A*? E pela máquina *B*?
c) Se as máquinas tivessem de realizar um mesmo trabalho, qual delas o faria num intervalo de tempo menor?

Resolução:

a) A força exercida pela máquina A é igual ao peso do corpo, pois ele sobe com velocidade constante.

$F = P \Rightarrow F = mg \Rightarrow F = 1 \cdot 10 \Rightarrow F = 10\ N$

O trabalho é dado por:

$\tau = Fh \Rightarrow \tau = 10 \cdot 12 \Rightarrow \tau = 120\ J$

Para a máquina B:

$v = v_0 + at \Rightarrow 8 = 0 + a \cdot 2 \Rightarrow a = 4\ m/s^2$

$F = ma \Rightarrow F = 2 \cdot 4 \Rightarrow F = 8\ N$

$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow 8^2 = 0^2 + 2 \cdot 4s \Rightarrow d = 8\ m$

$\tau = Fd \Rightarrow \tau = 8 \cdot 8 \Rightarrow \tau = 64\ J$

b) As potências de cada máquina são obtidas pela definição:

$P_{ot_A} = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{120}{4} \Rightarrow P_{ot_A} = 30\ W$ $\quad P_{ot_B} = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{64}{2} \Rightarrow P_{ot_B} = 32\ W$

c) A máquina B, pois é mais potente.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(Vunesp-SP)* O teste Margaria de corrida em escada é um meio rápido de medida de potência anaeróbica de uma pessoa. Consiste em fazê-la subir uma escada de dois em dois degraus, cada um com 18 cm de altura, partindo com velocidade máxima e constante de uma distância de alguns metros da escada. Quando pisa no 8º degrau, a pessoa aciona um cronômetro, que se desliga quando pisa no 12º degrau. Se o intervalo de tempo registrado para uma pessoa de 70 kg foi de 2,8 s e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², a potência média avaliada por este método foi de:

a) 180 W
b) 220 W
c) 432 W
d) 500 W
e) 644 W

2 *(Unir-MT)* Ultimamente os meios de comunicação têm ressaltado a importância da economia de energia elétrica, tendo em vista a escassez de chuvas nas regiões Sudeste e Centro-Oeste. Sabendo que a potência da usina hidrelétrica de Itaipu é de 12 milhões de quilowatts, durante quanto tempo esta usina deve operar para gerar 240 bilhões de joules de energia elétrica?

a) 100 segundos.
b) 200 segundos.
c) 10 segundos.
d) 20 segundos.
e) 2 segundos.

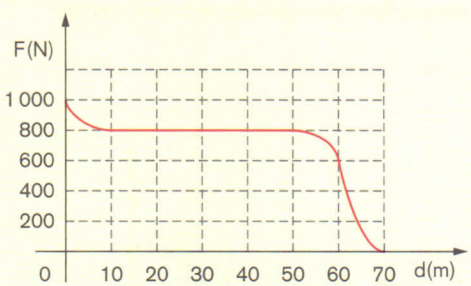
3 *(UFPE)* Um elevador é puxado para cima por cabos de aço com velocidade constante de 0,5 m/s. A potência mecânica transmitida pelos cabos é de 23 kW. Qual a força exercida pelos cabos?

a) $5{,}7 \cdot 10^4$ N
b) $4{,}6 \cdot 10^4$ N
c) $3{,}2 \cdot 10^4$ N
d) $1{,}5 \cdot 10^4$ N
e) $1{,}2 \cdot 10^4$ N

4 *(UFMA)* Uma bomba-d'água de potência P_1 enche um reservatório em uma hora. Para preencher o mesmo reservatório, na metade desse tempo (30 minutos), precisa-se de uma bomba-d'água com potência P_2 igual a:

a) P_1^2
b) P_1
c) $\frac{P_1}{2}$
d) $2P_1$
e) $\frac{P_1^2}{4}$

5 *(Unicamp-SP)* A tração animal pode ter sido a primeira fonte externa de energia usada pelo homem e representa um aspecto marcante da sua relação com os animais.



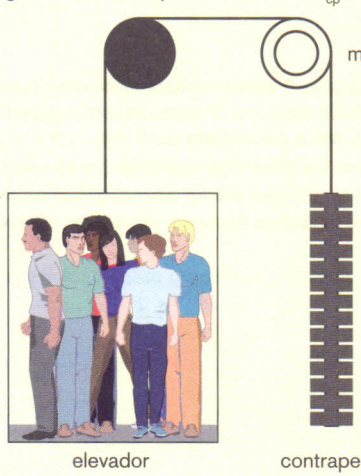
a) O gráfico anterior mostra a força de tração exercida por um cavalo como função do deslocamento de uma carroça. O trabalho realizado pela força é dado pela área sob a curva F × d. Calcule o trabalho realizado pela força de tração do cavalo na região em que ela é constante.

b) No sistema internacional, a unidade de potência é o watt (W) = 1 J/s. O uso de tração animal era tão difundido no passado que James Watt, aprimorador da máquina a vapor, definiu uma unidade de potência tomando os cavalos como referência. O cavalo-vapor (CV), definido a partir da ideia de Watt, vale aproximadamente 740 W. Suponha que um cavalo, transportando uma pessoa ao longo do dia, realize um trabalho total de 444 000 J. Sabendo que o motor de uma moto, operando na potência máxima, executa esse mesmo trabalho em 40 s, calcule a potência máxima do motor da moto em CV.

6 *(UFPE)* O valor típico do consumo de oxigênio de um atleta jogando basquetebol é 2,4 litros/min. Ao ser usado pelo metabolismo, o oxigênio libera cerca de 20 000 J/litro. Determine, em unidades de 10 W, o valor da potência exigida do atleta ao praticar esse esporte.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

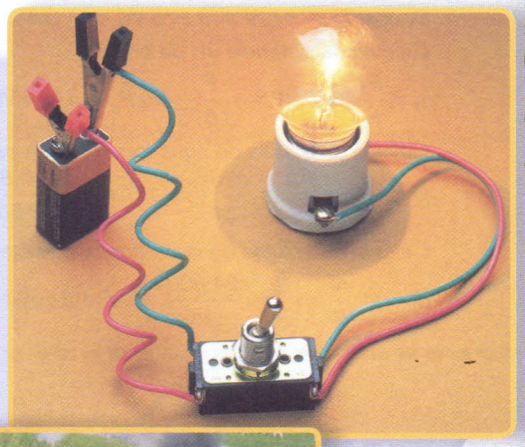
7 *(UFPE)* Um elevador de massas m_e = 200 kg tem capacidade máxima para 6 pessoas, cada uma com massa m_p = 70 kg. Como forma de economizar energia há um contrapeso de massa m_{cp} = 220 kg.



Calcule a potência mínima que o motor deve desenvolver para fazer com que o elevador possa subir com a carga máxima e velocidade constante v = 0,5 m/s. Expresse o resultado em kW. Considere g = 10 m/s².

5. Rendimento

Uma máquina é um dispositivo mecânico utilizado para executar uma tarefa de modo mais rápido ou mais conveniente. A maioria das máquinas é desenvolvida para transformar energia.



Sérgio Dotta Jr./The Next

Uma pilha transforma energia química em energia elétrica.

Manoel Novaes

Um gerador transforma energia mecânica em energia térmica. Turbinas da usina hidrelétrica de Euclides da Cunha, SP.

Corel Stock Photo

Uma locomotiva a vapor transforma calor (energia calorífica) em energia mecânica.

Devemos observar, porém, que um dispositivo mecânico normalmente é desenvolvido para multiplicar força, embora ele não multiplique potência. Isso significa que a potência fornecida por uma máquina não pode ser maior que a potência nela aplicada, pois durante o seu funcionamento há dissipação de energia devido ao atrito.

Por exemplo, para o trem elétrico funcionar, devemos fornecer a ele potência elétrica ou **potência total P_t**. Por outro lado, o trem desenvolve uma **potência útil P_u**, que provoca o seu deslocamento, que é a potência realmente utilizada no seu deslocamento.

A potência útil é sempre menor que a potência total, pois uma parte da potência total é perdida para vencer as resistências passivas, representadas principalmente pelo atrito. A parcela da potência total que é perdida (gasta sem aproveitamento) é denominada **potência dissipada P_d** ou **potência perdida**.

A relação entre essas grandezas é dada por:

$$P_t = P_u + P_d$$

Para qualificar uma máquina quanto à sua eficiência, definimos a grandeza **rendimento**, indicado pela letra grega **eta** η, como o quociente entre a potência útil e a potência total recebida.

$$\eta = \frac{P_u}{P_t}$$

Como o rendimento é o quociente entre duas grandezas de mesma unidade, ele é adimensional, isto é, não tem unidade e pode ser expresso em porcentagem.

Pense e Responda

- O rendimento de uma máquina pode ser maior que 1?

Aplicação

Uma bomba é acionada por um motor de 5 CV, e o seu rendimento é de 48%. A bomba leva água para um reservatório situado a 27 m acima do solo. Dados $g = 9{,}8\ m/s^2$ e $d_{H_2O} = 1\ kg/L$, determine o volume de água bombeado em 1 hora.

Resolução:

Dados: $P_t = 5\ CV = 3\,675\ W$; $\eta = 0{,}48$; $h = 27\ m$; $g = 9{,}8\ m/s^2$; $d_{H_2O} = 1\ kg/L$ e $\Delta t = 1\ h = 3\,600\ s$

Cálculo da potência útil da bomba:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} \Rightarrow 0{,}48 = \frac{P_u}{3\,675} \Rightarrow P_u = 1\,764\ W$$

Cálculo da massa de água transportada em 1 hora:

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{Ph}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow 1764 = \frac{m \cdot 9{,}8 \cdot 27}{3\,600} \Rightarrow m = 24\,000\ kg$$

Cálculo do volume de água bombeada em 1 hora:

$$d_{H_2O} = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{24\,000}{V} \Rightarrow V = 24\,000\ \ell$$

Atividades

1 Uma máquina recebe a potência de 60 kW e, durante seu funcionamento, é dissipada uma potência de 20 kW. Qual é o rendimento dessa máquina?

2 *(PUC-PR)* Uma escada rolante transporta uma pessoa de 80 kg de um piso *A* até um piso *B* (mais alto) em 20 segundos. A escada tem 10 metros de comprimento, 30 degraus e faz um ângulo de 30° com o piso horizontal. A potência útil desenvolvida pelo motor para elevar a pessoa é de: (dados sen 30° = = 0,5; $g = 10\ m/s^2$)

a) 200 watts
b) 300 watts
c) 400 watts
d) 600 watts
e) 800 watts

3 *(Mack-SP)* Um motor de potência 375 W é utilizado para elevar verticalmente, com velocidade constante, a uma altura de 15 m, uma carga de peso 400 N, em 20 s. O rendimento desse motor é:

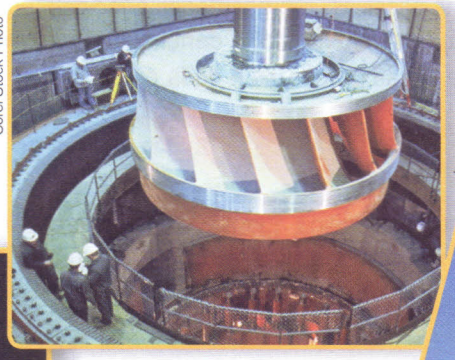
a) 50%
b) 60%
c) 70%
d) 80%
e) 90%

4 Uma locomotiva se movimenta com velocidade de 144 km/h, num trecho retilíneo e horizontal de uma ferrovia. A potência elétrica recebida pelo locomotiva é de 10 000 kW e o seu rendimento é de 80%. Determine:

a) a potência desenvolvida;
b) a potência dissipada;
c) a força desenvolvida .

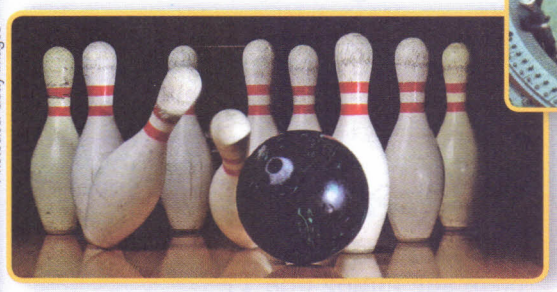
6. Energia cinética

A água que corre, o vento que sopra, uma bola de boliche lançada por uma pessoa, um corpo que cai, a bala que sai do cano de uma arma, um carro em movimento... Todos esses fenômenos têm energia, pois podem produzir trabalho quando encontram algum obstáculo.



Corel Stock Photo

A água corrente aciona uma turbina.



Photodisc/Getty Images

A bola derruba os pinos ao chocar-se com eles.

Juca Martins/Olhar Imagem

O corpo que cai faz a estaca penetrar no solo.

Verificamos, pelos exemplos dados, que se empurrarmos um corpo podemos colocá-lo em movimento. Se ele já estiver em movimento, será capaz de realizar trabalho. A energia devida ao movimento é chamada **energia cinética**. A palavra "cinética" tem origem no grego *kinetikós* e significa "que produz movimento".

A energia cinética de um corpo resulta de uma transferência de energia do sistema para o corpo que ganha (ou tem alterado) movimento. De maneira contrária, a energia cinética de um corpo é o trabalho que este é capaz de realizar sobre o sistema, em detrimento de seu estado de movimento. Por meio desse raciocínio, vemos que há uma relação de equivalência entre trabalho e energia (neste caso, energia cinética).

No exemplo da bola de boliche, o trabalho da força muscular realizado pelo jogador transfere à bola a energia que a coloca em movimento. A bola em movimento colide com os pinos e os empurra, realizando trabalho sobre eles.

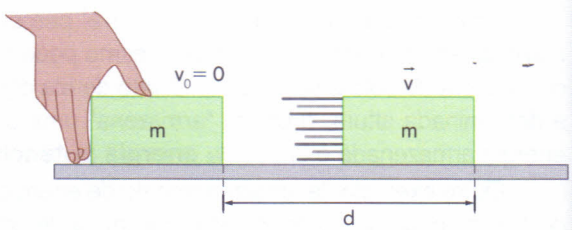
Para calcular o valor dessa energia, considere um corpo de massa **m** em repouso sobre um plano horizontal liso que, sob a ação da força resultante $\vec{F}$ constante, adquire velocidade $\vec{v}$ após um deslocamento **d**.

O trabalho realizado pela força aplicada pela pessoa neste deslocamento é transferido para o corpo sob a forma de energia cinética e é dado por:

$\tau = Fd \Rightarrow \tau = mad \qquad (1)$

Utilizando a equação de Torricelli:

$v^2 = 0 + 2ad \Rightarrow v^2 = 2ad \Rightarrow d = \dfrac{v^2}{2a} \qquad (2)$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Substituindo (2) em (1), teremos a fórmula para a energia cinética E_c:

$$\tau = ma \cdot \frac{v^2}{2a} \Rightarrow \tau = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

A unidade de energia cinética é a mesma de trabalho, isto é, o **joule** (**J**). Como a energia cinética de um corpo está associada ao seu movimento, ela é uma grandeza relativa, isto é, depende do referencial. Assim, a energia cinética de um passageiro, dentro de um ônibus, é nula em relação ao ônibus, mas não é nula em relação a um carro parado na rua, enquanto o ônibus continuar em movimento.

Aplicação

Num certo instante, o velocímetro de um automóvel registra 90 km/h. Sabendo que a massa do automóvel é 1 000 kg, determine sua energia cinética nesse instante.

Resolução:

A velocidade do automóvel em metros por segundo é igual a:

$$90 \text{ km/h} = \frac{90}{3{,}6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$$

Se a massa do automóvel é m = 1 000 kg, sua energia cinética é igual a:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}1\,000 \cdot 25^2 \Rightarrow E_c = 3{,}125 \cdot 10^5 \text{ J}$$

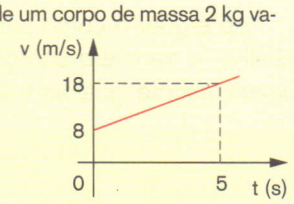
Portanto, a energia cinética do automóvel é igual a $3{,}125 \cdot 10^5$ J.

Atividades

1 Qual é a energia cinética de uma bola de tênis de massa 0,060 kg num saque a 144 km/h?

2 A função horária da velocidade de uma partícula de massa 400 g é dada por v = 3 + 2t (no SI). Qual é a energia cinética dessa partícula no instante t = 6 s?

3 A velocidade escalar de um corpo de massa 2 kg varia com o tempo de acordo com o gráfico. Qual é a energia cinética do corpo no instante t = 1 s?



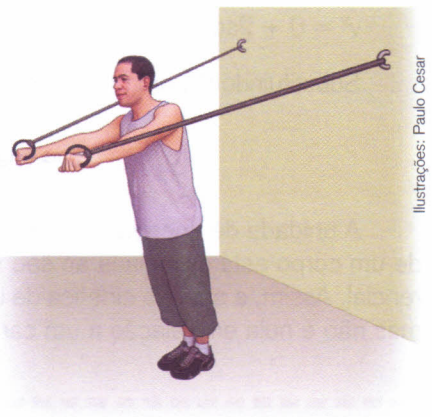
7. Energia potencial

Um bate-estaca é um equipamento usado em construções para fincar os alicerces dos prédios no solo. Seu funcionamento consiste em elevar um bloco de ferro até certa altura e sucessivamente soltá-lo sobre a estaca que, ao receber o impacto, é enterrada mais profundamente a cada batida.

Analisando esse aparelho, é possível perceber que por meio do campo gravitacional pode-se armazenar energia nos corpos. Você mesmo pode constatar esse fato segurando uma borracha na mão a certa altura do solo e soltando-a. O fato de ela cair, como faz o bate-estaca, evidencia que, ao ser posto a determinada altura, o objeto "armazena" uma energia, que é liberada ao iniciar seu movimento. Essa energia armazenada é chamada **energia potencial gravitacional**.

Outro exemplo de armazenamento de energia ocorre quando tracionamos ou comprimimos uma mola de um aparelho de ginástica, na academia. Nesse caso, a mola armazena **energia potencial elástica**. Quanto mais comprimida ou distendida estiver a mola, maior será sua energia potencial elástica e maior o esforço necessário para mantê-la nessa condição; ou seja, maior o trabalho realizado.

A energia química da gasolina, do álcool, das baterias elétricas e dos alimentos que ingerimos também são formas de energia armazenada, isto é, de **energia potencial**.



Ilustrações: Paulo Cesar

Energia potencial gravitacional

Para obter a sentença matemática da energia potencial gravitacional, consideremos um corpo de massa **m** sendo erguido do ponto *A*, na superfície da Terra, ao ponto *B*, num local onde a aceleração da gravidade é constante e igual a **g**.

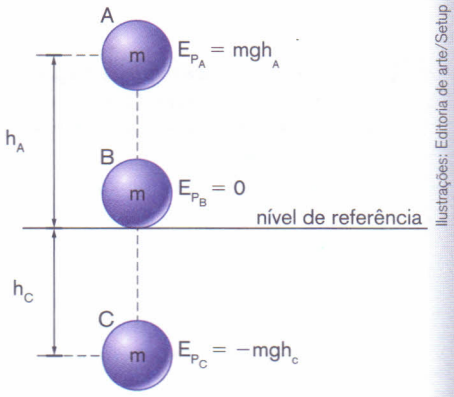
Ao erguer o corpo para colocá-lo na posição *B*, a pessoa exerce uma força motriz, realizando um trabalho, e transfere energia para o corpo na forma de energia potencial gravitacional. Essa energia é numericamente igual ao trabalho no deslocamento AB.

$$E_p = \tau \Rightarrow E_p = Ph \Rightarrow E_p = mgh$$

A energia armazenada pelo corpo é chamada **energia potencial gravitacional E_p**, pois se origina da interação gravitacional entre a Terra e o corpo.

A energia potencial gravitacional depende da altura que o corpo está em relação a um nível de referência. Neste exemplo, considerou-se como nível a superfície da Terra, à qual se costuma atribuir energia potencial zero. Essa escolha é arbitrária. Como a energia potencial gravitacional é função da posição, ela pode ser positiva, negativa ou nula.

A energia potencial gravitacional não depende da maneira como o corpo atinge determinada altura ou do tipo de trajetória.

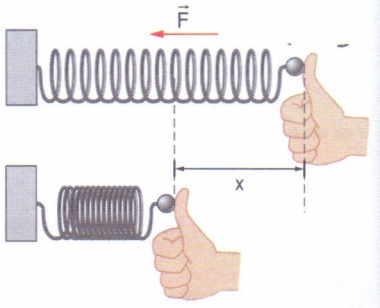


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Energia potencial elástica

Para obter a sentença matemática da energia potencial elástica, consideremos uma mola de constante elástica **k** comprimida por uma força $\vec{F}$ que produz uma deformação **x**.

O trabalho realizado pela força **F**, exercida pela pessoa na deformação **x**, corresponde à energia mecânica transferida por ela e que fica armazenada na mola sob a forma de energia potencial elástica.



$$\tau_{\text{agente externo}} = E_{Pel} \Rightarrow E_{Pel} = \frac{kx^2}{2}$$

Saiba mais sobre...

SALTO COM VARA

As varas de fibra de vidro revolucionaram o salto com vara no início dos anos 1960. Nos primórdios do esporte, as varas eram de bambu. As varas de aço e alumínio tornaram-se populares nos anos 1950. Nada, porém, foi capaz de superar as varas de fibra de vidro; desde que foram introduzidas, o salto recorde aumentou rapidamente de 4,8 metros para mais de 5,8 metros. Alguns dizem que o recorde vai passar com folga de 6,0 metros. Por que a vara de fibra de vidro foi tão importante para o aumento do recorde?

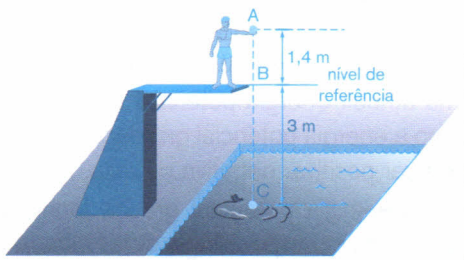
A vara de fibra de vidro é muito mais flexível que as antigas varas de bambu, aço e alumínio. Essa flexibilidade confere duas vantagens ao saltador. O atleta pode converter de forma mais eficiente a energia cinética da corrida em energia potencial da vara enquanto ela se curva. (Essa energia armazenada vem da corrida, e não do esforço muscular do atleta para encurvar a vara.)

Até aqui, nenhuma surpresa. O que não é tão óbvio é que a flexibilidade da vara retarda a conversão da energia potencial elástica de volta em energia cinética do atleta no momento da subida. Esse retardo permite ao atleta reposicionar o corpo de modo que o ganho de energia com o endireitamento da vara provoca um movimento para cima, e não para a frente.

Jearl Walker. *O circo voador da Física*. Rio de Janeiro: LTC, 2008. p. 12.

Aplicações

1 Um corpo com massa igual a 1 kg é abandonado do ponto *A* indicado na figura. Considere g = 10 m/s². Qual a energia potencial do corpo, em relação ao nível de referência, quando ele estiver no ponto *A* e quando estiver nos pontos *B* e *C*?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Medindo as alturas a partir do nível de referência, temos:

$h_A = 1{,}4\ m;\ h_B = 0\ e\ h_C = -3\ m$

Assim, a energia potencial gravitacional nos pontos A, B e C são iguais a:

$E_{P_A} = mgh_A = 1 \cdot 10 \cdot 1{,}4 \Rightarrow E_{P_A} = 14\ J$

$E_{P_B} = mgh_B = 1 \cdot 10 \cdot 0 \Rightarrow E_{P_B} = 0$

$E_{P_C} = mgh_C = 1 \cdot 10 \cdot (-3) \Rightarrow E_{P_C} = -30\ J$

2 Determine a energia potencial elástica armazenada numa mola de constante elástica k = 500 N/m, quando ela é comprimida de 40 cm.

Resolução:

Dados: k = 500 N/m e x = 40 cm = 0,4 m.

$$E_{P_{elástica}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{500 \cdot (0{,}4)^2}{2} \Rightarrow E_{P_{elástica}} = 40\ J$$

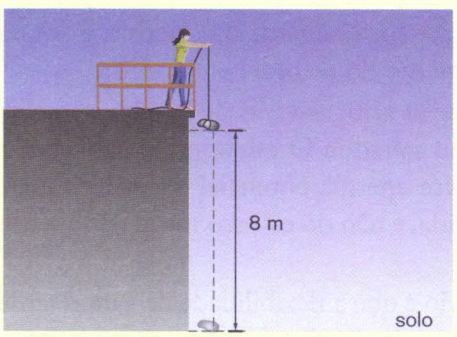
A energia potencial elástica armazenada na mola é igual a 40 J.

Atividades

1 *(UEPA)* Durante a procissão do Círio de Nossa Senhora de Nazaré, os romeiros sobem uma ladeira, com um desnível de 4 m de altura, no início da Av. Presidente Vargas. Considere um romeiro de 80 kg subindo a ladeira com velocidade constante. Ao subir, ele realiza uma certa quantidade de trabalho. Se o romeiro comer barras de cereais, cada uma capaz de fornecer 800 J de energia para seu corpo, quantas barras ele deve ingerir para repor exatamente a energia gasta para realizar o trabalho na subida? (Considere g = 10 m/s².)

a) 2 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 8 **e)** 10

2 Uma garota ergue verticalmente uma pedra de 200 N, a uma velocidade constante de 2 m/s, até uma altura de 8 m em relação ao solo. (Considere g = 10 m/s².)

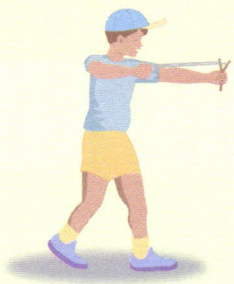


a) Qual o valor da força realizada pela garota?

b) Qual o trabalho realizado pela garota? O que ocorre com esse trabalho?

c) Calcule a energia potencial da pedra em relação ao solo.

3 Um garoto atira pedras com um estilingue, conforme indica a figura.



a) Qual a forma de energia armazenada pela borracha? Quem lhe transfere essa energia?

b) Que forma de energia adquire a pedra após o garoto soltar a borracha? Quem lhe transfere essa energia?

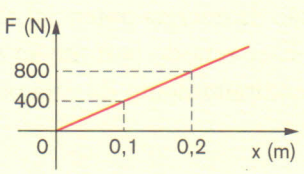
4 Uma garota com 50 kg de massa está no alto de uma escada de 40 degraus, dos quais cada um tem altura de 25 cm. A aceleração da gravidade no local é 10 m/s². Calcule a energia potencial da garota em relação:

a) ao solo;

b) ao 10º degrau.

5 Uma mola não deformada tem comprimento de 20 cm e constante elástica de 50 N/m. Determine a energia potencial armazenada pela mola quando comprimida de 30 cm para 19 cm.

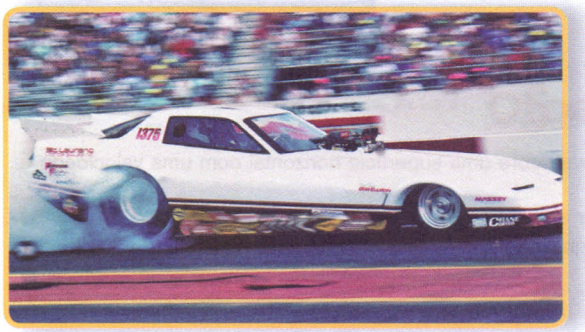
6 O gráfico representa a intensidade **F** de uma força elástica em função da deformação **x** de uma mola. Calcule a energia potencial elástica da mola quando x = 0,5 cm.



8. O teorema trabalho-energia

Ao se analisar a arrancada ou a freada de um automóvel, o movimento de uma criança num balanço, o funcionamento de um bate-estaca ou qualquer outra situação em que haja variação da velocidade de um corpo, podemos estabelecer uma relação entre a força aplicada e a variação de energia cinética a que fica submetido cada um desses corpos.

Corel Stock Photo



Photodisc/Getty Images

Por exemplo, se uma pessoa empurra uma caixa que está no chão, mas esta não se movimenta, nenhum trabalho está sendo realizado pela pessoa sobre a caixa, pois não há variação de sua energia cinética.

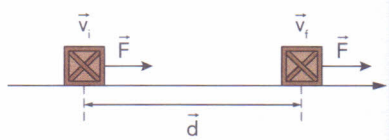
Se a pessoa aumentar a força e a caixa se movimentar, então está sendo realizado trabalho sobre a caixa e há variação de sua energia cinética.

Generalizando essa situação, pode-se demonstrar que o trabalho da força resultante é igual à variação da energia cinética, ou seja, o trabalho total sobre a caixa é igual à energia cinética adquirida por ela.

Ilustrações: Paulo Cesar

$$\tau_{F_R} = \Delta E_c$$

Este é o **teorema da energia cinética**. Vamos demonstrar matematicamente esse teorema para o caso particular de uma força resultante que age sobre um corpo numa trajetória retilínea. Para isso, considere um corpo de massa **m**, movendo-se sobre uma linha reta, sob a ação de uma força resultante e constante $\vec{F}$, ao longo da reta.



Editoria de arte/Setup

Essa força resultante ocasionará no corpo uma aceleração constante $\vec{a}$. Supondo que a velocidade inicial do corpo seja $\vec{v}_i$ e a velocidade final seja $\vec{v}_f$, num deslocamento $\vec{d}$, temos:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \Rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$$

Utilizando a 2ª lei de Newton:

$$F = ma \Rightarrow F = m\,\frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Os termos da última expressão representam, respectivamente, o trabalho da força $\vec{F}$ (suposta força resultante) e as parcelas da energia cinética no final e início do movimento.

$$\tau = \frac{1}{2}\,mv_f^2 - \frac{1}{2}\,mv_i^2 \qquad \text{ou} \qquad \tau = E_{c_f} - E_{c_i} = \Delta E_c$$

O trabalho realizado pela força resultante que atua sobre um corpo é igual à variação da energia cinética desse corpo.

Pense e Responda

• Um caminhão e um carro movem-se com a mesma energia cinética. Qual dos dois percorrerá a maior distância até parar, se ambos são freados por forças de mesma intensidade?

Delfim Martins/Pulsar

Aplicação

Considere um bloco de massa igual a 10 kg que se move sobre uma superfície horizontal com uma velocidade inicial de 10 m/s.

a) Qual o trabalho realizado pela força de atrito para levar o corpo ao repouso?

b) Supondo-se que o coeficiente de atrito seja $\mu = 0{,}1$, qual o tempo necessário para que a velocidade do bloco seja reduzida à metade do seu valor inicial?

Resolução:

a) Isolando as forças sobre o bloco:

Como o bloco não se movimenta na vertical, temos $N = P$. Logo, a força resultante que age sobre o bloco é a força de atrito, cujo trabalho é dado por:

$$\tau = E_{c_f} - E_{c_i} \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow \tau = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^2 \Rightarrow \tau = -500\ J$$

O trabalho é resistente e igual a 500 J.

b) A força de atrito é dada por:

$$F_{at} = \mu N \Rightarrow F_{at} = \mu P \Rightarrow F_{at} = \mu mg \Rightarrow F_{at} = 0{,}1 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow F_{at} = 10\ N$$

Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$-F_{at} = ma \Rightarrow -10 = 10a \Rightarrow a = -1\ m/s^2$$

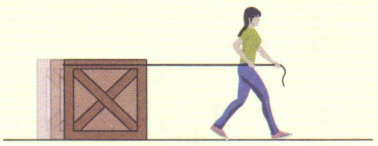
Quando a velocidade se reduz à metade do valor inicial $\left(v = \frac{10}{2} = 5\ m/s\right)$:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 5 = 10 - 1t \Rightarrow t = 5\ s$$

Atividades

1 Uma garota puxa uma caixa de massa 10 kg ao longo de 8 m de uma superfície horizontal, onde o atrito é desprezível.

A força exercida pela garota é horizontal, tem intensidade 120 N, e a caixa está inicialmente em repouso.

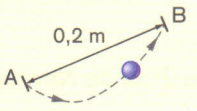


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Determine o trabalho realizado pela garota. O que é feito desse trabalho?

b) Calcule a energia cinética final da caixa. Compare esse valor com o trabalho realizado pela pessoa.

2 *(UFPE)* Uma partícula, sob a ação de duas forças conservativas e constantes, se move do ponto *A* ao *B* seguindo a trajetória indicada por uma linha tracejada, na figura. Quando a partícula vai de *A* até *B*, a sua energia cinética aumenta de uma quantidade $\Delta E_C = 14$ J. A distância entre os pontos *A* e *B* é $d = 0{,}2$ m. Calcule o módulo da componente, da força resultante, ao longo do segmento AB, em newtons.



3 *(UFG-GO)* Uma partícula de massa 2,0 kg move-se em trajetória retilínea passando respectivamente pelos pontos *A* e *B*, distantes 3,0 m, sob a ação de uma força conservativa constante. No intervalo AB, a partícula ganhou 36 J de energia potencial, logo, a:

a) aceleração da partícula é 12 m/s².

b) energia cinética no ponto *A* é nula.

c) força realizou um trabalho igual a 36 J.

d) energia cinética em *B* é maior do que em *A*.

e) força atuou na partícula no sentido de *B* para *A*.

9. Energia mecânica

Durante a queda de uma pessoa que realiza um salto de *bungee-jump*, em geral, podemos considerar que o sistema constituído pela pessoa mais a corda elástica possui três tipos de energia:

- **cinética**: o sistema possui velocidade de queda;
- **potencial gravitacional**: o sistema está a certa altura do solo, considerado como nível de referência;
- **potencial elástica**: a corda elástica está alongada.

A soma desses três tipos de energia é denominada **energia mecânica E_m** do sistema.

$$E_m = E_c + E_P$$

Na fórmula acima, a parcela E_p inclui a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica.

10. Princípio da conservação da energia

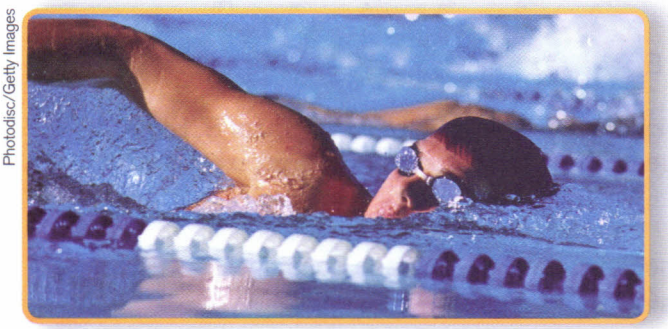
Todo movimento ou atividade é realizado por meio da transformação de um tipo de energia em outro(s), isto é, da transformação energética (nem há criação nem destruição de energia). Vejamos alguns exemplos.

Para uma pessoa correr, nadar, levantar peso, sua energia é transformada em calor e movimento. Essa energia provém dos alimentos ingeridos. Quando uma pessoa ou animal se alimenta de vegetais verdes, por exemplo, cuja energia é obtida por meio do processo conhecido como fotossíntese, essa energia fica armazenada nas células da pessoa ou animal, permitindo a realização de atividades musculares.

Nas usinas hidrelétricas, a energia potencial da água transforma-se em energia cinética e movimenta turbinas acopladas a geradores elétricos. Nas usinas termoelétricas, a energia necessária para aquecer a água provém de combustíveis derivados do petróleo ou carvão. Nas usinas nucleares, utiliza-se o urânio como combustível. A finalidade dessas usinas é transformar essas energias (potencial gravitacional, potencial química ou potencial nuclear, respectivamente) em energia elétrica, que terá outras formas nas residências, nos hospitais e nas indústrias. Um liquidificador a transformará em energia cinética; uma lâmpada, em energia térmica e luminosa; um rádio, em energia sonora etc.

A principal fonte de energia que utilizamos é a energia solar. A radiação solar é responsável pela produção dos alimentos vegetais, do carvão, do petróleo, da evaporação, dos ventos etc.

Photodisc/Getty Images



A energia dos alimentos que comemos é transformada em calor e energia química, que movimenta nossos músculos quando nadamos, por exemplo.

Corel Stock Photo

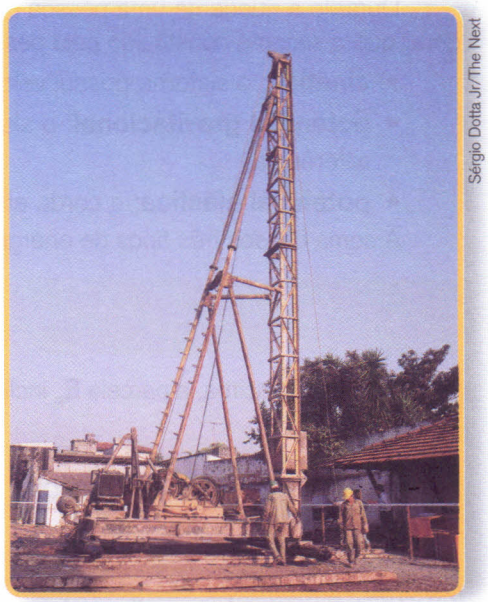
O Sol é fundamental no cultivo de flores.

A energia do Sol e de outras estrelas é devida a reações exotérmicas de fusão nuclear. Assim, podemos enunciar o princípio da conservação da energia:

> A energia não se cria e não se destrói, mas apenas se transforma de um tipo em outro, em quantidades iguais.

11. Conservação da energia mecânica

Num bate-estaca, a energia potencial do bloco ao cair é transformada em energia cinética. Entretanto, quando ocorre a colisão do bloco com a estaca, a energia cinética não se transforma integralmente em energia potencial do sistema. Nesse caso, ocorre deformação permanente do chão ao ser penetrado pela estaca, e as superfícies que se chocam sofrem aquecimento, além dos ruídos produzidos no instante do choque.

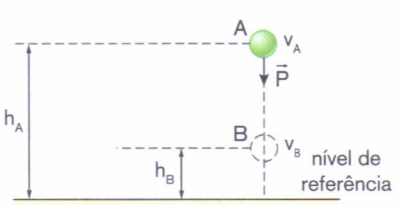


Sérgio Dotta Jr/The Next

Na transformação, a variação da energia potencial gravitacional e a variação da energia cinética não são iguais. A energia cinética do bloco que caiu transformou-se em energia sonora, energia térmica e em deformação do solo e da estaca; portanto, não ocorreu conservação da energia mecânica do sistema.

Do mesmo modo, quando um garoto desce por um tobogã, no final da descida não ocorre conservação da energia mecânica. Uma parte da energia potencial gravitacional se transforma em calor e outra parte em energia cinética. A parte correspondente à energia térmica se deve ao atrito entre o tobogã e o garoto e é dissipada em forma de calor.

Se desprezarmos as forças devidas ao atrito, a conservação da energia mecânica se torna possível. Nesse caso, dizemos que o sistema é conservativo, isto é, a variação de energia cinética deve-se apenas ao trabalho realizado por forças conservativas.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Por exemplo, um corpo em queda livre, no vácuo, está sujeito à ação da força peso, que é uma força conservativa.

Desse modo, podemos calcular o trabalho da força peso no trecho AB da trajetória em função da variação da energia cinética e da variação da energia potencial do corpo.

$\tau_{AB} = E_{c_B} - E_{c_A}$ ou $\tau_{AB} = E_{P_A} - E_{P_B}$

Como os trabalhos são iguais, temos: $E_{c_B} - E_{c_A} = E_{P_A} - E_{P_B} \Rightarrow E_{c_A} + E_{P_A} = E_{c_B} + E_{P_B}$

$$E_{m_A} = E_{m_B}$$

Portanto, a energia mecânica do corpo em *A* é igual à energia mecânica do corpo em *B*, isto é, a energia mecânica é a mesma nos dois instantes de queda. Do exposto, podemos enunciar o princípio da conservação da energia mecânica:

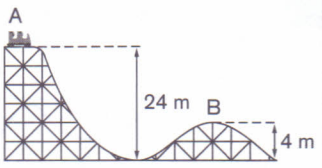
Num sistema conservativo, a energia mecânica total permanece constante, qualquer que seja a transformação do sistema.

Pense e Responda

• O carrinho representado na figura desce a partir do repouso, do ponto *A*, sobre o caminho que apresenta atrito entre as superfícies de contato. A linha horizontal passa pelos pontos *A* e *B*. O carrinho atingirá o ponto *B*?

APLICAÇÕES

1 A figura mostra o perfil de uma montanha-russa de um parque de diversões. O carrinho é levado até o ponto mais alto por uma esteira, atingindo o ponto *A* com velocidade que pode ser considerada nula. A partir desse ponto, inicia seu movimento e, ao passar pelo ponto *B*, sua velocidade é de 10 m/s.



Considerando a massa do conjunto carrinho + passageiros como 400 kg e $g = 10\ m/s^2$, qual é o módulo da energia mecânica dissipada pelo sistema?

Resolução:

Adotando o solo como nível de referência e calculando as energias mecânicas nos pontos A e B, temos:

• *ponto A* ($v_A = 0$ *e* $h_A = 24\ m$)

$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{P_A} \Rightarrow E_{m_A} = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A \Rightarrow E_{m_A} = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0^2 + 400 \cdot 10 \cdot 24 \Rightarrow E_{m_A} = 96\,000\ J$$

• *ponto B* ($v_B = 10\ m/s$ *e* $h_B = 4\ m$)

$$E_{m_B} = E_{c_B} + E_{P_B} \Rightarrow E_{m_B} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow E_{m_B} = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 10^2 + 400 \cdot 10 \cdot 4 \Rightarrow E_{m_B} = 36\,000\ J$$

Note que a energia mecânica no ponto B (energia mecânica final) é menor do que a energia mecânica no ponto A (energia mecânica inicial). A diferença entre essas energias representa a energia mecânica dissipada pelo atrito do carrinho com a pista na forma de calor.

$$E_{m_{dissipada}} = E_{m_{final}} - E_{m_{inicial}} \Rightarrow E_{m_{dissipada}} = 36\,000 - 96\,000\ J \Rightarrow E_{m_{dissipada}} = -60\,000\ J$$

O módulo da energia mecânica dissipada é igual a 60 000 J.

2 A russa Yelena Isimbayeva obteve o recorde mundial de salto com vara na Olimpíada de Pequim, em 2008, quando saltou 5,05 m.

Considerando que, nesse caso, a atleta tenha conseguido transformar toda a sua energia cinética da corrida de impulso para o salto em energia potencial gravitacional ao transpor o obstáculo (sarrafo), calcule a sua velocidade imediatamente antes de fincar a vara no solo para iniciar o salto. (Use $g = 10\ m/s^2$.)

Resolução:

Desprezando o peso da vara e supondo que a massa do atleta seja ***m****, temos.*

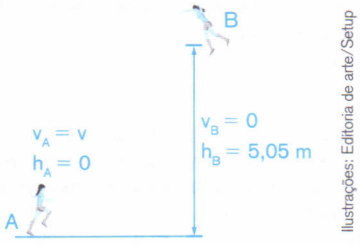
$$E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow E_{c_A} = E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 = gh_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 = 10 \cdot 5{,}05$$

$$v = \sqrt{101} \approx 10{,}05\ m/s$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A velocidade antes de fincar a vara no solo é de aproximadamente 10,05 m/s.

3 Um carrinho de brinquedo, de massa 1 kg, é comprimido contra uma mola e a seguir é abandonado no ponto *A*. A mola faz que o carrinho se movimente ao longo de um trilho sem atrito, conseguindo atingir o ponto *B* do trilho, onde chega com velocidade nula.

Sabendo-se que a constante elástica da mola é 2 000 N/m e $g = 10\ m/s^2$, determine a deformação que o carrinho produziu na mola no ponto *A*.

Resolução:

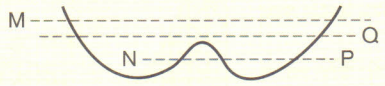
A energia potencial elástica que a mola transfere para o carrinho no ponto A é igual à energia potencial gravitacional do carrinho no ponto B.

$$E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = mgh_B \Rightarrow \frac{2000x^2}{2} = 1 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow x = 0{,}1\ m$$

A deformação da mola é de 0,1 m ou 10 cm.

Atividades

1 *(UFMG)* Observe o perfil de uma montanha-russa representado nesta figura:



Um carrinho é solto do ponto *M*, passa pelos pontos *N* e *P* e só consegue chegar até o ponto *Q*.

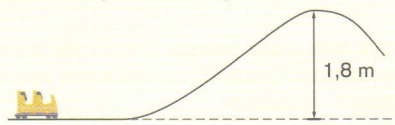
Suponha que a superfície dos trilhos apresenta as mesmas características em toda a sua extensão.

Sejam E_{C_N} e E_{C_P} as energias cinéticas do carrinho, respectivamente, nos pontos *N* e *P*, e E_{T_P} e E_{T_Q} as energias mecânicas totais do carrinho, também respectivamente, nos pontos *P* e *Q*.

Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que:

a) $E_{C_N} = E_{C_P}$ e $E_{T_P} = E_{T_Q}$
b) $E_{C_N} = E_{C_P}$ e $E_{T_P} > E_{T_Q}$
c) $E_{C_N} > E_{C_P}$ e $E_{T_P} = E_{T_Q}$
d) $E_{C_N} > E_{C_P}$ e $E_{T_P} > E_{T_Q}$

2 *(Unit-SE)* Um carrinho de massa **m** desliza por um plano horizontal até chegar a uma elevação de 1,8 m como representa a figura.



Adotando g = 10 m/s², a mínima velocidade do carrinho para que consiga chegar ao topo da elevação é, em m/s:

a) 6,0 c) 4,0 e) 2,0
b) 5,0 d) 3,0

3 *(Univas-MG)* Um objeto, partindo do repouso, cai em queda livre atingindo o solo com velocidade de 72 km/h. Podemos deduzir que a altura de queda do objeto foi de:

a) 15 m c) 25 m e) 35 m
b) 20 m d) 30 m

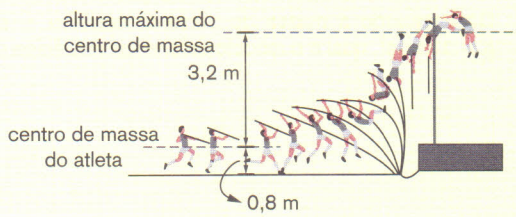
4 *(Furg-RS)* Uma caixa de 2 kg é solta de forma acidental do alto de uma residência que tem 2 m de altura. Considere a aceleração da gravidade de 10 m/s², a energia potencial igual a zero no nível do solo e as seguintes afirmativas:

I. Antes do início da queda da caixa a sua energia cinética era nula.
II. A energia potencial da caixa a 1 m de altura do solo é 20 J.
III. A velocidade da caixa a 1,5 m de altura é $\sqrt{30}$ m/s.

São verdadeiras as afirmativas:

a) Apenas I. c) I e II. e) I, II e III.
b) Apenas II. d) I e III.

5 *(Fuvest-SP)* No "salto com vara", um atleta corre segurando uma vara e, com perícia e treino, consegue projetar seu corpo por cima de uma barra. Para uma estimativa da altura alcançada nesses saltos, é possível considerar que a vara sirva apenas para converter o movimento horizontal do atleta (corrida) em movimento vertical, sem perdas ou acréscimos de energia. Na análise de um desses saltos, foi obtida a sequência de imagens reproduzida. Nesse caso, é possível estimar que a velocidade máxima atingida pelo atleta, antes do salto, foi de, aproximadamente:



(Desconsidere os efeitos do trabalho muscular após o início do salto.)

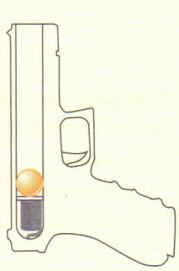
a) 4 m/s c) 7 m/s e) 9 m/s
b) 6 m/s d) 8 m/s

Dê como resposta a soma das alternativas corretas.

6 *(UFMS)* Para melhorar a sustentação de um edifício pelo solo, os engenheiros utilizam uma máquina chamada bate-estacas, que crava, verticalmente no solo, compridas estacas de cimento para construir o edifício sobre elas. A sustentação é melhorada devido às forças de resistências que o solo exerce sobre toda a superfície da estaca. Para cravar as estacas, motores levantam, através de cabos, um grande bloco resistente, sob a ação do campo gravitacional, até uma certa altura acima da extremidade superior da estaca, e soltam-no em queda livre. O bloco colide com a extremidade superior da estaca, fincando-a a uma certa profundidade no solo. Esse movimento é repetido várias vezes, até conseguir a penetração desejada da estaca no solo. Considerando apenas a força que o solo aplica na estaca como dissipativa, é correto afirmar:

01) Enquanto o bloco está subindo, apenas o cabo realiza trabalho sobre o bloco.
02) Após o bloco ser solto, sua velocidade aumenta porque a energia potencial gravitacional é convertida em energia de movimento.
04) Enquanto a estaca está sendo cravada, a força que o solo aplica na estaca é a reação da força peso da estaca.
08) Enquanto a estaca está sendo cravada, a força que a estaca faz no solo é maior que a força que o solo faz na estaca.
16) Enquanto a estaca está sendo cravada, a força peso da estaca não realiza trabalho.
32) A força que a estaca faz no bloco é a reação da força que o bloco faz na estaca.

7 A figura representa uma bolinha de 10 g de massa apoiada sobre a mola de um revólver de brinquedo.



A mola, de constante elástica 30 N/m, é comprimida de 8 cm e está inicialmente travada. Acionando-se o gatilho, a mola é destravada, e a bolinha é lançada verticalmente para cima. Desprezando-se o atrito com o ar e supondo g = 10 m/s², calcule a altura máxima alcançada pela bolinha.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Saiba mais sobre...

FÍSICA NO PARQUE DE DIVERSÕES

Você comprou o ingresso, entrou na fila para a montanha-russa e agora está numa descida a 90 km/h, fazendo curvas inesperadas e voltas que desafiam a morte. Seu coração está na garganta, e seu estômago, em algum lugar perto do seu pé. São dois minutos que parecem uma eternidade. Mas será que você está mesmo em perigo?

Montanha-russa

Um passeio de montanha-russa ilustra a contínua conversão entre as energias potencial e cinética, até a eventual dissipação de toda a energia potencial inicialmente disponível (no topo da primeira colina) em trabalho de atrito (ao longo do caminho e no acionamento dos freios) e, posteriormente, em calor ao ambiente.

A pergunta que não quer calar é: por que não caímos do vagão quando ele vira de ponta-cabeça? Se você respondeu que é devido ao cinto de segurança, errou! Mas não tente andar sem ele, pois pode ser necessário se surgir algum problema. Quando você vira de ponta-cabeça, o vagão está em movimento circular, e sujeito à força centrípeta, que o mantém naquela trajetória circular, e na cadeira, desde que você tenha uma velocidade adequada.

A força centrípeta é a força resultante necessária para manter algo em trajetória circular, em contraposição à tendência natural de se mover em linha reta.

Roda-gigante, chapéu mexicano e carrossel

Corel Stock Photo

A força centrípeta também está presente no movimento da roda-gigante, em que, devido à baixa velocidade angular, os efeitos do movimento circular são minimizados. Merece destaque a variação da energia potencial em função da altura da roda.

Com cerca de 36 metros de altura e pesando 80 toneladas, a Roda Rio 2016 vem da Alemanha e tem 24 gôndolas com capacidade para 144 pessoas. Cada passeio terá duração média de três minutos.

Se você já andou no chapéu mexicano – um carrossel de cordas – pode dizer que quase saiu pela tangente, se não fosse salvo pela força centrípeta. É um brinquedo que apresenta movimento circular e rotular em torno do seu eixo central. Possui raio de 6,4 m, e as cadeiras ficam presas na borda por correntes de aço. O brinquedo atinge velocidade tangencial máxima de 40 km/h, com frequência de 11 rpm.

Elevador

Imageplus

O brinquedo conhecido como elevador é uma torre de queda livre, equivalente à altura de 23 andares, em que as pessoas chegam a atingir velocidade de 90 km/h numa queda de aproximadamente 3 segundos. A atração consta de três etapas: a subida até o topo, a suspensão temporária de 2 segundos e a queda livre. Nessa última, a única força que age durante a queda é a força peso. O brinquedo transforma a energia potencial gravitacional em energia cinética, até que, após 35 metros de queda, o equipamento aplica os freios eletromagnéticos e vai reduzindo a velocidade até parar.

...

Niels Poulsen/Alamy/Otherimages

Carrinho de bate-bate

O carrinho de bate-bate exemplifica a lei da inércia, a lei da ação e reação e as colisões. Cada carro tem em volta de si uma larga faixa de borracha, que prolonga o impacto e difunde a força da colisão para não representar perigo para os ocupantes do carro.

Efeitos no organismo...

Os seres humanos não são sensíveis à velocidade, mas sim às suas variações, ou seja, à aceleração.

Em todos os movimentos realizados pelos brinquedos citados, sentimos os efeitos da aceleração (centrípeta ou gravitacional), o que faz nosso organismo liberar adrenalina, como resposta a situações de grande emoção. Os sintomas característicos da liberação da adrenalina são: suor, vasoconstrição, aumento dos batimentos cardíacos, dilatação das pupilas e dos brônquios (aumento da visão e respiração ofegante), elevação do nível de açúcar no sangue e tontura (sintoma da vertigem fisiológica que ocorre pela falta de costume a determinada situação). O enjoo acontece quando a informação dos nossos olhos não condiz com o movimento percebido pela orelha interna. Todas essas sensações aparecem porque pensamos estar em perigo.

A cada brinquedo, a cada susto, podemos discutir muita Física num parque de diversões.

Mais Atividades

1 *(UFPA)* Um carro de massa m = 600 kg viaja com velocidade v = 72 km/h numa estrada plana e horizontal, quando, de repente, seu motor quebra e o motorista coloca o mesmo em "ponto morto". Desta forma, o carro ainda percorre uma distância de 3 km até parar, pelo efeito combinado da inércia e do atrito. Quais as intensidades da aceleração, em metros por segundo ao quadrado, do coeficiente de atrito, da força resistiva resultante, em newtons, suposta constante, que atua no carro e o faz parar e, ainda, qual o trabalho, em joules, realizado por esta força? (Considerar g = 10 m/s².)

2 *(Vunesp-SP)* Um jovem exercita-se numa academia andando e movimentando uma esteira rolante, horizontal, sem motor. Um dia, de acordo com o medidor da esteira, ele andou 40 minutos com velocidade constante de 7,2 km/h e consumiu 300 quilocalorias.

a) Qual a distância percorrida pelo jovem? Qual o deslocamento do jovem?

b) Num esquema gráfico, represente a esteira, o sentido do movimento da esteira, o jovem e a força $\vec{F}$ que ele exerce sobre a esteira para movimentá-la. Admitindo que o consumo de energia assinalada pela esteira é o trabalho realizado pelo jovem para movimentá-la, determine o módulo dessa força, suposta constante. Adote 1,0 cal = 4,0 J.

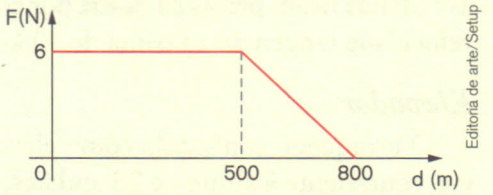
Caloria: Quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 g de água de 14,5 °C a 15,5 °C. Símbolo: cal. Utilizada para indicar o valor energético de alimentos.

3 *(Uni-Rio-RJ)* Um corpo cai do sétimo andar de um edifício, o que corresponde a uma altura de 20 m em relação ao solo. Ele parte do repouso e cai verticalmente. Sua massa é de 300 g. (Despreze a resistência do ar e use g = 10 m/s².)

a) Com que velocidade o corpo atingirá o solo?

b) Qual o trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o corpo, desde sua partida até ele atingir o solo?

4 *(Fameca-SP)* O gráfico a seguir mostra como varia a intensidade da força resultante $\vec{F}$ sobre um corpo de massa m = 10 kg, em função de seu deslocamento **d**, na mesma direção e sentido de $\vec{F}$.



Editoria de arte/Setup

a) Qual é a aceleração do corpo quando ele se encontra na posição d = 200 m?

b) Qual é o trabalho realizado por $\vec{F}$ entre as posições 500 m e 800 m?

5 *(UFSC)* Uma caixa de massa 200 kg, presa ao cabo de um helicóptero, estacionário em relação à Terra, foi içada, deslocando-se verticalmente 10 m, com velocidade constante. Considerando-se que o trabalho realizado pelo ar sobre a caixa foi de −1 400 J, calcule o trabalho, em quilojoules, realizado pelo cabo sobre a caixa.

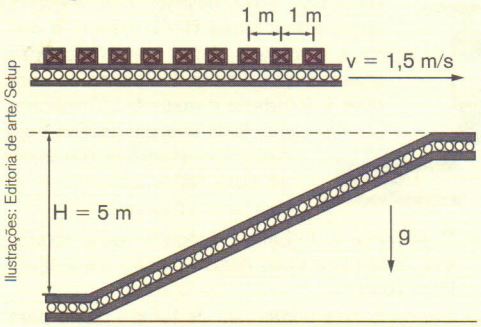
6 *(Ecmal-AL)* Uma garota de massa igual a 50 kg sobe uma rampa, cuja elevação total é de 4 m, em 10 segundos. Adote g = 10 m/s². A potência média, em **W**, que ela desenvolve nessa tarefa é igual a:

a) 100 c) 300 e) 500
b) 200 d) 400

7 *(UFU-MG)* O motorista de um automóvel de 800 kg de massa, viajando por um trecho reto e plano de uma estrada, percebe, em dado momento, um obstáculo fixo a 90 m de distância. Aplica os freios de tal modo que o veículo consegue parar exatamente junto ao obstáculo. Sendo o coeficiente de atrito entre os pneus e o pavimento 0,5 e g = 10 m/s², determine:

a) a desaceleração (aceleração de retardamento) do automóvel;
b) a velocidade, em quilômetros por hora, que o veículo desenvolvia antes da aplicação dos freios;
c) a potência dissipada pelo atrito até parar.

8 *(Fuvest-SP)* Em um terminal de cargas, uma esteira rolante é utilizada para transportar caixas iguais, de massa M = 80 kg, com centros igualmente espaçados de 1 m. Quando a velocidade da esteira é 1,5 m/s, a potência dos motores para mantê-la em movimento é P_0. Em um trecho de seu percurso, é necessário planejar uma inclinação para que a esteira eleve a carga a uma altura de 5 m, como indicado. Para acrescentar essa rampa e manter a velocidade da esteira, os motores devem passar a fornecer uma potência adicional aproximada de: (Use g = 10 m/s².)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) 1200 W d) 4000 W
b) 2600 W e) 6000 W
c) 3000 W

9 *(UEL-PR)* Um motociclista resolve ir para a praia e pretende levar a sua motocicleta em uma caminhonete. Para colocar a motocicleta na caminhonete ele pode erguê-la verticalmente ou empurrá-la por uma rampa. Considerando desprezíveis as perdas por atrito, assinale a alternativa correta:

a) O trabalho realizado para elevar a motocicleta verticalmente é maior.
b) O trabalho realizado pelo motociclista, em ambas as situações, é o mesmo.
c) A potência aplicada pelo motociclista, em ambas as situações, é a mesma.
d) O trabalho realizado para elevar a motocicleta ao longo da rampa é menor.
e) A força aplicada para elevar a motocicleta ao longo da rampa é maior.

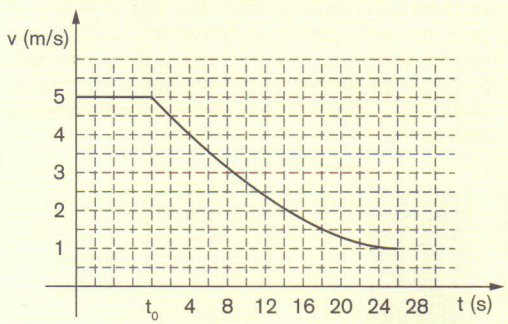
10 *(Unifor-CE)* Um navio transatlântico possui um grupo motopropulsor com potência máxima de 75 MW a uma velocidade de cruzeiro de 15 m/s. A força para a frente exercida sobre o navio a essa velocidade vale, em newtons:

a) $5{,}0 \cdot 10^6$ c) $3{,}0 \cdot 10^4$ e) $6{,}0 \cdot 10^2$
b) $4{,}0 \cdot 10^5$ d) $2{,}0 \cdot 10^3$

11 *(ITA-SP)* Uma escada rolante transporta passageiros do andar térreo *A* ao andar superior *B*, com velocidade constante. A escada tem comprimento total igual a 15 m, degraus em número de 75 e inclinação igual a 30°. Determine:

a) o trabalho da força motora necessária para elevar um passageiro de 80 kg de *A* até *B*;
b) a potência correspondente ao item anterior empregada pelo motor que aciona o mecanismo efetuando o transporte em 30 s;
c) o rendimento do motor, sabendo-se que sua potência total é 400 watts (sen 30° = 0,5; g = 10 m/s²).

12 *(Fuvest-SP)* Um ciclista, em estrada plana, mantém velocidade constante v_0 = 5,0 m/s (18 km/h). Ciclista e bicicleta têm massa total M = 90 kg. Em determinado momento, t = t_0, o ciclista para de pedalar e a velocidade **v** da bicicleta passa a diminuir com o tempo, conforme o gráfico.



Assim, determine:

a) a aceleração **A**, em m/s², da bicicleta, logo após o ciclista deixar de pedalar.
b) a força de resistência horizontal total $\mathbf{F_R}$, em newtons, sobre o ciclista e sua bicicleta, devida principalmente ao atrito dos pneus e à resistência do ar, quando a velocidade é $\mathbf{v_0}$.
c) a energia **E**, em kJ, que o ciclista "queimaria", pedalando durante meia hora, à velocidade $\mathbf{v_0}$. Suponha que a eficiência do organismo do ciclista (definida como a razão entre o trabalho realizado para pedalar e a energia metabolizada por seu organismo) seja de 22,5%.

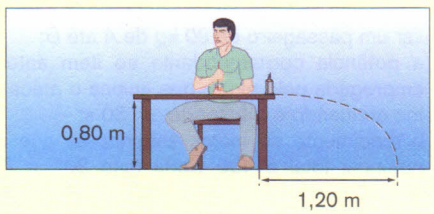
13 *(IMT-SP)* Um bloco de massa igual a 2,0 kg é abandonado no topo de um plano inclinado, a 4,0 m de altura do solo. O ângulo de inclinação do plano é θ e os coeficientes de atrito, estático e dinâmico, entre o corpo e o plano são iguais a 0,25. Determine:

a) a aceleração do bloco;
b) o trabalho das forças que atuam sobre o bloco, desde o instante da partida até o instante em que ele atinge o solo. (São dados: sen (θ) = 0,6; cos (θ) = 0,8; g = 9,8 m/s²)

14 (*Unifor-CE*) Um bloco de massa 5,0 kg, movendo-se horizontalmente com velocidade constante de 10 m/s, atinge uma superfície horizontal áspera, cujo coeficiente de atrito com o bloco vale 0,20. Após deslocar-se durante 4,0 s nessa superfície a energia cinética do bloco, em joules, será de:

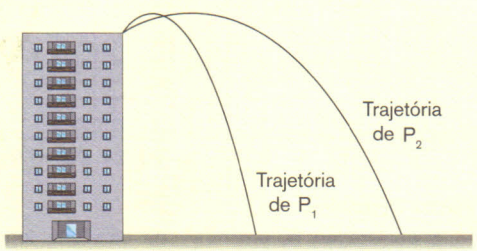
a) zero b) 5,0 c) 7,5 d) 10 e) 15

15 (*FEI-SP*) Um açucareiro de massa 0,8 kg está em repouso na extremidade de uma mesa de 0,8 m de altura. Uma pessoa bate com o cotovelo no açucareiro que cai a 1,20 m de distância horizontal do ponto inicial, como mostra a figura.



Considere g = 10 m/s². Determine a energia cinética do açucareiro, ao abandonar a mesa.

16 (*PUC-RS*) Dois projéteis P_1 e P_2, de mesma massa, são lançados simultaneamente do topo de um prédio, atingem a mesma altura máxima e posteriormente chegam juntos ao solo. A figura abaixo representa as trajetórias dos dois projéteis, a partir dos seus pontos de lançamento até o ponto em que atingem o solo. Os efeitos do ar são desprezados em ambos os movimentos e assume-se que o topo do prédio e o solo são perfeitamente horizontais.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No momento do lançamento, a energia cinética do projétil P_1 é *** do projétil P_2. Na altura máxima, a energia potencial gravitacional do projétil P_1 é *** do projétil P_2. Ao longo de suas trajetórias, a aceleração a que o projétil P_1 está sujeito é *** do projétil P_2.

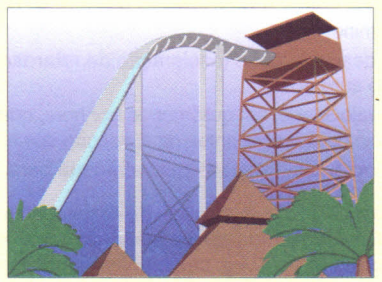
As expressões que, na ordem apresentada, preenchem corretamente as lacunas do parágrafo acima, referente à descrição dos movimentos dos projéteis P_1 e P_2, são, respectivamente:

a) menor que – menor que a – menor que a
b) menor que – igual à – igual à
c) igual à – igual à – igual à
d) igual à – igual à – menor que a
e) igual à – menor que a – igual à

17 (*Unama-PA*) A energia mecânica de águas represadas é utilizada para mover turbinas, produzindo energia elétrica, porém parte dessa energia mecânica é convertida em outras formas de energia. Considere uma casa que consome em média 200 W de potência, sendo abastecida por energia elétrica proveniente de uma usina hidrelétrica. A altura da queda-d'água é 40 m e o rendimento é de 25%. A massa de água que deve verter, em 1 segundo, nas turbinas da usina, expressa em kg é: (Considere g = 10 m/s² e despreze as perdas por transmissão e distribuição de energia elétrica.)

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

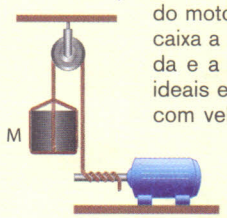
18 (*PUC-PR*) Uma menina desce, a partir do repouso, o "Toboágua Insano", com aproximadamente 40 metros de altura, e mergulha numa piscina instalada em sua base. Usando g = 10 m/s² e supondo que o atrito ao longo do percurso dissipe 28% da energia mecânica, calcule a velocidade da menina na base do toboágua.



Indique o valor correto numa das alternativas a seguir:

a) 86,4 km/h c) 62,5 km/h e) 100 km/h
b) 70,2 km/h d) 90,0 km/h

19 (*UFJF-MG*) Na figura abaixo, a caixa de massa M = 10 kg está sendo levantada por uma corda que está passando por uma roldana. A extremidade oposta da corda pode ser enrolada no eixo do motor, que é utilizado para elevar a caixa a uma altura **H**. Considere a corda e a roldana como sendo sistemas ideais e que a caixa é elevada sempre com velocidade constante. Considere que toda energia gerada pelo motor é convertida em energia para elevar a caixa. Use: g = 10 m/s².

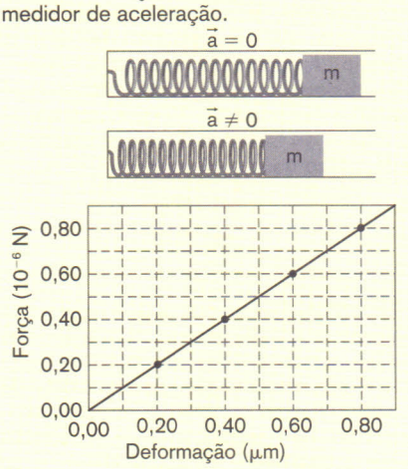


a) Determine o trabalho realizado pela tensão para levantar a caixa desde o chão até a altura H = 10 m.
b) Supondo que o intervalo de tempo gasto para elevar a caixa é de t = 10 s, qual a potência desprendida pelo motor elétrico para realizar essa tarefa?
c) Na especificação técnica do motor está escrito que a potência máxima é de 1 HP. Sabendo que 1 HP = 746 W, qual o valor máximo da massa da caixa que o motor pode elevar? Considere a mesma altura e o mesmo intervalo de tempo t = 10 s para elevar a caixa.

20 (*Ufla-MG*) O KEVLAR é uma fibra constituída por uma longa cadeia molecular de poly-paraphenylene teraphthalamide, que associa leveza, flexibilidade e principalmente alta resistência à ruptura. Entre as inúmeras aplicações dessa fibra, está a confecção de coletes à prova de balas. Considere um projétil de massa 50 g com velocidade de 200 m/s que se choca com essa fibra e penetra 0,5 cm. Pode-se afirmar que o KEVLAR apresentou uma força de resistência média de

a) $2 \cdot 10^5$ N c) $2 \cdot 10^4$ N e) $5 \cdot 10^7$ N
b) $2 \cdot 10^3$ N d) $2 \cdot 10^2$ N

21 *(Unicamp-SP)* Sensores de dimensões muito pequenas têm sido acoplados a circuitos microeletrônicos. Um exemplo é um medidor de aceleração que consiste de uma massa *m* presa a uma micromola de constante elástica *k*. Quando o conjunto é submetido a uma aceleração a, a micromola se deforma, aplicando uma força F_{el} na massa (ver diagrama abaixo). O gráfico abaixo do diagrama mostra o módulo da força aplicada *versus* a deformação de uma micromola utilizada num medidor de aceleração.



a) Qual é a constante elástica *k* da micromola?

b) Qual é a energia necessária para produzir uma compressão de 0,10 μm na micromola?

c) O medidor de aceleração foi dimensionado de forma que essa micromola sofra uma deformação de 0,50 μm quando a massa tem uma aceleração de módulo igual a 25 vezes o da aceleração da gravidade. Qual é o valor da massa *m* ligada à micromola?

22 *(Enem-MEC)* Uma fonte de energia que não agride o ambiente, é totalmente segura e usa um tipo de matéria-prima infinita é a energia eólica, que gera eletricidade a partir da força dos ventos. O Brasil é um país privilegiado por ter o tipo de ventilação necessária para produzi-la. Todavia, ela é a menos usada na matriz energética brasileira. O Ministério de Minas e Energia estima que as turbinas eólicas produzam apenas 0,25% da energia consumida no país. Isso ocorre porque ela compete com uma usina mais barata e eficiente: a hidrelétrica, que responde por 80% da energia do Brasil. O investimento para se construir uma hidrelétrica é de aproximadamente US$ 100 por quilowatt. Os parques eólicos exigem investimento de cerca de US$ 2 mil por quilowatt e a construção de uma usina nuclear, de aproximadamente US$ 6 mil por quilowatt. Instalados os parques, a energia dos ventos é bastante competitiva, custando R$ 200,00 por megawatt-hora frente a R$ 150,00 por megawatt-hora das hidrelétricas e a R$ 600,00 por megawatt-hora das termelétricas.

Época, 21/4/2008 (com adaptações).

De acordo com o texto, entre as razões que contribuem para a menor participação da energia eólica na matriz energética brasileira, inclui-se o fato de

a) haver, no país, baixa disponibilidade de ventos que podem gerar energia elétrica.

b) o investimento por quilowatt exigido para a construção de parques eólicos ser de aproximadamente 20 vezes o necessário para a construção de hidrelétricas.

c) o investimento por quilowatt exigido para a construção de parques eólicos ser igual a $\frac{1}{3}$ do necessário para a construção de usinas nucleares.

d) o custo médio por megawatt-hora de energia obtida após instalação de parques eólicos ser igual a 1,2 multiplicado pelo custo médio do megawatt-hora obtido das hidrelétricas.

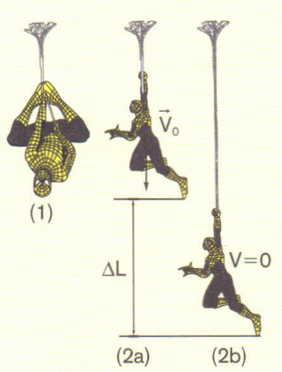
e) o custo médio por megawatt-hora de energia obtida após instalação de parques eólicos ser igual a $\frac{1}{3}$ do custo médio do megawatt-hora obtido das termelétricas.

23 *(UFRRJ)* Um automóvel de massa m = 1 000 kg, cuja bateria está descarregada, está, inicialmente, em repouso, e precisa movimentar-se com uma velocidade mínima de módulo 6 m/s para obter sucesso em uma partida forçada. O espaço de pista disponível para empurrá-lo é de 10 m. Supondo-se que, ao empurrar o automóvel, cada pessoa consiga exercer sobre ele uma força F_1 = 600 N, na direção e no sentido do deslocamento, responda às perguntas abaixo, desprezando qualquer dissipação por atrito:

a) Qual o trabalho mínimo necessário para que o carro consiga dar a partida forçada?

b) Qual o número mínimo necessário de pessoas para fazer o automóvel funcionar, empurrando-o a partir do repouso?

24 *(Unicamp-SP)* Nas cenas dos filmes e nas ilustrações gráficas do Homem-aranha, a espessura do cabo de teia de aranha que seria necessário para sustentá-lo é normalmente exagerada. De fato, os fios de seda da teia de aranha são materiais extremamente resistentes e elásticos. Para deformações ΔL relativamente pequenas, um cabo feito de teia de aranha pode ser aproximado por uma mola de constante elástica *k* dada pela fórmula $k = (10^{10}\ A/L)$ N/m, onde *L* é o comprimento inicial e *A* a área da seção transversal do cabo. Para os cálculos abaixo, considere a massa do Homem-aranha M = 70 kg e g = 10 m/s².

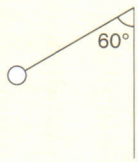


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Calcule a área *A* da seção transversal do cabo de teia de aranha que suportaria o peso do Homem-aranha com uma deformação de 1,0% do comprimento inicial do cabo.

b) Suponha que o Homem-aranha, em queda livre, lance verticalmente um cabo de fios de teia de aranha para interromper a sua queda. Como ilustra a figura (2a), no momento em que o cabo se prende, a velocidade de queda do Homem-aranha tem módulo $\mathbf{V_0}$. No ponto de altura mínima mostrado em (2b), o cabo de teia atinge uma deformação máxima de $\Delta L = 2{,}0$ m e o Homem-aranha tem, nesse instante, velocidade $V = 0$. Sendo a constante elástica do cabo de teia de aranha, neste caso, $k = 7\,700$ N/m, calcule $\mathbf{v_0}$.

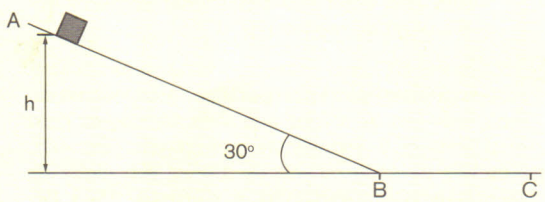
25 *(UFPB)* Uma esfera metálica está suspensa por um fio com massa desprezível. A esfera, inicialmente em repouso, é largada de uma posição em que o fio faz um ângulo de 60° com a vertical, conforme a figura ao lado.



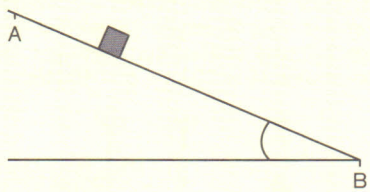
Considerando que o fio tem 0,4 m de comprimento, conclui-se que a esfera atinge o ponto mais baixo de sua trajetória com uma velocidade de:

a) 6 m/s
b) 4 m/s
c) 1 m/s
d) 2 m/s
e) 3 m/s

26 *(UFJF-MG)* O esquema abaixo representa um bloco de massa $m = 4$ kg que parte do repouso do ponto *A* a uma altura $h = 5$ m do solo. O bloco desce o plano, de inclinação 30° em relação à horizontal, passando pelo ponto *B* e parando em *C*. O atrito é desprezível apenas no trajeto *AB*. Adote $g = 10$ m/s².



a) Desenhe abaixo o diagrama de forças que atuam sobre o bloco no trecho *AB*, identificando-as.



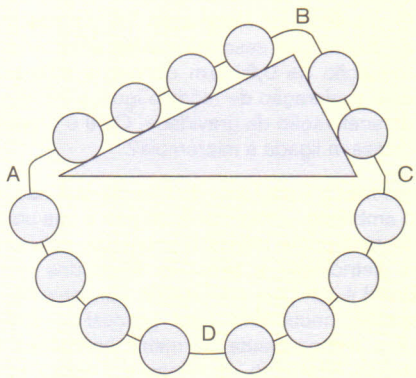
b) Calcule o módulo da aceleração do bloco no trecho AB e, a partir desse valor, encontre sua velocidade em *B*.

c) Devido ao atrito entre o bloco e a superfície no trecho BC, ele para em *C*. Sabendo-se que esse trecho tem 20 metros e usando o teorema da energia cinética, calcule o módulo da força de atrito que atua no bloco. Usando esse resultado, encontre o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície BC.

27 *(Furg-RS)* Um aventureiro planeja saltar do alto de uma ponte amarrado em um cabo elástico (um esporte radical conhecido por *bungee-jumping*). A outra extremidade do cabo fica amarrada na ponte. No início, o movimento do saltador é uma queda livre. A partir do ponto em que o cabo é esticado, o saltador começa a desacelerar até uma determinada posição, onde para. Deste momento em diante, o cabo começa a puxar o saltador para cima. Esta posição, onde o saltador inverte o sentido de queda, marca o seu maior deslocamento vertical **D** com relação à ponte. Naturalmente que a altura da ponte deve ser maior do que **D**. Considere agora a situação hipotética de um saltador de massa 80 kg utilizando um cabo elástico de 20 m de comprimento. A constante elástica do cabo é 160 N/m. Calcule o valor de **D**. Observação: a massa do cabo pode ser desprezada em relação à massa do saltador. Para aceleração da gravidade, utilize o valor 10 m/s²:

a) 20 m
b) 25 m
c) 40 m
d) 36 m
e) 10 m

28 *(Udesc-SC)* Moto-perpétuo é uma máquina cujo funcionamento é autoalimentado, sem a necessidade de um agente externo. Ou seja, um moto-perpétuo é uma máquina que operaria indefinidamente, sem consumo de energia ou ação externa, apenas por convenções internas de energia. A máquina apresentada na figura abaixo é um exemplo de moto-perpétuo e foi objeto de estudo do físico e matemático Simon Stevin.



É correto afirmar, sobre o funcionamento dessa máquina:

a) A corrente se move por si, pois há mais bolas – portanto, mais peso – no lado esquerdo da rampa, provocando um movimento de rotação no sentido anti-horário.

b) A corrente não se move sozinha pois, se isso ocorresse, estaria violando o Princípio de Conservação de Energia.

c) Há necessidade de se fornecer energia para que essa máquina comece a funcionar. Uma vez em movimento, a corrente se move ininterruptamente por inércia.

d) A corrente se move por si, pois a rampa do lado direito é mais inclinada do que a do lado esquerdo, provocando um movimento de rotação, no sentido horário.

e) A corrente não se move sozinha, porque existe muito atrito entre as rampas e a corrente.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

29 *(UFMA)* Verifique as afirmativas seguintes e marque a opção que contém apenas as corretas.

I. Em um sistema mecânico conservativo, a energia mecânica total é sempre constante.

II. Em um sistema mecânico conservativo, à medida que a energia cinética diminui, a energia potencial também diminui.

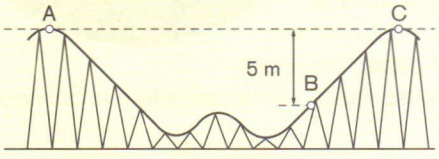
III. Em um sistema mecânico conservativo, as forças que realizam trabalho transformam toda energia cinética em energia potencial e vice-versa.

IV. O trabalho realizado por forças conservativas não depende da trajetória.

V. São forças conservativas: força da gravidade, força elástica, força de atrito e força eletrostática.

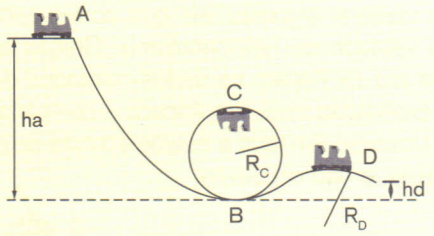
a) I – III – IV
b) II – III – IV
c) I – II – V
d) II – IV – V
e) III – IV – V

30 *(Cesupa-PA)* Considere que o carrinho de uma montanha-russa está em repouso no ponto *A*, mostrado na figura abaixo. Se fosse deixado se mover livremente sobre os trilhos, o carrinho só conseguiria atingir o ponto *B*. Por isso, um motor elétrico o impulsiona, de modo que ele consegue atingir o ponto *C*. Suponha que o carrinho tenha uma massa total de 100 kg, e que leva 5 segundos para ir do ponto *A* ao *C*. Qual a mínima potência que o motor elétrico deve ter? (use $g = 10\ m/s^2$)



a) 5,0 kW
b) 2,0 kW
c) 1,5 kW
d) 1,0 kW

31 *(Ufla-MG)* A figura abaixo representa uma montanha-russa, comum em parques de diversão. Um carrinho de massa 200 kg parte do repouso do ponto *A*, a uma altura de h_A, desce e passa pelo ponto *B* entrando em um *looping* (círculo vertical) de raio R_C, passando, em seguida, por uma lombada de raio de curvatura $R_D = 14$ m de altura $h_D = 5$ m. Considere $g = 10\ m/s^2$ e o sistema conservativa, ou seja, isento de atrito e, como situação limite, que o carrinho não salte dos trilhos no ponto *D* da lombada.

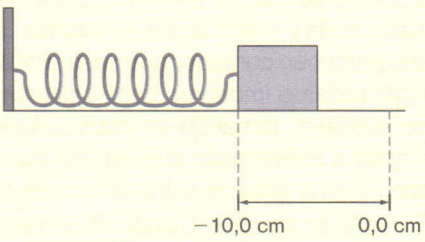


Calcule:

a) Altura mínima h_A de onde deve partir o carrinho.
b) Raio R_C máximo do *looping* para que o carrinho possa percorrê-lo sem cair.

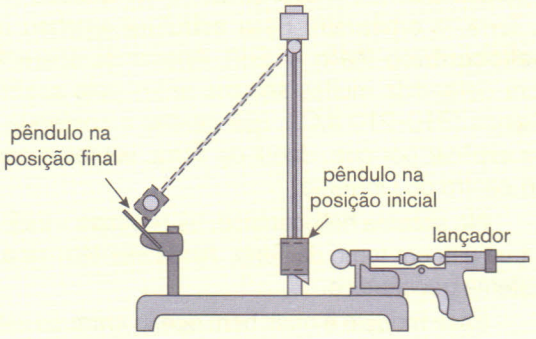
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

32 *(Udesc-SC)* Uma mola, cuja constante elástica é de 300 N/m, encontra-se comprimida em 10,0 cm. Encostado na mola segura-se um bloco de massa 10,0 g, apoiado em um plano horizontal. Ao se soltar o bloco, ele acelera até perder o contato com a mola. Nesse intervalo, a força de atrito com o piso realiza um trabalho resistente de 0,5 J.



a) Trace o gráfico do módulo da força elástica em função da deformação da mola.
b) Calcule a intensidade da força de atrito.
c) Calcule a velocidade adquirida pelo corpo, ao passar pela posição zero (0,0 cm).

33 *(Unifesp-SP)* A figura representa um pêndulo balístico usado em laboratórios didáticos.



A esfera disparada pelo lançador se encaixa em uma cavidade do bloco preso à haste – em consequência ambos sobem até ficarem presos por atrito em uma pequena rampa, o que permite medir o desnível vertical *h* do centro de massa do pêndulo (conjunto bloco-esfera) em relação ao seu nível inicial. Um aluno trabalha com um equipamento como esse, em que a massa da esfera é $mE = 10$ g, a massa do bloco é $mB = 190$ g e a massa da haste pode ser considerada desprezível. Em um ensaio experimental, o centro de massa do conjunto bloco-esfera sobe $h = 10$ cm.

a) Qual a energia potencial gravitacional adquirida pelo conjunto bloco-esfera em relação ao nível inicial?
b) Qual a velocidade da esfera ao atingir o bloco?

Suponha que a energia mecânica do conjunto bloco-esfera se conserve durante o seu movimento e adote $g = 10\ m/s^2$.

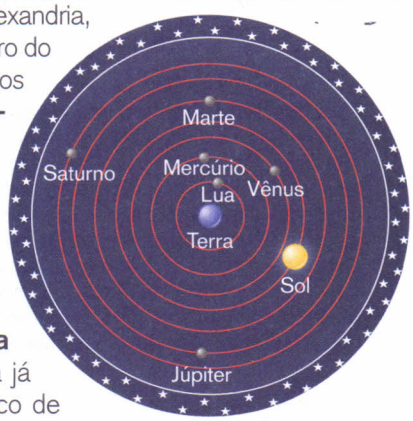
CAPÍTULO 11 – GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

1. Sistema geocêntrico e heliocêntrico

David Nunuk/SPL/Latinstock

Cada civilização produziu explicações das mais variadas para os fascinantes fenômenos observados no céu, influenciando as ações humanas e o interesse pelas ciências. O Ocidente sofreu forte influência das ideias greco-romanas, muitas delas ainda presentes nos dias atuais. É curioso perceber, contudo, que essas ideias não permanecem engessadas e imutáveis com o passar do tempo, mas também evoluem, tornando-se mais sofisticadas à medida que progride a sofisticação cultural dos povos. Isso também aconteceu com o sistema astronômico de mundo.

Por volta do século II, Cláudio Ptolomeu, grande astrônomo de Alexandria, no Egito, propôs um modelo em que considerava a Terra fixa como centro do Universo, e em torno da qual giravam outros corpos celestes, em perfeitos círculos concêntricos. Esse sistema ficou conhecido como **sistema geocêntrico** (*geo* = Terra), porque os gregos aceitavam a ideia de que o ser humano era o centro do Universo.

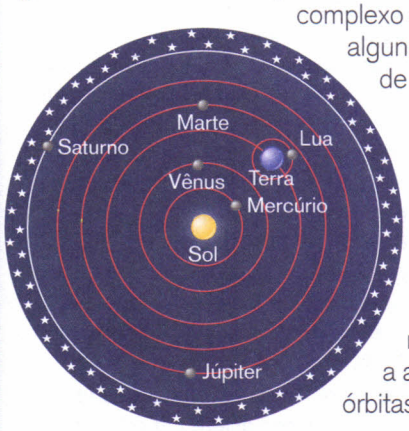


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Tais ideias nortearam a visão de mundo do Ocidente até o século XVI, quando Nicolau Copérnico (1473-1543), cônego e astrônomo polonês, propôs um novo sistema, no qual o Sol era considerado o centro imóvel do Universo, e todos os planetas, inclusive a Terra, o orbitavam. Essa estrutura recebeu o nome de **sistema heliocêntrico** (*hélio* = Sol). Apesar da aparente novidade, a ideia já fora defendida muitos séculos antes pelo astrônomo grego Aristarco de Samos (310-210 a.C.), que perdeu a contenda por não ser capaz, na época, de explicar por que, daqui da Terra, vemos o céu girar ao nosso redor, se na verdade é o Sol que está no centro do Universo.

No sistema heliocêntrico, os planetas – inclusive a Terra – giram em volta do Sol, em órbita circular, e a Lua gira em torno da Terra. Ainda mantém-se a ideia de uma esfera de estrelas fixas, herança do antigo sistema geocêntrico.

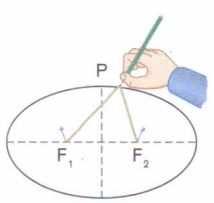
Esse modelo é mais bem aceito entre os estudiosos da época devido à sua simplicidade em explicar alguns fenômenos, comparativamente ao modelo geocêntrico que, apesar de já bem estabelecido, era complexo e de difícil manipulação. O modelo copernicano necessitava ainda de alguns aperfeiçoamentos para ser capaz de explicar todos os fenômenos de que o sistema ptolomaico dava conta.



A adoção do novo modelo implicaria uma mudança radical de visão de mundo, a qual começou a ser mais bem esboçada quando as observações do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), sobre o movimento do planeta Marte, levaram o alemão Johannes Kepler (1571-1630) a elaborar algumas leis que convenceram os pesquisadores sobre a validade do heliocentrismo. Graças ao que se costumou chamar de leis de Kepler, os dados coletados durante milênios ganhavam uma explicação mais simplificada e completa, com a aceitação da ideia de um Universo ilimitado e estabelecendo-se que as órbitas dos planetas eram elípticas, e não circulares.

2. Leis de Kepler

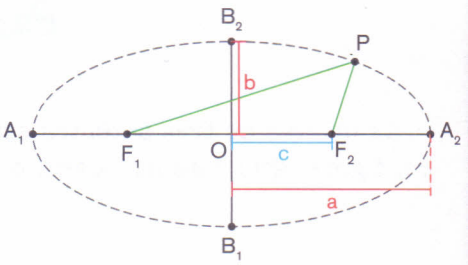
Kepler formulou três leis a respeito do movimento dos planetas, que descrevem órbitas elípticas. Para compreendê-las melhor, vamos antes verificar algumas características da elipse.



Construção de uma elipse com auxílio de um barbante.

Podemos facilmente construir uma elipse apenas com uma folha de papel sobre um plano, percevejos, lápis e barbante. Fixamos os dois percevejos ($\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$) no papel e amarramos neles um barbante de comprimento maior que a distância F_1F_2. Com a ponta de um lápis (**P**), mantendo o barbante sempre esticado, podemos traçar uma curva fechada chamada **elipse**.

A soma das distâncias PF_1 e PF_2 corresponde ao comprimento do barbante. Portanto, $PF_1 + PF_2 =$ = constante.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

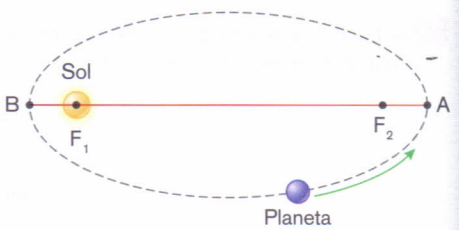
F_1 e F_2: focos
O: centro
A_1 A_2: eixo maior
B_1 B_2: eixo menor

Em uma elipse destacamos dois eixos (maior, de medida *a*, e menor, de medida *b*), um centro O e dois focos F_1 e F_2. A excentricidade **e** de uma elipse, grandeza que mede o desvio em relação a uma circunferência, é dada por: $e = \frac{c}{a}$.

1ª lei de Kepler – lei das órbitas

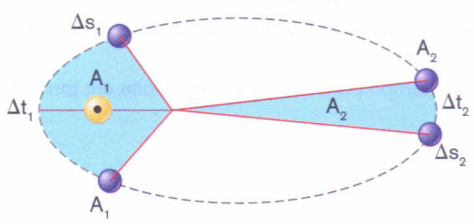
Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos da elipse.

O ponto *A* da trajetória mais afastado do Sol é o **afélio**, e o ponto *B*, mais próximo, é o **periélio**.



2ª lei de Kepler – lei das áreas

Kepler comprovou que o segmento imaginário que une o Sol ao planeta varre áreas proporcionais aos tempos gastos em percorrer o trecho de órbita correspondente.



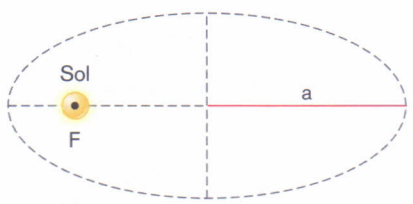
$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = \text{constante}$$

Isso significa que os planetas se movem ao redor do Sol com velocidades variadas, pois quando $A_1 = A_2 \Rightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2$, mas como $\Delta s_1 > \Delta s_2 \Rightarrow v_1 > v_2$.

Portanto, podemos concluir que as velocidades dos planetas são maiores quando eles estão mais perto do Sol, e menores quando estão mais longe.

3ª lei de Kepler – lei dos períodos

Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas (tempo para dar uma volta completa em torno do Sol) são proporcionais aos cubos das suas distâncias médias do Sol (ou do semieixo maior).



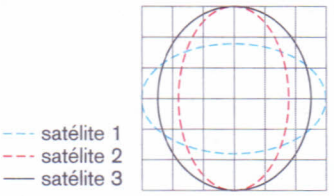
$$T^2 = ka^3$$

k: constante de proporcionalidade
a: semieixo maior da órbita

Com base nesta lei, pode-se concluir que quanto mais longe do Sol estiver o planeta, maior é o seu período de revolução e, portanto, o seu ano.

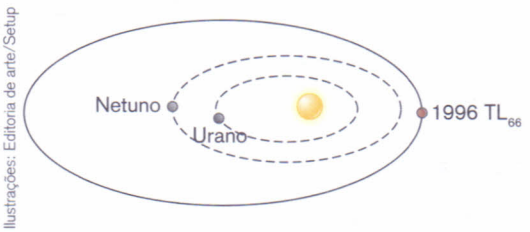
Pense e Responda

• As órbitas de três satélites estão representadas na figura. Que satélite possui o maior período?



Aplicações

1 A figura representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto recentemente descoberto, de nome 1996 TL_{66}.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras ou falsas e justifique.

I. Essas órbitas são elípticas, e o Sol está em um dos focos dessas elipses.

II. Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada qual com valor de velocidade diferente do dos outros.

III. Dentre todos os astros representados, o que gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.

Resolução:

I. Verdadeira. De acordo com a 1ª lei de Kepler, os planetas descrevem órbitas elípticas, e o Sol ocupa um dos focos da elipse.

II. Falsa. O movimento dos astros em torno do Sol não é uniforme, pois eles se movem mais rapidamente quando próximos do Sol e mais lentamente quando distantes deste, de acordo com a 2ª lei de Kepler.

III. Verdadeira. De acordo com a 3ª lei de Kepler, os planetas mais próximos do Sol completam a sua revolução num tempo menor, garantindo a relação $\frac{T^2}{a^3}$ *constante.*

2 O raio médio da órbita de Marte em torno do Sol é aproximadamente quatro vezes maior do que o raio médio da órbita de Mercúrio em torno dessa estrela. Determine a razão entre os períodos de revolução, T_1 e T_2, de Marte e de Mercúrio, respectivamente.

Resolução:

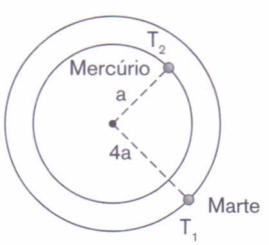
Aplicando a 3ª lei de Kepler, temos:

$T_1^2 = k \cdot (4a)^3 \Rightarrow T_1^2 = k \cdot 64a^3 = 64ka^3$ (1)

$T_2^2 = k \cdot a^3 \Rightarrow T_2^2 = ka^3$ (2)

Dividindo-se 1 por 2:

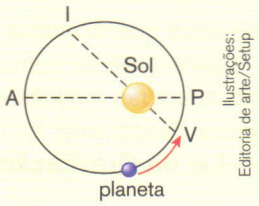
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{64\,ka^3}{ka^3} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = 64 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{64} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 8$$



Logo, o período de revolução de Marte é oito vezes maior que o de Mercúrio.

Atividades

1 *(Unicamp-SP)* A figura representa exageradamente a trajetória de um planeta em torno do Sol. O sentido do percurso é indicado pela seta. O ponto *V* marca o início do verão no hemisfério sul e o ponto *I* marca o início do inverno. O ponto *P* indica a maior aproximação do planeta ao Sol, o ponto *A* marca o maior afastamento. Os pontos *V*, *I* e o Sol são colineares, bem como os pontos *P*, *A* e o Sol.



a) Em que ponto da trajetória a velocidade do planeta é máxima? Em que ponto essa velocidade é mínima? Justifique sua resposta.

b) Segundo Kepler, a linha que liga o planeta ao Sol percorre áreas iguais em tempos iguais. Coloque em ordem crescente os tempos necessários para realizar os seguintes percursos: VPI, PIA, IAV, AVP.

2 *(UFRPE)* Considere o movimento circular e uniforme de dois satélites, *A* e *B*, que giram em torno de um dado planeta *P*. O planeta *P* é esférico e tem raio **R**. O satélite *A* tem período de 1 dia e órbita de raio $\frac{5R}{4}$, enquanto o satélite *B* tem período de 64 dias. Despreze a atração gravitacional entre os satélites. Nestas circunstâncias, qual é o raio da órbita do satélite *B*?

a) 100R c) 60R e) 20R
b) 80R d) 40R

3 *(UFMT)* Você sabia que o modelo heliocêntrico de Kepler foi muito criticado pela falta de simetria, já que o Sol ocupava um dos focos da elipse e outro simplesmente era preenchido com o vácuo? O que importa é que as Leis de Kepler auxiliaram, e muito, o estudo dos movimentos planetários. Sobre essas leis, analise:

I. Na lei dos períodos, a distância média do Sol aos planetas é representada por R^3.

II. O Sol ocupa um dos focos da elipse, portanto o periélio é o ponto de maior proximidade do planeta em relação ao Sol.

III. As velocidades dos planetas em torno das órbitas são constantes, o que difere são as distâncias.

Está certo o contido em:

a) I, apenas. d) I e II, apenas.
b) II, apenas. e) I, II e III.
c) III, apenas

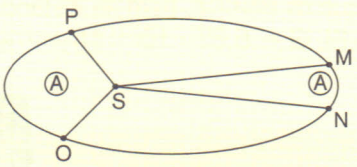
4 *(Unicamp-SP)* Em agosto de 2006, Plutão foi reclassificado pela União Astronômica Internacional, passando a ser considerado um planeta-anão. A terceira lei de Kepler diz que $T^2 = Ka^3$, onde **T** é o tempo para um planeta completar uma volta em torno do Sol, e **a** é a média entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. No caso da Terra, essa média é $a_T = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, enquanto que para Plutão $a_p = 60 \cdot 10^{11}$ m. A constante **K** é a mesma para todos os objetos em órbita em torno do Sol. A velocidade da luz no vácuo é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Dado: $\sqrt{10} \simeq 3{,}2$.

a) Considerando-se as distâncias médias, quanto tempo leva a luz do Sol para atingir a Terra? E para atingir Plutão?

b) Quantos anos terrestres Plutão leva para dar uma volta em torno do Sol? Expresse o resultado de forma aproximada como um número inteiro.

5 *(Vunesp-SP)* A órbita de um planeta é elíptica e o Sol ocupa um de seus focos, como ilustrado na figura (fora de escala). As regiões limitadas pelos contornos OPS e MNS têm áreas iguais a *A*.



Se t_{OP} e t_{MN} são os intervalos de tempo gastos para o planeta percorrer os trechos OP e MN, respectivamente, com velocidades médias v_{OP} e v_{MN}, pode-se afirmar que:

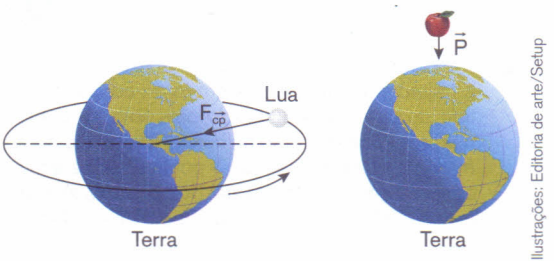
a) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$
b) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$
c) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$
d) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$
e) $t_{OP} < t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$

3. Lei da Gravitação Universal

Na época de Aristóteles acreditava-se que as estrelas, os planetas e a Lua movimentavam-se em trajetórias circulares, sem a ação de uma força propulsora, e que isso não necessitava de explicação. O movimento circular dos corpos celestes era tido como natural. Se qualquer força agisse sobre o planeta, ela deveria agir na direção de sua trajetória.

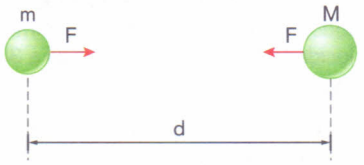
Entretanto, Newton, em 1667, usando as descobertas de Copérnico, Kepler e Galileu, supôs que alguma força deveria agir sobre os planetas, cujas trajetórias eram elípticas; se assim não fosse, suas trajetórias seriam retilíneas. Newton supôs que a força exercida sobre os planetas deveria estar dirigida para um ponto fixo central na direção do Sol e que essa força da gravidade seria do mesmo tipo da força que atrai os objetos nas proximidades da Terra.

Para testar essa hipótese, Newton calculou a aceleração centrípeta da Lua e obteve um valor muito pequeno (hoje sabemos que vale aproximadamente 0,0027 m/s^2), se comparado com a aceleração de 9,8 m/s^2 da queda de um objeto. Isso o levou a pensar sobre qual seria a explicação para a aceleração decrescer com a distância. Então, ele concentrou sua atenção em como seriam as forças entre a Terra e a Lua.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O sucesso de sua formulação originou-se da associação de seus questionamentos com a terceira lei de Kepler. Newton conclui que dois corpos se atraem reciprocamente com uma força gravitacional cuja intensidade é diretamente proporcional ao produto das suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles. O sucesso dessa descoberta foi tão grande que a fórmula matemática que expressa tal ideia passou a se chamar **Lei da Gravitação Universal**:



$$F = G\frac{Mm}{d^2}$$

em que:

- **M** e **m**: massas dos corpos
- **d**: distância entre os centros dos dois corpos
- **G**: constante de gravitação universal
- **F**: intensidade da força gravitacional

Sob a ação da força gravitacional, os planetas deslocam-se em torno do Sol, e a Lua e os satélites artificiais, em torno da Terra. Em cada caso, sempre há pelo menos um par de forças com direção que passa pelo centro dos dois corpos, e sentidos contrários.

O valor da constante **G**, chamada **constante de gravitação universal**, não depende dos corpos, do meio que os envolve, nem da distância entre eles, mas apenas do sistema de unidades utilizado, valendo, no SI, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$.

Detalhes sobre...

A FORÇA GRAVITACIONAL

NASA

Um dos mais antigos objetivos da física é compreender a força gravitacional, a força que nos mantém na superfície da Terra, que mantém a Lua em órbita em torno da Terra e que mantém a Terra em órbita em torno do Sol. Ela também se estende a toda a Via Láctea, evitando que se dispersem os bilhões e bilhões de estrelas e incontáveis moléculas e partículas isoladas que existem em nossa galáxia. Estamos situados perto da borda desse aglomerado de estrelas em forma de disco, a $2{,}6 \cdot 10^4$ anos-luz ($2{,}5 \cdot 10^{20}$ m) do centro da galáxia, em torno do qual giramos lentamente. [...]

Esta força também é responsável por uma das entidades mais misteriosas do universo, o *buraco negro*. Quando uma estrela consideravelmente maior que o Sol se apaga, a força gravitacional entre suas partículas pode fazer com que a estrela se contraia indefinidamente, formando um buraco negro. A força gravitacional na superfície de uma estrela desse tipo é tão intensa que nem a luz pode escapar (daí o termo "buraco negro"). Qualquer estrela que passe nas proximidades de um buraco negro pode ser despedaçada pela força gravitacional e sugada para o interior do buraco negro. [...]

Embora a força gravitacional ainda não esteja totalmente compreendida, o ponto de partida para o nosso entendimento é a *lei da gravitação* de Isaac Newton.

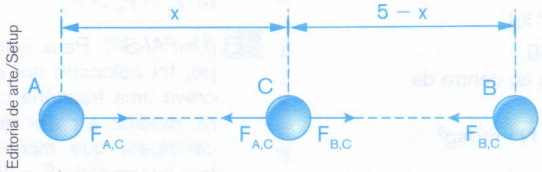
Jearl Walker e outros. *Fundamentos da Física*. Rio de Janeiro: LTC, 2009, v. 2. p. 28.

Aplicação

Os centros de dois corpos de massas iguais a 441 kg e 49 kg estão separados por uma distância de 5 m. Calcule a que distância de um deles deve ser colocado um terceiro corpo, de massa igual a 2 kg, de modo que a resultante das forças gravitacionais que atuam sobre ele seja nula e de modo que os corpos fiquem alinhados.

Resolução:

Representando as forças de atração gravitacionais sobre os corpos, temos:



Editoria de arte/Setup

Para que a resultante das forças que agem sobre o corpo C seja nula, devemos ter $F_{A,C} = F_{B,C}$. Assim, temos:

$$F_{A,C} = F_{B,C} \Rightarrow G \cdot \frac{m_A m_C}{x^2} = G \cdot \frac{m_B m_C}{(5 - x)^2} \Rightarrow \frac{m_A}{x^2} = \frac{m_B}{(5 - x)^2} \Rightarrow \frac{441}{x^2} = \frac{49}{(5 - x)^2} \Rightarrow$$

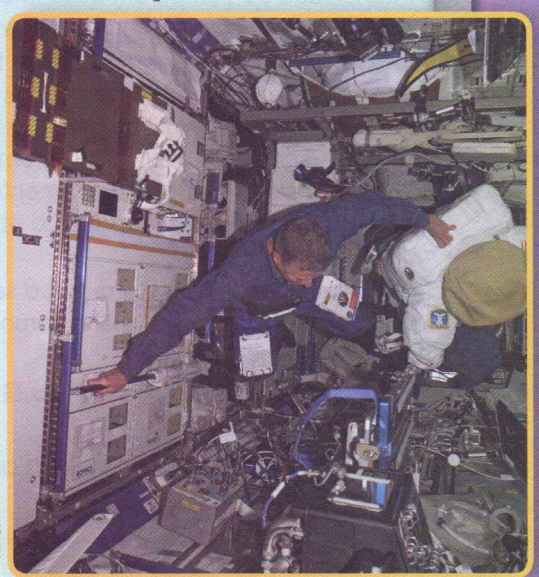
$$\Rightarrow \frac{21}{x} = \frac{7}{5 - x} \Rightarrow 105 - 21x = 7x \Rightarrow x = 3{,}75 \text{ m}$$

O corpo de massa 2 kg deve ser colocado a 3,75 m do corpo de massa 441 kg.

Saiba mais sobre...

O CORPO NA GRAVIDADE ZERO

A Nasa contabiliza 442 condições médicas que podem necessitar de atendimento de emergência durante uma longa missão em zero-g. A vida sem peso, de acordo com a agência espacial, pode levar à perda de condições aeróbicas, atrofia de músculos e perda de massa óssea. Para evitar problemas de saúde a algumas centenas de quilômetros de casa, a tripulação da Estação Espacial Internacional tem de fazer exercícios todos os dias. Em janeiro deste ano, a Nasa informou que o treinamento de astronautas contava também com uma esteira horizontal, que simula as condições fora da Terra. Tudo para evitar os efeitos nefastos das seguintes consequências:



NASA

- O fluxo de sangue fica comprometido. Isso porque, na Terra, o coração vive combatendo a gravidade para mandar sangue para a parte superior do corpo. Em zero-g, o coração não dá mole e continua bombeando com a mesma potência. Resultado: a possibilidade de rostos inchados e olhos protuberantes.
- Os músculos encolhem. Inclusive o principal deles, o coração.
- O sistema imune baixa a guarda e dá margem a doenças oportunistas.
- A espinha é afetada, pois as vértebras espicham, fazendo com que um humano ganhe até seis centímetros quando está em órbita.

O corpo na gravidade zero. *Galileu*, Globo, n. 209, dez. 2008. p. 75.

Atividades

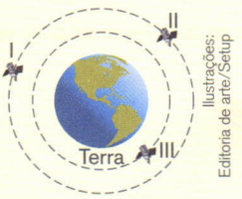
1 Dois pontos materiais de massas iguais a 3 kg e 12 kg estão localizados a uma distância de 2 m um do outro. Sabendo que $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$, calcule a intensidade da força gravitacional entre eles.

2 Determine a intensidade da força de atração gravitacional da Terra sobre a Lua. São dados:

- massa da Lua $= 0{,}75 \cdot 10^{23}$ kg
- massa da Terra $= 6 \cdot 10^{24}$ kg
- distância do centro da Terra ao centro da Lua $= 3{,}84 \cdot 10^{5}$ km
- constante $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

3 *(UFMG)* Três satélites – I, II e III – movem-se em órbitas circulares ao redor da Terra. O satélite I tem massa **m** e os satélites II e III têm, cada um, massa 2m. Os satélites I e II estão em uma mesma órbita de raio **r** e o raio da órbita do satélite III é $\frac{r}{2}$.

Nesta figura (fora de escala), está representada a posição de cada um desses três satélites:



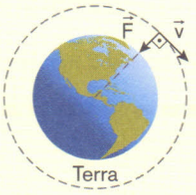
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sejam F_I, F_{II} e F_{III} os módulos das forças gravitacionais da Terra sobre, respectivamente, os satélites I, II e III.

Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que:

a) $F_I = F_{II} < F_{III}$
b) $F_I = F_{II} > F_{III}$
c) $F_I < F_{II} < F_{III}$
d) $F_I < F_{II} = F_{III}$

4 *(UniFAI-SP)* Para estudos de previsão do tempo, foi colocado em órbita um satélite que descreve uma trajetória circular a 6500 km de altura, medida a partir do centro da Terra. A força centrípeta que mantém o satélite nesta órbita tem intensidade $F = 3{,}75 \cdot 10^3$ N e sentido, produzido pela atração gravitacional, apontado para o centro da Terra. Se a velocidade do satélite é de 7,83 m/s, o trabalho realizado pela força centrípeta sobre o satélite, durante um intervalo de tempo de 2 segundos é, em joule, igual a:

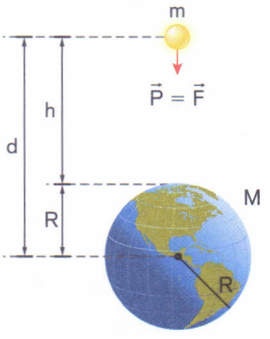


a) zero
b) $1{,}30 \cdot 10^3$
c) $1{,}56 \cdot 10^3$
d) $2{,}40 \cdot 10^4$
e) $2{,}64 \cdot 10^4$

4. Campo gravitacional

Toda massa determina um campo gravitacional no seu entorno. Quanto maior a massa, maior é a intensidade do campo em suas imediações, atraindo para junto de si outras massas. É justamente o que acontece com os campos gravitacionais dos planetas.

Dentro do campo gravitacional terrestre, os corpos são atraídos para o centro da Terra, sofrendo variações de velocidade, em virtude de estarem sob ação da **força gravitacional**. Essa força provoca nos corpos em queda livre uma variação da velocidade – uma aceleração –, que é uma característica específica do planeta, diretamente relacionada à quantidade de matéria que ele possui. A essa aceleração chamamos **aceleração da gravidade**, indicada pela letra **g**.



Seja **M** a massa da Terra e **R** o seu raio. Próximo à superfície da Terra a força gravitacional $\vec{F}$ pela qual o corpo é atraído é o próprio peso $\vec{P}$ do corpo.

$$F = P \Rightarrow G \cdot \frac{mM}{(R + h)^2} = mg \Rightarrow g = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

Quando o corpo está na superfície do planeta, $h = 0$ $(d = R)$.

$$g_{superfície} = \frac{GM}{R^2}$$

A tabela a seguir indica o valor aproximado da aceleração da gravidade na superfície de alguns corpos celestes do sistema solar.

Corpo celeste	Lua	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Netuno	Plutão
g (m/s²)	1,7	3,8	8,5	9,8	3,7	24,9	10,4	10,3	13,7	8,1

Fonte de pesquisa: MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. *Mecânica dinâmica*. Rio de Janeiro: LTC, 1999. p. 496.

O valor da aceleração da gravidade de um planeta depende tanto de sua massa como de seu raio. A Lua, por exemplo, tem massa 81 vezes menor que a da Terra e raio 3,7 vezes menor. A aceleração da gravidade na sua superfície é aproximadamente $\frac{1}{6}$ da aceleração da gravidade na superfície da Terra.

Note também que o valor da aceleração da gravidade diminui à medida que se afasta da superfície da Terra, ou seja, diminui com a altitude.

Para o planeta Terra

Altitude (km)	g (m/s²)
0	9,83
20	9,75
60	9,63
100	9,51
200	9,22

Fonte de pesquisa: MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. *Mecânica dinâmica*. Rio de Janeiro: LTC, 1999. p. 496.

Aplicação

A constante de gravitação universal vale $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$. Supondo-se que a Terra seja uma esfera homogênea de raio 6370 km e massa igual a $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, calcule:

a) a aceleração da gravidade na superfície da Terra;

b) o peso de uma nave de 120 t que esteja a 250 km de altitude.

Resolução:

a) Dados: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot m^2/kg^2$; $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m; $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.

A aceleração da gravidade na superfície é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow g = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6{,}37 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow g \simeq 9{,}83\ m/s^2$$

b) Cálculo da aceleração da gravidade a $0{,}25 \cdot 10^6$ m de altitude:

$$g = \frac{GM}{(R + h)^2} \Rightarrow g = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6{,}37 \cdot 10^6 + 0{,}25 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow g \simeq 9{,}10\ m/s^2$$

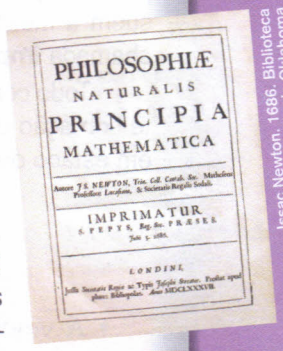
Cálculo do peso: $P = mg \Rightarrow P \simeq 120 \cdot 10^3 \cdot 9{,}10 \Rightarrow P \simeq 1\,092\,000$ N ou $P \simeq 1{,}1 \cdot 10^6$ N

A História conta

A dinâmica do movimento

Na obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, de 1687, Newton estabeleceu as leis do movimento, que passaram a ser os fundamentos do que chamamos hoje de Mecânica Clássica. Newton era inglês, mas viveu em uma época em que ainda se usava o latim nas publicações científicas. Por isso, ele escreveu sua obra nessa língua.

Muito do que se encontra nessa obra foi desenvolvido cerca de vinte anos antes, quando as escolas e universidades da Inglaterra foram fechadas devido a uma epidemia de peste bubônica. Obrigado a ficar em casa, na propriedade rural da família, Newton aproveitou para pensar, estudar e descobrir leis da natureza. Teria sido nesse período, segundo uma famosa lenda sobre Newton, que ele, sentado debaixo de uma macieira, viu uma maçã cair do pé. Teria então descoberto que a natureza da força com que a maçã é atraída para a Terra é a mesma que faz com que os planetas sejam atraídos para o Sol e a Lua seja atraída para a Terra constantemente. Lenda ou não, a Lei da Gravitação Universal também está publicada em sua obra maior. Curioso é que Edmond Halley – cientista que descobriu o mais famoso cometa que conhecemos – teve de insistir muito para que Newton publicasse sua obra.


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA
IMPRIMATUR
LONDINI

Issac Newton, 1686. Biblioteca da Universidade de Oklahoma

O *Principia* é um dos trabalhos mais formidáveis já publicados. Há quem diga que é a obra científica mais importante e mais influente já publicada até hoje. Também nele se encontram conceitos e resoluções de outros problemas fundamentais da ciência. E mais: é apresentado o cálculo, ferramenta matemática desenvolvida pelo próprio autor para expressar os fenômenos físicos.

Atividades

1 Qual a relação entre a intensidade do campo gravitacional de um planeta e a intensidade do campo gravitacional da Terra, supondo que a massa do planeta seja igual à metade da massa da Terra e o seu raio seja um quarto do raio da Terra?

2 *(Vunesp-SP)* Desde maio de 2008 o Ibama recebe imagens do Alos (satélite de observação avançada da Terra) para monitorar o desmatamento na floresta Amazônica. O Alos é um satélite japonês que descreve uma órbita circular a aproximadamente 700 km de altitude. São dados o raio e a massa da Terra, $r_T = 6\,400$ km e $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, respectivamente, e a constante gravitacional, $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$. Determine o módulo da aceleração da gravidade terrestre, em m/s^2, na altitude em que esse satélite se encontra.

3 Determine o valor da aceleração da gravidade na superfície da Lua. Considere os seguintes dados:
- massa da Lua $= 7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg
- raio da Lua $= 1{,}7 \cdot 10^{6}$ m
- constante $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

4 *(Uespi-PI)* Sabe-se que um dado planeta tem massa igual ao triplo da massa da Terra, e raio igual ao dobro do raio da Terra. Considerando que a aceleração da gravidade na superfície da Terra é $10\ m/s^2$, qual seria o peso de um corpo de massa $m = 1{,}6$ kg na superfície de tal planeta hipotético?

a) 4 N c) 10 N e) 16 N
b) 8 N d) 12 N

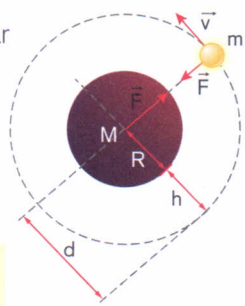
5 *(Vunesp-SP)* Para demonstrar que a aceleração da gravidade na superfície de Marte é menor do que na superfície terrestre, um jipe-robô lança um pequeno corpo verticalmente para cima, a partir do solo marciano. Em experimento idêntico na Terra, onde $g = 10{,}0\ m/s^2$, utilizando o mesmo corpo e a mesma velocidade de lançamento, a altura atingida foi 12,0 m. A aceleração da gravidade na superfície de um planeta de raio **R** e massa **M** é dada por $g = \frac{GM}{R^2}$, sendo **G** a constante de gravitação universal. Adotando o raio de Marte igual à metade do raio da Terra e sua massa dez vezes menor que a da Terra, calcule, desprezando a atmosfera e a rotação dos planetas:

a) a aceleração da gravidade na superfície de Marte;
b) a altura máxima atingida pelo corpo no experimento em Marte.

5. Corpos em órbita

Seja um corpo de massa **m**, um satélite com velocidade **v**, em órbita circular em torno de um planeta de massa **M** e raio **R**, a uma determinada altura **h** da superfície do planeta.

A força gravitacional **F** entre o planeta e o satélite é responsável pela força centrípeta que mantém o satélite em órbita.



Editoria de arte/Setup

$$F = F_{cp} \Rightarrow G\frac{mM}{d^2} = \frac{mv^2}{d} \Rightarrow \frac{GM}{d} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{d}} \text{ ou } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

Essa fórmula representa o valor da velocidade de um corpo em órbita circular em torno de um planeta qualquer.

Os corpos dentro de uma nave espacial, por exemplo, flutuam porque todos eles possuem a mesma aceleração. Essa sensação é chamada **imponderabilidade**.

Todo corpo que se desloca exclusivamente sob ação da força gravitacional encontra-se em estado de imponderabilidade.

NASA

Pense e Responda

- A velocidade de um satélite em órbita depende da massa do satélite? O módulo dessa velocidade é constante?

Os satélites de comunicação captam, amplificam e retransmitem sinais de televisão e telefonia a grandes distâncias. Eles são colocados em órbitas que lhes possibilitam permanecer em posições fixas em relação às antenas transmissoras e receptoras posicionadas na superfície da Terra. Essas órbitas ficam situadas no plano equatorial e situam-se a uma distância fixa do centro da Terra. Um satélite colocado nessa órbita é chamado satélite geoestacionário, pois se desloca com uma velocidade angular igual à da Terra. Devido a isso, o satélite estará sempre em repouso em relação a um referencial fixo na superfície da Terra.

Aplicação

Pretende-se lançar um satélite artificial que irá descrever uma órbita circular a 1040 km de altura. Sabe-se que $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ e que o raio e a massa da Terra são, respectivamente, $R_T = 6400$ km e $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg. Adote $\pi = 3{,}14$.

Determine:

a) a velocidade tangencial que deve ser imprimida ao satélite, àquela altura, para obter-se a órbita desejada;

b) a frequência do movimento do satélite e o número de voltas que ele dará, por dia, em torno da Terra.

Resolução:

a) A altura da superfície da Terra em que o satélite irá descrever a órbita é igual a:

$$d = R + h \Rightarrow d = 6400 + 1040 \Rightarrow d = 7440\ km \Rightarrow d = 7{,}44 \cdot 10^3\ km$$

Em metros, a altura é igual a:

$$d = 7{,}44 \cdot 10^6\ m$$

A essa altura a velocidade do satélite vale:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{d}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7{,}44 \cdot 10^6}} \Rightarrow v \simeq 7{,}3 \cdot 10^3\ m/s$$

b) Como o satélite efetua um movimento circular uniforme, temos:

$$v = \omega d \Rightarrow v = 2\pi f d$$

$$7{,}3 \cdot 10^3 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot f \cdot 7{,}44 \cdot 10^6$$

$$f \simeq 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ Hz$$

Se um dia tem 86 400 s:

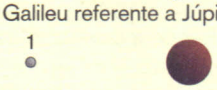
$$f = 1{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 86\,400 \Rightarrow f \simeq 13{,}8\ voltas/dia$$

Atividades

1 *(Enem-MEC)* A tabela resume alguns dados importantes sobre os satélites de Júpiter:

Nome	Diâmetro (km)	Distância média ao centro de Júpiter (km)	Período orbital (dias terrestres)
Io	3642	421800	1,8
Europa	3138	670900	3,6
Ganimedes	5262	1070000	7,2
Calisto	4800	1880000	16,7

Ao observar os satélites de Júpiter pela primeira vez, Galileu Galilei fez diversas anotações e tirou importantes conclusões sobre a estrutura de nosso Universo. A figura reproduz uma anotação de Galileu referente a Júpiter e seus satélites.



Editoria de arte/Setup

De acordo com essa representação e com os dados da tabela, os pontos indicados por 1, 2, 3 e 4 correspondem, respectivamente, a:

a) Io – Europa – Ganimedes – Calisto
b) Ganimedes – Io – Europa – Calisto
c) Europa – Calisto – Ganimedes – Io
d) Calisto – Ganimedes – Io – Europa
e) Calisto – Io – Europa – Ganimedes

2 *(UEPA)* Para permanecer em uma órbita circular, a uma certa distância fixa da Terra, um satélite deve ter uma velocidade precisa. Para o cálculo da velocidade da órbita, observamos que a força centrípeta (F_c) sobre o satélite é exatamente a força de atração gravitacional (F_g) da Terra sobre ele.

$$F_g = \frac{GmM}{R^2}$$

$$F_c = \frac{mV^2}{R}$$

Ao fazer $F_c = F_g$, é correto concluir que a velocidade (V):

a) não depende da massa (**m**) do satélite.
b) varia diretamente com o raio (**R**) da órbita.
c) não depende da massa (**M**) do planeta.
d) varia de acordo com o quadrado do produto G · M.
e) é independente do valor da constante gravitacional **G**.

Mais Atividades

1 *(Unifap-AP)* Johannes Kepler (1571-1630) foi um astrônomo que formulou as três leis fundamentais para o movimento dos planetas. Kepler, usando dados coletados por Tycho Brahe (1546-1601), mostrou que os planetas não se moviam em órbitas circulares. Esse detalhe, difícil de ser observado a partir da Terra, deu a Isaac Newton (1643-1727) uma pista para formular a teoria da gravitação universal, 50 anos mais tarde.

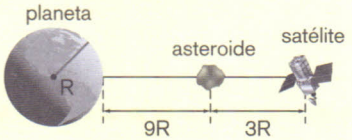
Tendo o texto acima como referência inicial, obtenha o(s) valor(es) numérico(s) associado(s) à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. O quadrado do período de revolução de cada planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo da distância média desse planeta ao Sol.
02. As órbitas dos planetas são círculos e o Sol se localiza no centro da trajetória.
04. Quanto mais afastado do Sol mais tempo um planeta leva para percorrer a sua órbita completa.
08. O segmento de reta traçado do Sol a qualquer planeta descreve áreas iguais em tempos iguais.

2 *(UFAC)* Um corpo de massa M_1 e outro de massa $M_2 = 4\ M_1$ estão separados por uma distância D. A força de M_1 sobre M_2 designa-se por F_1 e a de M_2 sobre M_1 por F_2. Diz-se:

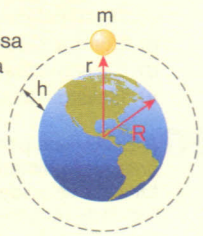
a) $F_1 = 4\ F_2$ c) $F_1 > F_2$ e) $F_1 = F_2$
b) $F_2 = 4\ F_1$ d) $F_1 < F_2$

3 *(UFF-RJ)* Em certo sistema planetário, alinham-se num dado momento um planeta, um asteroide e um satélite, como representa a figura.



Sabendo-se que a massa do satélite é mil vezes menor que a massa do planeta e o raio do satélite é muito menor que o raio R do planeta, determine a razão entre as forças gravitacionais exercidas pelo planeta e pelo satélite sobre o asteroide.

4 *(UFG-GO)* Um satélite de massa igual a 450 kg orbita, em torno da Terra, numa trajetória circular de raio **r**, conforme a figura:



a) Determine a altura **h** da órbita do satélite, sabendo-se que nesta órbita $g' = \frac{4}{9}\ g$, sendo **g** a gravidade na superfície da Terra.
b) Determine a energia cinética do satélite nesta órbita.

5 *(UERJ)* O período do movimento de translação do Sol em torno do centro de nossa galáxia, a Via Láctea, é da ordem de 200 milhões de anos. Esse movimento deve-se à grande aglomeração das estrelas da galáxia em seu centro.

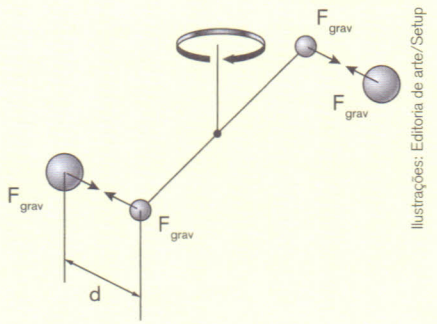
Uma estimativa do número **N** de estrelas da Via Láctea pode ser obtida considerando que a massa média das estrelas é igual à massa do Sol.

Calcule o valor de **N**.

6 *(Faap-SP)* A que altitude um corpo caindo livremente tem aceleração de 2,45 m/s²? Dê a resposta em função do raio terrestre **R** e considere $g = 9{,}8\ m/s^2$ na superfície da Terra.

7 *(Umesp-SP)* Um dos mais belos experimentos da física é o experimento com a balança de torsão, realizado por Cavendish. Por volta de 1686, Isaac Newton chegou à conclusão de que o movimento dos planetas e da lua, bem como dos corpos em queda livre, como uma maçã, poderia ser explicado pela sua lei da gravitação universal, expressa pela fórmula $F_G = \frac{GMm}{d^2}$.

Em 1797, Henry Cavendish iniciou seus experimentos com a balança de torsão que culminaria com a descoberta da constante gravitacional (G), feito que deu a Cavendish o título de "homem que pesou a Terra".



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

(Fonte: The Physics Classroom and Matsoft Engineering Education, Inc.)

Dados: $g = 10\ m/s^2$; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ e R (raio da Terra) $= 6{,}4 \cdot 10^3$ km, a massa da Terra vale aproximadamente

a) $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg. d) $6{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg.
b) $1{,}0 \cdot 10^{18}$ kg. e) $1{,}0 \cdot 10^{24}$ kg.
c) $6{,}0 \cdot 10^{18}$ kg.

8 *(CEUT-PI)* Desenvolvido pelo Departamento de Defesa (DoD) dos Estados Unidos, o GPS é utilizado para fornecer, com grande precisão, as coordenadas da posição longitude e latitude e a velocidade de qualquer ponto ou veículo na Terra. Isto é feito com uma rede de satélites, num total de 24, a uma altura de 20 200 km em órbita ao redor do planeta. A ordem de grandeza de velocidade de um satélite GPS é:

(Dados: $G = 6 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$; massa da Terra: $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg; raio da Terra: $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m.)

a) 10^6 m/s d) 10^3 m/s
b) 10^5 m/s e) 10^2 m/s
c) 10^4 m/s

9 *(ITA-SP)* Satélite síncrono é aquele que tem sua órbita no plano do equador de um planeta, mantendo-se estacionário em relação a este. Considere um satélite síncrono em órbita de Júpiter cuja massa é $M_j = 1{,}9 \times 10^{27}$ kg e cujo raio é $R_j = 7{,}0 \times 10^7$ m. Sendo a constante da gravitação universal $G = 6{,}7 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$ e considerando que o dia de Júpiter é de aproximadamente 10h, determine a altitude do satélite em relação à superfície desse planeta.

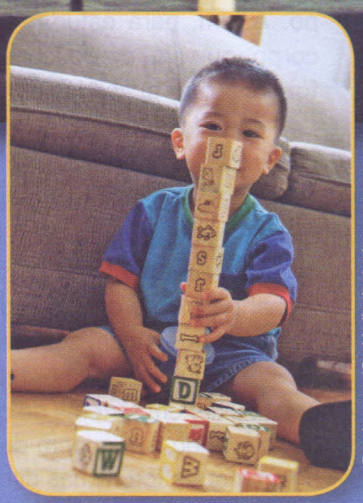
Alberto Incrocci/Getty Images

UNIDADE V
Estática

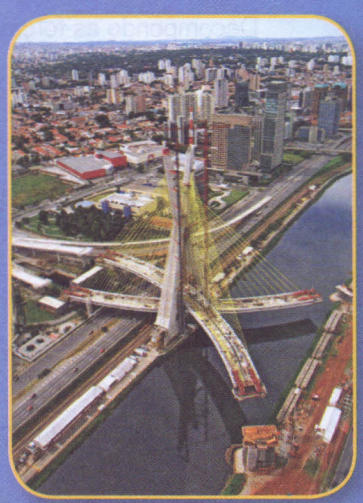
Até aqui temos estudado os corpos em movimento, desde a simples descrição, na Cinemática, até a compreensão das forças que envolvem esses movimentos, na Dinâmica. Vimos que com a aplicação de forças convenientemente podemos descrever os movimentos, seja de um carro, um avião, uma lancha, seja de nosso caminhar pela calçada.

Entretanto, existem muitas situações em que diversas forças atuam sobre um corpo que não se move. Esse tipo de situação será o objeto de estudo desta unidade.

O equilíbrio, ou melhor, a falta dele, pode até tornar-se divertido em brinquedos de crianças. Entender as condições de equilíbrio mecânico também permite conhecer os esforços a que uma estrutura estará submetida e, assim, escolher materiais com dimensões adequadas para suportar esses esforços. A equilibrista, em determinada apresentação artística, embora não pense na Física, mantém a resultante de forças igual a zero, evitando, assim, cair do apoio.



Dex Images/Corbis/Latinstock



Flávio Bacellar/Olhar Imagem

CAPÍTULO 12 – EQUILÍBRIO DE UM CORPO

1. Equilíbrio estático

Corel Stock Photo

Tudo o que está parado em relação à superfície da Terra está numa condição chamada **equilíbrio estático**.

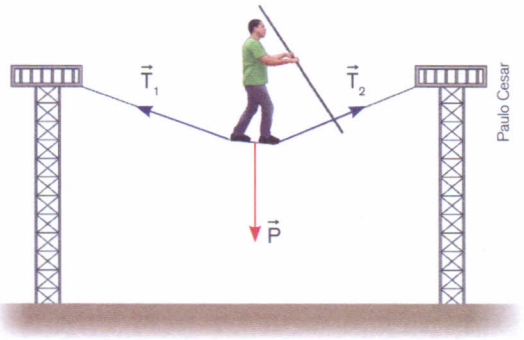
Para verificar se um corpo se encontra em equilíbrio estático, verificamos se ele atende às condições exigidas pela primeira e segunda leis de Newton, as quais afirmam que, se a força resultante sobre um objeto for nula, sua velocidade permanecerá constante. Isso significa que, se a soma de todas as forças que atuam sobre o corpo for nula, sua velocidade não se modificará. Em particular, se estivermos parados em relação ao solo, numa fila, por exemplo, permaneceremos assim até que alguma força resultante diferente de zero surja, seja recebendo um empurrão de alguém, seja decidindo empurrar o chão para trás com nossos pés.

Portanto, no **equilíbrio estático**, empregam-se as leis de Newton em corpos cuja velocidade é nula.

Se mais de uma força atua sobre um corpo e as linhas de ação de cada uma dessas forças se cruzam, o efeito final é como se elas estivessem sendo aplicadas num único ponto desse corpo. Assim, para estudar o resultado da aplicação dessas forças, usamos o recurso de abstrair o corpo, ou seja, de desconsiderar seu tamanho, imaginando-o como um ponto sobre o qual todas as forças sejam aplicadas. Chamaremos esse ponto de **ponto material**.

Que forças estão presentes no sistema corda-equilibrista que o mantém em repouso, devidamente equilibrado a cada instante?

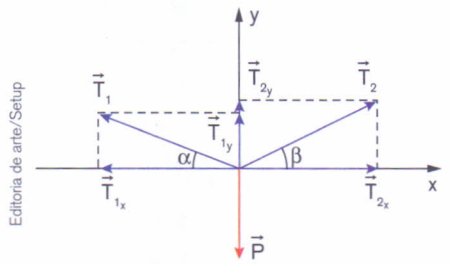
Vamos estudar o que ocorre com a corda para que o equilibrista não caia. Em cada instante ele se apoia em um ponto da corda que o sustenta. Para reconhecer esse equilíbrio de forças, vamos analisar as forças que atuam sobre a corda.



Paulo Cesar

Para explicar o equilíbrio de forças é necessário estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas, posicionando sua origem de modo conveniente para decompor as forças nas direções de **x** e **y** e, em seguida, realizar a soma vetorial.

Decompondo as forças de tração $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ nos eixos ortogonais, temos:



Editoria de arte/Setup

$$T_{1x} = T_1 \cdot \cos \alpha \quad \text{e} \quad T_{1y} = T_1 \cdot \text{sen } \alpha$$
$$T_{2x} = T_2 \cdot \cos \beta \quad \text{e} \quad T_{2y} = T_2 \cdot \text{sen } \beta$$

Se o sistema está em equilíbrio, a soma das forças em cada direção também é nula, ou seja:

$F_{Rx} = \Sigma F_x = 0$ e $F_{Ry} = \Sigma F_y = 0$

Para a direção **x**, a força resultante deve ser nula ($F_{R_x} = 0$):

$F_{Rx} = T_{2x} - T_{1x} = 0$

Para a direção **y**, deve valer a mesma condição, ou seja, a força resultante também deve ser nula ($F_{Ry} = 0$):

$F_{Ry} = T_{2y} + T_{1y} - P = 0$

Portanto, a relação entre as forças que atuam sobre o equilibrista na corda nos leva aos seguintes resultados:

$F_{Rx} = 0 \Rightarrow T_{2x} = T_{1x}$

$F_{Ry} = 0 \Rightarrow T_{2y} + T_{1y} = P$

Conhecendo o peso do equilibrista e os ângulos α e β entre a corda e o plano horizontal, podemos determinar qual é a intensidade da força de tensão que atua sobre a corda enquanto o rapaz se equilibra.

2. Condição de equilíbrio de um ponto material

Já vimos que um ponto material está em equilíbrio quando a soma das forças que atuam sobre ele é nula. Podemos classificar o equilíbrio em:

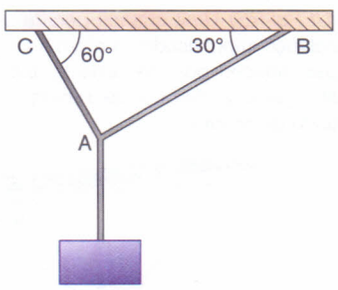
- **equilíbrio estático**: o ponto material está em repouso ($\vec{v} = \vec{0}$);
- **equilíbrio dinâmico**: o ponto material está em MRU ($\vec{v}$ = constante $\neq \vec{0}$).

Seja qual for o tipo de equilíbrio, se a velocidade vetorial for constante, temos que a aceleração vetorial **a** é nula. Portanto, para que um ponto material esteja em equilíbrio, é necessário (e suficiente) que a resultante de todas as forças que nele agem seja nula.

ponto material em equilíbrio $\Rightarrow F_R = 0$

Aplicação

Um corpo de peso 100 N é mantido em equilíbrio por dois fios, como ilustra a figura. Determine as intensidades das trações nos fios, admitindo-os ideais (inextensíveis e de massas desprezíveis).



Editoria de arte/Setup

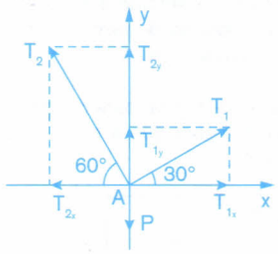
Resolução:

Podemos resolver o problema de dois modos.

*1º **modo**: isolando o ponto A*

No ponto A atuam três forças: $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ e $\vec{P}$. Introduzindo o sistema de eixos x e y, para que o ponto A fique em equilíbrio, temos:

$R = 0 \Rightarrow R_x = 0$ e $R_y = 0$



*Componentes segundo **x**:*

$T_{1x} = T_1 \cdot \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} T_1$

$T_{2x} = T_2 \cdot \cos 60° = \frac{T_2}{2}$

$P_x = P \cdot \cos 90° = P \cdot 0 = 0$

Cálculo de R_x:

$R_x = T_{1x} - T_{2x}$

$R_x = \frac{\sqrt{3}}{2} T_1 - \frac{T_2}{2}$

*Componentes segundo **y**:*

$T_{1y} = T_1 \cdot \text{sen } 30° = \frac{T_1}{2}$

$T_{2y} = T_2 \cdot \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} T_2$

$P_y = P \cdot \text{sen } 90° = P \cdot 1 = 100 \text{ N}$

Cálculo de R_y:

$R_y = T_{1y} + T_{2y} - P_y$

$R_y = \frac{T_1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} T_2 - 100$

Para $R_x = 0$ e $R_y = 0$:

$\frac{\sqrt{3}}{2} T_1 - \frac{T_2}{2} = 0 \qquad (1)$

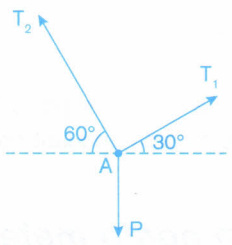
$\frac{T_1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} T_2 - 100 = 0 \qquad (2)$

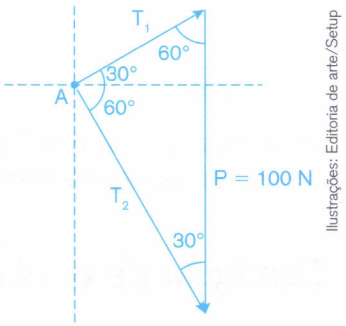
Resolvendo o sistema formado pelas equações (1) e (2), obtemos: $T_1 = 50$ N e $T_2 = 50\sqrt{3}$ N.

2º modo: *método do polígono*

Este modo será aplicado quando tivermos somente três forças.

Vamos procurar construir um polígono fechado com as três forças. Deslocando os pontos de aplicação de P *e* T_2*:*





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Aplicando a lei dos senos ao triângulo formado (em todo triângulo as medidas dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos), temos:

$$\frac{T_1}{\text{sen}\,30°} = \frac{T_2}{\text{sen}\,60°} = \frac{P}{\text{sen}\,90°} \Rightarrow \frac{T_1}{\frac{1}{2}} = \frac{T_2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{100}{1}$$

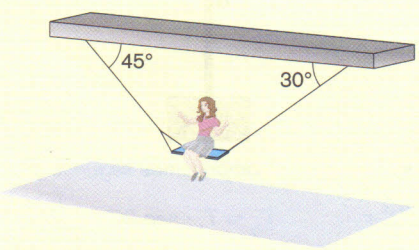
Dessa expressão podemos obter duas igualdades:

(1) $\dfrac{T_1}{\frac{1}{2}} = \dfrac{100}{1} \Rightarrow T_1 = \dfrac{100}{2} \Rightarrow T_1 = 50\ N$

(2) $\dfrac{T_2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{100}{1} \Rightarrow T_2 = \dfrac{100\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_2 = 50\sqrt{3}\ N$

Atividades

1 *(UFPel-RS)* Uma criança peralta senta-se em um balanço improvisado, conforme a figura abaixo. Ali permaneceu por um certo tempo, em equilíbrio, até que uma das cordas rebentou e ela caiu partindo do repouso.



Desprezando a resistência do ar, a massa das cordas, considerando $g = 10\ m/s^2$, $\cos 30° = 0{,}87$, $\cos 60° = 0{,}5$, $\cos 45° = 0{,}70$ e que a criança de massa 40 kg estivesse a 1,8 m acima do solo, analise as afirmativas abaixo.

I. As forças exercidas por cada uma das cordas, para manter a criança em equilíbrio, são, aproximadamente, 365 N e 294 N.

II. A velocidade da criança ao atingir o solo tem módulo igual a 6 m/s.

III. A energia potencial e a velocidade da criança, quando ela está a 80 cm acima do solo, é, respectivamente, igual a 320 J e $2\sqrt{5}$ m/s.

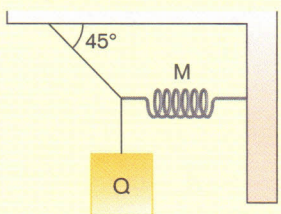
IV. A energia mecânica da criança, quando ela está sentada no balanço, é igual àquela que ela apresenta quando atinge o solo.

Estão corretas as afirmativas:

a) somente I, II e III. **d)** somente I, III e IV.
b) somente II, III e IV. **e)** I, II, III e IV.
c) somente II e IV.

2 *(UFC-CE)* Considere duas forças, $\mathbf{F_A}$ e $\mathbf{F_B}$, cujos módulos são 3 N. Se $\mathbf{F_A}$ e $\mathbf{F_B}$ fazem, respectivamente, ângulos de 60° e 120° com eixo **x** (o ângulo é medido no sentido anti-horário em relação à orientação positiva do eixo **x**), calcule o módulo de uma terceira força $\mathbf{F_C}$ e o ângulo que ela faz com o eixo **x** (também medido no sentido anti-horário em relação à orientação positiva do eixo **x**), supondo que $\mathbf{F_C}$ equilibre as outras duas.

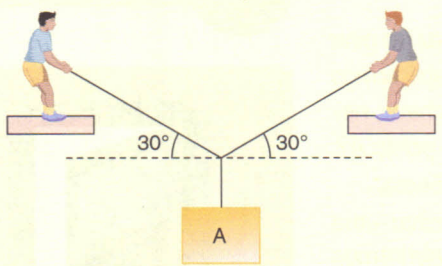
3 *(Unisa-SP)* O sistema da figura, para chegar à posição de equilíbrio, fez com que a mola *M* fosse alongada de 0,50 cm.



Sabendo-se que as massas dos fios e da mola são desprezíveis e que o peso **Q** vale 200 N, conclui-se que a constante elástica da mola, em N/m, é de:

a) $4{,}0 \cdot 10^3$ **c)** $2{,}0 \cdot 10^2$ **e)** $1{,}4 \cdot 10^2$
b) $4{,}0 \cdot 10^4$ **d)** $3{,}0 \cdot 10^3$

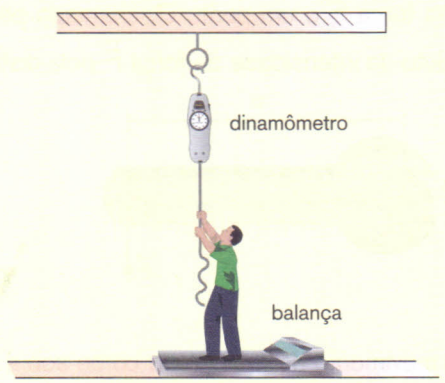
4 *(Mack-SP)* Utilizando-se cordas ideais, dois garotos, exercendo forças de mesmo módulo, mantêm em equilíbrio um bloco *A*, como mostra a figura. Se a força de tração em cada corda tem intensidade de 20 N, a massa do bloco suspenso é:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) 1,0 kg
b) 2,0 kg
c) 3,0 kg
d) 4,0 kg
e) 5,0 kg

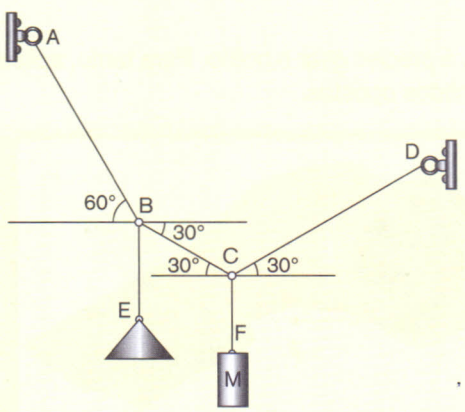
5 Um homem está sobre a plataforma de uma balança e exerce força sobre um dinamômetro preso ao teto. Sabe-se que, quando a leitura no dinamômetro é zero, a balança indica 800 N.



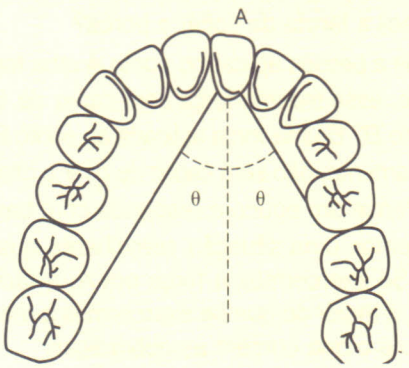
Pergunta-se:

a) Qual o peso do homem?
b) Se o homem tracionar o dinamômetro de modo que este indique 100 N, qual será a nova indicação da balança?

6 Determine a intensidade da força em cada cabo e a massa do corpo *M* pendurado para manter o lustre de 2 kg na posição indicada na figura. (Considere g = 10 m/s².)

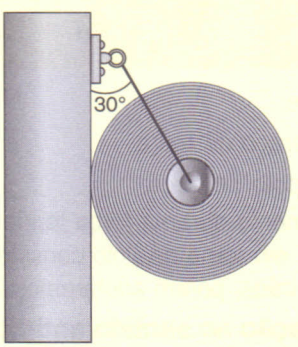


7 *(UFPE)* Para corrigir o desalinhamento do dente incisivo *A* de um paciente, um dentista fez passar um elástico por esse dente e o amarrou a dois dentes posteriores, conforme a figura.

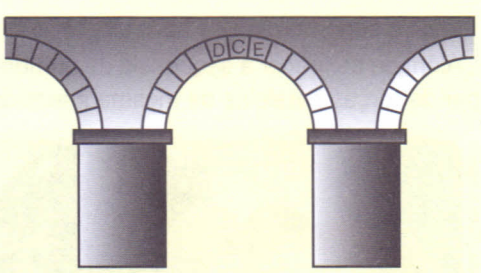


Sabendo-se que a tensão no elástico é de 10 N e que cos θ = 0,85, determine o valor em newtons da força total aplicada pelo elástico sobre o dente *A*.

8 Um rolo de papel de peso 20 N está suspenso por um suporte e permanece em repouso apoiado em uma parede vertical sem atrito. Sabendo que o suporte tem peso desprezível, determine a intensidade da força de tração no suporte e da força que a parede aplica no rolo de papel.

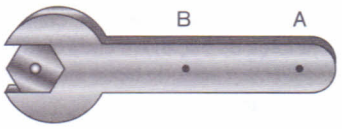


9 *(UFRJ)* Os antigos romanos foram os primeiros a usar extensivamente o arco arquitetônico em suas construções. A propriedade mais notável do arco é que as pedras que o compõem permanecem em equilíbrio devido somente às forças mútuas de contato, sem necessidade de argamassa para cimentá-las uma às outras.



Considere que o arco representado na figura acima está, desse modo, em equilíbrio e que cada uma das pedras pesa 150 N. Determine a direção e o sentido da resultante das forças que as pedras laterais, *D* e *E*, exercem sobre a pedra central *C* e calcule seu módulo.

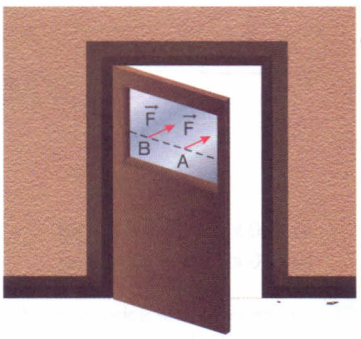
3. Momento de uma força



Se uma pessoa tentar girar a chave de boca, conforme a ilustração ao lado, em qual dos pontos ela deve segurar (*A* ou *B*) para ficar mais fácil a tarefa de soltar a porca?

Se a pessoa aplicar no ponto *A* uma força que não é capaz de girar a chave, essa mesma força será capaz de fazê-la girar se a aplicarmos ao ponto *B*? E uma força aplicada ao ponto *B*, que não gira a chave, necessariamente, não será capaz de girar a chave se aplicada ao ponto *A*?

Pense um pouco e responda com base em sua experiência.



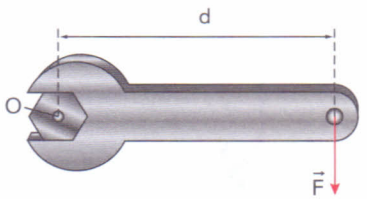
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Temos uma situação semelhante quando tentamos fechar uma porta. Se exercermos a força em *A*, a facilidade com que abriremos a porta é maior do que se exercermos a mesma força em *B*. O eixo de rotação é o que contém as dobradiças.

Portanto, conforme os dois casos que acabamos de observar, há uma relação entre o efeito produzido em uma rotação, a força aplicada e a distância do ponto de aplicação dessa força até o eixo de rotação. A grandeza física que relaciona essas grandezas é chamada **momento de uma força** ou **torque**.

Para definir a grandeza **momento**, consideremos uma força $\vec{F}$ e um ponto *O*, chamado polo. O momento da força $\vec{F}$ em relação a um ponto *O* fixo é o produto da intensidade da força $\vec{F}$ pela distância **d** do ponto à reta suporte da força.

$$\vec{M}_{F,O} = \vec{F}d$$

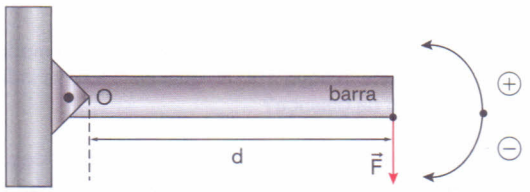


em que:

- **d**: braço da força
- **O**: polo da força

O momento de uma força tende sempre a causar um movimento de rotação do corpo sob a ação dessa força em torno do polo considerado. O momento pode ser positivo ou negativo. A conversão de sinais é arbitrária, porém adotaremos a seguinte:

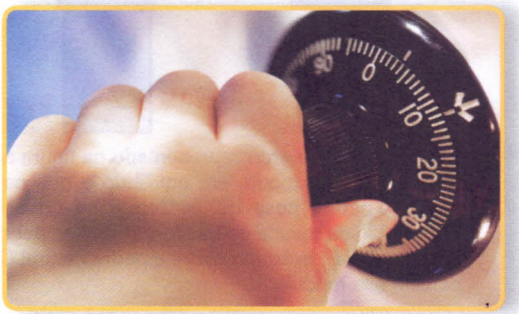
- **rotação no sentido anti-horário**: momento positivo;
- **rotação no sentido horário**: momento negativo.



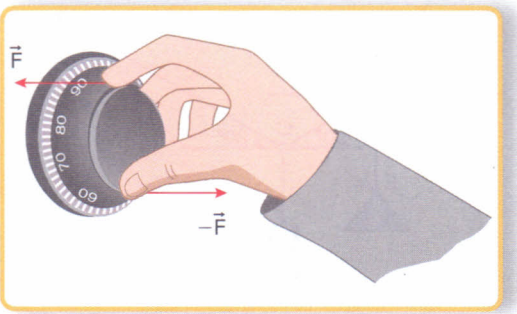
Binário

Qual o segredo para se abrir um cofre?

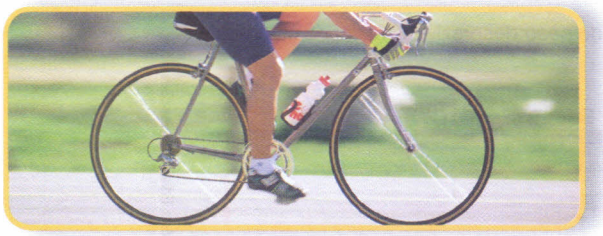
Além de conhecer a sequência de numeração correta, é preciso girar o botão. Para tanto, aplicamos um par de forças paralelas de mesma intensidade e de sentidos opostos.



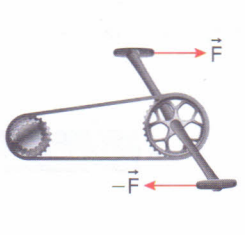
Photodisc/Getty Images



O mesmo ocorre com os pés nos pedais de uma bicicleta!



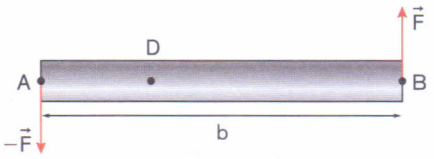
Photodisc/Getty Images



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

As forças aplicadas a esses sistemas são chamadas **binárias**, por serem duas forças de mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos e por serem aplicadas a pontos distintos. Com isso, um binário produz rotação, ou seja, a soma de momentos das forças não é zero.

O momento de um binário é dado pelo módulo do momento resultante. Veja a figura:



$$M_{F,D} = +F \cdot AD$$
$$M_{F,D} = +F \cdot DB$$
$$M_{binário} = M_{F,D} + M_{F,D} = F \cdot (AD + DB)$$

$$M_{binário} = F \cdot b$$

em que:

- **b**: braço do binário
- **F**: intensidade da força

Saiba mais sobre...

CHAVE DE FENDA

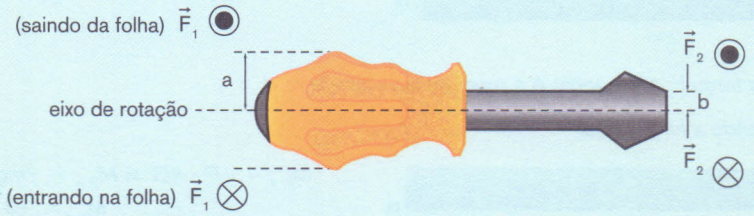
Ao girar o cabo da chave de fenda para apertar um parafuso, uma pessoa exerce duas forças paralelas de mesma intensidade e de sentidos opostos. Como essas forças são simétricas em relação ao eixo de rotação, elas formam um binário.

O momento (torque) desse binário provoca um giro na chave, dado por:

$M_1 = 2F_1 \cdot a$

A ponta da chave também aplica um binário de forças no parafuso. O momento do binário (torque) na ponta da chave é dado por:

$M_2 = 2F_2 \cdot b$



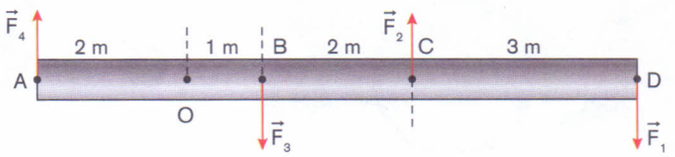
Esses dois momentos produzem um giro da chave de fenda no mesmo sentido. Como esses momentos são iguais, obtemos:

$$2F_1a = 2F_2b \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{b}{a}$$

Como $a > b$, o valor de F_2 transmitido para a ponta da chave é maior que o valor de F_1, ou seja, quanto mais grossa a chave, maior a força F_2 transmitida.

Aplicações

1 Considere as forças atuantes sobre a barra AD, de peso desprezível, indicadas na figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Dados: $F_1 = 10$ N; $F_2 = 20$ N; $F_3 = 30$ N; $F_4 = 40$ N.

Determine:

a) o momento de cada uma das forças em relação ao ponto *O*;

b) o momento resultante em relação ao ponto *O*.

Resolução:

a) $M_{F_1,O} = -F_1 \cdot DO = -60\ N \cdot m$

$M_{F_2,O} = +F_2 \cdot CO = 60\ N \cdot m$

$M_{F_3,O} = -F_3 \cdot BO = -30\ N \cdot m$

$M_{F_4,O} = -F_4 \cdot AO = -80\ N \cdot m$

b) O momento resultante M_R *de um sistema de forças em relação a um ponto é a soma algébrica dos momentos das forças componentes em relação ao mesmo ponto. Logo:*

$M_R = -60 + 60 - 30 - 80 \Rightarrow M_R = -110\ N \cdot m$

Se a soma algébrica dos momentos é negativa, a barra gira no sentido horário.

2 A barra representada na figura pode girar em relação ao ponto *A*.

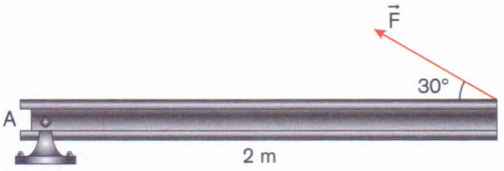
Determine:

a) o momento de $\vec{F}$ em relação ao ponto *A*;

b) o momento da força peso da barra em relação ao ponto *A*;

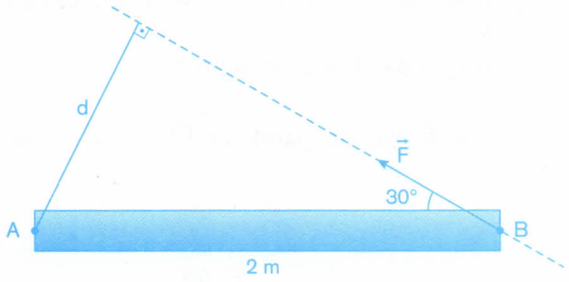
c) o momento resultante em relação ao ponto *A* e o sentido em que a barra gira.

(Dados: sen 30° = 0,5; cos 30° = 0,8; g = 10 m/s²; F = 80 N; $m_{barra} = 3$ kg.)



Resolução:

a) Da figura:



$\text{sen } 30° = \dfrac{d}{AB} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{d}{2}$

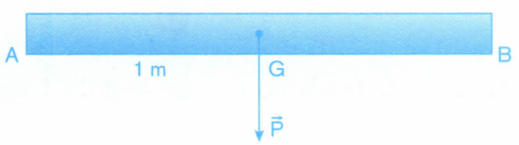
$d = 1\ m$

Momento de $\vec{F}$ *em relação ao ponto A:*

$M_{F,A} = +F \cdot d \Rightarrow M_{F,A} = 80 \cdot 1 = 80\ N \cdot m$

A distância da força $\vec{F}$ *até o ponto A é representada pela letra* ***d****.*

b) Representando a força peso:



$M_{P,A} = -P \cdot AG \Rightarrow M_{P,A} = -mg \cdot AG$

$M_{P,A} = -3 \cdot 10 \cdot 1$

$M_{P,A} = -30\ N \cdot m$

c) Momento resultante:

$M_{R,A} = M_{F,A} + M_{P,A}$

$M_{R,A} = 80 - 30 \Rightarrow M_{R,A} = 50\ N \cdot m$

Como $M_{R,A} > 0$*, a barra gira no sentido anti-horário.*

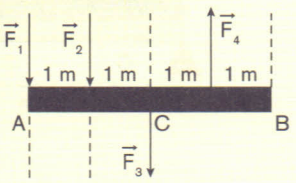
Atividades

1 A barra AB da figura tem peso desprezível. Sabendo que $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 6$ N, calcule o momento resultante dessas forças em relação aos pontos:

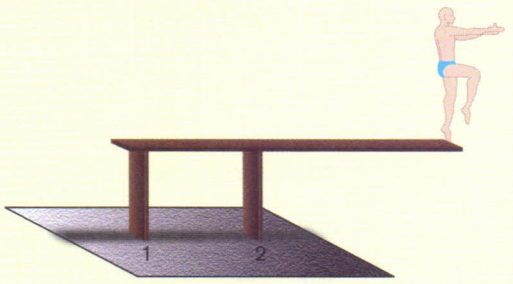
a) *A*

b) *B*

c) *C*



2 *(UFMG)* Gabriel está na ponta de um trampolim, que está fixo em duas estacas – 1 e 2 – como representado nesta figura:



Sejam $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ as forças que as estacas 1 e 2 fazem, respectivamente, no trampolim.

Com base nessas afirmações, é CORRETO afirmar que essas forças estão na direção vertical e:

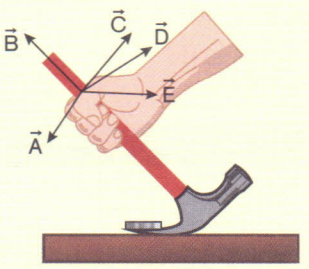
a) têm sentido contrário, $\vec{F}_1$ para cima e $\vec{F}_2$ para baixo.

b) ambas têm o sentido para baixo.

c) têm sentido contrário, $\vec{F}_1$ para baixo e $\vec{F}_2$ para cima.

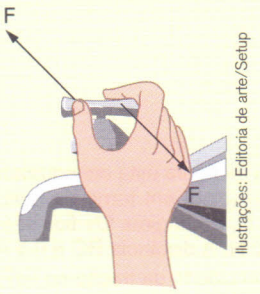
d) ambas têm o sentido para cima.

3 *(UFMS)* Pretendendo-se arrancar um prego com um martelo, conforme mostra a figura, qual das forças indicadas (todas elas têm o mesmo módulo) será mais eficiente, na posição considerada?



a) $\vec{A}$ b) $\vec{B}$ c) $\vec{C}$ d) $\vec{D}$ e) $\vec{E}$.

4 Cada uma das forças exercidas pelo polegar e pelo indicador no fechamento de uma torneira tem intensidade 6 N.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

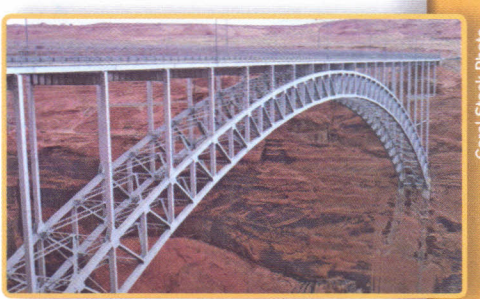
As forças são aplicadas em dois pontos distantes entre si de 5 cm. Qual o valor do momento desse binário?

4. Equilíbrio de um corpo extenso

Um corpo é chamado **extenso** quando submetido a diversas forças e em pontos distintos. Ele estará em equilíbrio se duas condições forem atendidas:

- **1ª condição**: a resultante de todas as forças que nele agem for nula.

$$\vec{F}_R = \Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_{Rx} = \Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \\ \vec{F}_{Ry} = \Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$



Corel Stock Photo

A ponte é um exemplo de corpo extenso.

Essa condição implica que o corpo não terá movimento de translação.

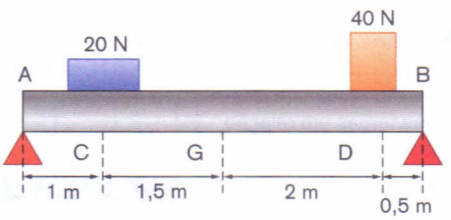
- **2ª condição**: a soma algébrica dos momentos de todas as forças que nele atuam, em relação ao mesmo ponto, for nula.

$$M_{,R} = \Sigma M = 0$$

Essa condição implica que o corpo não terá movimento de rotação.

Aplicações

1 Uma viga de 5 m de comprimento, pesando 10 N/m, está apoiada em duas extremidades, *A* e *B*, e suporta dois pesos, de 20 N e 40 N, conforme indica a figura.

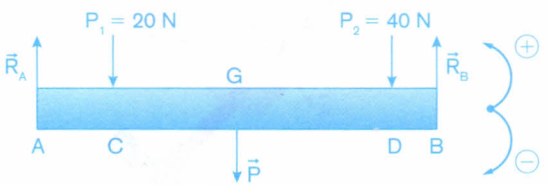


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Determine as intensidades das reações nos apoios *A* e *B*.

Resolução:

Isolando a viga:



R_B: reação do apoio em *B*

R_A: reação do apoio em *A*

Se a viga tem 5 m de comprimento e pesa 10 N/m, o seu peso total é P = 50 N e está localizado no ponto G, que é o centro de gravidade da viga. Se a viga está em equilíbrio, temos:

$$R = 0 \Rightarrow R_A + R_B - P_1 - P_2 - P = 0$$
$$R_A + R_B - 20 - 40 - 50 = 0$$
$$R_A + R_B = 110$$

Tomando os momentos em relação ao ponto G:

$$M_{RG} = 0 \Rightarrow M_{RA,G} + M_{P_1,G} + M_{P,G} + M_{P2,G} + M_{RB,G} = 0$$
$$-R_A \cdot AG + P_1 \cdot CG + P \cdot 0 - P_2 \cdot DG + R_2 \cdot BG = 0$$
$$-R_A \cdot 2{,}5 + 20 \cdot 1{,}5 + 0 - 40 \cdot 2 + R_B \cdot 2{,}5 = 0$$
$$-2{,}5 \cdot R_A + 2{,}5 \cdot R_B = 50$$
$$-R_A + R_B = 20$$

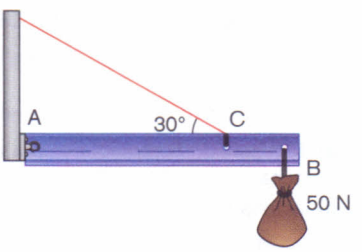
Resolvendo o sistema:

$$R_A + R_B = 110$$
$$-R_A + R_B = 20$$
$$2R_B = 130 \Rightarrow R_B = 65\ N$$

Daí, vem:

$$R_A + R_B = 110 \Rightarrow R_A + 65 = 110 \Rightarrow R_A = 45\ N$$

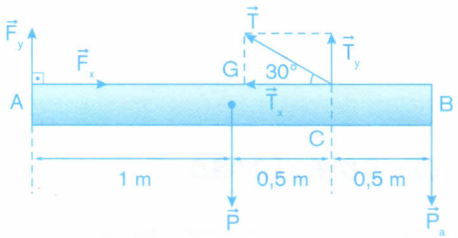
2 O sistema da figura está em equilíbrio estático. O ponto *A* representa uma articulação (pino) em torno da qual a barra AB, de comprimento 2 m e peso 200 N, pode girar. Os fios são ideais e o peso do corpo pendurado em *B* é 50 N. A distância BC é 0,5 m.



Qual a intensidade da tração no fio?

Resolução:

a) Isolando as forças sobre a barra:



Como não sabemos a direção e o sentido da força que age no ponto A, supomos $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$ com os sentidos indicados na figura. Se, por exemplo, obtivermos F_x negativa, o sentido será contrário ao indicado e de mesmo módulo.

$$T_x = T \cdot \cos 30° = T\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ e } T_y = T \cdot \text{sen } 30° = \frac{T}{2}$$

Como a barra está em equilíbrio, temos:

1ª condição: R = 0

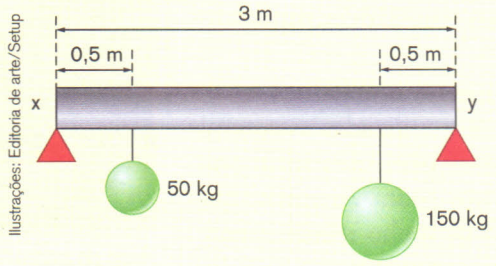
$$R_x = 0$$
$$R_x = F_x = T_x = T\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$
$$R_y = 0$$
$$T_y + F_y = P + P_B$$
$$\frac{T}{2} + F_y = 200 + 50$$
$$\frac{T}{2} + F_1 = 250 \quad (2)$$

2ª condição: $M_{res_A} = 0$

$$M_{F_x,A} = 0$$
$$M_{F_y,A} = 0$$
$$M_{P,A} = -200 \cdot 1 = -200$$
$$M_{T_x,A} = 0$$
$$M_{T_a,A} = \frac{T}{2} \cdot 1{,}5 = 0{,}75\,T$$
$$M_{P_a,A} = -50 \cdot 2 = -100$$
$$M_{res_A} = 0$$
$$-200 + 0{,}75T - 100 = 0$$
$$0{,}75T = 300$$
$$T = 400\ N$$

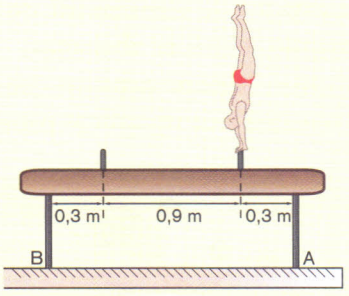
Atividades

1 *(UFMT)* A barra xy é homogênea, de 100 kg de massa, e está apoiada em suas extremidades, suportando as massas de 50 kg e 150 kg, como na figura. Calcule as reações dos apoios. (Considere a barra horizontal e g = 10 m/s².)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

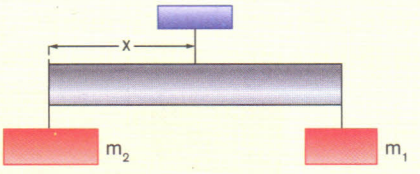
2 Em uma apresentação de ginástica no cavalo com alças, em um dado instante o atleta encontra-se na vertical e está parado em cima de uma alça, conforme a ilustração.



Nesse instante, qual a força exercida sobre o apoio *B* do cavalo? (Dados: massa do atleta m = 50 kg; g = 10 m/s².)

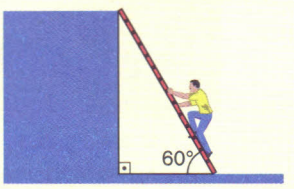
Obs.: desprezar o peso do equipamento.

3 *(UEMA)* A figura mostra uma barra homogênea, com 1,6 m de comprimento e 5 kg de massa, que tem dois corpos de massa m_1 = 1 kg e m_2 = 2 kg pendurados. Qual deve ser a menor distância **x** para que o sistema barra-corpos gire no sentido anti-horário? Despreze as massas das cordas.

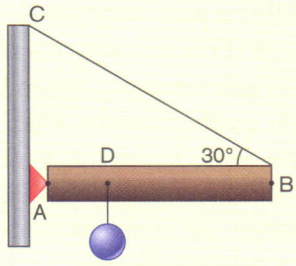


4 Uma escada de comprimento 5 m e peso 40 N está apoiada numa parede isenta de atrito, conforme indica a figura. A intensidade máxima da força de atrito que o chão pode comunicar sem que a escada escorregue é 200 N.

Determine até que altura pode um homem de peso 600 N subir sem que a escada escorregue.



5 A barra AB da figura pesa 100 N, tem 4 m de comprimento, é homogênea e está em equilíbrio na posição horizontal. No ponto *A*, temos uma articulação. Em *D*, é suspenso um corpo de peso igual a 800 N tal que AD = 1 m.



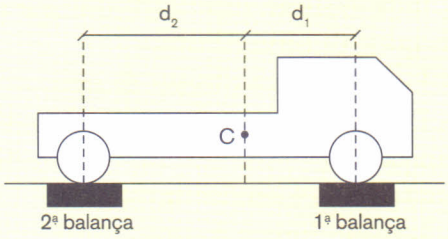
a) Qual a intensidade da tração no cabo BC?

b) Qual a intensidade dos componentes horizontal e vertical na articulação *A*? 250 N e 650 N

6 *(UFRRJ)* Num posto fiscal de pesagem, um caminhão está em repouso sobre duas balanças, uma embaixo de suas rodas dianteiras e a outra sob suas rodas traseiras.

Ao fazer as leituras das balanças, o fiscal verifica que a primeira marca $1{,}0 \cdot 10^5$ N, mas percebe que a segunda está quebrada.

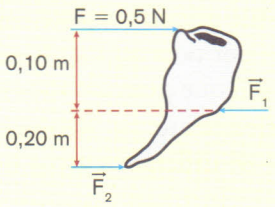
Profundo conhecedor de caminhões, o fiscal sabe que as distâncias entre o centro de massa *C* do caminhão e os planos verticais que contêm os eixos dianteiro e traseiro das rodas valem, respectivamente, d_1 = 2,0 m e d_2 = 4,0 m, como ilustra a figura.



a) Calcule o peso do caminhão.

b) Determine a direção e o sentido da força que o caminhão exerce sobre a segunda balança e calcule seu módulo.

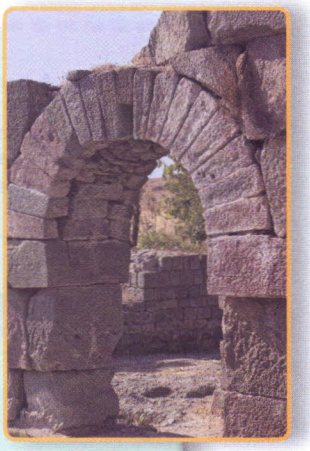
7 *(Unitau-SP)* Em ortodontia, forças aplicadas aos dentes resultam em forças aplicadas nos ossos que os suportam. Gradualmente os tecidos se rompem permitindo ao dente movimentos de translação ou rotação. Determine as intensidades das forças de reação $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ aplicadas a um dente quando a ele é aplicada uma força de 0,50 N, conforme indica a figura. O dente está em equilíbrio. As forças estão num mesmo plano.



Saiba mais sobre...

ESTRUTURAS EM ARCOS

A palavra arco é proveniente do latim *arcus*, que significa um elemento construtivo em curva que é arredondado. Construído geralmente em alvenaria, emoldura a parte superior de um vão, passagem ou reentrância, suportando o peso vertical do muro em que se encontra.



Imagebroker/Diomedia

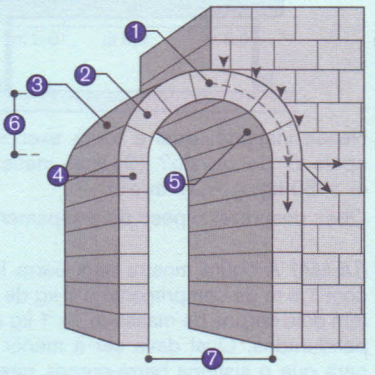
Arco de pedra na Turquia.

Através dos tempos, a engenharia sempre teve um sério problema a resolver quanto à cobertura dos edifícios. Antigamente eram utilizadas estruturas leves de madeira, mas se tratavam de estruturas frágeis. Assim, para aprimorar a sua resistência, o material utilizado foi substituído por pedra. Acontece que isso fez surgir um novo problema, representado pelo tamanho relativamente pequeno e pelo grande peso de cada bloco. É por esse motivo que nos templos egípcios e nos palácios persas surgiram salas repletas de colunas.

Na Caldeia (região sul da Mesopotâmia, atual território do Iraque), porém, a falta de pedra e de madeira levou os construtores a empregarem uma outra forma de cobertura para os seus edifícios. A técnica consistia em dispor os tijolos, cozidos ou secos ao sol, de modo que o seu próprio peso os mantivesse em equilíbrio, formando, assim, as abóbadas.

Os arcos possuem uma função prática de distribuição de carga. Note no esquema que a ação da força peso sobre as pedras é distribuída lateralmente, de maneira a comprimir as paredes.

1. Chave: bloco superior que trava a estrutura.
2. Aduela: bloco em cunha que compõe a zona curva do arco; sua face côncava é colocada para o interior do arco.
3. Extradorso: face convexa do arco.
4. Imposta: bloco superior do pilar que separa o pé-direito do início da curva do arco.
5. Intradorso: face côncava do arco.
6. Flecha: dimensão que se prolonga desde a linha de arranque (delimitada pela imposta e pela aduela de arranque) até a face interior da chave.
7. Luz: vão, largura do arco.



Editoria de arte/Setup

Por meio desses elementos, tornam-se possíveis construções com aberturas maiores, visto que os elementos de pedra ou tijolo são dispostos de forma a obter-se uma boa travação do conjunto.

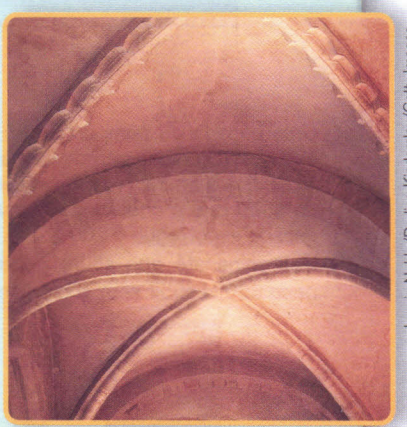
Mais tarde, as abóbadas e os arcos foram muito usados em numerosas construções romanas e, perdida a sua tradição com as invasões dos bárbaros, voltaram a sê-lo durante a Idade Média, quando se desenvolveram os estilos romano e gótico.

Os romanos são os responsáveis pela utilização do arco em grande escala, isso porque os arcos romanos permitem o alcance de maiores vãos.

Já o estilo gótico consiste em um gênero diferente de arco, composto por dois segmentos de circunferência com centros diferentes, o que permite vãos mais altos.

Posteriormente, na Renascença e até nossos dias, jamais deixou-se de utilizar os arcos na Arquitetura.

Adriano Bonjorno



Laurie Noble/Dorling Kindersley/Getty Images

Arco no estilo gótico em igreja na Inglaterra.

5. Máquinas simples

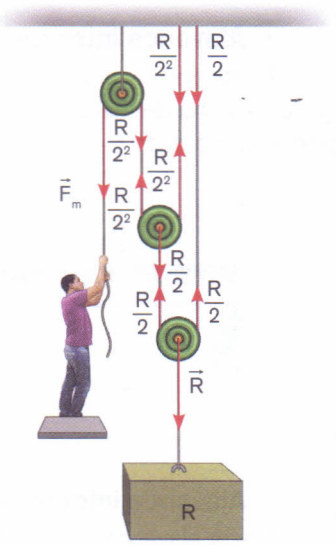
A necessidade de levantar e locomover grandes pesos, acima da capacidade muscular do ser humano, estimulou a criação de dispositivos práticos que facilitassem essa atividade, os quais são chamados **máquinas simples**.

Utilizando-se máquinas simples é possível realizar um determinado trabalho num intervalo de tempo menor. Com elas multiplicamos o esforço, isto é, vencemos forças de grande intensidade aplicando forças de menor intensidade. Essas máquinas também podem mudar a direção e o sentido de uma força.

As máquinas simples mais comuns são a **talha exponencial** e a **alavanca**.

Talha exponencial

Consiste numa associação de polias móveis com uma só polia fixa.



Paulo Cesar

Vamos obter o valor da força motriz $\vec{F}_m$ que a pessoa deve exercer para sustentar o peso $\vec{R}$, considerando o sistema de polias móveis ao lado:

Inicialmente, o peso $\vec{R}$ é equilibrado por duas forças de intensidade $\frac{R}{2}$; na segunda polia, o peso $\frac{R}{2}$ é equilibrado por duas forças de intensidade $\frac{R}{4}$ ou $\frac{R}{2^2}$.

Se tivermos **n** polias móveis, o valor da força motriz $\vec{F}_m$ para sustentar um peso $\vec{R}$ será:

$$F_m = \frac{R}{2^n}$$

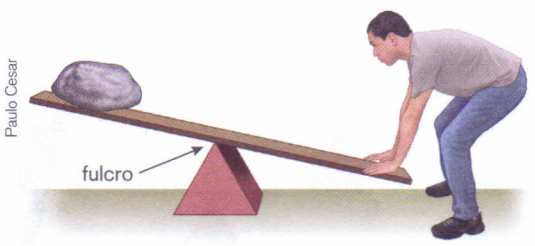
Denomina-se vantagem mecânica da talha a relação entre a força resistente e a força motriz:

$$\text{vantagem mecânica} = \frac{R}{F_m}$$

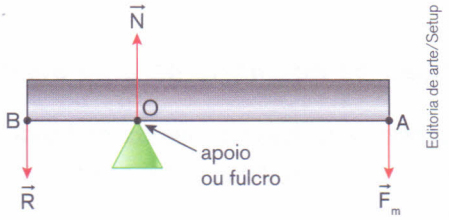
Por exemplo, se a carga a ser levantada por um sistema de duas polias móveis tiver peso $R = 1\,600$ N, a força que a pessoa deveria exercer para equilibrar o sistema seria $F_m = 400$ N, isto é, quatro vezes menor que o peso **R**. Logo, a vantagem mecânica dessa máquina seria igual a 4.

Alavanca

Trata-se de uma barra rígida que pode girar em torno de um ponto fixo chamado apoio ou fulcro.



Paulo Cesar



Editoria de arte/Setup

Em uma alavanca, podemos destacar:

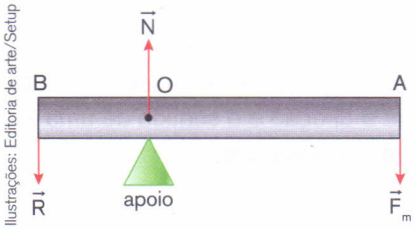
Elementos:
- **O**: fulcro ou ponto de apoio
- **AO**: braço da força motriz
- **OB**: braço da força resistente

Forças atuantes:
- $\vec{N}$: reação normal do apoio
- $\vec{F}_m$: força motriz ou força potente (esforço)
- $\vec{R}$: força resistente (carga)

Estudaremos três tipos de alavanca: interfixa, inter-resistente e interpotente.

• Alavanca interfixa

O apoio fica entre a carga e o esforço. São exemplos de alavancas interfixas: o alicate e a tesoura (associações de duas alavancas), o martelo e o guindaste.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Photodisc/Getty Images

Quando dobramos ou cortamos um pedaço de fio com um alicate, a força feita no cabo é transferida e ampliada para a extremidade contrária.

• Alavanca inter-resistente

Neste tipo, a carga fica entre o apoio e o esforço. O carrinho de mão, o amassador de alho, o espremedor de limão e o quebra-nozes são exemplos.

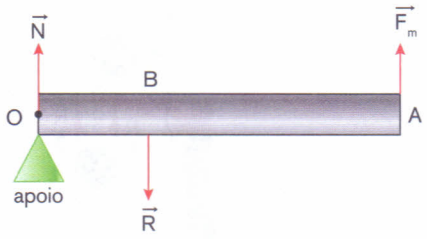
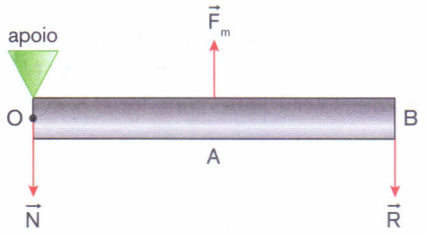


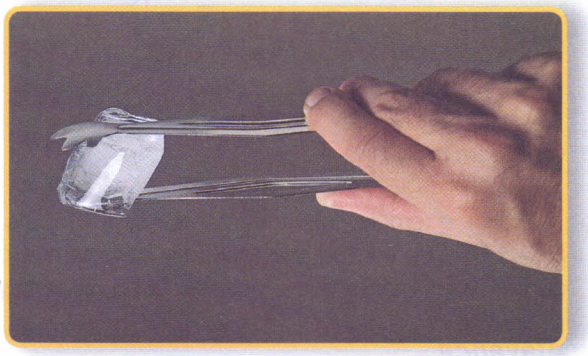
Image Source/Photolibrary/Folhapress

Quando amassamos alho ou esprememos limão, aplicamos a força na extremidade do cabo para esmagar a carga que se encontra entre nossas mãos e a outra extremidade, onde se encontra o ponto de apoio.

• Alavanca interpotente

Nesta alavanca, o esforço é aplicado entre o apoio e a carga. O pegador de gelo, de macarrão e de salada e a vara de pescar são exemplos de alavancas do tipo interpotente.





Thales Trigo

O pegador de gelo é um exemplo de alavanca interpotente.

Condição de equilíbrio de uma alavanca

Considere a alavanca interfixa da figura.

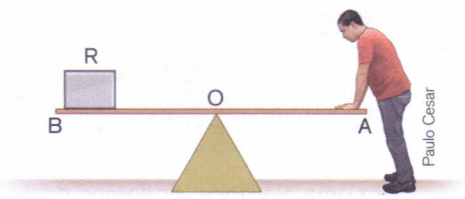
Para que a alavanca permaneça em equilíbrio, temos:

$$M_R = 0 \Rightarrow M_{R,O} + M_{N,O} + M_{F,O} = 0$$

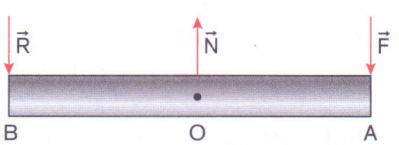
$$R \cdot BO + N \cdot 0 - F \cdot AO = 0$$

$$\boxed{R \cdot BO = F \cdot AO}$$

Note que o produto da força resistente pelo seu braço de ação é igual ao produto da força motriz pelo seu braço.



Paulo Cesar



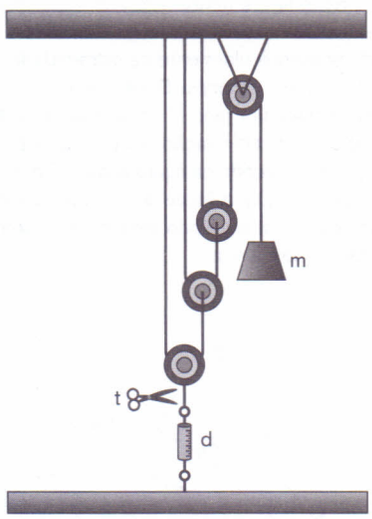
Aplicações

1 *(Mack-SP)* Dispõe-se de um conjunto de fios e polias ideais para um determinado experimento. Quatro dessas polias são associadas conforme a ilustração ao lado, sendo três móveis e uma fixa. No fio que passa pela polia fixa, suspende-se o corpo de massa **m** e o conjunto é mantido em repouso por estar preso ao solo, por meio de fios e de um dinamômetro (**d**) de massa desprezível, que registra 400 N.

Num determinado instante, corta-se o fio no ponto onde se mostra a tesoura (*t*) e o corpo de massa **m** cai livremente. Após 1,00 segundo de queda, esse corpo possui quantidade de movimento de módulo igual a:

(Dado: $g = 10\ m/s^2$)

a) 5,0 kg · m/s
b) 10 kg · m/s
c) 40 kg · m/s
d) 50 kg · m/s
e) 80 kg · m/s



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Para a configuração das polias em questão, o peso e a massa do corpo em equilíbrio devem ser:

$$P = \frac{R}{2^n} = \frac{400}{8} = 50\ N$$

$$P = mg \Rightarrow 50 = m \cdot 10 \Rightarrow m = 5\ kg$$

Após 1 segundo de queda livre, o corpo com aceleração 10 m/s² adquire velocidade de:

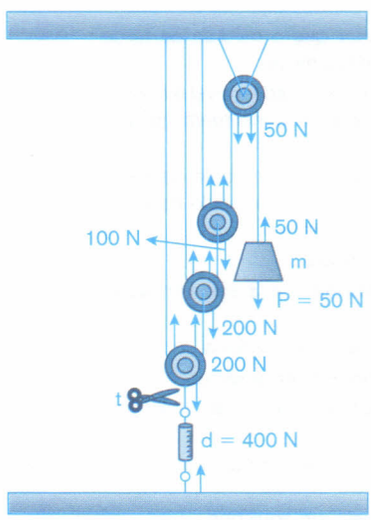
$$v = v_0 + at$$

$$v = 10 \cdot (1) \Rightarrow v = 10\ m/s$$

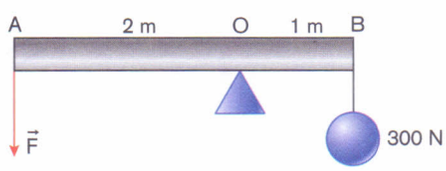
Logo, sua quantidade de movimento pode ser calculada:

$$Q = mv$$

$$Q = 5 \cdot (10) \Rightarrow Q = 50\ kg \cdot m/s$$

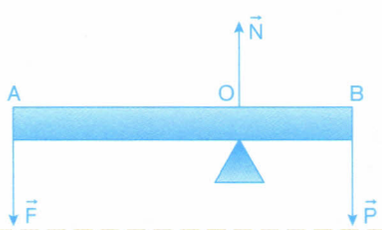


2 A alavanca interfixa da figura está em equilíbrio. Calcule a intensidade da força $\vec{F}$.



Resolução:

Dados: P = 300 N; AO = 2 m; BO = 1 m.



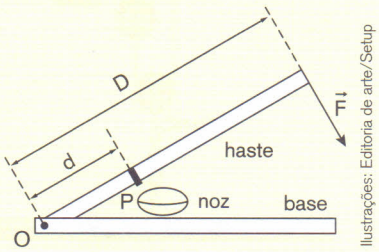
$$F \cdot AO = P \cdot BO$$

$$F \cdot 2 = 300 \cdot 1$$

$$F = 150\ N$$

Atividades

1 *(UFPR)* A figura abaixo representa o esquema de um quebra-nozes. Uma força de módulo **F** é aplicada perpendicularmente na extremidade móvel da haste, a uma distância **D** da articulação em *O*. A haste possui um pino *P* transversal situado a uma distância **d** da articulação em *O*, o qual pressiona a noz, como indicado na figura abaixo. Considere uma situação na qual a haste tem massa desprezível e permanece em equilíbrio estático enquanto é pressionada sobre a noz.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

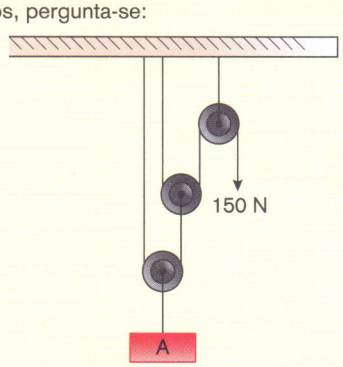
Sobre tal mecanismo, considere as seguintes afirmativas:

1. Se $d = \frac{D}{3}$, o módulo da força aplicada sobre a noz é 3 vezes maior que o módulo da força aplicada na extremidade móvel.
2. A força aplicada na extremidade móvel e a força exercida pela noz no pino constituem um par ação-reação.
3. Para todo **d** menor que **D**, o módulo da força sobre a noz será maior que o módulo da força aplicada na extremidade móvel.

Assinale a alternativa correta.

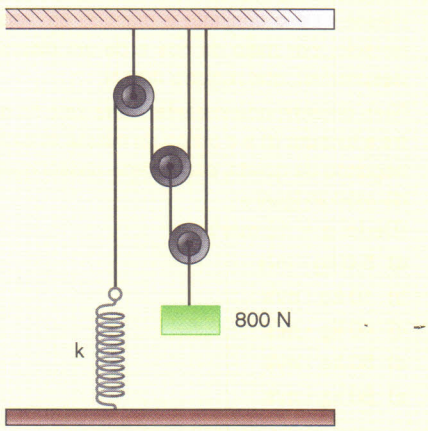
a) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
b) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
c) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
d) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

2 O sistema, na figura, está em equilíbrio. Desprezando-se os atritos, as massas das polias e dos fios, pergunta-se:

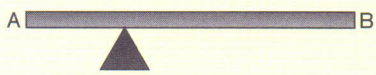


a) Qual o peso do corpo *A*?
b) Qual a vantagem mecânica dessa talha exponencial?

3 Determine a deformação sofrida pela mola de constante elástica k = 40 N/cm no esquema indicado. O sistema está em equilíbrio. Despreze o peso das polias, dos fios e da mola.

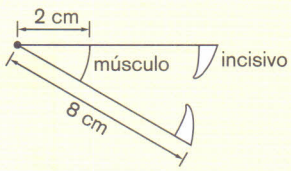


4 *(UFPB)* Um pai, com 80 kg de massa, deseja construir, na sua casa, uma gangorra, para brincar com seu filho pequeno de apenas 20 kg de massa. O pai dispõe de uma prancha de madeira resistente de comprimento 2,0 m e massa desprezível.



Para que a gangorra fique em equilíbrio (conforme a figura), quando o pai e o filho estiverem sentados, respectivamente, nas extremidades *A* e *B* dessa gangorra, a que distância, em cm, da extremidade *A* deverá ser colocado o apoio da prancha?

5 *(UFSM-RS)* Suponha que, do eixo das articulações dos maxilares até os dentes da frente (incisivos), a distância seja de 8 cm e que o músculo responsável pela mastigação, que liga o maxilar à mandíbula, esteja a 2 cm do eixo, conforme o esquema.

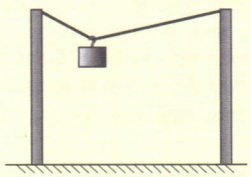


Se a força máxima que o músculo exerce sobre a mandíbula for de 1 200 N, o módulo da força exercida pelos dentes da frente, uns contra os outros, em **N**, é de:

a) 200
b) 300
c) 400
d) 800
e) 1 000

Mais Atividades

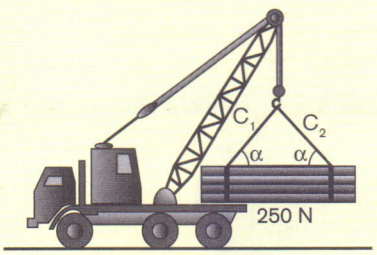
1 *(Efoa-MG)* A figura abaixo ilustra uma situação de equilíbrio de um bloco, suspenso em um varal de fio de aço por intermédio de um gancho.



Deslocando-se o gancho para outra posição e configurando-se uma nova situação de equilíbrio, observa-se que as tensões nos dois ramos do fio se alteram. Quando se varia a posição do gancho, o módulo da resultante das tensões nos dois ramos do varal é:

a) máximo quando o gancho se encontra no centro do varal.
b) sempre constante e não nulo, independentemente da posição do gancho.
c) mínimo quando o gancho se encontra no centro do varal.
d) sempre nulo, independentemente da posição do gancho.

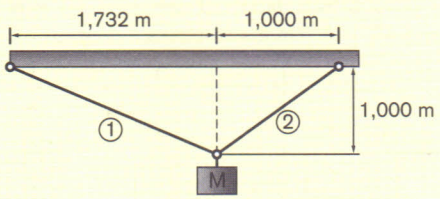
2 *(Furg-RS)* Uma caixa de 250 N é mantida em repouso, sustentada pelos cabos C_1 e C_2 de uma grua. Quais são as tensões T_1 e T_2 nos cabos para que haja equilíbrio da caixa, sendo o ângulo α igual a 45°?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

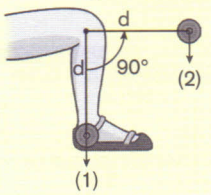
a) $T_1 = T_2 = \sqrt{250}\ N$
b) $T_1 = T_2 = 125\ N$
c) $T_1 = T_2 = 250\ N$
d) $T_1 = T_2 = \frac{250}{\sqrt{2}}\ N$
e) $T_1 = T_2 = \frac{250}{\sqrt{3}}\ N$

3 *(IME-RJ)* Um bloco de massa M = 20 kg está pendurado por três cabos em repouso, conforme mostra a figura abaixo. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², $\sqrt{2} \simeq 1{,}414$ e $\sqrt{3} \simeq 1{,}732$, os valores das forças de tração, em newtons, nos cabos 1 e 2 são, respectivamente:



a) 146 e 179
b) 179 e 146
c) 200 e 146
d) 200 e 179
e) 146 e 200

4 *(Udesc-SC)* Um paciente, em um programa de reabilitação de uma lesão de joelho, executa exercícios de extensão de joelho usando um sapato de ferro de 15 N. Calcule, JUSTIFICANDO seu raciocínio passo a passo, até atingir o resultado:



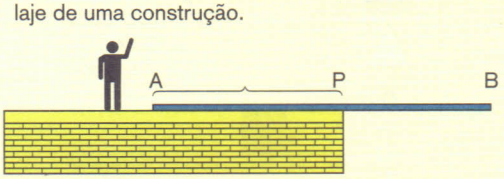
a) a massa do sapato de ferro;
b) a quantidade de torque gerado no joelho pelo sapato de ferro, nas posições (1) e (2), mostradas na figura, sabendo que a distância entre o centro de gravidade do sapato de ferro e o centro articular do joelho é 0,4 metros.

5 *(UEPG-PR)* Sobre o equilíbrio mecânico, assinale o que for correto.

(01) Quando um corpo se encontra em equilíbrio mecânico sob a ação de apenas três forças, elas são coplanares e concorrentes.
(02) Quando o momento resultante de um sistema de forças em relação a um ponto é nulo, isto significa que a resultante desse sistema é nula ou que o seu suporte passa pelo ponto considerado.
(04) Um corpo encontra-se em equilíbrio mecânico quando a soma vetorial das forças que agem sobre ele é nula.
(08) A condição para que um corpo se encontre em equilíbrio mecânico é que ele esteja em repouso.
(16) A resultante das forças que agem sobre um corpo em equilíbrio é nula.

6 *(UERJ)* A figura abaixo mostra um homem de massa igual a 100 kg, próximo a um trilho de ferro AB, de comprimento e massa respectivamente iguais a 10 m e 350 kg.

O trilho encontra-se em equilíbrio estático, com 60% do seu comprimento total apoiados sobre a laje de uma construção.

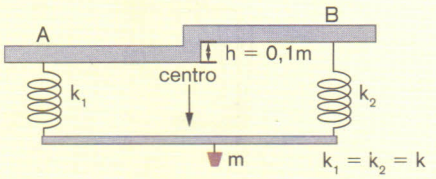


Estime a distância que o homem pode se deslocar sobre o trilho, a partir do ponto *P*, no sentido da extremidade *B*, mantendo-o em equilíbrio.

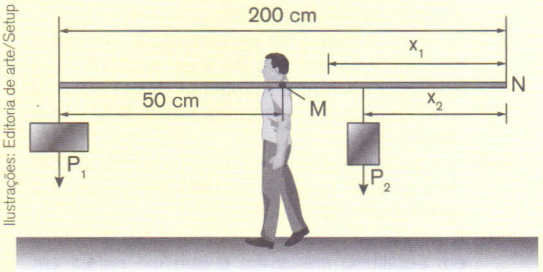
7 *(UFPE)* Uma menina de 50 kg caminha sobre uma prancha com 10 m de comprimento e 10 kg de massa. A prancha está apoiada em suas extremidades, nos pontos *A* e *B*, como mostra a figura.

No instante em que a força normal em *B* é igual ao dobro da normal em *A*, a que distância, em metros, a menina se encontra do ponto *B*? Use g = 10 m/s².

8 A figura mostra uma barra homogênea, de comprimento L = 1,0 m, presa ao teto nos pontos *A* e *B* por molas ideais, iguais, de constante elástica $k = 1{,}0 \cdot 10^2$ N/m. A que distância do centro da barra, em centímetros, deve ser pendurado um jarro de massa m = 2,0 kg, de modo que a barra permaneça na horizontal?



9 *(ITA-SP)* Na experiência idealizada na figura, um halterofilista sustenta, pelo ponto M, um conjunto em equilíbrio estático composto de uma barra rígida e uniforme, de um peso P_1 = 100 N na extremidade a 50 cm de M, e de um peso P_2 = 60 N, na posição x_2 indicada. A seguir, o mesmo equilíbrio estático é verificado dispondo-se, agora, o peso P_2 na posição original de P_1, passando este à posição de distância $x_1 = 1{,}6\ x_2$ da extremidade N.

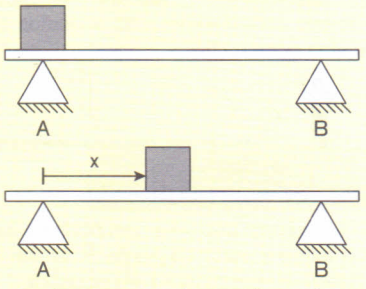


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sendo de 200 cm o comprimento da barra e g = 10 m/s² a aceleração da gravidade, a massa da barra é de

a) 0,5 kg. c) 1,5 kg. e) 2,0 kg.
b) 1,0 kg. d) 1,6 kg.

10 *(Cesgranrio-RJ)*



A figura acima representa uma barra homogênea de peso 10 N que está apoiada, em equilíbrio, sobre dois suportes que distam 2 metros entre si. Um bloco de peso 6 N encontra-se apoiado sobre a barra, exatamente na posição correspondente ao suporte A. Conforme o bloco é deslocado sobre a barra, de uma distância x, em direção a B, a força F_B que o suporte B exerce sobre a barra vai sendo modificada. A função que associa à distância x, em metros, a intensidade de F_B, em newtons, é

a) FB = −6x + 10 d) FB = 6x + 5
b) FB = 3x + 5 e) FB = 6x + 10
c) FB = 3x + 10

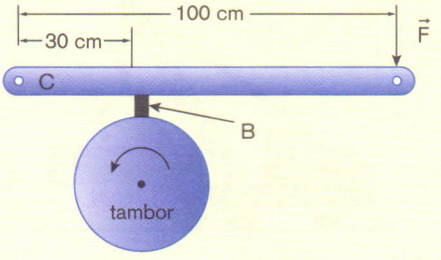
11 *(UFC-CE)* Uma haste de comprimento L e massa m uniformemente distribuída repousa sobre dois apoios localizados em suas extremidades. Um bloco de massa m uniformemente distribuída encontra-se sobre a barra em uma posição tal que a reação em uma das extremidades é o dobro da reação na outra extremidade. Considere a aceleração da gravidade com módulo igual a g.

a) Determine as reações nas duas extremidades da haste.
b) Determine a distância x entre o ponto em que o bloco foi posicionado e a extremidade em que a reação é maior.

12 *(UFSM-RS)* Um jogador de 70 kg teve de ser retirado do campo, numa maca. A maca tem 2 m de comprimento e os maqueiros, mantendo-o na horizontal, seguram suas extremidades. O centro de massa do jogador está a 0,8 m de um dos maqueiros. Considerando g = 10 m/s² e desprezando a massa da maca, o módulo da força vertical exercida por esse mesmo maqueiro é, em N

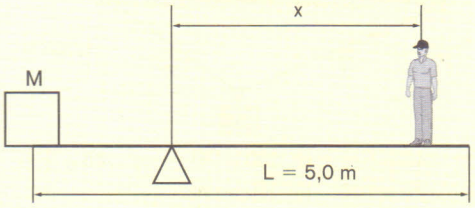
a) 280 b) 350 c) 420 d) 700 e) 1.050

13 *(Unicamp-SP)* Um freio a tambor funciona de acordo com o esquema da figura abaixo. A peça de borracha *B* é pressionada por uma alavanca sobre um tambor cilíndrico que gira junto com a roda. A alavanca é acionada pela força **F** e o pino no ponto *C* é fixo. O coeficiente de atrito cinético entre a peça de borracha e o tambor é $\mu_c = 0{,}40$.

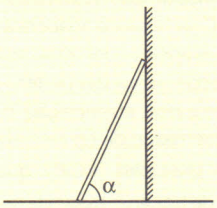


a) Qual é o módulo da força normal que a borracha B exerce sobre o tambor quando F = 750 N? Despreze a massa da alavanca.
b) Qual é o módulo da força de atrito entre a borracha e o tambor?
c) Qual é o módulo da força aplicada pelo pino sobre a alavanca no ponto C?

14 *(Unifei-MG)* Qual deve ser o tamanho **x** do braço da alavanca que permite a uma pessoa de massa igual a 80 kg, em pé sobre uma extremidade, suportar, em equilíbrio, um bloco de massa M = 2000 kg, cujo centro de massa localiza-se na outra extremidade? O comprimento total da barra é L = 5,0 m e sua massa é desprezível.

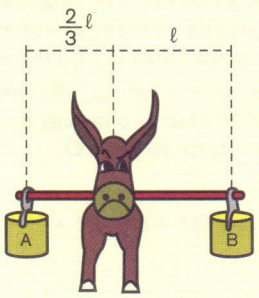


15 *(UFPR)* Uma pessoa encostou uma escada na parede, conforme a figura. A escada tem massa m e comprimento l. Considere que há atrito somente entre o chão e a escada e que o centro de massa da escada localiza-se no seu ponto médio. Com base nessas informações, é correto afirmar:



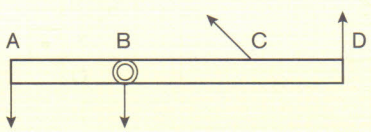
01. É necessário que haja atrito entre o chão e a escada para que ela esteja em equilíbrio.
02. A força que o chão exerce sobre a escada deve ter uma componente vertical de módulo igual ao peso da escada.
04. A força que a parede vertical exerce sobre a escada independe do peso desta.
08. Para que a escada permaneça em equilíbrio, a força de atrito entre a escada e o chão será tanto maior quanto maior for o ângulo α;
16. Como a escada encontra-se em equilíbrio estático, a resultante dos momentos das forças sobre ela é nula.

16 *(UFRRJ)* Na figura, o burrinho carrega dois baldes d'água, que estão pendurados em extremidades opostas de um mastro rígido de madeira, equilibrado sobre seu dorso. A distância do balde *A* ao ponto de apoio, situado sobre as costas do animal, é $\frac{2}{3}\ell$, enquanto a distância do balde *B* ao ponto de apoio é ℓ.



Se a massa de água no balde *B* é $m_B = 20$ kg, determine o valor de massa de água no balde *A* para o caso do sistema em equilíbrio. Despreze as massas dos baldes em comparação com as massas das quantidades de água dentro deles.

17 *(UFPB)* Quatro forças, de mesmas intensidades, são aplicadas em pontos diferentes (*A*, *B*, *C*, *D*) de uma barra homogênea, presa à superfície de uma mesa por um pino localizado no ponto *B*, conforme a figura.

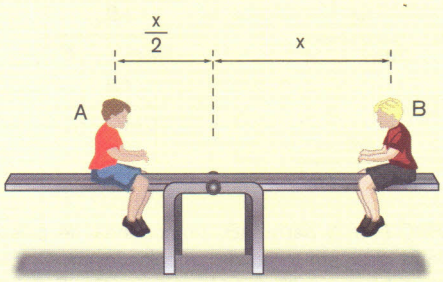


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando que as distâncias AB = BC = = CD, acerca dos torques (**T**) relativos ao ponto *B*, causados pelas forças aplicadas nos diferentes pontos, é correto afirmar:

a) $T_D > T_A > T_C > T_B$
b) $T_C > T_B > T_D > T_A$
c) $T_B > T_C > T_D > T_A$
d) $T_A > T_D > T_C > T_B$
e) $T_D > T_B > T_A > T_C$

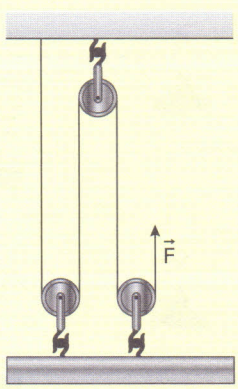
18 Duas crianças estão em um parque de diversões brincando em uma gangorra, isto é, uma prancha de madeira apoiada em seu centro de massa, conforme ilustrado na figura. Quando a criança *B* se posiciona a uma distância **x** do ponto de apoio e a outra criança *A* à distância $\frac{x}{2}$ do lado oposto, a prancha permanece em equilíbrio.



Nessa circunstância, identifique a alternativa correta.

a) O peso da criança *B* é igual ao peso da criança *A*.
b) O peso da criança *B* é o dobro do peso da criança *A*.
c) A soma dos momentos das forças é diferente de zero.
d) O peso da criança *B* é a metade do peso da criança *A*.
e) A força que o apoio exerce sobre a prancha é em módulo menor que a soma dos pesos das crianças.

19 *(UFTM-MG)* O sistema de roldanas apresentado encontra-se em equilíbrio devido à aplicação da força de intensidade F = 1000 N.

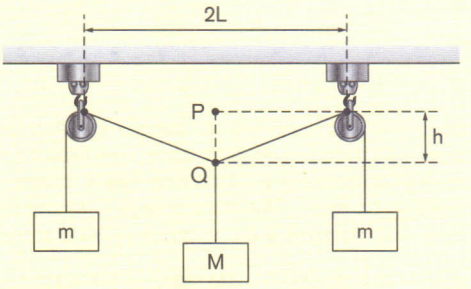


Essa circunstância permite entender que, ao considerar o sistema ideal, o peso da barra de aço é, em N, de

a) 1000.
b) 2000.
c) 3000.
d) 4000.
e) 8000.

20 *(ITA-SP)* No arranjo mostrado na figura com duas polias, o fio inextensível e sem peso sustenta M e, também, simetricamente, as duas massas m, em equilíbrio estático.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Desprezando o atrito de qualquer natureza, o valor h da distância entre os pontos P e Q vale

a) $\frac{ML}{\sqrt{4m^2 - M^2}}$.

b) L

c) $\frac{ML}{\sqrt{M^2 - 4m^2}}$

d) $\frac{ML}{\sqrt{4m^2 - M^2}}$.

e) $\frac{ML}{\sqrt{2m^2 - M^2}}$.

21 *(PUC-PR)* A barra AB, homogênea de peso P, pode girar em torno da articulação em C. Ela é mantida em equilíbrio pelos corpos D e E de massas e volumes diferentes. O corpo E está totalmente imerso na água, figura 1.

Considere as proposições.

I. Se a barra está em equilíbrio, podemos afirmar que o momento das forças atuantes sobre a barra em relação ao ponto C é nulo.

II. Se o corpo E for retirado da água, figura 2, o equilíbrio será desfeito, e a barra girará em torno de C, no sentido horário.

III. Se o corpo E for retirado da água, figura 2, o equilíbrio será desfeito, e a barra girará em torno de C, no sentido anti-horário.

IV. Se o corpo E for retirado da água, figura 2, não será alterado o equilíbrio da barra.

FIGURA 1

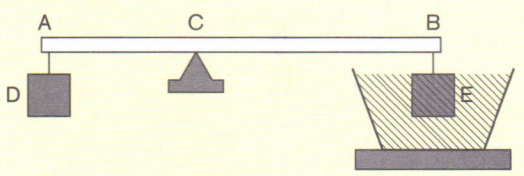
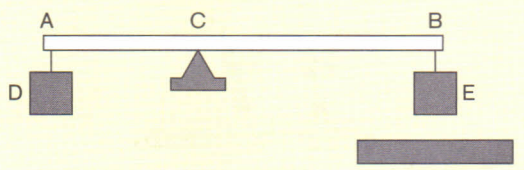


FIGURA 2



Está correta ou estão corretas:

a) Somente I.

b) Somente II.

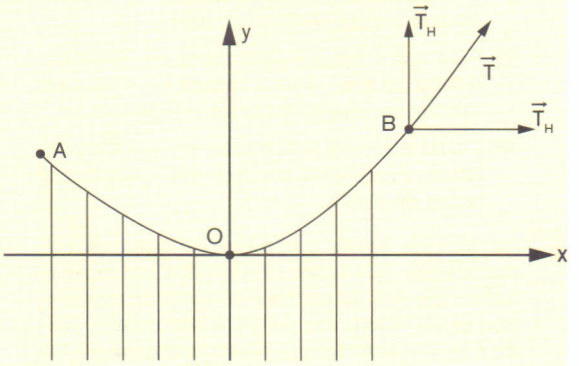
c) I e III.

d) I e II.

e) Somente IV.

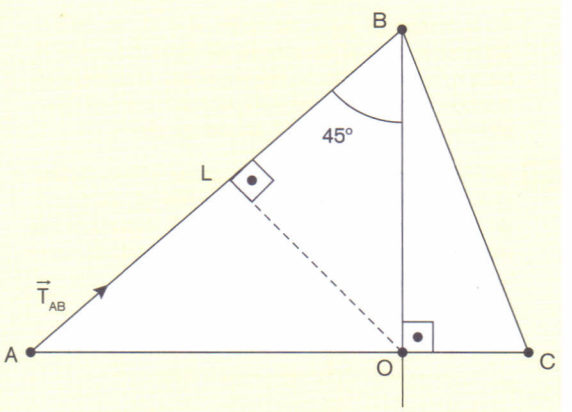
22 *(Unicamp-SP)* Grandes construções representam desafios à engenharia e demonstram a capacidade de realização humana. Pontes com estruturas de sustentação sofisticadas são exemplos dessas obras que coroam a mecânica de Newton.

a) A ponte pênsil de São Vicente (SP) foi construída em 1914. O sistema de suspensão de uma ponte pênsil é composto por dois cabos principais. Desses cabos principais partem cabos verticais responsáveis pela sustentação da ponte. O desenho esquemático da figura *1* abaixo mostra um dos cabos principais (AOB), que está sujeito a uma força de tração $\vec{T}$ exercida pela torre no ponto *B*. A componente vertical da tração $\vec{T}_v$ tem módulo igual a um quarto do peso da ponte, enquanto a horizontal $\vec{T}_H$ tem módulo igual a $4{,}0 \cdot 10^6$ N. Sabendo que o peso da ponte é $P = 1{,}2 \cdot 10^7$ N, calcule o módulo da força de tração $\vec{T}$.



b) Em 2008 foi inaugurada em São Paulo a ponte Octavio Frias de Oliveira, a maior ponte estaiada em curva do mundo. A figura 2 mostra a vista lateral de uma ponte estaiada simplificada. O cabo AB tem comprimento L = 50 m e exerce, sobre a ponte, uma força $\vec{T}_{AB}$ de módulo igual a $1{,}8 \cdot 10^7$ N. Calcule o módulo do torque desta força em relação ao ponto *O*.

Dados: $\text{sen } 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Corel Stock Photo

UNIDADE VI

Mecânica dos fluidos

O ar e a água estão presentes em quase todos os lugares de nosso cotidiano, e esses são apenas dois exemplos de fluidos. Nesta unidade utilizaremos alguns conceitos da Dinâmica para descrever o comportamento dos fluidos e dos corpos imersos neles.

Você já pensou que um navio é feito de chapas de aço cuja densidade é muito maior do que a da água. Por que ele não afunda? O navio pode flutuar porque a água exerce uma força chamada empuxo, cuja característica é a tendência a expelir os corpos nela submersos. Conceitos de pressão e velocidade são pertinentes também para explicar o voo do avião. O fato de a pressão diminuir quando se aumenta a velocidade do fluxo proporciona a aviões e pássaros uma força de sustentação no voo.

Aplicações para a pressão também são encontradas em procedimentos para melhoria da qualidade de vida. O *shiatsu* é uma terapia alternativa que segue a filosofia chinesa que considera que o corpo é atravessado por canais de energia chamados meridianos. A pressão com o dedo polegar em pontos que se relaciona a um órgão favorece a eliminação de toxinas e estimula o fluxo de energia.

Dimitri Vervitsiotis/Getty Images

Rubberball/Getty Images

CAPÍTULO 13 – HIDROSTÁTICA

1. Fluido

Tanto o ar quanto a água nos estados líquido e gasoso são fluidos, ou seja, são substâncias capazes de escoar, fluir. Essa característica implica uma série de propriedades físicas específicas, uma vez que suas moléculas estão ligadas entre si de modo muito menos intenso do que nos sólidos. Assim, todos os líquidos, vapores e gases em geral são considerados fluidos: a água flui (escoa, "corre") ao longo do leito de um rio e dentro das canalizações de uma residência; o sangue flui no interior das veias, artérias e vasos capilares existentes no corpo de qualquer animal.

Aureliano Muller/Folhapress

Vista do delta do rio Parnaíba, no norte do Piauí, 2004.

Uma das propriedades dos fluidos é o que chamamos **viscosidade**. A água, por exemplo, escoa com facilidade porque o atrito – as forças decorrentes das ligações químicas entre suas moléculas – é pequeno. Por isso, dizemos que a água possui baixa viscosidade. Por outro lado, o óleo escoa com mais dificuldade porque possui viscosidade maior, ou seja, as forças que mantêm o óleo coeso numa vasilha são maiores do que na água.

A parte da Física que vamos estudar nesta unidade é chamada **Mecânica dos fluidos**, a qual pode ser dividida em duas partes: a **fluido-estática**, que estuda os fluidos em repouso, e a **fluido-dinâmica**, que estuda os fluidos em movimento. Dada a sua importância e presença em nossas vidas, o líquido mais usado em diversos processos é a água, cujo prefixo designativo é *hidro*. Por conta disso, independentemente do fluido estudado, costuma-se usar os nomes **Hidrostática** e **Hidrodinâmica**.

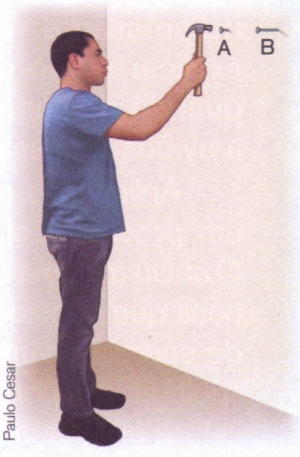
2. O que é pressão

Vamos imaginar que você tenha de fixar, numa parede, dois pregos, *A* e *B*, representados na figura.

Se você martelar os dois pregos contra a parede com forças de mesma intensidade verificará que o prego *A*, com a ponta mais fina, entrará com mais facilidade na parede.

Por que o prego com a ponta mais fina penetra com mais facilidade na parede? A resposta está justamente no fato de o prego *A* ser mais pontudo, ou seja, ter uma ponta mais afinada. Com isso, a área de contato entre o prego *A* e a parede é bem menor do que entre o prego *B* e a parede, facilitando sua penetração.

Podemos dizer que *A* entra na parede com mais facilidade que *B* porque a pressão que ele exerce sobre a parede é maior. Como conclusão direta desse procedimento, podemos dizer que:



Paulo Cesar

Para uma mesma força aplicada, quanto menor for a área de contato entre dois objetos, maior será a pressão exercida. Logo, a área de contato e a pressão são inversamente proporcionais.

Por exemplo, se a área for reduzida à metade, à terça parte, à quarta parte, a pressão duplicará, triplicará, quadruplicará, respectivamente.

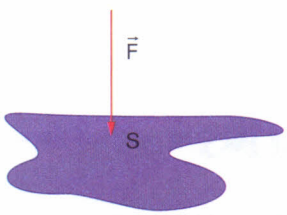
Entretanto, para certo prego, se você aumentar a intensidade da força aplicada nas marteladas, verificará que ele entrará mais facilmente na parede, pois a pressão será maior. Logo:

Considerando-se uma mesma área de contato, quanto maior for a intensidade da força aplicada, maior será a pressão. Sendo assim, a intensidade da força aplicada é diretamente proporcional à pressão exercida.

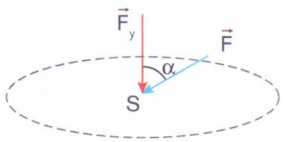
Se a intensidade da força dobrar, triplicar, quadruplicar, a pressão dobrará, triplicará, quadruplicará, respectivamente.

Do exposto, podemos verificar que a pressão é inversamente proporcional à área e diretamente proporcional à força aplicada.

Matematicamente, definimos pressão **p** como o quociente entre a intensidade **F** da força aplicada perpendicularmente sobre uma superfície de área *S*:



ou

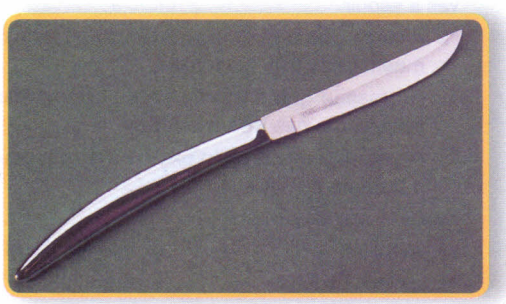


Editoria de arte/Setup

$$p = \frac{F}{S} \qquad p = \frac{F \cos \alpha}{S}$$

No Sistema Internacional de Unidades a pressão é medida em newton por metro quadrado (N/m^2), que recebe o nome de pascal (Pa), em homenagem ao francês Blaise Pascal. O valor de 1 pascal é a pressão exercida por uma força de 1 N distribuída perpendicular e uniformemente sobre uma superfície plana de área 1 m^2.

Quando desejamos cortar, furar, picar, serrar com mais facilidade, os instrumentos que usamos devem ser construídos para exercer forças elevadas em áreas muito pequenas. Como exemplos, podemos citar agulhas, facas, tesouras, alicates, entre outros.



Sérgio Dotta Jr./The Next

A faca tem uma área muito pequena de superfície de contato com o objeto a ser cortado, concentrando, dessa maneira, uma pressão maior, o que facilita o corte.

Quando pretendemos que as pressões sejam menores, as forças ou cargas devem ser distribuídas por superfícies de áreas muito maiores. Como exemplo, podemos citar a pressão exercida pelos esquiadores, pelas carretas com vários pneus, pelos tanques de guerra.

Pense e Responda

• Os capacetes de segurança usados pelos ciclistas e motociclistas reduzem os danos graves ocasionados por acidentes. Por que isso acontece?

Aplicação

A ponta de uma agulha de vitrola tem diâmetro aproximadamente igual a $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ cm. Se essa agulha exerce uma força de intensidade $5 \cdot 10^{-2}$ N, no sulco de um disco, calcule a pressão exercida por ela. Adote $\pi = 3$.

Resolução:

O diâmetro da agulha, em metros, é igual a:

$d = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ cm$

$d = 2{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}\ m$

$d = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ m$

A área da superfície sobre a qual a agulha se apoia é igual a:

$S = \pi R^2$

$S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$S = 3 \cdot \left(\frac{2{,}0 \cdot 10^{-5}\ m}{2}\right)^2$

$S = 3 \cdot 10^{-10}\ m^2$

A pressão exercida pela agulha é igual a:

$p = \frac{F}{S} \Rightarrow p = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-10}} \Rightarrow p \simeq 1{,}7 \cdot 10^{8}\ N/m^2$

Portanto, a pressão exercida pela agulha é de aproximadamente $1{,}7 \cdot 10^8$ Pa.

Sérgio Dotta Jr/The Next

Atividades

1 *(UEL-PR)* Quando um juiz de futebol aperta uma bola para testar se ela está com pressão adequada para ser utilizada num jogo, ela é pressionada com os dois polegares simultaneamente. Tal procedimento é uma avaliação subjetiva da pressão interna da bola. Com relação à pressão exercida pelos polegares do juiz, é correto afirmar que:

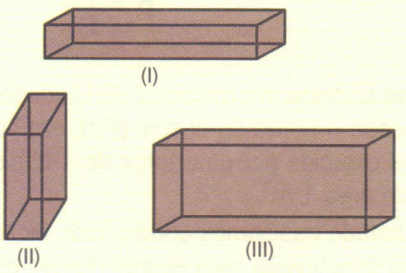
a) é diretamente proporcional ao quadrado da área da bola.
b) é inversamente proporcional à força aplicada.
c) é diretamente proporcional à área dos polegares.
d) independe da área dos polegares.
e) é inversamente proporcional à área dos polegares em contato com a bola.

2 Uma abelha consegue cravar o seu ferrão no braço de uma pessoa, embora a força aplicada pelo ferrão seja muito pequena. Por que ela consegue perfurar a pele do braço?

3 *(UFJF-MG)* A pressão com que o coração bombeia o sangue para a aorta é de $1{,}3 \cdot 10^4\ N/m^2$. A força devida a essa pressão sobre o sangue, na secção reta da aorta cuja área é de $3{,}0\ cm^2$, vale:

a) $3{,}9 \cdot 10^4$ N
b) $3{,}9 \cdot 10^4\ N/m^2$
c) $3{,}9\ N/m^2$
d) 3,9 N
e) $3{,}9 \cdot 10^4$ atm

4 *(UFSM-RS)* A figura mostra um tijolo apoiado sobre um plano horizontal em três situações.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando cada situação, analise as afirmativas a seguir.

I. A força que o tijolo exerce sobre o plano é a mesma nas três situações.
II. A pressão que o tijolo exerce sobre o plano é diferente nas três situações.
III. A pressão que o tijolo exerce sobre o plano é máxima na situação (I).

Está(ão) correta(s):

a) apenas I.
b) apenas I e II.
c) apenas III.
d) apenas II e III.
e) I, II e III.

5 Sobre uma superfície plana de área igual a $20\ cm^2$ age uma força de 30 N, fazendo um ângulo de 60° com a normal à superfície. Qual a pressão exercida por essa força?

6 *(UFES)* Um automóvel de massa 800 kg em repouso apoia-se sobre quatro pneus idênticos. Considerando que o peso do automóvel seja distribuído igualmente sobre os quatro pneus e que a pressão em cada pneu seja de $1{,}6 \cdot 10^5$ N/m² (equivalente a 24 lbf/pol²), a superfície de contato de cada pneu com o solo é, em cm²:

a) 100 c) 175 e) 250

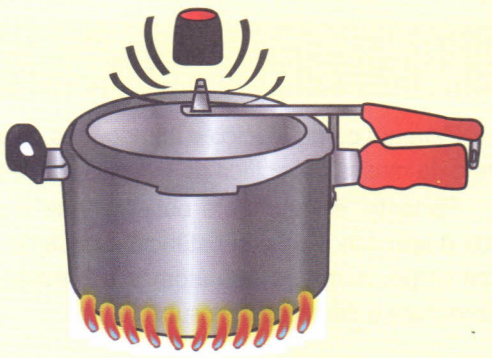
b) 125 d) 200

7 *(Vunesp-SP)* Uma jovem de 60 kg está em pé sobre o assoalho de uma sala, observando um quadro.

a) Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², determine a intensidade da força $\vec{F}$ que ela exerce sobre o assoalho.

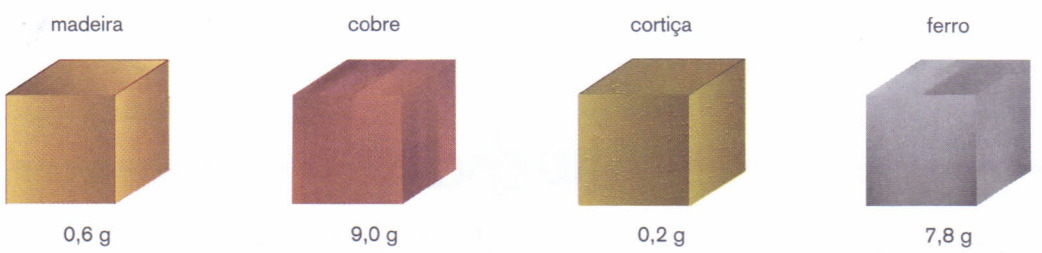
b) A jovem está usando sapatos de saltos e a área da base de cada salto é igual a 1,0 cm². Supondo que um dos saltos suporte $\frac{1}{3}$ do peso da jovem, determine a pressão **p**, em N/m², que este salto exerce sobre o assoalho.

8 *(ITE-SP)* Numa panela de pressão, o pino que regula a pressão interna tem 80 g de massa e se apoia sobre um tubo vertical de 4 mm² de área interna. Calcule a pressão interna necessária para levantar o pino (g = 10 m/s²).



3. Massa específica e densidade

Corpos de diversas substâncias têm massas diferentes apesar de terem o mesmo volume. Por exemplo, na figura estão representados quatro cubos maciços de 1 cm³ de volume de substâncias diferentes.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Nota-se que:

- a massa do cobre equivale a 15 vezes a massa da madeira, isto é, o cobre é 15 vezes mais denso que a madeira;
- a massa da cortiça equivale a um terço da massa da madeira, isto é, a cortiça é menos densa que a madeira.

A comparação de massas de substâncias diferentes e com volumes iguais é feita por meio da massa específica.

Para uma amostra de substância mantida à temperatura e pressão constantes, a massa e o volume são diretamente proporcionais. Isso significa que, fixadas a temperatura e a pressão, o quociente entre a massa **m** da substância e o volume **V** correspondente é constante e uma característica da substância. Essa constante denomina-se **massa específica μ** da substância.

$$\mu = \frac{m}{V}$$

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de massa específica é kg/m³. Frequentemente são utilizadas as unidades g/cm³ e kg/L.

A tabela a seguir fornece os valores das massas específicas de algumas substâncias à pressão e temperaturas constantes.

Para um corpo de massa **m** e volume total **V**, com ou sem espaços ocos em seu interior, define-se como **densidade d** do corpo o quociente:

$$d = \frac{m}{V}$$

Para um corpo maciço e homogêneo o valor da densidade coincide com o da massa específica do material que o compõe.

Portanto, é importante observar que o conceito de massa específica é aplicado a uma substância, enquanto o de densidade se aplica a um corpo. A massa dos átomos e o espaçamento entre eles é que determinam a densidade da substância.

Substância	Massa específica (g/cm³)
platina	21,4
ouro	19,4
chumbo	11,3
prata	10,5
ferro	7,8
alumínio	2,7
água a 4 °C	1,0
ar a 20 °C ao nível do mar	0,0013
gelo	0,92

Fonte de pesquisa: HEWITT, P. G.; WOLF, P. R. *Fundamentos da física conceitual*. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 152.

Aplicação

A densidade de uma determinada substância é 1,25 g/cm³. Um cubo maciço, homogêneo, feito dessa substância, tem aresta de 2 cm e está num local de aceleração da gravidade 10 m/s². Calcule, em unidades do SI, a massa do cubo e seu peso.

Resolução:

Transformando 1,25 g/cm³, em kg/m³, temos:

$$d = 1{,}25\ \frac{g}{cm^3} \Rightarrow d = 1{,}25 \cdot \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6}\ m^3} \Rightarrow d = 1{,}25 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

O volume da substância é igual a: $V = (2\ cm)^3 \Rightarrow V = (2 \cdot 10^{-2}\ m)^3 \Rightarrow V = 8 \cdot 10^{-6}\ m^3$

A massa da substância é igual a: $d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1{,}25 \cdot 10^3 = \frac{m}{8 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow m = 0{,}01\ kg$

O peso da substância é igual a: $P = mg \Rightarrow P = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \Rightarrow P = 0{,}1\ N$

Atividades

1 Uma substância tem 80 g de massa e volume de 10 cm³. Expresse a densidade dessa substância em g/cm³ e kg/m³.

2 *(UCDB-MS)* Um bloco de madeira de $6{,}0 \cdot 10^2$ g tem forma de um paralelepípedo de dimensões 10 cm, 15 cm e 20 cm. Sua massa específica é igual a:

a) $1{,}0 \cdot 10^2$ g/m³
b) $1{,}5 \cdot 10^2$ g/m³
c) $1{,}5 \cdot 10^2$ g/cm³
d) $2{,}0 \cdot 10^5$ g/m³
e) $2{,}0 \cdot 10^2$ g/cm³

3 Uma peça maciça é formada de ouro de densidade 20 g/cm³ e prata de densidade 10 g/cm³. O volume e a massa da peça são, respectivamente, 625 cm³ e 10 kg. Quais as massas de ouro e de prata contidas na peça?

4 Uma chapa de cobre de 2 m², utilizada em um coletor de energia solar, é pintada com tinta preta cuja massa específica após a secagem é 1,7 g/cm³. A espessura da camada é da ordem de 5 μm (micrômetros). Qual é a massa de tinta seca existente sobre a chapa?

5 *(UMC-SP)* Sobre uma mesa está apoiada uma das faces de um cubo de prata com 10 cm de aresta. Sabendo-se que a densidade da prata é 10,5 g/cm³ e adotando-se g = 10 m/s², a massa do cubo e a pressão que a face exerce sobre a mesa são, respectivamente:

a) 10,5 kg e 10 500 N/m²
b) 1,05 kg e 105 N/m²
c) 105 kg e 105 N/m²
d) 10,5 kg e 1 050 N/m²
e) 1,05 kg e 10 500 N/m²

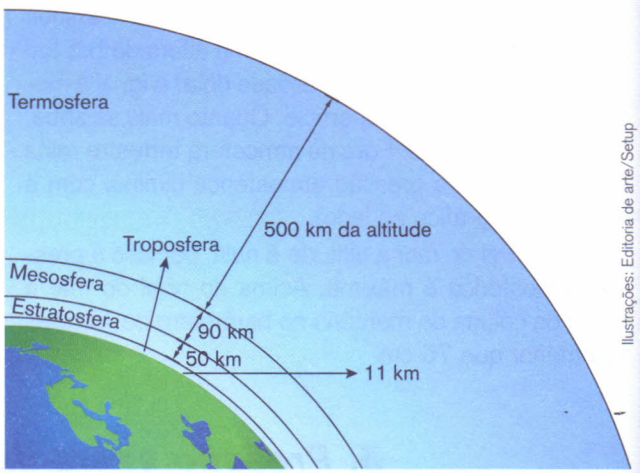
6 Se colocarmos no congelador uma garrafa de plástico de 1 L de capacidade, cheia de água e tampada, após certo tempo a garrafa estoura. Isso ocorre porque a água congela e se expande. De acordo com o exposto, responda:

a) O que possui maior densidade: o gelo ou a água?
b) O que pesa mais: um litro de água ou um litro de gelo?

4. Pressão atmosférica

Em torno da Terra há uma camada de gases denominada atmosfera. Ela é composta de uma mistura gasosa cujos principais componentes são o oxigênio, cerca de 21%, e o nitrogênio, cerca de 78%. A atmosfera é dividida em quatro camadas, como mostra a figura.

Aproximadamente 90% de todo o ar que envolve a Terra se encontra abaixo de 18000 m. Como o ar é formado por moléculas, e moléculas têm massa, o ar, por conseguinte, tem peso. Portanto, ele exerce pressão sobre qualquer superfície em contato com ele. Essa pressão é chamada **pressão atmosférica**. Quanto menor for a espessura da atmosfera num determinado local, menor será a pressão atmosférica ali e vice-versa.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

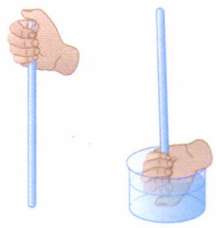
Ilustração produzida com base em: TEIXEIRA, W. e outros. *Decifrando a Terra*. São Paulo: Oficina de Textos, 2000. p. 75.

Por exemplo, a pressão atmosférica em Itatiaia (RJ), que está a 2540 m acima do nível do mar, é menor do que a pressão atmosférica na cidade do Rio de Janeiro, que está ao nível do mar.

Medida da pressão atmosférica

Em 1643, para medir a pressão atmosférica ao nível do mar, Torricelli realizou a seguinte experiência:

Usando um tubo de vidro com cerca de 1 m de comprimento, fechado em uma das extremidades, encheu-o de mercúrio, tapou a outra extremidade, inverteu-o e mergulhou-o num vaso também contendo mercúrio. Em seguida, abriu a extremidade que havia tapado e verificou que o mercúrio desceu no tubo e se estabilizou a uma altura de 76 cm em relação à superfície livre do mercúrio no vaso.



Torricelli concluiu, assim, que a pressão atmosférica p_A que o ar exercia na superfície livre do mercúrio no vaso equilibrava a coluna de mercúrio. Portanto, o valor da pressão atmosférica equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura no nível do mar.

Esse valor – denominado **atmosfera** (**atm**) – é utilizado como unidade de pressão.

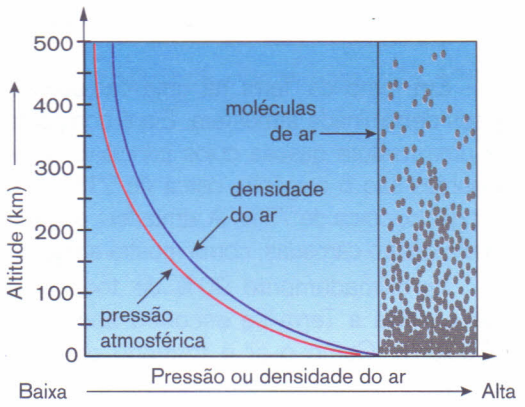
$$p_{atm} = 1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg}$$

Voltando à experiência de Torricelli, a parte superior do tubo emborcado ficou preenchida com mercúrio em estado gasoso, muito rarefeito, portanto sob baixíssima pressão. Se fizéssemos um buraco nessa parte, o ar entraria e pressionaria a coluna de mercúrio, fazendo-o descer até atingir o nível do mercúrio no recipiente.

Em nosso curso utilizaremos o valor aproximado para a pressão ao nível do mar de $p_{atm} = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1$ atm. A pressão atmosférica igual a 1 atm é denominada **pressão normal**. Os meteorologistas usam a unidade de pressão chamada **bar**, que é igual a 10^5 Pa; 1 bar = 10^5 Pa = 1 atm.

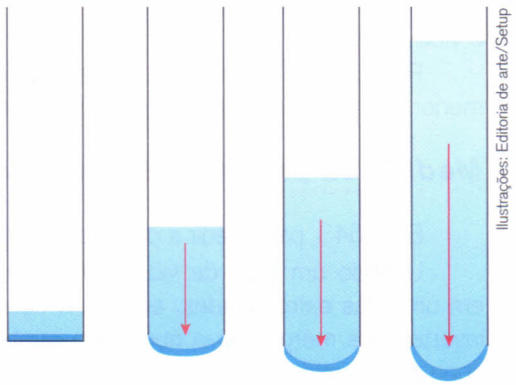
À medida que nos afastamos da superfície da Terra, a densidade do ar diminui rapidamente, em virtude de a intensidade do campo gravitacional diminuir com a distância. Por exemplo, a uma altura de 5,5 km da superfície terrestre, a densidade do ar é igual à metade do que seria na superfície. Quanto mais se sobe, mais rarefeito é o ar. Fora da atmosfera terrestre reina o vácuo. Logo, a pressão atmosférica diminui com a altitude (ver gráfico ao lado).

Ao nível do mar a altitude é nula, por isso a pressão atmosférica é máxima. Acima do nível do mar a altura da coluna de mercúrio no barômetro de Torricelli fica menor que 76 cm.



5. Pressão exercida pelos líquidos

Pegue um tubo de PVC de aproximadamente 0,5 metro de comprimento e amarre uma bexiga numa de suas extremidades, como mostra a figura ao lado. Preencha o tubo com água e, à medida que a água vai ocupando o tubo, observe o que acontece com a membrana de borracha.

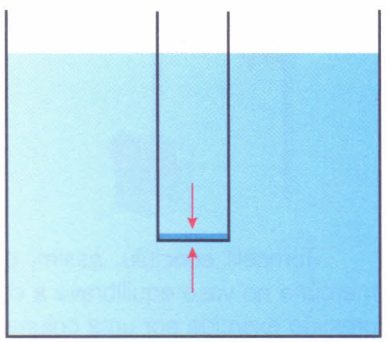


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Você deve verificar que, quanto maior a coluna de água no tubo, maior será a deformação sofrida pela borracha, pois o peso da água exerce pressão sobre ela.

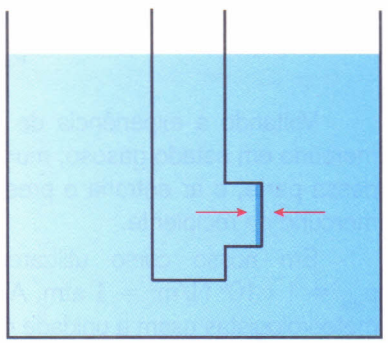
Agora, coloque a extremidade do tubo com a bexiga em uma vasilha funda e transparente, também contendo água, e observe o que acontece com a membrana de borracha.

Você deverá perceber que, à medida que o tubo desce na vasilha, a deformação da membrana de borracha fica menos estufada. Quando a borracha voltar à sua forma inicial (não deformada), isso significa que o valor das forças que agem sobre ela, na parte de cima e na parte de baixo do tubo, é igual. Isso ocorre quando a água no tubo e na vasilha estão exatamente no mesmo nível.



Se a membrana de borracha estiver num orifício lateral do tubo, podemos verificar também que a borracha não apresenta deformação se a água no tubo e na vasilha estiver no mesmo nível.

Isso ocorre porque as forças que agem em ambos os lados da borracha têm a mesma intensidade.



Esses experimentos foram realizados com água, mas os resultados obtidos seriam os mesmos qualquer que fosse o líquido utilizado.

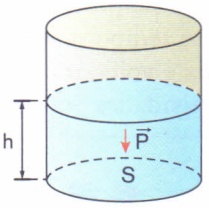
Assim, podemos dizer que um líquido exerce pressão contra um corpo nele imerso em todas as direções de sua superfície externa. Num mesmo nível elas são iguais em todas as direções e aumentam com o aumento da profundidade.

Cálculo da pressão exercida por um líquido

Da mesma forma que os corpos sólidos, os líquidos também exercem pressão sobre outros corpos por causa de seu peso.

Para obter essa pressão, consideremos um recipiente fechado contendo um líquido de densidade **d** até um altura **h**, num local onde a aceleração da gravidade é **g**.

O líquido contido no recipiente tem um peso **P** e exerce sobre a área da base *S* do recipiente uma pressão **p** dada por:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$p = \frac{P}{S} \Rightarrow p = \frac{mg}{S} \Rightarrow p = \frac{dV\!\!\!/g}{V\!\!\!/} \Rightarrow p = dgh$$

Essa expressão mostra que a pressão exercida por um líquido no fundo e nas paredes do recipiente ou sobre qualquer superfície no seu interior depende:

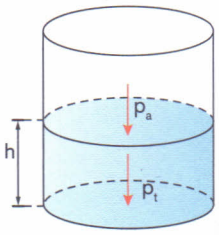
- da profundidade **h**: quanto maior a profundidade, ou seja, quanto maior a altura da coluna de líquido acima da superfície considerada, maior será a pressão exercida pelo líquido;
- da densidade **d** do líquido: para uma mesma profundidade, a pressão é maior no líquido de densidade maior (a coluna de líquido pesa mais);
- da aceleração da gravidade **g**: quanto maior for a aceleração da gravidade do local, maior será a pressão exercida pelo líquido.

Pegue uma garrafa *pet* cilíndrica de 2 litros e faça três pequenos furos iguais e alinhados nela: um mais próximo de seu fundo, outro na metade da garrafa e um terceiro num local mais alto na região cilíndrica. Encha a garrafa com água procurando manter os orifícios vedados com fita isolante. Com a garrafa cheia e destampada, coloque-a de pé e abra os furos. Observe os jatos de água que jorram dos três orifícios. O que você conclui?

A foto ao lado mostra o resultado dessa experiência, evidenciando que o alcance do jato de água depende da profundidade do orifício, por causa da pressão exercida pelo líquido. A água jorra com maior velocidade nos furos mais baixos, onde a pressão é maior.

Neoimagem

O alcance do jato do líquido depende da altura do orifício.



Se o recipiente for aberto, a superfície livre do líquido está em contato com a atmosfera, e sobre o líquido atua a pressão atmosférica p_A. Por isso, a pressão total p_t no fundo do recipiente é dada por:

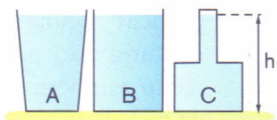
$$p_t = p_a + dgh$$

Essa fórmula matemática exprime o teorema de Stevin:

> A pressão em um ponto situado à profundidade **h** de um líquido em equilíbrio é igual à pressão atmosférica p_A na superfície adicionada à pressão exercida pela coluna de líquido **dgh** situada acima do ponto.

Pense e Responda

- As áreas das paredes do fundo dos recipientes *A*, *B* e *C* representados na figura são iguais. Os recipientes contêm o mesmo líquido homogêneo em equilíbrio, e em todos eles o nível do líquido atinge a mesma altura.



Compare as pressões p_A, p_B e p_C exercidas pelo líquido nas paredes do fundo dos recipientes *A*, *B* e *C*, respectivamente.

Saiba mais sobre...

PRESSÃO SANGUÍNEA

Na fisiologia humana, a pressão exerce grande influência no sistema circulatório, o qual é encarregado do transporte de oxigênio para as células do corpo através do sangue, o que ocorre por vasos e artérias.

Responsável por manter esse fluxo constante, o coração é um órgão constituído de músculos, que realiza o bombeamento de sangue para todo o corpo (passando por ele próprio duas vezes), num circuito completo que dura cerca de um minuto. Durante esse tempo o coração bombeia sangue suficiente para percorrer todo o corpo nos sentidos de ida e volta, transportando, assim, oxigênio e nutrientes necessários às células que sustentam as atividades orgânicas.

Para executar essa tarefa, o coração primeiro se dilata, para permitir a entrada de sangue (diástole) e, em seguida, se contrai (sístole), expelindo o sangue para o resto do corpo. Portanto, o coração realiza um ciclo constante de contração e relaxamento, ejetando sangue em direção às artérias e recebendo sangue proveniente das veias.

Todo esse procedimento ocorre graças a uma diferença de pressão nas chamadas subfases da diástole e da sístole.

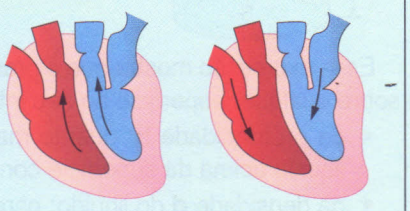


Ilustração produzida com base em: MADER, S. S. *Inquiry into life*. 10. ed. New York: McGraw-Hill Higher Education, 2003. v. 1. p. 244.

A hipertensão arterial e seus cuidados

Em virtude do bombeamento feito pelo coração, o sangue exerce pressão sobre a parede das artérias, a qual varia conforme a força e a frequência das contrações do coração, o volume de sangue no sistema circulatório e a elasticidade das artérias.

Para configurar-se hipertensão, os valores pressóricos devem ser superiores a 140×90 mmHg e mantidos permanentemente elevados em diversos horários e posição de medição. A verificação da pressão arterial ocorre por meio de um instrumento chamado esfignomanômetro, que consiste em um tubo de vidro contendo mercúrio, acoplado a um manguito ou faixa larga de borracha, a qual se enche de ar pelo bombeamento realizado por uma pera oca de borracha.

A hipertensão arterial (aumento da pressão) é uma das doenças de maior incidência no mundo moderno e tem como principais causas a hereditariedade, a obesidade, o sedentarismo, o alcoolismo e o estresse. Frise-se que a maior ocorrência em pessoas idosas deve-se ao fato de, com a idade, ocorrer perda de elasticidade das artérias, o que retarda o fluxo sanguíneo, aumentando a pressão.

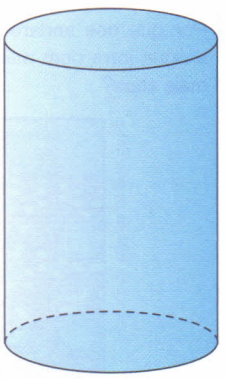
Apesar de não existir cura para a hipertensão arterial, ela pode ser controlada com certos cuidados, tais como:

- não fumar (o tabaco age sobre o coração, principalmente por causa da nicotina e do monóxido de carbono, acelerando os batimentos e contraindo os vasos sanguíneos);
- moderar a ingestão de sal, açúcar e álcool;
- praticar regularmente atividade física (uma vida sedentária não apenas aumenta o risco de obesidade como também implica redução da capacidade física de trabalho).

Esfignomanômetro clássico.

Adriano Bonjorno

Aplicações



1 Um recipiente cilíndrico possui área da base aproximadamente igual a 8 cm^2 e altura de 5 cm. Sabendo-se que ele está completamente cheio por um líquido cuja densidade é 3 g/cm^3 e que $g = 10\ m/s^2$, calcule:

a) a pressão que o líquido exerce no fundo do recipiente;

b) a intensidade da força aplicada pelo líquido sobre a base do recipiente.

Resolução:

a) Transformando as unidades de medida para o Sistema Internacional de Unidades, temos:

$S = 8\ cm^2 \Rightarrow S = 8 \cdot 10^{-4}\ m^2;\ h = 5\ cm \Rightarrow h = 5 \cdot 10^{-2}\ m;$

$$d = 3\ g/cm^3 \Rightarrow d = 3 \cdot \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6}\ m^3} \Rightarrow d = 3 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

A pressão no fundo do recipiente é igual a:

$p = dgh \Rightarrow p = 3 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow p = 1\,500\ N/m^2$

b) A intensidade da força é igual a:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow 1\,500 = \frac{F}{8 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow F = 1{,}2\ N$$

2 Alice, uma amiga de Torricelli, intrigada com sua experiência para medir a pressão atmosférica, resolveu refazê-la também ao nível do mar. Como não tinha mercúrio (densidade absoluta de 13,6 g/cm^3), arrumou um líquido com densidade absoluta de 5,0 g/cm^3 e um tubo longo. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e a pressão atmosférica ao nível do mar $1 \cdot 10^5\ N/m^2$, determine a altura da coluna desse líquido no tubo.

Resolução:

Mergulhando o tubo no líquido arrumado, temos:

A pressão atmosférica equilibra a pressão por causa da coluna de líquido, ou seja, as pressões nos pontos A e B são iguais. Logo:

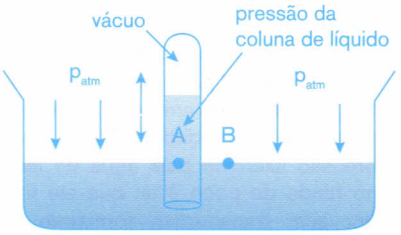
$p_A = p_B \Rightarrow p_A = p_{atm}$

$dgh = p_{atm}$

$5 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot h = 1 \cdot 10^5$

$h = 2\ m$

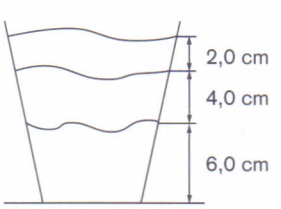
A altura da coluna de líquido no tubo é igual a 2 m.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3 *(PUC-RJ)* Em um vaso em forma de cone truncado, são colocados três líquidos imiscíveis. O mais leve ocupa um volume cuja altura vale 2,0 cm; o de densidade intermediária ocupa um volume de água igual a 4,0 cm; e o mais pesado ocupa um volume de altura igual a 6,0 cm.

Supondo que as densidades dos líquidos sejam 1,5 g/cm^3, 2,0 g/cm^3 e 4,0 g/cm^3, respectivamente, responda: qual é a força extra exercida sobre o fundo do vaso devido à presença dos líquidos? A área da superfície inferior do vaso é 20 cm^2 e a área da superfície livre do líquido que está na primeira camada superior vale 40 cm^2. A aceleração gravitacional local é 10 m/s^2.



Resolução:

O líquido mais denso fica embaixo e o menos denso fica em cima.

Assim, temos:

A pressão no fundo do recipiente devido à presença dos líquidos (não se considera a pressão atmosférica) é igual à soma das pressões produzidas por cada coluna de líquido. Logo:

$p_{fundo} = p_1 + p_2 + p_3$

$p_{fundo} = d_1 gh_1 + d_2 gh_2 + d_3 gh_3$

$p_{fundo} = 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-2} +$

$+ 2{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-2} +$

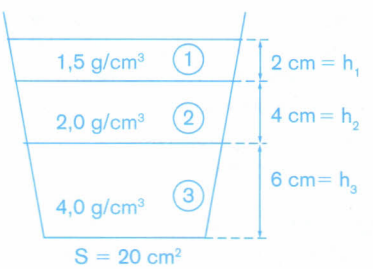
$+ 4{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10^{-2}$

$p_{fundo} = 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^2 + 24 \cdot 10^2$

$p_{fundo} = 3{,}5 \cdot 10^3\ Pa$

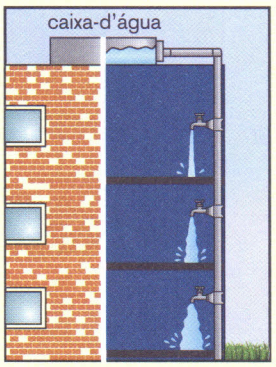
A força extra exercida sobre o fundo do recipiente devido à presença dos líquidos tem direção vertical, sentido para baixo e módulo igual a:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow 3{,}5 \cdot 10^3 = \frac{F}{20 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow F = 7\ N$$



Atividades

1 Por que nos andares mais baixos de um edifício a água jorra com maior pressão que nos andares mais altos?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 *(Esal-MG)* Um reservatório armazena um líquido, cujo nível se encontra a 10 m de altura. Com um manômetro mediu-se a pressão a 3 m do fundo, obtendo-se um valor de $4{,}5 \cdot 10^5$ N/m^2. Considerando a pressão atmosférica $1 \cdot 10^5$ N/m^2 e g = 10 m/s^2, qual a densidade deste líquido?

3 *(UFPR)* Relatos históricos indicam que o primeiro poço artesiano foi perfurado na cidade de Artois, na França, no século XII. Tais poços constituem nos dias de hoje uma possível solução para o problema de abastecimento de água. Considere um poço artesiano típico de 500 m de profundidade. Numa certa região, a pressão exercida pela água do lençol freático no fundo do poço é tal que ele fica preenchido, sem transbordar, formando uma coluna d'água estática. Sabe-se que a densidade absoluta (massa específica) da água do poço vale 1,0 g/cm^3 e que o módulo da aceleração da gravidade no local vale 9,8 m/s^2. A diferença entre a pressão em um ponto no fundo do poço e a pressão em um ponto no topo do poço vale:

a) $4{,}9 \cdot 10^6$ Pa
b) $9{,}8 \cdot 10^6$ Pa
c) $4{,}9 \cdot 10^5$ Pa
d) $9{,}8 \cdot 10^3$ Pa
e) $9{,}8 \cdot 10^5$ Pa

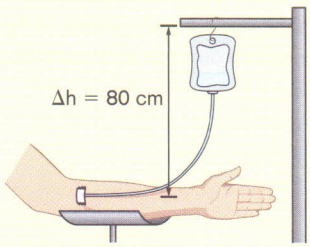
4 Um submarino navega a uma profundidade de 60 m. A escotilha superior do submarino tem área de 0,5 m^2. Considere a densidade da água do mar igual a 1,03 g/cm^3 e g = 10 m/s^2. (Dado: pressão atmosférica = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2.)

a) Que pressão a água exerce sobre a escotilha?

b) Que força deve exercer o marinheiro para abrir a escotilha?

5 *(UFPE)* Um aparelho de mergulho suporta uma pressão externa de até 8,5 atm, sem se romper. Se, por acidente, o aparelho afunda no oceano, a que profundidade, em metros, ele será esmagado pela pressão da água? Considere a pressão atmosférica ao nível do mar igual a 1 atm = $= 10^5$ N/m^2, a densidade da água, 10^3 kg/m^3 e g = 10 m/s^2.

6 Um técnico de saúde sabe que para o soro penetrar na veia de um paciente o nível superior do soro deve ficar acima do nível da veia, conforme mostra a figura.

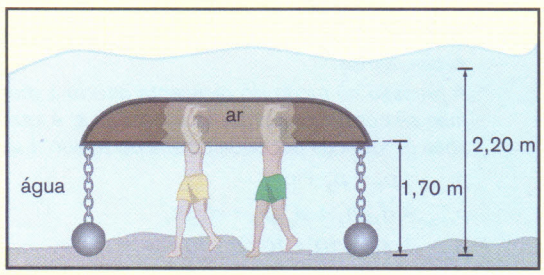


Considere a aceleração da gravidade g = 10 m/s^2 e a densidade do soro 1 g/cm^3. Qual o valor da pressão exercida, exclusivamente, pela coluna de soro na veia do paciente?

7 *(IME-RJ)* Em grandes edifícios dotados de sistema de exaustão, a abertura de uma porta pode se tornar uma tarefa difícil devido à diferença de pressão entre o ambiente interno e o externo. Suponha que você esteja no interior de uma sala no primeiro andar de um prédio que se encontra ao nível do mar e um barômetro localizado nesse ambiente forneça uma leitura de 735 mm de Hg. Nesta sala encontra-se uma porta cujas dimensões são de 2 m × 1 m e que dá acesso ao exterior do prédio. É possível que uma pessoa usando somente sua força muscular consiga abrir naturalmente essa porta sem fazer uso de nenhum artifício? Justifique sua resposta. Considere que a maçaneta esteja situada na extremidade da porta.

(Dados: massa específica do Hg: 15 g/cm^3; aceleração local da gravidade: g = 10 m/s^2; pressão atmosférica ao nível do mar: 760 mm de Hg = $1 \cdot 10^5$ N/m^2.)

8 *(UFRJ)* Dois fugitivos devem atravessar um lago sem serem notados. Para tal, emborcam um pequeno barco, que afunda com o auxílio de pesos adicionais. O barco emborcado mantém, aprisionado em seu interior, uma certa quantidade de ar, como mostra a figura.



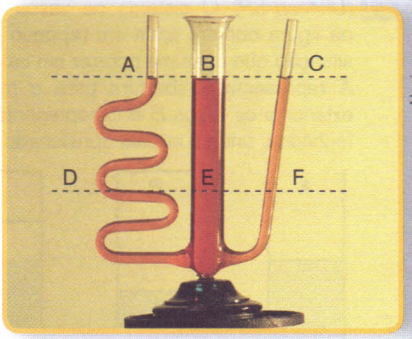
No instante retratado, tanto o barco quanto os fugitivos estão em repouso e a água está em equilíbrio hidrostático. Considere a densidade da água do lago igual a $1{,}00 \cdot 10^3$ kg/m^3 e a aceleração da gravidade igual a 10,0 m/s^2.

Usando os dados indicados na figura, calcule a diferença entre a pressão do ar aprisionado pelo barco e a pressão do ar atmosférico.

6. Vasos comunicantes

A foto mostra alguns recipientes, de formas e capacidades diferentes, ligados por um condutor.

O conjunto desses recipientes é chamado **vasos comunicantes**. A superfície livre do líquido em equilíbrio, em vasos comunicantes, encontra-se sempre ao mesmo nível, qualquer que seja a sua forma; isto é, as alturas das colunas líquidas em todos os vasos são iguais. Se a altura num dos vasos fosse maior, a pressão em sua base seria maior do que na base dos outros vasos e, dessa forma, o líquido não estaria em equilíbrio, já que este exerce pressão em todas as direções.



Neoimagem

Por isso, dizemos que pontos de um mesmo fluido situados a uma mesma profundidade suportam pressões iguais, isto é, as superfícies horizontais são **isobáricas**.

$$p_A = p_B = p_C \quad e \quad p_D = p_E = p_F$$

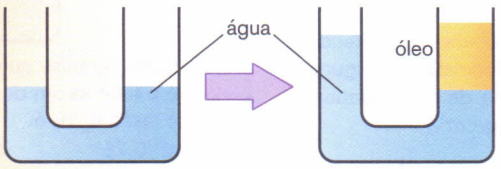
O princípio dos vasos comunicantes é usado na rede de distribuição de água, nos poços artesianos, nos indicadores de nível da construção civil.

Paulo Cesar

O nível de água nas duas extremidades do tubo é o mesmo.

Pense e Responda

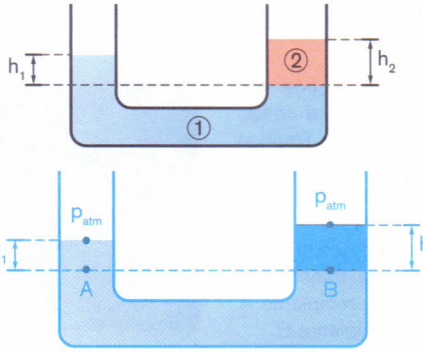
• O vaso comunicante em forma de "U" representado na figura possui duas colunas de mesma altura preenchidas com água até a metade. Em seguida, adiciona-se óleo em uma das colunas, até esta ficar totalmente preenchida.



Por que as alturas das duas colunas de fluidos são diferentes?

Aplicação

O vaso comunicante representado na figura contém os líquidos imiscíveis *1* e *2* em equilíbrio. Sabendo-se que $d_1 = 1{,}2\ g/cm^3$, $d_2 = 0{,}8\ g/cm^3$ e $h_2 = 3\ cm$, calcule h_1.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Consideremos o nível de referência que separa os dois líquidos e, nesse nível, os pontos A e B.

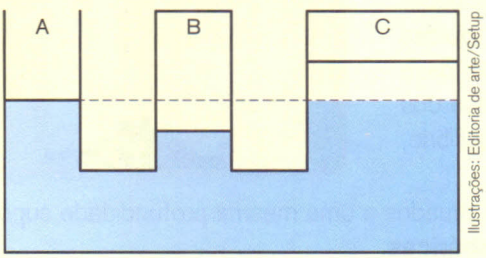
Como os pontos A e B estão no mesmo nível de um mesmo líquido, eles suportam a mesma pressão:

$p_A = p_B \Rightarrow p_{atm} + d_1 h_1 g = p_{atm} + d_2 h_2 g \Rightarrow$

$\Rightarrow d_1 h_1 = d_2 h_2 \Rightarrow 1{,}2\ h_1 = 0{,}8 \cdot 3 \Rightarrow h_1 = 2\ cm$

Atividades

1 *(Unifesp-SP)* O sistema de vasos comunicantes da figura contém água em repouso e simula uma situação que costuma ocorrer em cavernas: o tubo *A* representa a abertura para o meio ambiente exterior e os tubos *B* e *C* representam ambientes fechados, onde o ar está aprisionado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

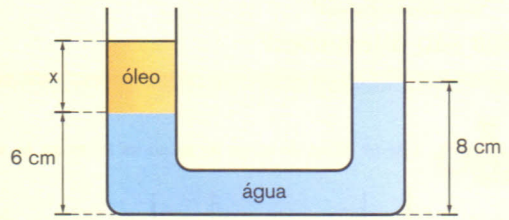
Sendo $\mathbf{p_A}$ a pressão atmosférica ambiente, $\mathbf{p_B}$ e $\mathbf{p_C}$ as pressões do ar confinado nos ambientes *B* e *C*, pode-se afirmar que é válida a relação:

a) $p_A = p_B > p_C$
b) $p_A > p_B = p_C$
c) $p_A > p_B > p_C$
d) $p_B > p_A > p_C$
e) $p_B > p_C > p_A$

2 *(Unerj-SC)* Para nivelar dois pontos costuma-se usar uma mangueira transparente, cheia de água. Duas pessoas seguram a mangueira, uma em cada extremidade de modo a formar um "U". Fazem coincidir o nível da água de uma das extremidades da mangueira com um dos pontos. Então o nível da água na outra extremidade demarca o outro ponto, nivelando-o com o primeiro.
O exposto é uma aplicação:

a) dos vasos comunicantes.
b) do princípio de Arquimedes.
c) do empuxo.
d) do princípio de Pascal.
e) da ação e reação.

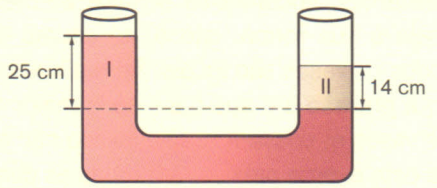
3 A figura mostra um tubo em *U* aberto, contendo água e óleo. As alturas são indicadas na figura. Determine a altura **x** da coluna de óleo. (Dados: $d_{água} = 1\ g/cm^3$ e $d_{óleo} = 0{,}91\ g/cm^3$.)



4 O sifão consiste em um tubo flexível usado para transferir líquidos de um recipiente para outro, colocado num nível inferior.
Explique o que se deve fazer para transferir o líquido do recipiente *A* para o recipiente *B*.

Sérgio Dotta Jr./The Next

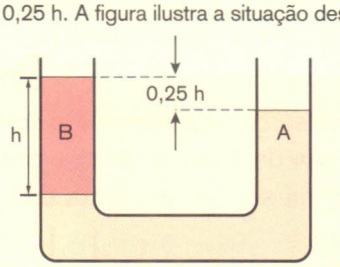
5 *(Univas-MG)* No tubo em *U* da figura estão colocados dois líquidos, I e II, em equilíbrio. Para que os líquidos não se misturem há entre eles uma fina membrana impermeável de massa desprezível. Consultando a tabela de densidades, podemos afirmar que os líquidos I e II são, respectivamente:



Líquidos	Gasolina	Água	Glicerina
Densidade (g/cm^3)	0,70	1,00	1,25

a) água e glicerina.
b) água e gasolina.
c) gasolina e glicerina.
d) gasolina e água.
e) glicerina e água.

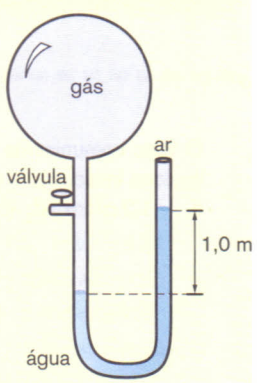
6 *(Unifesp-SP)* Um fluido *A*, de massa específica $\mathbf{d_A}$, é colocado em um tubo curvo aberto, onde já existe um fluido *B*, de massa específica $\mathbf{d_B}$. Os fluidos não se misturam e, quando em equilíbrio, *B* preenche uma parte de altura **h** do tubo. Neste caso o desnível entre as superfícies dos fluidos, que se encontram à pressão atmosférica, é de 0,25 h. A figura ilustra a situação descrita.



Considerando que as interações entre os fluidos e o tubo sejam desprezíveis, pode-se afirmar que a razão p_B/p_A é:

a) 0,75
b) 0,80
c) 1,0
d) 1,3
e) 1,5

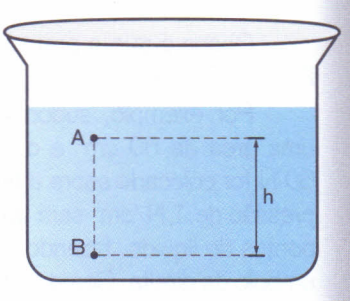
7 *(Mack-SP)* O tubo em *U* de seção transversal constante, ilustrado na figura, tem uma de suas extremidades aberta e a outra está conectada por uma válvula e um balão de vidro.
Através da válvula, faz-se entrar uma certa massa gasosa e, pela extremidade livre do tubo, introduz-se água até se obter o equilíbrio na posição indicada. A pressão atmosférica local é $1 \cdot 10^5\ N/m^2$, a densidade da água é $1\ g/cm^3$. Qual a pressão à qual a massa gasosa está submetida?



7. Teorema de Pascal

Por volta de 1650 Pascal descobriu que qualquer aumento de pressão em um fluido transmite-se igualmente a todos os pontos do fluido, inclusive às paredes do recipiente que o contém. Essa descoberta ficou consagrada como **teorema de Pascal**.

Por exemplo, se a pressão na tubulação hidráulica de uma residência sofrer um acréscimo de 5 unidades de pressão, todos os pontos da água dessa tubulação, inclusive nas paredes, também sofrerão um acréscimo de 5 unidades de pressão, se a água estiver em repouso.

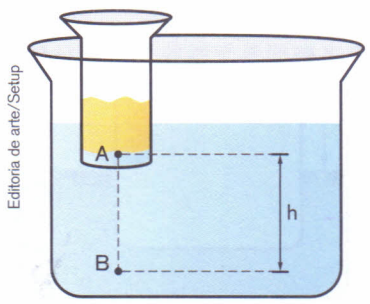


Podemos demonstrar a descoberta de Pascal considerando um líquido incompressível de densidade **d** encerrado em um recipiente e situado num local onde a aceleração da gravidade é **g**.

Tomemos os pontos *A* e *B* genéricos, havendo entre eles o desnível **h**. As pressões em *B* e em *A* estão relacionadas pelo teorema de Stevin:

$$p_B = p_A + dgh$$

Se ocasionarmos um aumento Δp na pressão em *A*, as novas pressões em *A* e *B* serão, respectivamente:



Editoria de arte/Setup

$p'_A = p_A + \Delta p$ (1) e $p'_B = p'_A + dgh$ (2)

Substituindo-se (1) em (2), temos:

$p'_B = p_A + \Delta p + dgh \Rightarrow p'_B = p_B + \Delta p$

O resultado mostra que o acréscimo de pressão em *B* foi Δp, ou seja, igual ao acréscimo produzido em *A*.

O teorema de Pascal se aplica a todos os fluidos, sejam líquidos ou gases, e é tecnologicamente aplicado nos elevadores hidráulicos, nas seringas de injeção, nos freios hidráulicos dos carros, entre outros.

Pense e Responda

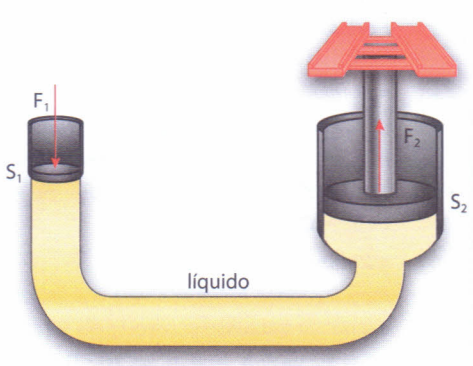
• Quando você espreme o fundo de um tubo de pasta de dentes, por que a pasta sai?

Image Source/Folhapress

Prensa hidráulica

A prensa hidráulica é uma das aplicações do princípio de Pascal. Consiste em dois cilindros verticais, de seções retas desiguais, interligados por um tubo, no interior do qual existe um líquido que sustenta dois êmbolos ou pistões de áreas S_1 e S_2, com S_2 maior que S_1.

Se aplicarmos no êmbolo menor uma força de intensidade $\mathbf{F_1}$, exerceremos sobre o líquido um acréscimo de pressão dado por $\Delta p = \frac{F_1}{S_1}$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pelo princípio de Pascal, esse acréscimo de pressão se transmite integralmente a todos os pontos do líquido, inclusive àqueles em contato com o êmbolo maior:

$$\Delta p = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} \Rightarrow \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1}$$

Observe que a prensa hidráulica tem, como resultado da aplicação de $\mathbf{F_1}$, uma força $\mathbf{F_2}$ maior que $\mathbf{F_1}$, pois S_2 é maior que S_1.

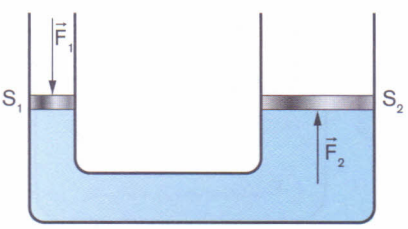
Por exemplo, suponha que o êmbolo da esquerda tenha uma área de 60 cm^2 e o da direita, 600 cm^2. Se um peso de 60 N for colocado sobre o êmbolo da esquerda, um acréscimo de pressão de 1 N/cm^2 será transmitido integralmente para todos os pontos do líquido, fazendo uma força de baixo para cima sobre o êmbolo da direita. Como a área desse êmbolo é 10 vezes maior, o valor dessa força será 10 vezes maior, ou seja, 600 N.

Assim, podemos dizer que a prensa hidráulica é uma máquina simples que multiplica forças. O uso da prensa hidráulica pode ser observado nos elevadores hidráulicos dos postos de gasolina e também em alguns caminhões basculantes.

Andrew Woodle/Alamy/Otherimages

Aplicação

Os ramos de uma prensa hidráulica têm áreas iguais a $S_1 = 20\ cm^2$ e $S_2 = 50\ cm^2$. É exercida sobre o êmbolo menor uma força $\vec{F}_1$ de intensidade 10 N.



a) Qual a força $\vec{F}_2$ transmitida para o êmbolo maior?

b) A que altura se eleva o êmbolo maior, se o menor desce 0,6 m?

Resolução:

a) Transformando as unidades de medida para o Sistema Internacional de Unidades, temos:

$S_1 = 20\ cm^2 = 20 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$S_2 = 50\ cm^2 = 50 \cdot 10^{-4}\ m^2$

O acréscimo de pressão produzido pela força $\vec{F}_1$ é igual a:

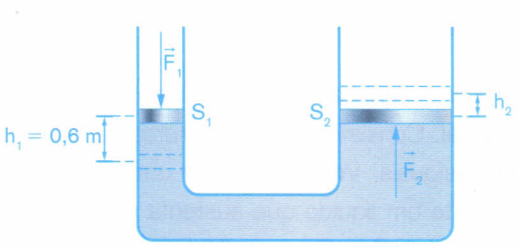
$$\Delta p = \frac{F_1}{S_1} \Rightarrow \Delta p = \frac{10}{20 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \Delta p = 0{,}5 \cdot 10^4\ Pa$$

Esse acréscimo de pressão é transmitido integralmente para o outro ramo da prensa hidráulica. Assim, a intensidade de $\vec{F}_2$ é igual a:

$$\Delta p = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow 0{,}5 \cdot 10^4 = \frac{F_2}{50 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow F_2 = 25\ N$$

Portanto, a força $\vec{F}_2$ é vertical, para cima e tem intensidade igual a 25 N.

b) Do enunciado temos a figura:



Podemos calcular de quanto se eleva o êmbolo maior de duas maneiras:

- *1ª maneira*

O volume de líquido expulso do ramo mais estreito é igual ao que passa para o ramo mais largo.

$S_1 h_1 = S_2 h_2 \Rightarrow 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}6 = 50 \cdot 10^{-4} \cdot h_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow h_2 = 0{,}24\ m$

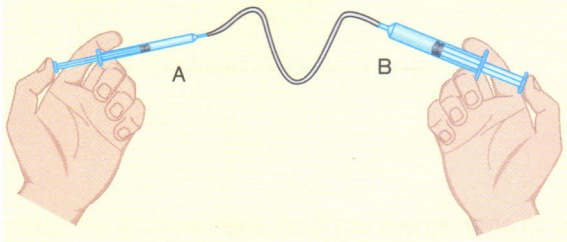
- *2ª maneira*

Para a prensa hidráulica vale o princípio da conservação da energia, isto é, o trabalho realizado pela força F_1 é igual ao trabalho realizado pela força F_2. Assim, temos:

$\tau_{F_1} = \tau_{F_2} \Rightarrow F_1 h_1 = F_2 h_2 \Rightarrow 10 \cdot 0{,}6 = 25 \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 0{,}24\ m$

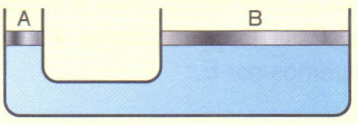
Atividades

1 A figura mostra duas seringas ligadas por um tubo de borracha cheio de água. Empurre primeiro o êmbolo *A* e depois o *B*. Por que você tem que fazer mais força quando empurra o êmbolo de maior seção?



2 Quanto deverá medir, em centímetros quadrados, a área da seção reta do êmbolo de uma prensa hidráulica, sabendo que a do êmbolo maior apresenta 1 m^2, para que a força aplicada seja multiplicada por 1 000?

3 *(UFAL)* A prensa hidráulica esquematizada abaixo consta de dois tubos, *A* e *B*, dotados de êmbolos móveis, cujos raios são, respectivamente, 2,0 cm e 10 cm.



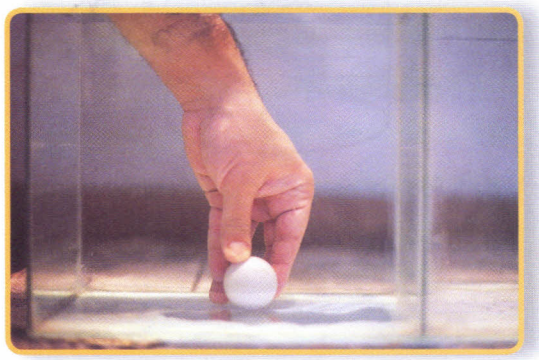
Analise as afirmações a respeito da situação descrita.

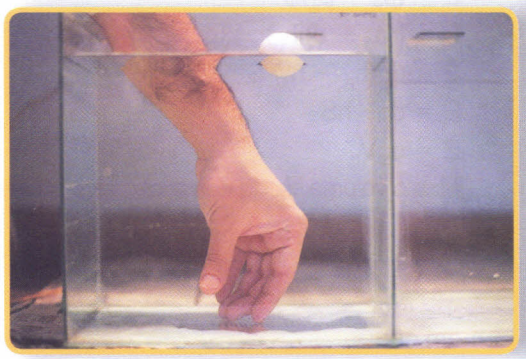
a) Um acréscimo de pressão de 2 atm em *A* provoca um acréscimo de 10 atm em *B*.
b) Uma força de 10 N aplicada em *A* faz aparecer uma força de 250 N em *B*.
c) Um deslocamento de 20 cm do êmbolo *A* provoca um deslocamento de 1,0 cm do êmbolo *B*.
d) Um acréscimo de pressão de 4 atm em *B* provoca um acréscimo de 4 atm em *A*.
e) Uma força de 100 N exercida em *B* provoca o surgimento de uma força de 20 N em *A*.

8. Empuxo

Tente afundar uma bola de pingue-pongue ou de isopor num recipiente com água. O que você observa ao soltá-la do fundo do recipiente?

Quando afundamos a bolinha na água verificamos que, quanto mais ela é imersa na água, maior é a resistência, isto é, a dificuldade oferecida pela água à penetração da bola.



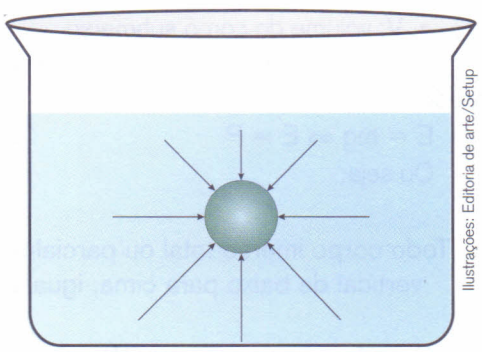


Fotos: Neoimagem

Isso ocorre com tudo o que é imerso na água, já que esta exerce sobre todos os corpos imersos nela uma força vertical de baixo para cima, oposta à força do peso do corpo. Chamamos essa força de **empuxo**.

O empuxo é causado pelo aumento da pressão com o aumento da profundidade. Em qualquer ponto da superfície da bola, por causa da pressão da água, surgem forças que são perpendiculares à sua superfície.

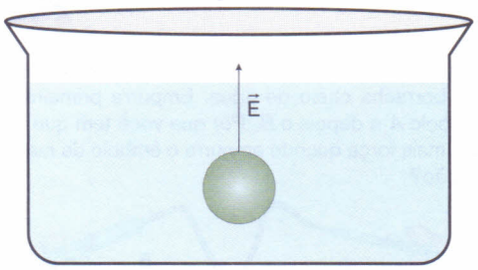
As forças horizontais que agem sobre a bola à mesma profundidade são produzidas por colunas de água de mesma altura, por isso possuem a mesma intensidade. Essas forças comprimem a bola e equilibram-se mutuamente.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Forças que agem sobre a bola imersa na água.

As forças que agem sobre a parte superior e inferior da bola, porém, não possuem a mesma intensidade, pois são produzidas por colunas de água de alturas diferentes. Na parte superior as forças possuem intensidades menores do que na parte inferior. A resultante dessas forças tende a impulsionar a bola para cima. Essa força resultante é o empuxo, que representaremos por $\vec{E}$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Teorema de Arquimedes

Foi Arquimedes quem descobriu as características do empuxo que um fluido exerce sobre um corpo que nele esteja total ou parcialmente imerso.

Para determinar as características do empuxo, consideremos um corpo cilíndrico de volume $\mathbf{V_C}$ e área de base S, imerso num fluido de densidade **d**, em um local onde a aceleração da gravidade é igual a **g**.

O valor do empuxo sobre o corpo é igual à diferença entre as intensidades $\mathbf{F_B}$ e $\mathbf{F_A}$ das forças que o fluido exerce nas bases do cilindro, pois no mesmo nível da superfície lateral as forças horizontais equilibram-se duas a duas.

Assim, temos:

$E = F_B - F_A$

Se a superfície livre do líquido estiver sujeita à pressão $\mathbf{p_0}$, as pressões nas bases A e B do cilindro são iguais a:

$p_A = p_0 + dgh_A$ e $p_B = p_0 + dgh_B$

Como $F_A = p_A S$ e $F_B = p_B S$, temos:

$E = F_B - F_A$

$E = p_B S - p_A S$

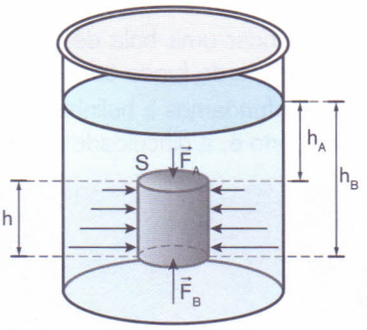
$E = (p_B - p_A)S$

$E = [(p_0 + dgh_B) - (p_0 + dgh_A)]S$

$E = dg(h_B - h_A)\, S$

$E = dg \cdot hS$

$E = dgV_C$



Mas o volume $\mathbf{V_C}$ do corpo cilíndrico é igual ao volume **V** de fluido por ele deslocado. Assim, obtemos:

$$E = dgV$$

em que:

- **d**: densidade do fluido
- **V**: volume do corpo submerso

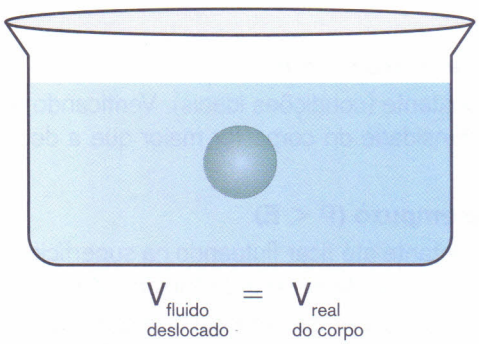
Como o produto da densidade do fluido pelo volume do fluido deslocado é a massa do fluido deslocado, vem:

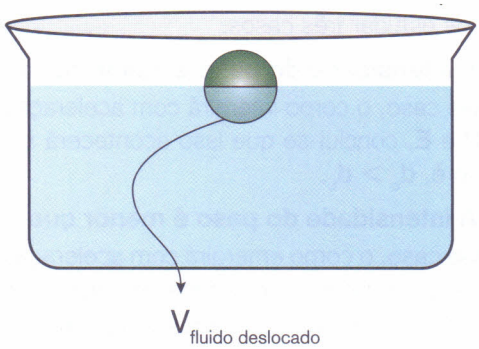
$E = mg \Rightarrow E = P$

Ou seja:

Todo corpo imerso total ou parcialmente num fluido em equilíbrio recebe deste uma força vertical de baixo para cima, igual ao peso do volume de fluido deslocado pelo corpo.

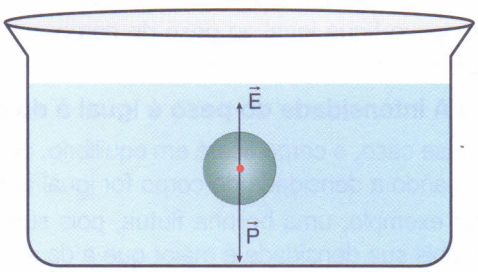
Quando o corpo estiver totalmente submerso, o volume do fluido deslocado é igual ao volume real do corpo. Porém, se o corpo estiver flutuando no fluido, só a porção do corpo que está mergulhada no fluido representará o volume de líquido deslocado.





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

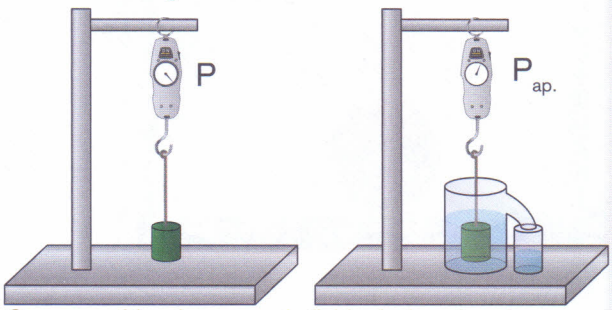
Tem-se a impressão de que o peso de um corpo, quando está total ou parcialmente submerso num fluido, diminui. Na realidade o peso real do corpo não é alterado, o que ocorre é uma aparente perda de peso por causa do empuxo.



$$P_{ap} = P - E$$

Esse teorema pode ser verificado experimentalmente da seguinte forma:

Pendura-se um corpo num dinamômetro e registra-se o seu peso. Em seguida, mergulha-se o corpo na água contida num recipiente que tem uma saída lateral onde há um copo. Um volume de água igual ao volume do corpo sai do recipiente para o copo. O dinamômetro, agora, registra um peso menor. A diferença entre os valores registrados pelo dinamômetro é igual ao peso da água recolhida no copo, ou seja, igual ao empuxo que age sobre o corpo.



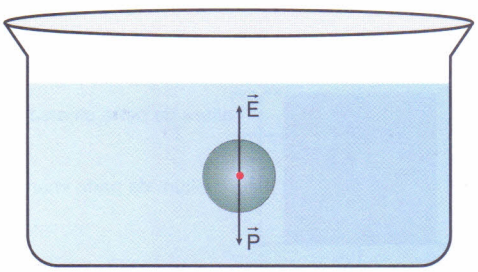
O empuxo é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo.

Pense e Responda

- Por que uma pessoa com colete salva-vidas consegue flutuar com mais facilidade?

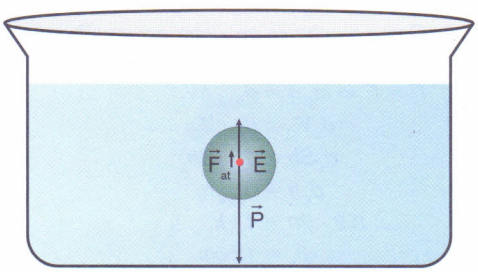
Corpos imersos e flutuantes

A força resultante que age sobre um corpo submerso é a combinação do empuxo, do peso do corpo e, se ele estiver em movimento, da força de atrito. Em geral, a força de atrito é desprezível.



corpo em repouso

$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \vec{E}$



corpo em movimento de descida

$\vec{F}_R = \vec{P} - \vec{E} - \vec{F}_{at}$

Vamos estudar três casos:

1º) A intensidade do peso é maior que a do empuxo (P > E)

Nesse caso, o corpo imergirá com aceleração constante (condições ideais). Verificando as expressões de **P** e **E**, conclui-se que isso acontecerá se a densidade do corpo for maior que a densidade do líquido, isto é, $\mathbf{d_c > d_L}$.

2º) A intensidade do peso é menor que a do empuxo (P < E)

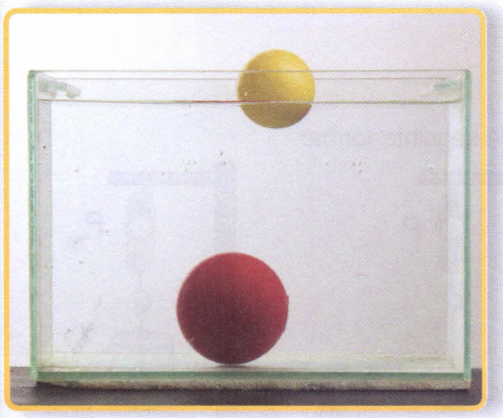
Nesse caso, o corpo emergirá com aceleração constante até ficar flutuando na superfície do líquido. Isso acontecerá quando a densidade do corpo for menor que a densidade do líquido, isto é, $\mathbf{d_c < d_L}$.

Quando o corpo, na sua trajetória de subida, aflorar na superfície do líquido, o empuxo começará a diminuir, pois diminuirá a parte submersa e, portanto, o volume do líquido deslocado. O corpo subirá até que o empuxo fique igual ao peso do corpo, que é constante. Nessa condição (P = E), o corpo ficará em equilíbrio, flutuando no líquido.

3º) A intensidade do peso é igual à do empuxo (P = E)

Nesse caso, o corpo ficará em equilíbrio, qualquer que seja o ponto em que for colocado. Isso acontecerá quando a densidade do corpo for igual à densidade do líquido, isto é, $\mathbf{d_c = d_L}$.

Por exemplo, uma bolinha flutua, pois sua densidade é menor que a densidade da água, e outra afunda, pois sua densidade é maior que a da água.



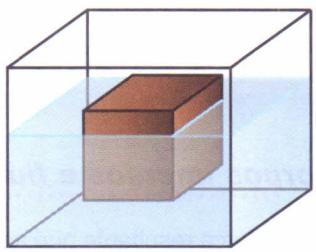
Sérgio Dotta Jr/The Next

Pense e Responda

• Duas esferas metálicas, feitas de materiais diferentes, com o mesmo diâmetro, uma maciça e outra oca, estão totalmente imersas e em equilíbrio num recipiente que contém água. Os empuxos nessas esferas são iguais ou diferentes?

Aplicações

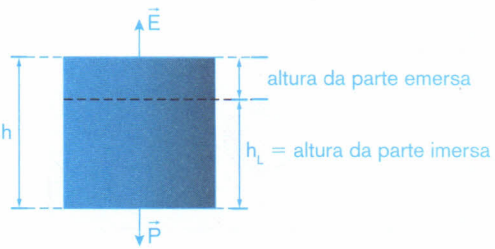
1 Um cubo de madeira de densidade 0,6 g/cm³ é colocado num recipiente com água. Sabendo-se que a aresta do cubo mede 20 cm, que a densidade da água é 1 g/cm³ e que o cubo está em repouso, calcule a altura da parte submersa do cubo.



Editoria de arte/Setup

Resolução:

Representando a situação por meio da face frontal do cubo de madeira, temos:



Chamando de V_C o volume total do cubo e de V_L o volume do líquido deslocado, temos:

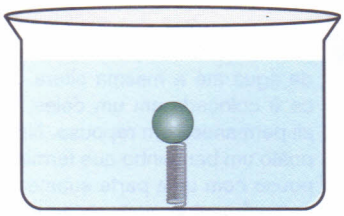
$V_C = Sh$ e $V_L = Sh_L$, com $S = h^2$

*Como o cubo se encontra em equilíbrio, o seu peso **P** é igual em módulo ao empuxo **E**.*

$$P = E \Rightarrow m_C g = d_{água}\, g V_L$$
$$d_C V_C = d_{água}\, V_L$$
$$d_C Sh = d_{água}\, Sh_L$$
$$d_C h = d_{água}\, h_L$$
$$0{,}6 \cdot 20 = 1 \cdot h_L$$
$$h_L = 12 \text{ cm}$$

A altura da parte submersa é de 12 cm.

2 Um corpo de volume 2,0 L e massa 0,50 kg fica completamente mergulhado em água, preso ao fundo de um reservatório por uma mola.



Considerando a aceleração local da gravidade com módulo igual a 10 m/s² e da densidade da água igual a 1,0 kg/L, qual a intensidade da força exercida pela mola sobre o corpo?

Resolução:

O peso do corpo tem intensidade igual a:

$P = mg \Rightarrow P = 0{,}50 \cdot 10 \Rightarrow P = 5\ N$

Sendo $V = 2{,}0\ L = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3$ *e* $d_a = 1{,}0\ kg/L = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$, *o módulo do empuxo sobre o corpo é igual a:*

$E = d_a g V \Rightarrow E = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-3} \Rightarrow E = 20\ N$

Como o empuxo é maior que o peso do corpo, a mola exerce sobre este uma força $\vec{F}$ *vertical e para baixo. Se o corpo está em equilíbrio, temos:*

$P + F = E \Rightarrow 5 + F = 20 \Rightarrow F = 15\ N$

Portanto, a intensidade da força que a mola exerce sobre o corpo é de 15 N.

3 Uma esfera de volume $V = 100\ cm^3$ e peso $P = 2{,}5\ N$ é totalmente mergulhada na água de uma piscina e abandonada em uma posição próxima à superfície do líquido. Considere a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, a densidade da água igual a $1{,}0\ g/cm^3$ e a profundidade da piscina de 6 m.

a) Determine o valor do empuxo que atua na esfera.

b) Qual é o módulo do peso aparente dessa esfera?

c) Considere desprezíveis as forças de atrito que atuam na esfera. Que tipo de movimento ela irá adquirir? Justifique a resposta.

d) Considerando que a profundidade da piscina é h = 6,0 m, quanto tempo a esfera gasta para chegar ao fundo?

Resolução:

a) Como a esfera está totalmente imersa na água, $V = 100\ cm^3 = 100 \cdot 10^{-6}\ m^3 = 1 \cdot 10^{-4}\ m^3$ *e* $d_a = 1\ g/cm^3 = 1 \cdot 10^3\ kg/m^3$, *o módulo do empuxo é igual a:*

$E = d_a g v \Rightarrow E = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \Rightarrow E = 1\ N$

b) O peso aparente é igual a:

$P_{ap} = P - E \Rightarrow P_{ap} = 2{,}5 - 1 \Rightarrow P_{ap} = 1{,}5\ N$

c) Como $P > E$, *a esfera desce em movimento retilíneo uniformemente acelerado.*

d) Usando a 2ª lei de Newton, temos:

$$F_r = ma \Rightarrow P - E = ma \Rightarrow P_{pa} = \frac{P}{g} \cdot a \Rightarrow 1{,}5 = \frac{2{,}5}{10} \cdot a \Rightarrow a = 6\ m/s^2$$

Sendo $\Delta s = 6\ m$, *vem:*

$$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 6 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{2} \Rightarrow t \simeq 1{,}4\ s$$

Atividades

1 *(UEPA)* O Mar Morto tem esse nome devido ao fato de a quantidade de sal que contém ser seis vezes superior à dos oceanos. Com isto o empuxo sobre um banhista se torna tão grande que ele pode erguer o tronco, e ler uma revista sem molhá-la e sem pôr os pés no fundo.

Bertrand Gardel/Hemis/Corbis/Latinstock

Analise as seguintes afirmativas:

I. Se a pessoa flutuar na vertical, irá deslocar um volume de água maior do que se flutuar na horizontal.

II. Se a pessoa flutuar durante o dia no horário de máxima temperatura da água, ela deslocará um maior volume de água do que se flutuar à noite, no horário de mínima temperatura da água.

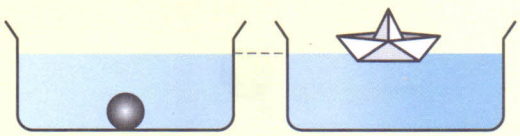
III. O empuxo recebido pela pessoa flutuando no mar Morto é igual ao que ela recebe se flutuar em um oceano.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) afirmativa(s):

a) I
b) I, III
c) I, II e III
d) II
e) II e III

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 *(UFRJ)* Dois recipientes idênticos estão cheios de água até a mesma altura. Uma esfera metálica é colocada em um deles, vai para o fundo e ali permanece em repouso. No outro recipiente, é posto um barquinho que termina por flutuar em repouso com uma parte submersa. Ao final desses procedimentos, volta-se ao equilíbrio hidrostático e observa-se que os níveis da água nos dois recipientes subiram até uma mesma altura.



Indique se, na situação final de equilíbrio, o módulo $\mathbf{E_c}$ do empuxo sobre a esfera é maior, menor ou igual ao módulo $\mathbf{E_b}$ do empuxo sobre o barquinho. Justifique sua resposta.

3 *(Ufla-MG)* Um cubo de madeira de 10 cm de lado flutua na água (d_{H_2O} = 1 g/cm³), e sua face inferior fica submersa 2 cm. Em seguida, coloca-se o mesmo cubo em outro fluido de densidade $\mathbf{d_f}$ igual a 0,5 g/cm³. Pode-se afirmar que a parte submersa do cubo nesse fluido é de:

a) 1 cm c) 4 cm e) 2 cm
b) 8 cm d) 10 cm

4 *(Vunesp-SP)* Os tripulantes de um navio deparam-se com um grande *iceberg* desprendido das geleiras polares como consequência do aquecimento global. Para avaliar o grau de periculosidade do bloco de gelo para a navegação, eles precisam saber qual é a porção submersa do bloco. Experientes em sua atividade, conseguem estimar a fração submersa do volume utilizando as massas específicas do gelo, igual a 0,92 g/cm³, e da água salgada, igual a 1,03 g/cm³. Qual foi o valor da fração submersa calculada pelos navegantes?

5 *(Faap-SP)* Calcule o empuxo quando se mergulha totalmente em óleo um corpo maciço de ferro com massa m = 1,6 kg. (Dados: g = 10 m/s², $d_{óleo} = 7{,}5 \cdot 10^2$ kg/m³ e $d_{ferro} = 8{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³.)

6 *(Uniderp-MT)* Um corpo, de massa 8,0 kg e densidade $2{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, encontra-se em equilíbrio, suspenso por dinamômetro e totalmente imerso num líquido de densidade $10{,}0^3$ kg/m³. A intensidade do campo gravitacional local é igual a 10,0 m/s². Nessas condições, a indicação do dinamômetro, em newtons, é igual a:

a) 10 c) 40 e) 80
b) 20 d) 60

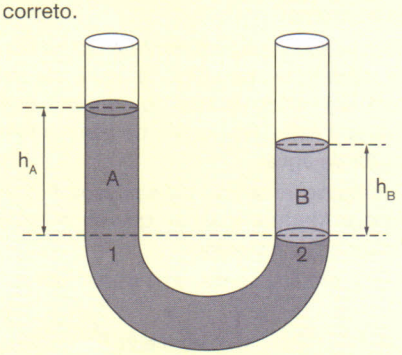
7 *(UEFS-BA)* Para submergir totalmente em água e em azeite um bloco de madeira, é necessário aplicar forças para baixo de 210,0 N e 70,0 N, respectivamente. Sabendo-se que o volume do bloco é de 50,0 dm³ e que a densidade da água é igual a 1,0 g/cm³, pode-se afirmar que a densidade do azeite é de:

a) 0,72 c) 0,54 e) 0,33
b) 0,68 d) 0,49

8 *(Vunesp-SP)* Um garoto de 24 kg vê um vendedor de bexigas infladas com gás hélio e pede à mãe 10 delas. A mãe compra apenas uma, alegando que, se lhe desse todas, o menino seria erguido do solo por elas. Inconformado com a justificativa, o menino queixa-se à sua irmã, que no momento estudava empuxo, perguntando-lhe qual seria o número máximo daquelas bexigas que ele poderia segurar no solo. Considerando o volume médio de cada bexiga 2 litros, estime o número mínimo de bexigas necessário para levantar o garoto. Em seus cálculos, considere a massa específica do ar igual a 1,2 kg/m³, 1 litro = 10^{-3} e despreze as massas do gás e das bexigas.

Mais Atividades

1 *(UEM-PR)* Considere o esquema abaixo que mostra um tubo em U aberto que contém dois líquidos A e B que não se misturam. Considerando que os pontos 1 e 2 estão no mesmo nível, assinale o que for correto.

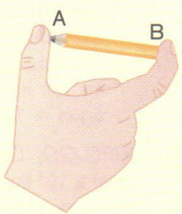


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

01. Se ha for duas vezes maior que h_b e a densidade do líquido A for 0,8 g/cm³, então a densidade do líquido B será 0,4 g/cm³.
02. A pressão exercida pela coluna do líquido no ponto 1 é maior que pressão exercida pela coluna do líquido no ponto 2.
04. Se h_a for duas vezes maior que h_b e a densidade do líquido A for 0,8 g/cm³, então a densidade do líquido B será 1,6 g/cm³.
08. A pressão exercida pelas colunas dos líquidos nos pontos 1 e 2 não depende das densidades dos líquidos, depende da altura das colunas dos líquidos.
16. Se o diâmetro do tubo em U fosse reduzido à metade, então as pressões exercidas pelas colunas dos líquidos nos pontos 1 e 2 dobrariam de valor.

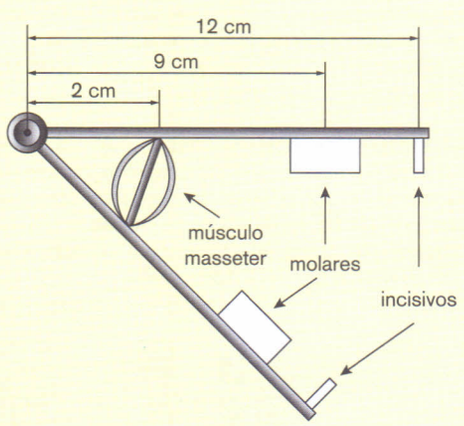
2 *(Faap-SP)* Uma banqueta de três pernas pesa 50 N e cada perna tem seção reta de área 5 cm^2. Se uma pessoa de peso 700 N subir na banqueta, qual será a pressão que cada perna exercerá no chão?

3 *(UFSC)* Uma pessoa comprime um lápis entre os seus dedos, da maneira indicada na figura. Adotando como *A* a área de superfície de contato entre a ponta do lápis e o dedo polegar e como *B* a área de contato entre o lápis e o dedo indicador, e admitindo-se que *A* seja menor que *B*, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).



01. A intensidade da força do polegar sobre *A* é maior que a do indicador sobre *B*.
02. A pressão exercida pela força do polegar sobre *A* é maior que a do indicador sobre *B*.
04. A pressão exercida pela força do polegar sobre *A* é igual à do indicador sobre *B*.
08. Pressão é sinônimo de força.
16. A pressão exercida por uma força sobre uma superfície só depende da intensidade da força.
32. A intensidade da força do polegar sobre *A* é igual à do indicador sobre *B*.

4 *(Unicamp-SP)* Milênios de evolução dotaram a espécie humana de uma estrutura dentária capaz de mastigar alimentos de forma eficiente. Os dentes da frente (incisivos) têm como função principal cortar, enquanto os de trás (molares) são especializados em triturar. Cada tipo de dente exerce sua função aplicando distintas pressões sobre os alimentos. Considere o desenho abaixo, que representa esquematicamente a estrutura maxilar. A força máxima exercida pelo músculo masseter em uma mordida é de 1 800 N.



a) Determine as forças máximas exercidas pelos dentes incisivos ao cortar os alimentos e pelos molares ao triturar os alimentos.
b) Estime a área dos dentes molares e incisivos e calcule a pressão aplicada sobre os alimentos. Considere planos os dentes, conforme indicado na figura.

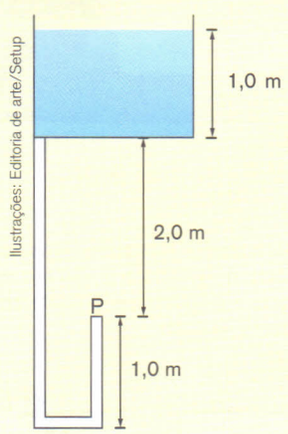
5 *(Unicamp-SP)* Ao se usar um saca-rolhas, a força mínima que deve ser aplicada para que a rolha de uma garrafa comece a sair é igual a 360 N.
a) Sendo $\mu_e = 0{,}2$ o coeficiente de atrito estático entre a rolha e o bocal da garrafa, encontre a força normal que a rolha exerce no bocal da garrafa. Despreze o peso da rolha.
b) Calcule a pressão da rolha sobre o bocal da garrafa. Considere o raio interno do bocal da garrafa igual a 0,75 cm e o comprimento da rolha igual a 4,0 cm.

6 *(UESB-BA)* Quando se mistura massas iguais de duas substâncias, a densidade resultante é 2,5 g/cm^3. Considerando-se que uma das substâncias tem densidade igual a 1,5 g/cm^3, pode-se afirmar que a outra substância tem densidade igual, em g/cm^3, a:

a) 7,5 b) 6,8 c) 5,3 d) 4,6 e) 3,9

7 *(Unicamp-SP)* Suponha que o sangue tenha a mesma densidade que a água e que o coração seja uma bomba capaz de bombeá-lo a uma pressão de 150 mmHg acima da pressão atmosférica. Considere uma pessoa cujo cérebro está 50 cm acima do coração e adote, para simplificar, que 1 atm = 750 mmHg.
a) Até que altura o coração consegue bombear o sangue?
b) Suponha que esta pessoa esteja em outro planeta. A que aceleração gravitacional máxima ela pode estar sujeita para que ainda receba sangue no cérebro?

8 *(UFG-GO)* A instalação de uma torneira num edifício segue o esquema ilustrado na figura abaixo.

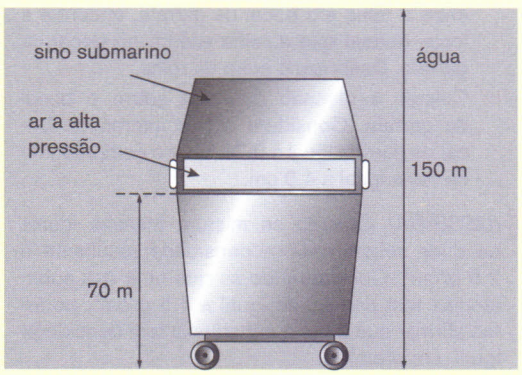


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considere:
Densidade da água: $1{,}00 \times 10^3$ kg/m^3
Aceleração da gravidade: 10,0 m/s^2
Pressão atmosférica: $1{,}01 \times 10^5$ N/m^2
Considerando que a caixa-d'água está cheia e destampada, a pressão no ponto *P*, em N/m^2, onde será instalada a torneira, é:

a) $2{,}00 \cdot 10^4$
b) $1{,}01 \cdot 10^5$
c) $1{,}21 \cdot 10^5$
d) $1{,}31 \cdot 10^5$
e) $1{,}41 \cdot 10^5$

9 *(UFV-MG)* O esquema abaixo ilustra um dispositivo, usado pelos técnicos de uma companhia petrolífera, para trabalhar em águas profundas (sino submarino).



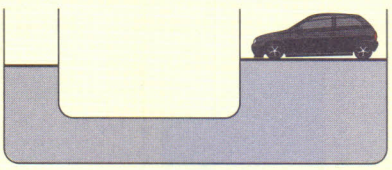
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Explique por que a água não ocupa todo o interior do sino, uma vez que todo ele está imerso em água.

b) Determine a pressão no interior do sino.

(Dados: pressão atmosférica = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2; aceleração da gravidade = 9,8 m/s^2; massa específica da água do mar = $1{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3.)

10 *(UDESC)* Para suspender um carro de 1500 kg usa-se um macaco hidráulico, que é composto de dois cilindros cheios de óleo, que se comunicam. Os cilindros são dotados de pistões, que podem se mover dentro deles. O pistão maior tem um cilindro com área $5{,}0 \cdot 10^3$ cm^2, e o menor tem área de 0,010 m^2. Qual deve ser a força aplicada ao pistão menor, para equilibrar o carro?



a) 0,030 N
b) $7{,}5 \times 10^9$ N
c) 300 N
d) $7{,}5 \times 10^4$ N
e) 30 N

11 *(UEMG)* Um nadador mergulha numa piscina. A figura 1 mostra o instante em que ele começa a entrar na água, e a figura 2, o instante em que ele entra totalmente na água.

Figura 1

Figura 2

Assinale a alternativa que registra corretamente o que ocorre entre o instante em que o nadador começa a entrar na água e o instante em que ele penetra totalmente na água.

a) O seu peso diminui.
b) A aceleração do movimento do nadador vale 10 m/s^2.
c) A sua velocidade permanece constante.
d) O empuxo que a água exerce nele aumenta.

12 *(UFJF-MG)* Todos aqueles que já brincaram com uma bola numa piscina sabem o quanto é difícil mantê-la submersa.

a) Faça um diagrama das forças que atuam sobre a bola, quando mantida em repouso totalmente submersa, identificando cada uma delas.

b) Calcule o módulo da força necessária para manter uma bola de volume $V = 2{,}000 \cdot 10^{-2}$ m^3 e massa m = 0,100 kg em repouso totalmente imersa na água. (Dados: massa específica da água = 1000 kg/m^3 e g = 10 m/s^2.)

13 *(UFG-GO)* Deseja-se elevar um objeto de massa igual a 10^4 kg e volume igual a 1 m^3, submerso, em repouso, a uma profundidade de 500 m, até a altura da superfície de uma plataforma de petróleo, situada a 30 metros acima do nível do mar, utilizando-se um guindaste fixo na plataforma. (Dados: densidade da água do mar é igual a 1,03 g/cm^3 e g = 10 m/s^2.)

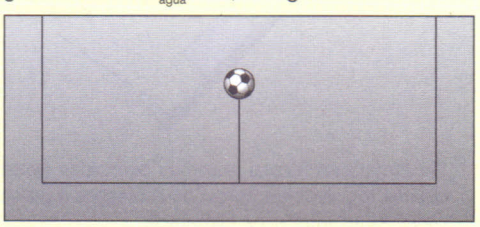
a) Sendo a tensão no cabo de aço do guindaste igual a $2 \cdot 10^5$ N e supondo que o objeto atinge a superfície da água com uma velocidade igual a 1 m/s, calcule a intensidade da força de resistência da água do mar sobre o objeto, considerando-a constante.

b) Qual deve ser a nova tensão no cabo de aço do guindaste, para que o objeto atinja a altura da superfície da plataforma com velocidade nula, sabendo-se que o módulo da velocidade do objeto, ao nível do mar, é de 1 m/s? (Despreze a resistência do ar.)

14 *(Mack-SP)* Em uma competição de balonismo, observa-se que um aeróstato (balão de ar quente) desce verticalmente com velocidade constante de 0,5 m/s. Esse aeróstato, com o lastro e o tripulante, pesa 6000 N e a força ascensional (empuxo), que age sobre o conjunto, tem intensidade de 5200 N. Sabendo que a intensidade da resistência do ar que age sobre o balão independe do sentido do seu movimento, o peso de lastro que devemos abandonar para que esse balão suba verticalmente com a mesma velocidade constante, não variando a intensidade do empuxo, é de:

a) 800 N
b) 1200 N
c) 1600 N
d) 2000 N
e) 3200 N

15 *(UFJF-MG)* Uma bola de futebol, cujo volume é 4,0 litros e a massa 0,30 kg, é mantida totalmente submersa na água, presa ao fundo de uma piscina por um fio inextensível, de massa e volume desprezíveis, como mostra a figura ao lado. Use g = 10 m/s^2 e $d_{água} = 1{,}10^3$ kg/m^3



A tração no fio é:

a) 40 N
b) 3,7 N
c) 4,3 N
d) 43 N
e) 37 N

1. Fluido em movimento

A palavra fluido é aplicada tanto aos líquidos quanto aos gases. Como o comportamento dos líquidos e dos gases em movimento é semelhante, vamos tratá-los juntos na **Hidrodinâmica**. O deslocamento desses fluidos é denominado **escoamento**.

Maurício Simonetti/Pulsar

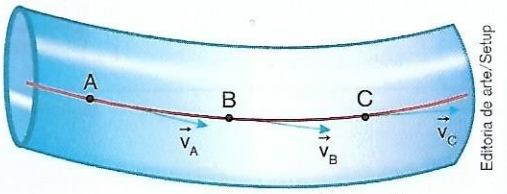
Hidrelétrica de Ilha Solteira no rio Paraná.

Tipos de escoamento

O escoamento de um fluido pode ser estacionário (ou permanente) ou turbulento. No regime **estacionário** ou **laminar** a velocidade de uma partícula (ou porção de massa do fluido) em um determinado ponto é sempre a mesma e independe do tempo. Isto é, cada partícula do fluido passa por um determinado ponto sempre com a mesma velocidade. Num outro ponto, a partícula pode passar com velocidade diferente; porém, qualquer outra partícula que passar por esse segundo ponto se comportará como a primeira quando passou por ele. As trajetórias descritas pelas partículas de um fluido, escoando em regime estacionário, são chamadas **linhas de corrente**. A linha de corrente é tangente à velocidade das partículas de fluido em todos os seus pontos e nunca se cruzam.

Todas as partículas de fluido têm velocidade $\vec{v}_A$ quando passam por A, $\vec{v}_B$ quando passam por B, e $\vec{v}_C$ quando passam por C, podendo ou não ser iguais.

O escoamento estacionário é obtido quando as velocidades de escoamento são muito pequenas, como, por exemplo, no escoamento manso das águas de um rio e no escoamento de ar e gases.



Editoria de arte/Setup

Fluxo estacionário e uma de suas linhas de corrente.

Quando a velocidade em cada ponto varia no decorrer do tempo, o movimento é chamado **não estacionário** ou **turbulento**. Como exemplos, temos as quedas de água e as vagas de maré, em que as velocidades variam de um ponto a outro e também de instante em instante.

Fatores como o diâmetro dos tubos e a viscosidade do fluido afetam o escoamento através dos tubos. A viscosidade no movimento de um fluido faz o papel do atrito no movimento dos sólidos. Devido à viscosidade, surgem forças tangenciais entre as camadas do fluido, que possuem movimento relativo, ocorrendo então dissipação de energia mecânica.

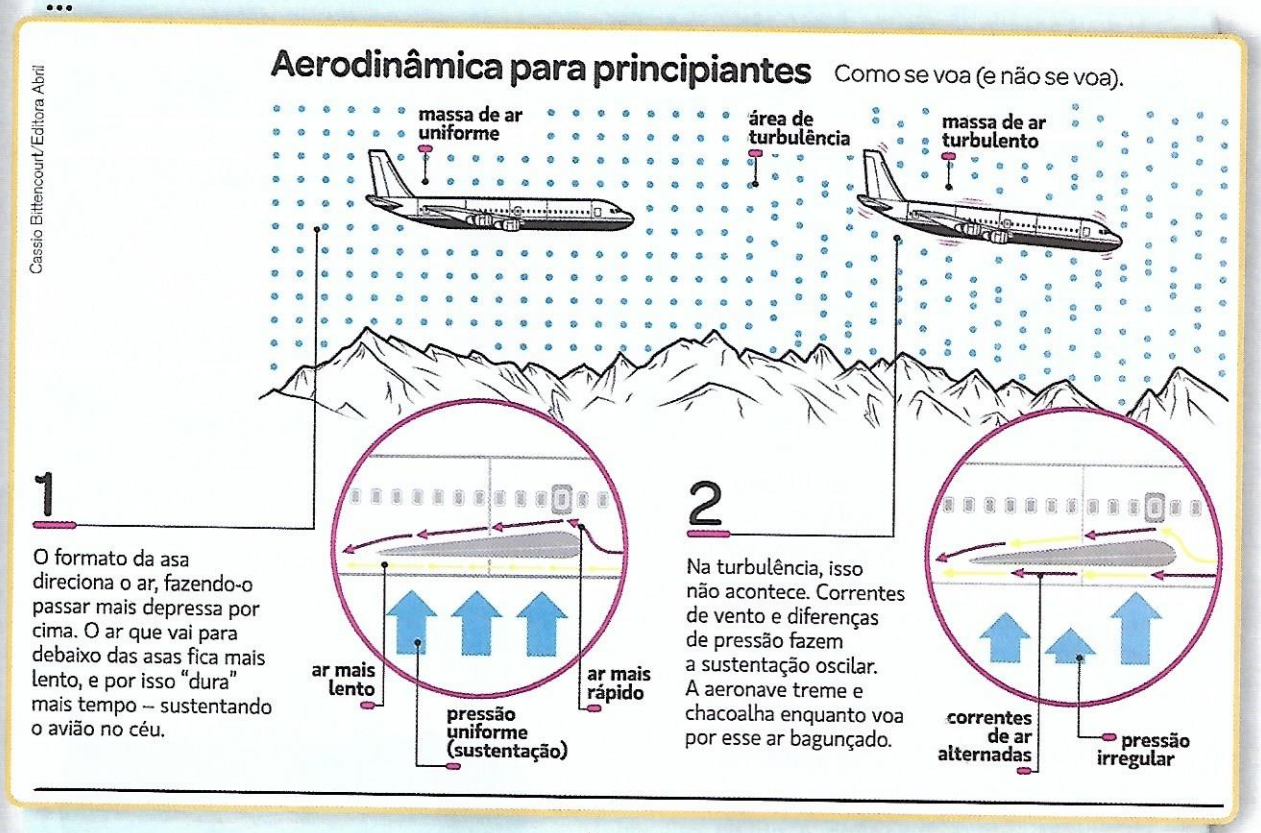
Estudaremos os escoamentos estacionários e não viscosos.

Saiba mais sobre...

TURBULÊNCIA

"Turbulência não derruba avião. Os jatos modernos são projetados para resistir a ela. Você já ouviu esse discurso? É uma meia verdade. Um levantamento feito pela Federal Aviation Administration (FAA), agência do governo americano que estuda a segurança no ar, revela que entre 1992 e 2001 houve 115 acidentes aéreos fatais em que a turbulência esteve envolvida, deixando 251 mortos. Na maior parte dos casos, eram aviões pequenos, mas também houve mortes em aeronaves comerciais – as vítimas eram passageiros que estavam sem cinto de segurança, e por isso foram arremessados contra o teto até 100 km/h (velocidade suficiente para causar fratura no pescoço). Ou seja, em caso de turbulência, o maior perigo não é o avião cair. É você se machucar porque está sem cinto. Os aviões têm instrumentos que permitem detectar com antecedência as zonas turbulentas, dando tempo para desviar, mas isso nem sempre é possível: existe um tipo de turbulência, a 'de ar limpo', que não é captada pelos instrumentos de aeronaves. Felizmente, é rara e só causa 2,88% dos acidentes fatais."

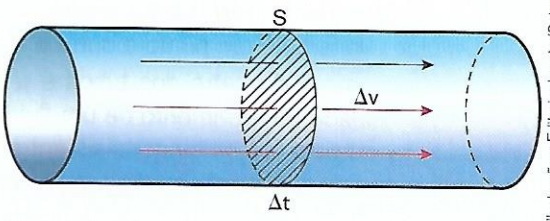
...



Superinteressante. São Paulo: Abril, ed. 273, dez. 2009. p. 78.

2. Vazão e equação da continuidade

Considere um fluido escoando em regime estacionário através de um tubo cilíndrico. Seja **ΔV** o volume de líquido que passa por uma seção transversal *S* desse tubo num intervalo de tempo **Δt**, conforme ilustra a figura.



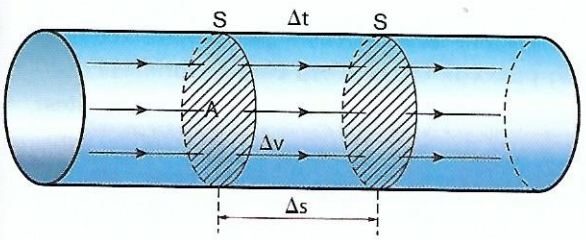
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Por definição, a vazão **Z** do fluido através da seção *S* do tubo é dada por:

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Em unidades do SI, a vazão é expressa em metros cúbicos por segundo. Sendo $1\ m^3 = 10^3\ L$, temos: $1\ m^3/s = 10^3\ L/s$.

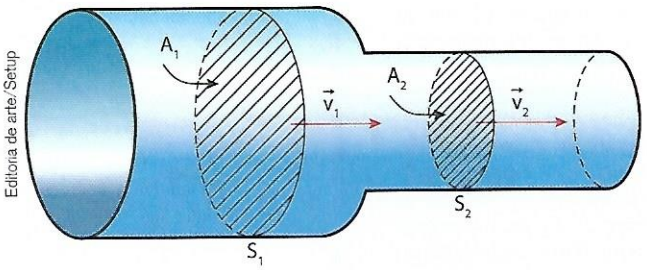
A vazão pode ser dada também em função da velocidade de escoamento. Considere novamente o volume de líquido **ΔV** que passa pela seção *S* de área *A*, no intervalo de tempo **Δt**. Esse volume pode ser dado pelo produto da área pela distância percorrida pelo fluido nesse intervalo de tempo.



$$\Delta V = A \cdot \Delta s$$

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow Z = \frac{A \cdot \Delta s}{\Delta t} \Rightarrow Z = Av$$

Verifica-se que, durante certo intervalo de tempo Δt, através de cada seção do tubo passa o mesmo volume de fluido. Considere agora que as seções variam com o comprimento, ou seja, todo o volume de fluido que passa por S_1 passa por S_2, embora S_2 seja menor que S_1.



Vamos supor que isso não ocorresse. Se, por exemplo, através da seção S_2 passasse um volume de fluido menor do que através da seção S_1, o excesso deveria acumular-se em algum lugar.

Como não há acumulação nem diminuição de fluido, isso significa que o volume de fluido que atravessa as seções S_1 e S_2 é igual. Logo, a vazão do fluido através dessas seções é igual:

$$Z_1 = Z_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Como o volume de fluido que passou pela seção de maior diâmetro é o mesmo que vai passar pela seção de menor diâmetro, a velocidade do fluido nas seções mais largas é menor que a velocidade do fluido nas seções mais estreitas, isto é, são inversamente proporcionais.

Isso mostra por que a velocidade da corrente da água num rio é maior nos locais em que o leito é mais estreito e menor nos locais onde o leito é mais largo.

Aplicações

1 Por uma mangueira de diâmetro interno de 4 cm jorram 5 L de água em 5 s. Qual a velocidade de escoamento da água?

Resolução:

Dados: $D = 4\ cm = 0{,}04\ m$, $V = 5\ L = 5 \cdot 10^{-3}\ m^3$, $t = 5\ s$

Cálculo da área da seção transversal da mangueira:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot \left(\frac{0{,}04}{2}\right)^2 \Rightarrow A = 0{,}001256\ m^2$$

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow Z = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{5} \Rightarrow Z = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$$

Cálculo da velocidade:

$$Z = Av \Rightarrow 1 \cdot 10^{-3} = 0{,}001256v \Rightarrow v = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1{,}256 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow v = 0{,}80\ m/s$$

2 Por um tubo de 0,5 m de diâmetro passam 100 L de água por segundo. O tubo sofre um estreitamento e passa a ter 0,2 m de diâmetro. Calcule a velocidade da água nessas duas seções do tubo.

Resolução:

Dados: $D_1 = 0{,}5\ m$; $Z = 100\ L/s = 100 \cdot 10^{-3}\ m^3/s = 0{,}1\ m^3/s$, $D_2 = 0{,}2\ m$

Cálculo da velocidade na primeira seção:

$$Z = A_1 v_1 \Rightarrow Z = \pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow 0{,}1 = 3{,}14 \cdot \left(\frac{0{,}5}{2}\right)^2 \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = 0{,}51\ m/s$$

Cálculo da velocidade na segunda seção:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot v_1 = \pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2 \cdot v_2 \Rightarrow \left(\frac{0{,}5}{2}\right)^2 \cdot 0{,}51 = \left(\frac{0{,}2}{2}\right)^2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = 3{,}19\ m/s$$

Atividades

1 *(UFPE)* A velocidade do sangue na artéria aorta de um adulto, que possui em média 5,4 litros de sangue, tem módulo aproximadamente igual a 30 cm/s. A área transversal da artéria é cerca de 2,5 cm^2. Qual o intervalo de tempo, em segundos, necessário para a aorta transportar o volume de sangue de um adulto?

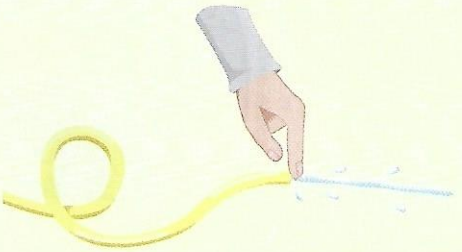
2 *(Unama-AM)* Uma piscina, cujas dimensões são 18 m × 10 m × 2 m, está vazia. O tempo necessário para enchê-la é 10 h, através de um conduto de seção A = 25 cm^2. A velocidade da água, admitida constante, ao sair do conduto, terá módulo igual a:

a) 1 m/s
b) 2 km/s
c) 3 cm/min
d) 4 m/s
e) 5 km/s

3 *(Fuvest-SP)* A artéria aorta de um adulto tem um raio de cerca de 1 cm, e o sangue nela flui com velocidade 33 cm/s.

a) Quantos litros de sangue por segundo são transportados pela aorta?
b) Sendo 5 litros o volume de sangue no organismo, use o resultado anterior para estimar o tempo médio que o sangue leva para retornar ao coração.

4 A velocidade de escoamento da água numa mangueira é de 4 m/s. Qual deve ser a velocidade de saída da água na mangueira se 90% da sua extremidade for fechada?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

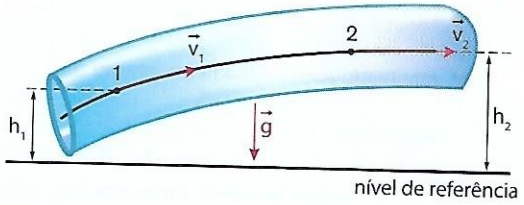
5 *(UFPA)* Considere duas regiões distintas do leito de um rio: uma larga *A* com área de seção transversal de 200 m^2, e outra estreita *B*, com 40 m^2 de área de seção transversal. A velocidade do rio na região *A* tem módulo igual a 1,0 m/s. De acordo com a equação da continuidade aplicada ao fluxo de água, podemos concluir que a velocidade do rio na região *B* tem módulo igual a:

a) 1,0 m/s
b) 2,0 m/s
c) 3,0 m/s
d) 4,0 m/s
e) 5,0 m/s

3. Equação de Bernoulli

A equação de Bernoulli é uma consequência do teorema da conservação da energia aplicada ao fluxo de um líquido em regime estacionário. Essa equação é denominada **equação fundamental da hidrodinâmica** e relaciona as pressões, as velocidades e as elevações em pontos situados numa mesma linha de corrente.

Considere dois pontos 1 e 2 sobre uma mesma linha de corrente. Nesses pontos as velocidades são $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$, as pressões $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$, as alturas $\mathbf{h_1}$ e $\mathbf{h_2}$, em relação ao nível de referência, **d** é a densidade do fluido, e **g** é a aceleração da gravidade local.



A equação de Bernoulli estabelece que:

$$p_1 + dgh_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + dgh_2 + \frac{dv_2^2}{2}$$

Portanto, para qualquer ponto do fluido:

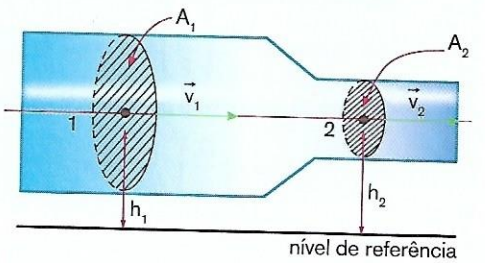
$$p + dgh + \frac{dv^2}{2} = \text{constante}$$

em que:

- $\frac{dv^2}{2}$ é a energia cinética por unidade de volume, também chamada **pressão dinâmica**;
- **dgh** é a energia potencial gravitacional por unidade de volume, chamada **pressão hidrostática**;
- **p** é pressão.

Se o fluido se mover somente na direção horizontal, não há variação de energia potencial gravitacional, e a equação de Bernoulli se reduz a:

$$p + \frac{dv^2}{2} = \text{constante}$$

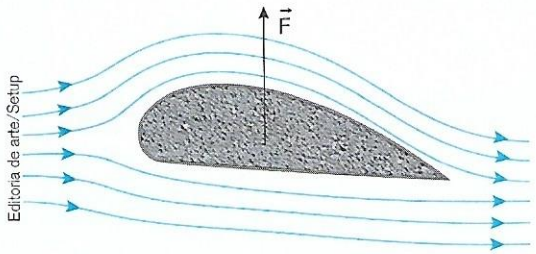


Relacionamos a seguir algumas aplicações do teorema de Bernoulli:

- Se uma pessoa assoprar uma tira de papel de seda, esta começa a subir. Isso ocorre porque a maior intensidade da velocidade de escoamento do ar sobre a tira faz a pressão nessa superfície ficar menor do que a pressão atmosférica exercida sobre a face de baixo. Em consequência, a folha se eleva, ficando praticamente na horizontal.

Fotos: Sérgio Dotta Jr./The Next

A tira de papel se eleva quando é assoprada pela sua superfície superior.

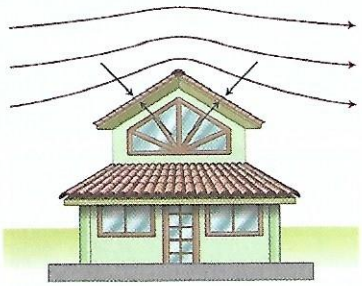


Editoria de arte/Setup

- Na asa de um avião ocorre fenômeno idêntico ao da tira de papel de seda. O ar flui na parte convexa da asa com maior velocidade do que na parte plana. O aumento da velocidade reduz a pressão na parte superior da asa, e a diminuição da velocidade do ar na parte plana faz a pressão aumentar na parte inferior. A diferença de pressões produz a força resultante ascensional, que é a força de sustentação do avião no ar.

- Os aerofólios dos carros de corrida funcionam como uma asa invertida, forçando o veículo contra o solo e dando-lhe mais aderência e estabilidade, o que lhes permite atingir elevadas velocidades com segurança.

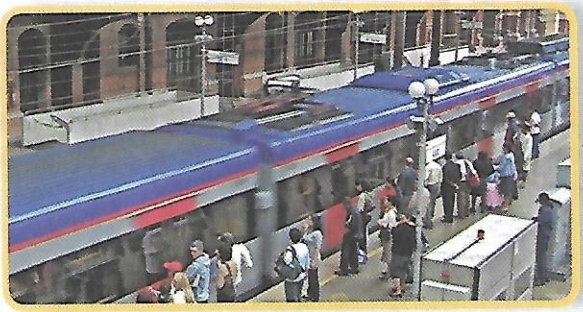
Car Culture/Corbis/Latinstock



Paulo Cesar

- O vento é acelerado quando passa acima da cumeeira do telhado. A pressão onde as linhas de corrente se aproximam na parte superior do telhado é menor do que a pressão do ar abaixo deste. Durante uma forte tempestade, a diferença entre as pressões produz uma força ascensional tão intensa que pode levantar o telhado, se este não estiver muito bem preso.

- Um trem que passa rápido por uma plataforma, devido ao efeito Bernoulli, "puxa para si" os passageiros que se encontram próximos à faixa de segurança de embarque.



Juca Martins/Olhar Imagem

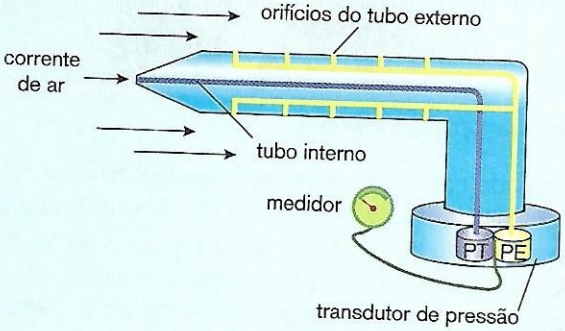
Trem expresso, que sai da estação da Luz, em São Paulo.

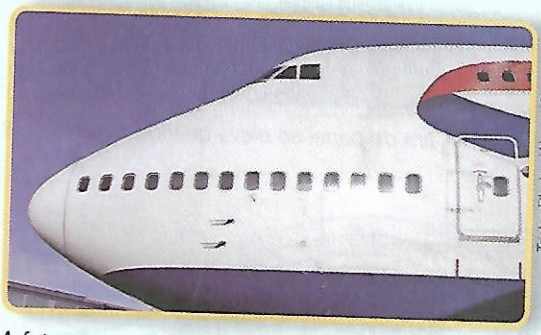
Saiba mais sobre...

Tubo de Pitot

Criado por volta de 1732, pelo cientista francês Henry de Pitot, o tubo é um instrumento capaz de medir a velocidade de escoamento de um fluido com extrema precisão. Seu funcionamento pode ser explicado pela equação de Bernoulli.

O tubo de Pitot tem diversas aplicações na engenharia, e uma das mais notáveis é a medida de velocidade nas aeronaves. Instalado no nariz ou na asa do avião, é formado por dois tubos ocos concêntricos que captam a corrente de ar de diferentes formas. Em função da diferença entre as pressões nos tubos interno e externo, um sensor eletromecânico (transdutor de pressão) devidamente calibrado em conjunto com um medidor indica o valor da velocidade da aeronave em relação ao ar.





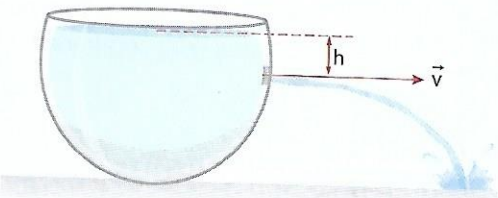
Tristar Photos/Alamy/Otherimages

A foto mostra a localização dos tubos de Pitot nas proximidades do nariz de um Boing 747.

4. Equação de Torricelli

Qual é a intensidade da velocidade horizontal de escoamento de um líquido por um orifício num recipiente?

Esse problema foi estudado pela primeira vez por Torricelli, que comprovou experimentalmente ser a intensidade da velocidade de escoamento do líquido igual à que teria um corpo se caísse da superfície livre do líquido até o ponto de escoamento, isto é:

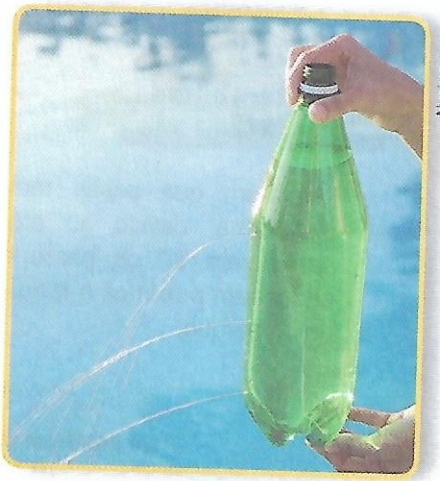


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$v = \sqrt{2gh}$$

Obtém-se essa equação aplicando-se o teorema de Bernoulli.

O alcance horizontal do líquido na foto ao lado cresce com a profundidade do furo. Isso está de acordo com a **equação de Torricelli**, a qual estabelece que a intensidade da velocidade de saída do fluido dobra quando a profundidade do orifício quadruplica.



Neoimagem

Aplicações

1 Um líquido de densidade 0,9 g/cm³ flui por um tubo horizontal de 10 cm de diâmetro com uma velocidade de 2 m/s. Uma outra parte desse tubo sofre um estreitamento e passa a ter 8 cm de diâmetro, onde a pressão vale 1,2 N/cm².

a) Qual a velocidade do líquido na parte mais estreita do tubo?

b) Qual a pressão na parte mais larga?

Resolução:

Dado: $d = 0{,}9\ g/cm^3 = 9 \cdot 10^2\ kg/m^3$

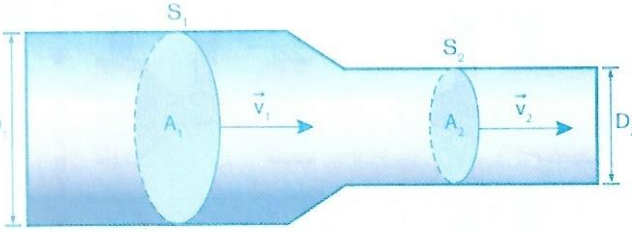
Como o tubo é horizontal, temos:

• secção mais larga:

$R_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05\ m = 5 \cdot 10^{-2}\ m$

$v_1 = 2\ m/s$

$p_1 = ?$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

• secção mais estreita:

$R_2 = \frac{D_2}{2} = \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04\ m = 4 \cdot 10^{-2}\ m$

$p_2 = 1{,}2\ N/cm^2 = 1{,}2 \cdot 10^4\ N/m^2$

$v_2 = ?$

a) Utilizando a equação da continuidade, temos:

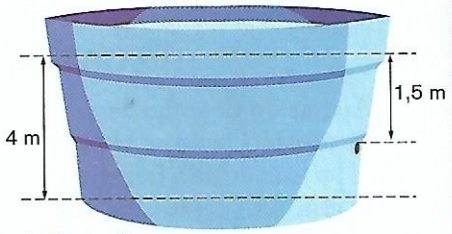
$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi R_1^2 v_1 = \pi R_2^2 v_2 \Rightarrow (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 = (4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = 3{,}125\ m/s$

b) Utilizando a equação de Bernoulli para o tubo horizontal, temos:

$p_1 + \frac{dv_1^2}{2} = p_2 + \frac{dv_2^2}{2}$

$p_1 + \frac{9 \cdot 10^2 \cdot 2^2}{2} = 1{,}2 \cdot 10^4 + \frac{9 \cdot 10^2 \cdot 3{,}125^2}{2} \Rightarrow p_1 = 14594\ N/m^2$

2 O recipiente da figura contém água até uma altura de 4 m. Efetua-se um furo de área 5 cm² a 1,5 m abaixo da superfície livre da água. Considere g = 10 m/s² e suponha que a superfície da água se mantenha num mesmo nível durante o escoamento.



a) Calcule a intensidade da velocidade de escoamento.

b) Determine a vazão da água através do furo.

Resolução:

a) A intensidade da velocidade de escoamento é dada pela equação de Torricelli.

$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (4 - 1{,}5)} \Rightarrow v = \sqrt{50} \Rightarrow v = 7{,}1\ m/s$

b) Vazão:

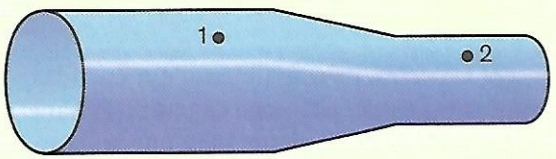
$Z = Av \Rightarrow Z = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 7{,}1 \Rightarrow Z = 35{,}5 \cdot 10^{-4}\ m^3/s$

Como $1\ m^3 = 10^3\ L$, temos:

$Z = 3{,}55\ L/s$

Atividades

1 *(UFSM-RS)*



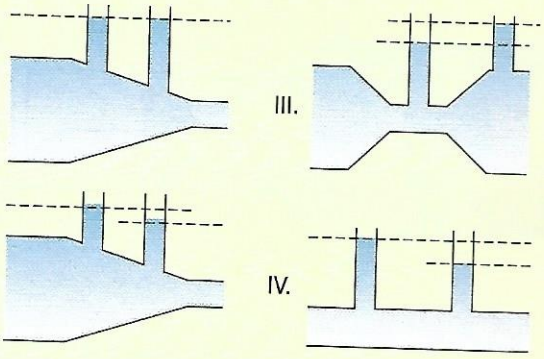
A figura representa uma tubulação horizontal em que escoa um fluido ideal.

A velocidade de escoamento do fluido no ponto 1 é *** que a verificada no ponto 2, e a pressão no ponto 1, em relação à pressão no ponto 2, é ***.

Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas.

a) maior – maior
b) maior – menor
c) menor – maior
d) menor – menor
e) maior – igual

2 *(UFSM-RS)* As figuras representam secções de canalizações por onde flui, da esquerda para a direita, sem atrito e em regime estacionário, um líquido incompressível. Além disso, cada secção apresenta duas saídas verticais para a atmosfera, ocupadas pelo líquido até as alturas indicadas.



Editoria de arte/Setup

As figuras em acordo com a realidade física são:

a) II e III
b) I e IV
c) II e IV
d) III e IV
e) I e III

3 Na parede lateral de um tanque contendo água, há um furo de área 4 cm² a 5 m abaixo da superfície livre do líquido. Supondo que a água tenha nível constante e $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) a velocidade com que a água escoa pelo furo;
b) a vazão da água através do furo;
c) o volume escoado em 3 minutos.

4 *(AFA-SP)* Através de uma tubulação horizontal de seção reta variável, escoa água, cuja densidade é $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$. Numa seção da tubulação, a pressão e o módulo da velocidade valem, respectivamente, $1{,}5 \cdot 10^5\ N/m^3$ e 2,0 m/s. A pressão em outra seção da tubulação, onde o módulo da velocidade vale 8,0 m/s, é, em N/m^2:

a) $1{,}2 \cdot 10^5$
b) $1{,}8 \cdot 10^5$
c) $3 \cdot 10^5$
d) $6 \cdot 10^5$

5 *(ITA-SP)* Considere uma tubulação de água que consiste de um tubo de 2,0 cm de diâmetro por onde a água entra com velocidade de 2,0 m/s sob uma pressão de $5{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Outro tubo de 1,0 cm de diâmetro encontra-se a 5,0 m de altura, conectado ao tubo de entrada. Considerando a densidade da água igual a $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ e desprezando as perdas, calcule a pressão da água no tubo de saída. (Use $g = 10\ m/s^3$.)

Saiba mais sobre...

PEGANDO O VÁCUO

Clive Mason/Allsport/Getty Images

Apesar do desenho aerodinâmico, um carro de corrida encontra muita resistência do ar. Uma das causas dessa resistência é a diferença de pressão entre a frente e a traseira do carro. Na frente, o impacto do ar cria alta pressão. Na traseira, o escoamento do ar se divide em vórtices, que têm uma pressão atmosférica menor. A diferença de pressão entre a frente e a traseira tende a frear o carro, exigindo maior consumo de combustível para manter a velocidade.

Se o carro de trás se mantém quase colado ao carro da frente, os dois pilotos se beneficiam. O carro de trás desfaz a formação de vórtices na traseira do carro da frente e o carro da frente tem uma diferença de pressão menor da frente para a traseira. O carro de trás tem menos impacto do ar na frente e, portanto, também tem uma diferença de pressão menor da frente para a traseira.

O piloto de trás pode usar um *slingshot pass* (uma ultrapassagem tipo estilingue) para surpreender o piloto da frente. Para isso, ele se afasta do carro da frente o suficiente para permitir a formação de vórtices atrás do carro do adversário. Os vórtices de baixa pressão tendem a frear o carro da frente e acelerar o carro de trás. Sincronizando a manobra adequadamente, o piloto de trás pode acelerar, entrar na região dos vórtices e ultrapassar o carro da frente.

Pelo que consta, *Junior Johnson* foi o primeiro a empregar essas técnicas aerodinâmicas em 1960, quando venceu a prova das 500 milhas de Daytona, apesar de estar competindo com outros carros considerados mais rápidos.

Pegar vácuo é um recurso também usado em outros esportes, principalmente em corridas de bicicleta. Também é praticado por animais, como quando a mãe pata leva os patinhos para nadar em fila indiana. A velocidade dos patos, naturalmente, não é suficiente para que tenham que se preocupar com a aerodinâmica, mas os patinhos podem se beneficiar da esteira deixada pela mãe, que é sempre a primeira da fila.

Jearl Walker. *O circo voador da Física*. Rio de Janeiro: LTC, 2008. p. 84-5.

Mais Atividades

1 O sangue flui na aorta, de raio 9 mm, com uma velocidade aproximada de 30 cm/s. Considerando que todo o sangue flui para os capilares, que o raio médio de um capilar é de 9 μm e que a velocidade média de escoamento do sangue nos capilares é de 1,0 mm/s, determine o número necessário de capilares para receber o fluxo de sangue proveniente da aorta.

2 *(F. M. Santos-SP)* Sendo a velocidade média do sangue capilar 0,05 cm/s e a área da seção transversal do capilar 10^{-4} mm², o tempo necessário para a passagem de 1 mm³ de sangue por uma seção transversal qualquer do capilar é um valor mais próximo de:

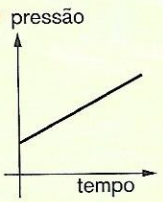
a) 6 s
b) 60 s
c) 6 min
d) 60 min
e) 6 h

3 *(UFMG)* Um reservatório de água é constituído de duas partes cilíndricas, interligadas, como mostrado nesta figura:

A área da seção reta do cilindro inferior é maior que a do cilindro superior.

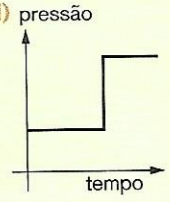
Inicialmente, esse reservatório está vazio. Em certo instante, começa-se a enchê-lo com água, mantendo-se uma vazão constante.

Assinale a alternativa cujo gráfico melhor representa a pressão, no fundo do reservatório, em função do tempo, desde o instante em que se começa a enchê-lo até o instante em que ele começa a transbordar.

a) 

c)

b)

d) 

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4 Por um tubo de 10 cm de diâmetro interno passam 80 L de água em 4 s. Qual a velocidade de escoamento da água?

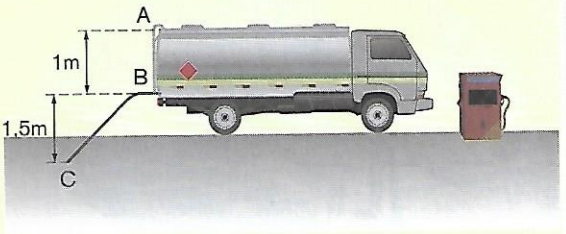
5 *(Unicamp-SP)* Uma caixa-d'água com volume de 150 litros coleta água da chuva à razão de 10 litros por hora.

a) Por quanto tempo deverá chover para encher completamente essa caixa-d'água.

b) Admitindo-se que a área da base da caixa é 0,50 m², com que velocidade subirá o nível da água na caixa, enquanto durar a chuva?

6 O sangue ao sair da aorta, é distribuído para várias artérias, de onde flui para as arteríolas e, finalmente, para os capilares. Se a soma das secções das artérias for 20 cm² e a vazão sanguínea através da aorta 90 mL/s, qual deverá ser a velocidade média de escoamento do sangue pelas artérias?

7 *(UFPA)* Em 5 minutos, um carro-tanque descarrega 5 000 L de gasolina através de um mangote cuja seção transversal tem área igual a 0,000267 m².



Pergunta-se:

a) Qual a vazão volumétrica média desse escoamento, em L/s?

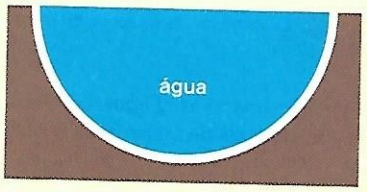
b) Considerando os dados indicados na figura e g = 9,8 m/s², qual a vazão volumétrica, em L/s, no início do processo de descarga do combustível, quando o nível de líquido no tanque está no ponto A?

c) O valor obtido no item b deve ser maior, menor ou igual ao do item a?

8 (UFSM) Em uma cultura irrigada por um cano que tem área de secção reta de 100 cm², passa água com uma vazão de 7200 litros por hora. A velocidade de escoamento da água nesse cano, em m/s, é

a) 0,02
b) 0,2
c) 2
d) 20
e) 200

9 *(Mack-SP)* Um fazendeiro, para estimar a vazão de água em um canal de irrigação, cuja transversal é aproximadamente semicircular (como na figura), procede do seguinte modo: faz duas marcas numa das margens do canal, separadas por quatro passadas (cada passada vale aproximadamente um metro); coloca na água um ramo seco e mede um minuto para o mesmo ir de uma marca à outra.



Finalmente, verifica que a largura do canal equivale a uma sua passada. O fazendeiro faz cálculos e conclui que a vazão procurada vale aproximadamente:

a) $2\pi m^3 \cdot s^{-1}$

b) $\frac{3\pi}{2}\ m^3 \cdot s^{-1}$

c) $\frac{\pi}{30}\ m^3 \cdot s^{-1}$

d) $\frac{\pi}{60}\ m^3 \cdot s^{-1}$

e) $\frac{\pi}{120}\ m^3 \cdot s^{-1}$

10 *(Uni-Rio-RJ)* Um menino deve regar o jardim de sua mãe e pretende fazer isso da varanda de sua residência, segurando uma mangueira na posição horizontal, conforme a figura abaixo.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Durante toda a tarefa, a altura da mangueira, em relação ao jardim, permanecerá constante. Inicialmente, a vazão de água, que pode ser definida como o volume de água que atravessa a área transversal da mangueira na unidade de tempo, é φ_0. Para que a água da mangueira atinja a planta mais distante no jardim, ele percebe que o alcance inicial deve ser quadruplicado. A mangueira tem em sua extremidade um dispositivo com orifício circular de raio variável. Para que consiga molhar todas as plantas do jardim sem molhar o resto do terreno, ele deve:

a) reduzir o raio do orifício em 50% e quadruplicar a vazão de água.

b) manter a vazão constante e diminuir a área do orifício em 50%.

c) manter a vazão constante e diminuir o raio do orifício em 50%.

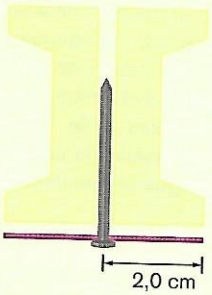
d) manter constante a área do orifício e dobrar a vazão de água.

e) reduzir o raio do orifício em 50% e dobrar a vazão de água.

11 Por que a cortina do boxe do chuveiro desloca-se para dentro quando o jato de água do chuveiro está fluindo forte?

12 Por que é mais fácil descrever uma curva com uma bola de tênis do que com uma bola de voleibol?

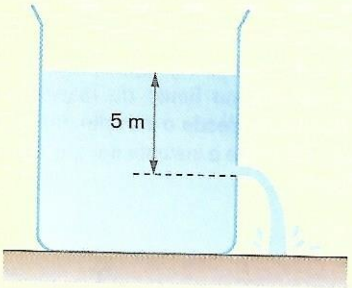
13 *(UFBA)* Um fenômeno bastante curioso, associado ao voo dos pássaros e do avião, pode ser visualizado através de um experimento simples, no qual se utiliza um carretel de linha para empinar pipas, um prego e um pedaço circular de cartolina.



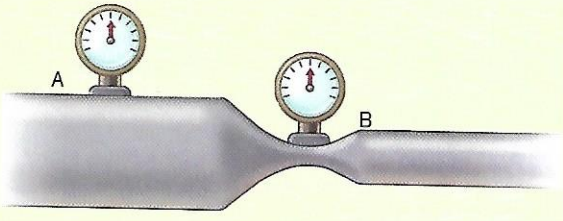
O prego é colocado no centro da cartolina e inserido no buraco do carretel, conforme a figura. Soprando de cima para baixo pelo buraco superior do carretel, verifica-se que o conjunto cartolina-prego não cai. Considere a massa do conjunto cartolina-prego igual a 10 g, o raio do disco igual a 2,0 cm e a aceleração da gravidade local com módulo igual a 10 m/s².

A partir dessas informações, apresente a lei física associada a esse fenômeno e calcule a diferença de pressão média mínima, entre as faces da cartolina, necessária para impedir que o conjunto caia.

14 A figura mostra a água contida num reservatório de grande seção transversal. Cinco metros abaixo da superfície livre existe um pequeno orifício de área igual a 3 cm². Admitindo g = 10 m/s², calcule a vazão através desse orifício.



15 Dois manômetros. A e B, são colocados num tubo horizontal, de seções variáveis, por onde circula água a velocidades de 1,2 m/s e 1,5 m/s, respectivamente. O manômetro colocado em A registra 24 N/cm². Calcule a pressão registrada pelo manômetro colocado em B. (Dado: $d_{água} = 1\ g/cm^3$.)



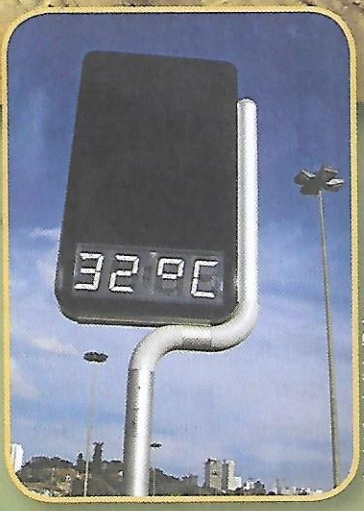
Jim Wark/Corbis/Latinstock

UNIDADE VII

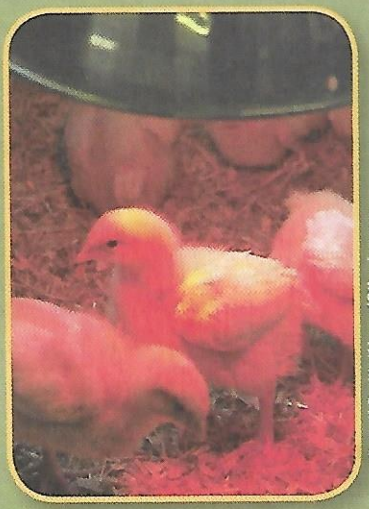
Termologia

Nesta unidade apresentaremos os conceitos relativos à Termologia, discutindo questões como medida da temperatura, calor e sua transmissão, mudanças de estado da matéria, entre outras.

Mais uma vez, a compreensão correta dos fenômenos físicos é importante para o desenvolvimento de dispositivos que melhoram a qualidade de vida. Por exemplo, para se adaptar às temperaturas baixas, os esquimós utilizam vestimentas feitas com pele de focas. Para evitar acidentes, a montagem dos trilhos de uma ferrovia é feita com um pequeno espaço entre as vigas. Devido ao aquecimento, os trilhos de trem podem sofrer expansão térmica e se deformarem. A bolsa de água quente ou fria é usada no tratamento de lesões a fim de aumentar ou diminuir a atividade celular e vascular na região afetada. Os pintinhos recebem energia emitida pela lâmpada, que atravessa o ar, aquecendo-os, de forma semelhante à que ocorre com a energia radiante proveniente do Sol. E as panelas possuem um cabo de material isolante térmico, a fim de reduzir a transmissão de calor para a mão das pessoas.



Daniel Cymbalista/Pulsar



Gary K. Smith/Alamy/Otherimages

CAPÍTULO 15 – TERMOMETRIA

1. Temperatura

Estamos acostumados a usar termos como quente, morno, frio, gelado etc. para expressar a sensação térmica que temos ao tocar algum corpo ou, então, ao entrarmos ou sairmos de um ambiente.

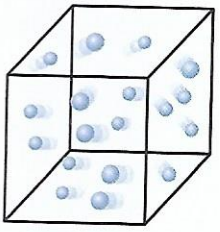
Sabemos que o sentido do tato nos proporciona a sensação térmica, mas os sensores térmicos de nossa pele são adequados apenas para perceber as variações térmicas, isto é, os contrastes térmicos que podem indicar algum risco à integridade de nosso organismo, e não para fornecer uma medida confiável da temperatura. Em nosso cotidiano, os termos "quente" e "frio" são relativos. Por exemplo: segure um martelo com uma das mãos pelo cabo de madeira e com a outra mão pela parte metálica. Você certamente vai perceber a parte metálica mais fria do que o cabo, embora as duas partes estejam necessariamente à mesma temperatura.

Já há algum tempo concluiu-se que a determinação precisa do estado térmico dos corpos deve independer de nossos sensores térmicos. Portanto, os termos "quente" e "frio", empregados cotidianamente em diversas situações de nossa vida, não possuem o mesmo peso de informação quando usados no mundo da ciência e da indústria. Na verdade, eles informam cientificamente muito pouco acerca do estado térmico de um corpo.

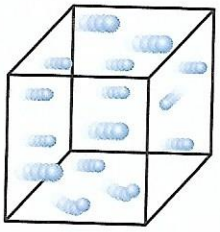
Sensação de quente e frio.

Sendo assim, tornou-se necessário estabelecer uma grandeza que informasse com precisão o estado térmico dos corpos analisados. Essa grandeza é denominada **temperatura**. Precisamos, portanto, entender o que a temperatura de um corpo nos indica de acordo com essa perspectiva científica.

Estudos e experimentos realizados a partir do século XIX permitiram concluir que os corpos são formados por partículas (átomos que originam as moléculas e os íons) que estão em constante agitação. De modo geral, quanto maior for o nível de agitação das partículas de um corpo, maior será sua temperatura, independentemente do estado de agregação desse corpo (sólido, líquido ou gasoso).



Num corpo com menor temperatura, suas partículas se agitam com menor intensidade.

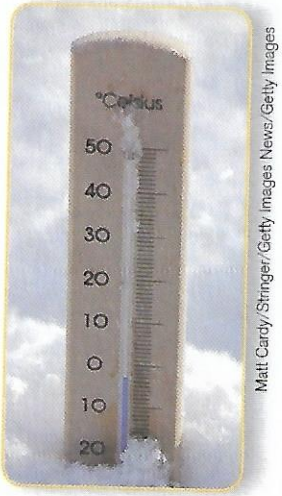


Num corpo com maior temperatura, suas partículas se agitam com maior intensidade.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Estabeleceu-se que o mais baixo estado térmico seria aquele em que as partículas constituintes do corpo estão completamente em repouso. A esse estado atômico molecular deu-se o nome de **zero absoluto** de temperatura. Com base nessa ideia, criaram-se escalas numéricas de temperatura para expressar os estados térmicos associados aos níveis de agitação das partículas dos corpos.

Essa é, portanto, a conceituação científica de **temperatura**. Cotidianamente, entende-se por temperatura o número de uma determinada escala que expressa o estado térmico de um sistema. Quanto maior for esse número, mais "quente" estará o sistema e, quanto menor for esse número, menos "quente" ou mais "frio" estará o sistema.



Matt Cardy/Stringer/Getty Images News/Getty Images

A temperatura é a medida do grau de agitação das partículas segundo uma determinada escala.

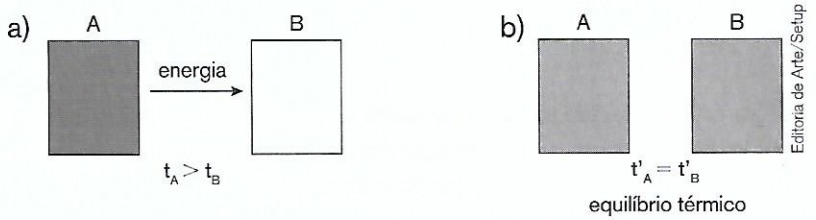
2. Equilíbrio térmico

O que acontece com a temperatura de uma garrafa de água retirada da geladeira e deixada sobre a pia depois de algum tempo?

Para responder a essa questão, precisaremos compreender um fenômeno fundamental na Termologia: o equilíbrio térmico.

Vimos anteriormente que a temperatura de um corpo mede o grau de agitação térmica de suas partículas. Acontece que essa agitação térmica é um tipo de energia que pode ser transmitida para outros corpos, afetando suas temperaturas. Como energia não pode ser criada nem destruída, se, por exemplo, um corpo ceder certa quantidade de energia, sua temperatura diminuirá, indicando uma diminuição no grau de agitação de suas partículas. A energia cedida irá para algum lugar ou será absorvida por algum outro corpo próximo, fazendo o grau de agitação de suas partículas aumentar.

Quanto maior a diferença de temperatura entre dois corpos ou entre um corpo e o ambiente, maior será o fluxo entre eles. Assim, em qualquer ambiente sempre ocorrem trocas contínuas de energia entre objetos com diferentes temperaturas, de tal modo que os objetos com temperaturas maiores cedem energia para os de menor temperatura.



*Na situação inicial **(a)**, dois objetos isolados com temperaturas diferentes trocam energia. Quando atingem uma mesma temperatura, cessa o saldo da troca de energia entre os corpos A e B, atingindo assim o equilíbrio térmico **(b)**.*

A troca de energia ocorre continuamente. A partir do instante em que eles atingem a mesma temperatura, ambos emitem e absorvem quantidades iguais de energia. Não há saldo favorável a nenhum dos dois corpos. A partir dessa situação *A* e *B* estão em **equilíbrio térmico** entre si.

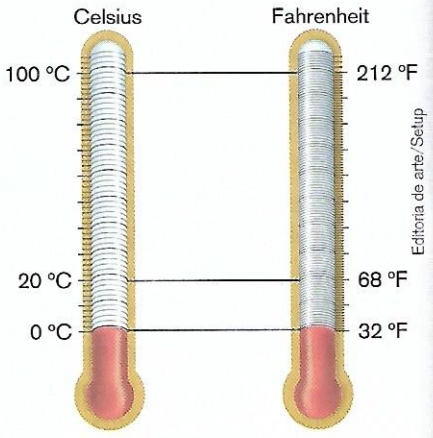
É por isso que, no caso da garrafa de água gelada sobre a pia, podemos afirmar que, depois de algum tempo, tanto a garrafa quanto os objetos e o ar da cozinha estarão à mesma temperatura ou, ainda, que atingiram o equilíbrio térmico.

3. Escalas de temperatura

Existem várias escalas para expressar numericamente a temperatura dos corpos; uma delas é a escala Celsius, proposta em 1742 pelo astrônomo sueco Anders Celsius (1701-1744). Outra escala utilizada principalmente nos países de língua inglesa é a Fahrenheit, proposta em 1727 pelo físico alemão Gabriel Daniel Fahrenheit (1686-1736).

As escalas Celsius e Fahrenheit são escalas relativas e construídas adotando-se como referências a fusão do gelo e a ebulição da água, ambas à pressão normal de 1 atmosfera.

Essas referências ficaram conhecidas como **pontos fixos**. Nas escalas Celsius e Fahrenheit, adotou-se, respectivamente, ao 1º ponto fixo (fusão do gelo) 0 °C e 32 °F e, ao 2º ponto fixo (ebulição da água), 100 °C e 212 °F.



Escala Celsius e escala Fahrenheit.

De fato, Fahrenheit utilizou uma mistura de água, sal e álcool em seus experimentos para a calibração de sua escala.

O intervalo entre os dois pontos fixos foi dividido em 100 partes iguais na escala Celsius e 180 partes iguais na escala Fahrenheit. Na leitura das temperaturas expressas por essas escalas usa-se a palavra **grau** para o símbolo °. Por exemplo:

50 °C (lê-se: cinquenta graus Celsius);

122 °F (lê-se: cento e vinte e dois graus Fahrenheit).

4. Escala Kelvin de temperatura

Uma terceira escala de temperatura é a Kelvin (K), também denominada **escala absoluta**. Essa escala foi obtida observando-se o comportamento de um gás, quando a volume constante, fazendo-se variar sua pressão e temperatura.

A escala Kelvin tem a subdivisão de sua escala com o mesmo tamanho da escala Celsius. O 1º ponto fixo, isto é, o ponto de fusão do gelo, corresponde a aproximadamente 273 K, e o 2º ponto fixo, ou seja, o ponto de ebulição da água, corresponde a 373 K.

Zero absoluto ou zero kelvin

Como a temperatura é uma medida do grau de agitação térmica da estrutura atômica molecular de uma substância, não existe, teoricamente, um limite superior para o valor da temperatura que uma substância pode alcançar. Entretanto, existe um limite inferior de temperatura.

Cientistas experimentais do século XIX descobriram que é impossível reduzir a temperatura de uma substância a um valor igual ou inferior a −273,15 °C. Esse limite inferior de temperatura é chamado de **zero absoluto** ou **zero kelvin** (0 K). Não se usa a palavra grau com a temperatura kelvin. Por exemplo: 373 K (trezentos e setenta e três kelvin).

A partir de 1954, o kelvin foi adotado como unidade de medida padrão de temperatura pelo Sistema Internacional de Unidades (SI).

A essa temperatura (0 K), partículas não teriam nenhuma energia cinética, o que é altamente improvável depois que ficou demonstrado, pela teoria quântica, que existe uma energia cinética mínima que toda estrutura atômica deve ter.

5. Medida de temperatura

Como não se consegue medir diretamente o grau de agitação das partículas que constituem um corpo, a medida da temperatura é realizada por meio de instrumentos denominados **termômetros**, cujo funcionamento é baseado na capacidade de dilatação e contração térmicas de certas substâncias ao fornecer ou retirar-lhes energia térmica. Tais substâncias são conhecidas como **substâncias termométricas**.

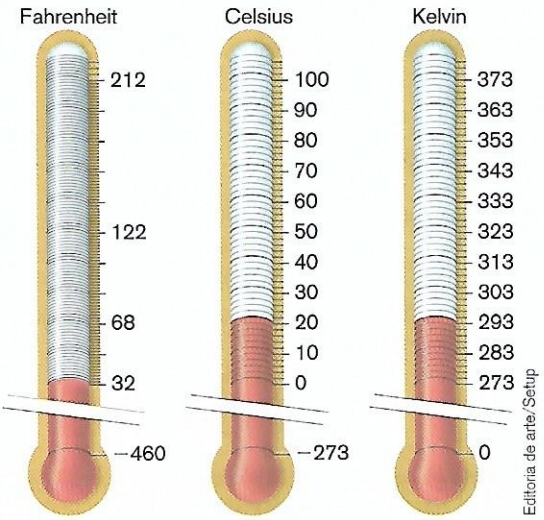
Um dos termômetros mais conhecidos usa o mercúrio como substância termométrica, e foi inventado por Fahrenheit em 1714. Ele funciona pela variação do volume do mercúrio dentro de um capilar mediante sua variação da temperatura.

Nesse tipo de termômetro, uma determinada quantidade de mercúrio preenche um pequeno reservatório de vidro chamado bulbo, que está ligado a um tubo capilar também de vidro com secção uniforme. O mercúrio é um bom condutor térmico, apresenta expansão e contração uniformes e se apresenta na fase líquida sob pressão normal entre −39 °C e 359 °C.

A medida da temperatura é feita por um procedimento simples. Coloca-se o bulbo do termômetro em contato com o corpo cuja temperatura se deseja medir e aguarda-se o tempo necessário para que o termômetro entre em equilíbrio térmico com o corpo. Isso é notado quando a coluna de mercúrio na haste para de se deslocar.

Atingido o equilíbrio térmico entre ambos, lê-se numa escala fixada junto à haste do termômetro o número que expressa sua temperatura em Celsius, Fahrenheit ou Kelvin.

Também com mercúrio foram construídos os primeiros termômetros clínicos para a medida da temperatura do corpo humano. Hoje é mais comum o uso do álcool como substância termométrica nesse tipo de termômetro. O mercúrio é um metal pesado altamente tóxico e prejudicial aos seres vivos e ao meio ambiente, em caso de quebra do capilar. Por esse motivo, em muitos países é atualmente proibida a fabricação de termômetros de mercúrio.



Correspondência entre as escalas Fahrenheit, Celsius e Kelvin.

Termômetro clínico de mercúrio graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit.

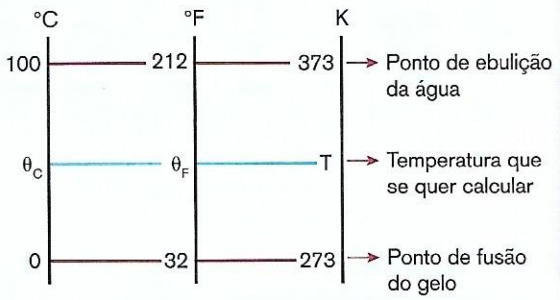
6. Relação entre as escalas

Em um noticiário de um canal de TV a cabo norte-americana, o jornalista diz que na cidade Little Rock fez 23 °F como temperatura mínima. Um estudante, ao ouvir isso e ver as imagens de pessoas com blusas grossas, gorros e cachecóis, ficou confuso, uma vez que, quando faz 23 graus aqui no Brasil, a sensação térmica é bastante agradável. Qual foi a confusão cometida pelo estudante?

Um pouco mais de atenção nas informações fornecidas acima revela-nos que o estudante está confundindo escalas de medida de temperatura. No Brasil, a escala de temperatura padrão é o Celsius, diferentemente dos EUA, onde se usa a escala Fahrenheit. Então, quantos graus Celsius correspondem a 23 graus Fahrenheit?

Essa situação nos leva a buscar uma regra de correspondência entre as escalas termométricas.

Consideremos, então, θ_C, θ_F e **T** as temperaturas de um corpo nas escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin, respectivamente. Para se obter as funções termométricas que relacionam as três escalas devemos levar em conta os pontos fixos de fusão do gelo e ebulição da água ao nível do mar. Colocando as três escalas com essas temperaturas devidamente alinhadas, temos a situação indicada ao lado.



Se soubermos o valor da temperatura do corpo em uma escala, poderemos obter o correspondente valor em outra, estabelecendo a seguinte proporção:

$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_F - 32}{212 - 32} = \frac{T - 273}{373 - 273}$$

Simplificando, obtemos:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5}$$

Desse modo, podemos saber com precisão a que temperatura correspondem 23 °F. Usando a relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit e,

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

substituímos θ_F por 23, obtendo:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{23 - 32}{9} = \frac{-9}{9} = -1 \Rightarrow \theta_C = (-1) \cdot 5 = -5\ °C$$

De fato, estava bem fria a temperatura ambiente na cidade Little Rock!

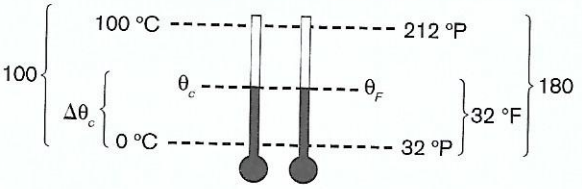
Agora use a função termométrica correspondente e mostre que os 23 °F correspondem a 268 K.

Aplicações

1 Em uma sala de aula, um termômetro registrou uma elevação de 5 °C na temperatura ambiente em um intervalo de 3 horas, em certo dia. Qual seria a elevação registrada se o termômetro fosse graduado em graus Fahrenheit?

Resolução:

Relacionando as variações de temperaturas nos dois termômetros, temos:



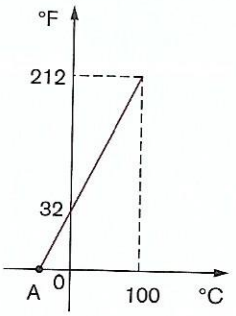
$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_C}{5} = \frac{\Delta\theta_F}{9}$$

Para $\Delta\theta_C = 5$ °C, vem

$$\frac{5}{5} = \frac{\Delta\theta_F}{9} \Rightarrow \Delta\theta_F = 9\ °F$$

2 No laboratório de Física do colégio onde estuda, um grupo de alunos, utilizando um termômetro graduado em Celsius e outro em Fahrenheit, mediu a temperatura de um corpo em situações variadas. Com o resultado das medições, construíram o gráfico ao lado.

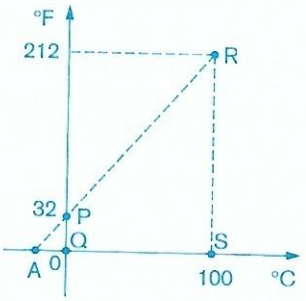
Utilizando os dados do gráfico, calcule o valor da temperatura do corpo, em graus Celsius, correspondente ao ponto *A*.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

A temperatura do corpo em graus Celsius correspondente ao ponto A é a abscissa x desse ponto. Logo:



Os triângulos retângulos PQA e RSA são semelhantes. Logo:

$$\frac{QA}{SA} = \frac{PQ}{RS} \Rightarrow \frac{0 - x}{100 - x} = \frac{32 - 0}{212 - 0} \Rightarrow \frac{-x}{100 - x} = \frac{32}{212} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -212x = 3200 - 32x \Rightarrow -180x = 3200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \simeq -17{,}8\ °C$$

Portanto, a temperatura do corpo correspondente ao ponto A é de aproximadamente −17,8 °C.

3 Um termômetro de mercúrio é calibrado de modo que, na temperatura de 0 °C, a altura da coluna é de 4 cm, e, na temperatura de 100 °C, a altura é de 8 cm. Determine:

a) a função termométrica que relaciona a temperatura (θ_C) com a altura (h) da coluna de mercúrio;

b) a altura da coluna quando a temperatura é de 40 °C.

Resolução:

a) Do enunciado, temos:

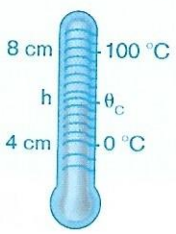
Usando a proporcionalidade entre as alturas correspondentes, escrevemos:

$$\frac{h - 4}{8 - 4} = \frac{\theta_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{h - 4}{4} = \frac{\theta_C}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta_C = 25h - 100$$

b) Fazendo $\theta_C = 40$ °C, obtemos:

$$40 = 25h - 100 \Rightarrow 25h = 140 \Rightarrow h = 5{,}6\ cm$$

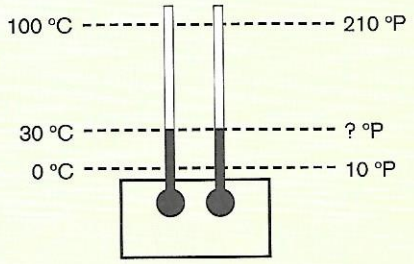


Atividades

1 *(UFES)* Os termômetros de uma base estrangeira na Antártida indicam −58 °F. Se você lá chegasse, fazendo parte de uma expedição brasileira em visita, relataria essa temperatura para o Brasil como:

a) −14 °C c) −50 °C e) −136 °C
b) −36 °C d) −58 °C

2 *(UFV-MG)* A figura abaixo ilustra dois termômetros, um na escala Celsius e o outro, em uma outra escala, chamada Pases.



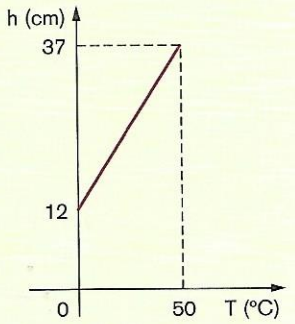
Observando que as temperaturas do gelo fundente e da água em ebulição correspondem, na escala Pases, às temperaturas de 10 °P e 210 °P, respectivamente, a leitura, na escala Pases, correspondente a 30 °C, será:

a) 30 °P c) 60 °P e) 70 °P
b) 50 °P d) 90 °P

3 *(FMTM-MG)* Uma empresa brasileira fabricante de fluido de freio (óleo usado no mecanismo hidráulico de freios em veículos) pretende divulgar seu produto ao mercado norte-americano. No Brasil, essa divulgação baseia-se na distribuição de folhetos que destacam como uma das principais características do produto o seu maior ponto de ebulição, que, comparado às normas de controle de qualidade, supera o ponto de ebulição mínimo em 15 °C. Para ajustar seu folheto ao novo mercado, precisa também apresentar essa diferença na escala Fahrenheit, que corresponde a:

a) 13 °F c) 32 °F e) 59 °F
b) 27 °F d) 43 °F

4 *(Uniderp-MS)* O gráfico relaciona a altura **h**, atingida por um líquido no capilar de um termômetro, em função da temperatura **T**.



Da análise do gráfico, pode-se afirmar que a temperatura correspondente a 25 cm de coluna do líquido é igual, em °C, a:

a) 12 b) 16 c) 22 d) 26 e) 30

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Mais Atividades

1 *(Mack-SP)* A temperatura na "superfície externa" do Sol é de aproximadamente $6{,}0 \cdot 10^3$ °C. Se a escala termométrica utilizada fosse a Fahrenheit, essa temperatura seria indicada, aproximadamente, por:

a) $1{,}1 \cdot 10^3$ °F d) $4{,}3 \cdot 10^4$ °F
b) $4{,}3 \cdot 10^3$ °F e) $1{,}1 \cdot 10^6$ °F
c) $1{,}1 \cdot 10^4$ °F

2 *(UEFS-BA)* Uma escala arbitrária **A** adota, para os pontos de fusão do gelo e ebulição da água, sob pressão normal, os valores −10° A e 40 °A, respectivamente. Com base nessa informação, a temperatura que, na escala Celsius, corresponde a 25 °A é igual:

a) 30 °C c) 70 °C e) 110 °C
b) 50 °C d) 90 °C

3 *(UFPB)* Em uma conferência pela internet, um meteorologista brasileiro conversa com três outros colegas em diferentes locais do planeta. Na conversa, cada um relata a temperatura em seus respectivos locais. Dessa forma, o brasileiro fica sabendo que, naquele momento, a temperatura em Nova Iorque é $T_{NI} = 33{,}8$ °F, em Londres, $T_L = 269$ °K, e em Sidnei, $T_S = 27$ °C. Comparando essas temperaturas, verifica-se:

a) $T_{NI} > T_S > T_L$ d) $T_S > T_{NI} > T_L$
b) $T_{NI} > T_L > T_S$ e) $T_S > T_L > T_{NI}$
c) $T_L > T_S > T_{NI}$

4 *(UEMA)* Um turista francês, ao visitar o balneário Colônia, formado pela confluência dos rios Itapecuru e Alpercatas, em Colinas-MA, levou um termômetro de mercúrio usado. Porém, não verificou que a escala do mesmo se encontrava apagada. O turista mergulhou o termômetro em uma amostra de água do balneário à temperatura ambiente e verificou que a coluna de mercúrio atingiu comprimento de 4,0 cm. A seguir, colocou o termômetro em gelo fundente e a coluna apresentou 3,0 cm e, mergulhando-o em água em ebulição, a coluna de mercúrio atingiu 6,0 cm de comprimento. Qual a temperatura ambiente da água do balneário, em °F?

a) 33 °F d) 94 °F
b) 92 °F e) 35 °F
c) 91 °F

5 *(Mack-SP)* Um estudante observa que, em certo instante, a temperatura de um corpo, na escala kelvin, é 280 K. Após 2 horas, esse estudante verifica que a temperatura desse corpo, na escala Fahrenheit, é 86 °F. Nessas 2 horas, a variação da temperatura do corpo, na escala Celsius, foi de:

a) 23 °C d) 30 °C
b) 25 °C e) 33 °C
c) 28 °C

CAPÍTULO 16 – CALORIMETRIA

1. Calor

É comum usarmos a expressão "Estou com calor" para expressar nossa sensação térmica. Em geral, usamos calor como oposto de frio. Do ponto de vista da cultura geral, não há nenhum problema em se expressar assim, já que a comunicação das ideias funciona perfeitamente bem. Entretanto, no mundo da ciência, os termos ganham outros contornos e significados. Vamos agora conhecer um pouco de como a ideia de calor evoluiu na história da ciência.

Até fins do século XVIII, o calor era considerado uma substância fluida, invisível e sem massa, existente no interior dos corpos. Para designar essa substância usavam a expressão **calórico**.

Quanto mais quente fosse um corpo, maior era sua quantidade de calórico, de modo que os corpos quentes transferiam parte do seu calórico para os corpos mais frios. Imaginava-se que a transferência era automaticamente interrompida quando os corpos entravam em equilíbrio térmico.

Por volta de 1798, um engenheiro americano chamado Benjamin Thompson, ao trabalhar numa fábrica de armas em Munique, na Alemanha, observou que as brocas aqueciam muito durante a perfuração dos tubos de aço, durante a confecção dos canhões.

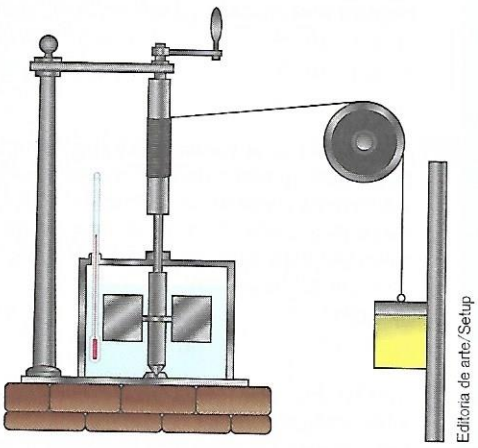
Observando o enorme aquecimento produzido à custa do trabalho mecânico realizado pelas forças de atrito, Thompson começou a supor que o modelo que explicava o calórico como substância necessitava ser repensado. Propôs, então, que o que ocorria de fato era uma transformação de trabalho mecânico em calor e que este seria a forma de energia responsável pelo grande aquecimento do sistema.

Autor desconhecido. Séc. XIX. Coleção particular. Foto: Bettmann/Corbis/Latinstock

James Prescott Joule (1818-1889).

Em 1848, o físico inglês James Joule conseguiu medir com precisão a quantidade de calor produzida a partir de uma quantidade bem determinada de energia mecânica.

No experimento realizado, Joule utilizou um corpo de massa conhecida que, ao cair de uma altura bem determinada, fazia girar um conjunto de pás imersas em uma quantidade conhecida de água.



Editoria de arte/Setup

Quando o objeto à direita, junto à parede e preso a um fio, se desloca, faz girar as duas pás que se encontram dentro do recipiente com água.

O trabalho realizado durante a descida do corpo e a variação de temperatura ocorrida na água podiam ser medidos, o que permitiu a Joule determinar a quantidade de calor equivalente a uma quantidade de energia mecânica. Ele deduziu que:

uma unidade de quantidade de calor (caloria) é igual a 4,186 unidades de energia mecânica (joule)

A partir do resultado obtido por Joule, a teoria do calórico foi abandonada.

Se num ambiente forem colocados vários objetos com temperaturas iniciais diferentes, após um certo tempo eles estarão em equilíbrio térmico entre si e com o ambiente onde foram colocados, isto é, todos estarão à mesma temperatura.

Fatos como esse, que podem ser explicados pela antiga teoria do calórico, são, desde a época de Joule, compreendidos levando-se em conta que ocorre uma troca de energia entre os corpos presentes e o próprio ambiente. O que transita dos corpos mais aquecidos para os menos aquecidos é a energia à qual denominamos **calor**.

Portanto, cientificamente, definimos **calor como energia em trânsito entre corpos com temperaturas diferentes entre si**.

A partir do instante em que essa energia em trânsito é absorvida por um corpo, ela se transforma em energia interna, que modifica o grau de agitação de suas partículas e deixa de ser considerada calor. Por essa razão, em Física, não é correto falar que o calor está contido no corpo. Na natureza, o calor transita ou se propaga espontaneamente no sentido das temperaturas decrescentes.

Representamos a quantidade de calor trocado entre corpos com diferentes temperaturas pela letra **Q**.

No Sistema Internacional de Unidades (SI) a quantidade de calor é medida em **joule** (**J**). Entretanto, ainda está em pleno uso uma unidade da época da teoria do calórico: a **caloria** (**cal**). Por definição, considera-se que a quantidade de calor de 1 cal eleva a temperatura de 1 g de água pura em 1°C.

Da experiência de Joule, tem-se:

$$1\ \text{cal} = 4{,}186\ \text{J}$$

Também é frequente o uso de uma unidade múltipla da caloria: quilocaloria (kcal).

$$1\ \text{kcal} = 10^3\ \text{cal}$$

Detalhes sobre...

O PROBLEMA COM O CALOR

Trata-se de problema duplo: conceitual e linguístico. Em nível conceitual, é importante fazer distinção entre *calor*, *temperatura* e *energia térmica*. Essas três ideias estão relacionadas, mas as distinções entre elas são essenciais. A linguagem comum pode facilmente induzi-lo ao erro. Se um objeto desliza até parar por causa do atrito, a maioria das pessoas diz que a energia cinética do objeto é "convertida em calor". Na verdade, o calor não está envolvido nesse processo. Em nenhum lugar houve transferência de energia em razão da diferença de temperatura. Em vez disso, a energia mecânica do objeto é transformada em *energia térmica* dos átomos e moléculas. Em resumo:

- A energia térmica é uma energia do *sistema* devido ao movimento de seus átomos ou moléculas. É uma *forma* de energia. A energia térmica é uma variável de estado, e faz sentido falar em como a $E_{\text{term.}}$ varia durante um processo. A energia térmica do sistema continua a existir mesmo que ele seja isolado e não interaja termicamente com sua vizinhança.
- O calor é a energia transferida *entre o sistema* e a vizinhança quando eles interagem. O *calor* não é uma forma particular de energia e também não é uma variável de estado.

...

...

Não faz sentido falar sobre como o calor varia. Se um sistema não interage termicamente com a vizinhança, $Q = 0$. O calor pode fazer com que a energia térmica do sistema varie, todavia isso não significa que calor e energia térmica sejam a mesma coisa.

- A temperatura é uma variável de estado que quantifica o grau "quente" ou "frio" de um sistema. Ainda não fornecemos uma definição de temperatura, mas podemos adiantar que ela está relacionada à energia térmica média *por molécula*. Uma diferença de temperatura é o requisito necessário para a existência de uma interação térmica em que a energia térmica seja transferida entre o sistema e a vizinhança.
- É de especial importância um aumento observado de temperatura com o calor. Aquecer um sistema é uma maneira de alterar sua temperatura, porém, conforme mostrou Joule, essa não é a única maneira possível. Você também pode alterar a temperatura do sistema realizando trabalho sobre o mesmo. **A observação do sistema não nos diz nada sobre o processo pelo qual a energia entra ou sai do sistema.**

Temos um problema de cunho linguístico já mencionado, que se refere a termos como "fluxo de calor" e "capacidade térmica", que são vestígios históricos. Tais termos, usados até mesmo em discursos técnico e científico, sugerem incorretamente que o calor seja uma substância capaz de fluir de um objeto para outro ou de estar contida em um objeto.

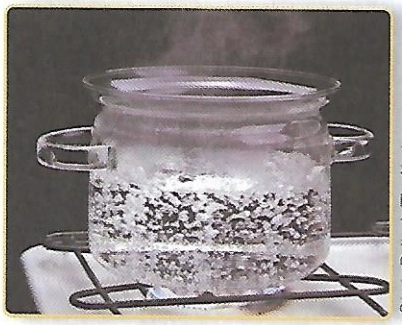
KINIGHT, Randall D. *Física: uma abordagem estratégica*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 515. v. 2.

2. Calor sensível e calor latente

Quando os corpos absorvem ou liberam energia na forma de calor sem envolver transformações químicas, como combustão, observa-se como efeito alteração na temperatura ou mudança de fase no corpo. O calor trocado durante as variações de temperatura chama-se **calor sensível**, e o calor trocado durante as mudanças de fase chama-se **calor latente**.

Marcus Cappellano

O gelo, a 0 °C, colocado sobre uma mesa à temperatura ambiente, absorve calor sem aumentar a temperatura, até derreter completamente.



Sérgio Dotta Jr./The Next

A água dentro da panela colocada sobre a chama do fogão sofre aumento de temperatura, até atingir a fervura.

3. Calor específico de uma substância

No capítulo anterior discutimos a diferença de sensação que temos ao segurar um martelo pelo cabo de madeira ou pela parte metálica. Estando os dois materiais à mesma temperatura, a explicação para a diferença de sensação é que os sensores térmicos de nossa pele percebem a troca de calor com essas superfícies de formas diferentes. Isso se deve ao fato de o metal ceder ou receber calor com maior facilidade ou rapidez do que a madeira. Trata-se, portanto, de uma das características típicas que identificam o metal e a madeira.

Experimentalmente verifica-se que cada grama de certa substância sempre necessita absorver ou liberar determinada quantidade de calor para sofrer uma variação unitária em sua temperatura. Essa quantidade de calor característica de cada substância denomina-se **calor específico** e é identificada pela letra **c**. Por exemplo, cada grama de ferro necessita absorver 0,114 cal para elevar sua temperatura em 1 °C e liberar 0,114 cal para a sua temperatura diminuir 1 °C. Por outro lado, cada grama de água necessita absorver 1,0 cal para que sua temperatura aumente 1 °C e liberar 1,0 cal para que sua temperatura diminua 1 °C.

Geralmente, o calor específico de uma substância é medido em cal/g °C. No SI, o calor específico é medido em J/kg K ou J/kg °C.

A tabela ao lado apresenta o calor específico médio de algumas substâncias entre as temperaturas de 0 °C e 100 °C.

Substância	Calor específico (cal/g °C)
Água	1,000
Gelo	0,550
Ferro	0,114
Mercúrio	0,033

Fonte de pesquisa: *Enciclopédia do Estudante: Física pura e aplicada: dos modelos clássicos aos quanta.* São Paulo: Moderna, 2008. p. 123.

Capacidade térmica de um corpo

A capacidade térmica de um corpo não deve ser confundida com o calor específico do material que constitui o corpo. A capacidade térmica depende da quantidade de matéria que possui o corpo. O calor específico da água é 1,0 cal/g °C, mas é possível confirmar que para aquecer um litro de água no fogão necessita-se de mais calor do que para aquecer meio litro de água nas mesmas condições. Em outras palavras, com o fogo na mesma intensidade nos dois casos, o tempo de aquecimento de meio litro de água é a metade do tempo de aquecimento de um litro de água.

A **capacidade térmica C** de um corpo, portanto, é a relação entre a quantidade de calor **Q** recebida ou liberada por esse corpo e sua correspondente variação de temperatura $\Delta\theta$.

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

Formalmente, definimos a capacidade térmica de um corpo como a quantidade de calor necessária para que sua temperatura varie em 1 °C, e sua unidade é cal/°C. No SI, a unidade de capacidade térmica é J/K.

Outro modo de definir a capacidade térmica é levar em consideração a característica térmica do material (calor específico **c**) que compõe o corpo, assim como sua quantidade de matéria (massa **m**). Dessa forma, também podemos definir a capacidade térmica **C** como:

$$C = mc$$

4. Equação fundamental da calorimetria

É possível descrever, por meio de uma equação matemática, como a temperatura de um corpo se modifica quando se retira ou se cede calor a ele.

Imagine um litro de água inicialmente à temperatura de 20 °C. Colocando-se esse litro de água sobre a chama alta de um fogão por algum tempo, percebemos que sua temperatura sobe para 60 °C. Qual é a quantidade de calor absorvida pela água a ponto de produzir esse aquecimento? Partindo da definição de capacidade térmica, temos que:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta} = mc$$

Conhecendo a densidade da água (1 kg/L), chegamos à conclusão de que 1 litro de água tem 1 kg de massa (1 000 g). Conhecendo também seu calor específico (1,0 cal/g °C), podemos calcular quanto calor **Q** foi absorvido por essa massa de água, provocando-lhe uma variação de temperatura $\Delta\theta = 60 - 20 = 40$ °C:

$$\frac{Q}{\Delta\theta} = mc \Rightarrow Q = mc\Delta\theta = 1000 \cdot 1 \cdot 40 = 40\,000 \text{ cal} = 40 \text{ kcal}$$

Com base no raciocínio acima, procure responder à seguinte pergunta:

Se a temperatura final da água fosse de 95 °C, em vez de 60 °C, você seria capaz de calcular quanto de calor a água teria de absorver?

Se você chegou à resposta de 75 kcal, deve ter percebido o formato da **equação fundamental da calorimetria.**

Como vimos, a quantidade de calor **Q** é proporcional à massa **m**, à variação de temperatura $\Delta\theta = \theta - \theta_0$.

$$Q = mc\Delta\theta \quad \text{ou} \quad Q = mc\,(\theta - \theta_0)$$

Se $\theta > \theta_0$, o corpo absorve calor, isto é, $Q > 0$; se $\theta < \theta_0$, o corpo libera calor, isto é, $Q < 0$.

Pense e Responda

• Como o calor específico da água é muito alto em comparação a outros materiais e a massa da água nos rios e mares é muito grande, as regiões ribeirinhas e praianas possuem variações de temperatura mais amenas durante o dia do que as regiões desérticas. Como isso pode ser explicado?

Aplicações

1 Um corpo de 250 g, ao absorver 6 000 cal, aumenta sua temperatura em 40 °C, sem mudar de fase. Qual o calor específico do material desse corpo?

Resolução:

Ao absorver $Q = 6\,000$ cal, a temperatura do corpo aumenta de $\Delta\theta = 40$ °C.

Assim, temos:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 6\,000 = 250 \cdot c \cdot 40 \Rightarrow c = 0{,}6 \text{ cal/g °C}$$

2 Um atleta envolve sua perna com uma bolsa de água quente, contendo 600 g de água à temperatura inicial de 60 °C. Após 1 h ele observa que a temperatura da água é de 42 °C. Se o calor específico da água é igual a 1 cal/g °C, qual a perda de energia da água por segundo?

Resolução:

A energia média perdida por segundo pela água é igual a:

$$P_{ot} = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot} = \frac{m \cdot c \cdot (\theta - \theta_0)}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot} = \frac{600 \cdot 1 \cdot (60 - 42)}{1 \cdot 60 \cdot 60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{ot} = 3 \text{ cal/s}$$

A água perde 3 cal em cada segundo.

Atividades

1 *(UFPR)* Dois corpos de massas diferentes estão inicialmente em contato térmico, de modo que suas temperaturas são iguais. Em seguida isola-se um do outro e ambos recebem a mesma quantidade de calor de uma fonte térmica. A respeito de suas temperaturas imediatamente após esta operação, é correto afirmar que:

01) Devem ser iguais.
02) Serão iguais se os dois corpos tiverem igual volume.
04) Seriam iguais se suas capacidades térmicas fossem iguais.
08) Somente seriam iguais se o calor específico sensível de um corpo fosse igual ao do outro.
16) Seriam as mesmas se os corpos tivessem a mesma massa e o mesmo calor específico sensível.

2 Um corpo de massa igual a 10 kg recebeu 20 kcal, e sua temperatura passou de 50 °C para 100 °C. Determine, para esse corpo:

a) o calor específico;
b) a capacidade térmica.

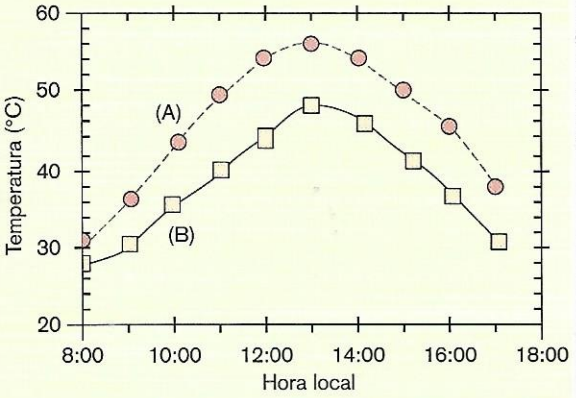
3 *(UFPB)* Um engenheiro testa materiais para serem usados na fabricação da carroceria de um automóvel. Entre outras propriedades, é desejável a utilização de materiais com alto calor específico. Ele verifica que, para aumentar em 3 °C a temperatura de 32 g do material *A*, é necessário fornecer 24 cal de calor a esse material. Para obter o mesmo aumento de temperatura em 40 g do material *B*, é preciso 24 cal. Já 50 g do material *C* necessitam 15 cal para sofrer o mesmo acréscimo de temperatura. Os calores específicos dos materiais *A*, *B* e *C* são respectivamente:

a) $c_A = 0{,}25$ cal/g °C; $c_B = 0{,}20$ cal/g °C; $c_C = 0{,}10$ cal/g °C
b) $c_A = 0{,}20$ cal/g °C; $c_B = 0{,}35$ cal/g °C; $c_C = 0{,}15$ cal/g °C
c) $c_A = 0{,}30$ cal/g °C; $c_B = 0{,}10$ cal/g °C; $c_C = 0{,}20$ cal/g °C
d) $c_A = 0{,}35$ cal/g °C; $c_B = 0{,}20$ cal/g °C; $c_C = 0{,}10$ cal/g °C
e) $c_A = 0{,}10$ cal/g °C; $c_B = 0{,}30$ cal/g °C; $c_C = 0{,}25$ cal/g °C

4 *(PUC-RJ)* A Organização Mundial de Saúde (OMS) divulgou recentemente um relatório sobre o impacto na saúde humana da radiação emitida pelos telefones celulares. Neste relatório, a OMS destaca que sinais emitidos por estes aparelhos conseguem penetrar em até 1 cm nos tecidos humanos, provocando um correspondente aumento da temperatura do corpo.

Considerando que o corpo humano é formado basicamente por água, estime o tempo total da conversação necessário para que um usuário de 60 kg tenha um acréscimo de temperatura de 1 °C. Os sinais emitidos pelos celulares têm, em média, uma potência de 0,4 W e só são gerados enquanto o usuário fala ao telefone. O calor específico da água vale 1 cal/g °C. Considere que apenas 50% da energia emitida pelo celular seja responsável pelo referido aumento de temperatura (1 cal = 4,2 J).

5 *(Unicamp-SP)* As temperaturas nas grandes cidades são mais altas do que nas regiões vizinhas não povoadas, formando "ilhas urbanas de calor". Uma das causas desse efeito é o calor absorvido pelas superfícies escuras como as ruas asfaltadas e as coberturas de prédios. A substituição de materiais escuros por materiais alternativos claros reduziria esse efeito. A figura mostra a temperatura do pavimento de dois estacionamentos, um recoberto com asfalto e o outro com um material alternativo, ao longo de um dia ensolarado.



Editoria de arte/Setup

a) Qual curva corresponde ao asfalto?
b) Qual é a diferença máxima de temperatura entre os dois pavimentos durante o período apresentado?
c) O asfalto aumenta de temperatura entre 8 h e 13 h. Em um pavimento asfaltado de 10000 m² e com uma espessura de 0,1 m, qual a quantidade de calor necessária para aquecer o asfalto nesse período? Despreze as perdas de calor. A densidade do asfalto é 2300 kg/m³ e seu calor específico é c = 0,75 kJ/kg °C.

6 *(Ufop-MG)* Um meteorito, de massa igual a 10 toneladas de ferro incandescente a 1000 °C e com velocidade de 4200 m/s, cai sobre uma pequena lagoa que contém 10 bilhões de litros de água a 0 °C.

(Dados: 1,0 cal = 4,2 J; $c_{H_2O} = 1{,}0$ cal/g °C; $c_{Fe} = 0{,}1$ cal/g °C; densidade da água: $d_{H_2O} = 1{,}0$ g/cm³.)

a) Calcule a elevação da temperatura da lagoa ocorrida unicamente em função da conversão da energia cinética do meteorito em energia térmica.
b) Calcule a elevação da temperatura da lagoa ocorrida unicamente em função da termalização do ferro com a água.

Pense e Responda

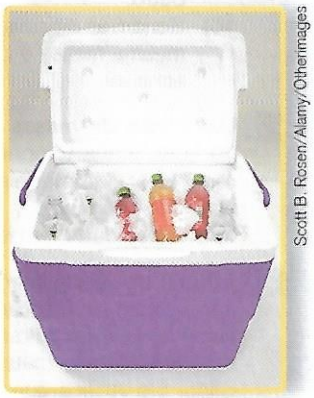
Paulo Cesar

• O que demora mais para atingir a temperatura de fervura do leite (95 °C): 1 litro de água ou a mesma quantidade de leite, quando colocados em chamas idênticas de um fogão? (Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C e calor específico do leite = 0,92 cal/g °C.)

5. Trocas de calor

Já vimos que quando dois ou mais corpos com temperaturas diferentes são postos em contato, eles trocam calor entre si até atingirem o equilíbrio térmico.

Considerando-se um sistema termicamente isolado, como uma caixa térmica, por exemplo, em que as trocas de energia com o meio são tão pequenas que podem ser desprezadas, a quantidade de calor liberado por alguns dos objetos em seu interior, como uma garrafa de refrigerante, é igual, em valor absoluto, à quantidade de calor absorvida por outros objetos, como os cubos de gelo.


Scott B. Rosen/Alamy/Otherimages

Sistema termicamente isolado.

Sabemos que $Q_{absorvido} > 0$ e $Q_{liberado} < 0$.

$|Q_{absorvido}| = |Q_{liberado}| \Rightarrow Q_a + Q_b + Q_c = -(Q_d + Q_e)$

$Q_a + Q_b + Q_c + Q_d + Q_e = 0$

$$\Sigma Q_{liberado} + \Sigma Q_{absorvido} = 0$$

Assim podemos enunciar o primeiro princípio das Trocas de Calor:

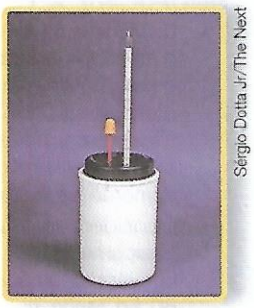
> Num recipiente termicamente isolado, quando dois ou mais corpos trocam calor entre si, a soma algébrica das quantidades de calor trocadas pelos corpos até atingir o equilíbrio térmico é igual a zero.

Repare, portanto, que esse princípio está completamente de acordo com o princípio da Conservação da Energia, que afirma não ser possível criar nem destruir uma quantidade de energia, mas apenas transformá-la ou transmiti-la de um lugar a outro.

Calorímetro

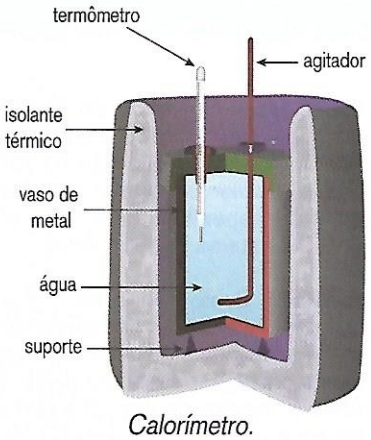
O instrumento que mede a temperatura de um corpo é o termômetro. Medir a temperatura, portanto, não é o mesmo que medir o calor trocado entre objetos a temperaturas diferentes. Para tanto, existe um recipiente adequado que permite a medida direta ou indireta do valor da quantidade de calor trocada pelos objetos em questão, o qual é denominado **calorímetro**.

Para que a medida de calor seja precisa, o calorímetro não pode permitir que haja perdas de calor para o meio externo. Consequentemente, o calorímetro é constituído de um recipiente termicamente isolado.


Sérgio Dotta Jr./The Next

O calorímetro é um sistema termicamente isolado.

Para se usar o calorímetro de modo mais prático é interessante conhecer o seu equivalente em água **E**. Trata-se da massa de água que, se substituísse o calorímetro (sistema formado pelo vaso, termômetro, agitador e mistura), sofreria a mesma variação de temperatura que ele ao liberar ou absorver a mesma quantidade de calor. Dessa forma, a capacidade térmica do calorímetro é numericamente igual à massa de água que o substituiria. Por exemplo, um corpo de capacidade térmica 10 cal/°C tem um equivalente em água de 10 g.



Editoria de arte/Setup

Calorímetro.

Aplicações

1 Um calorímetro de capacidade térmica 40 cal/°C contém 110 g de água a 90 °C. Calcule a massa de alumínio a 20 °C que devemos colocar no calorímetro para esfriar a água a 80 °C. (Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C; calor específico do alumínio = 0,2 cal/g °C.)

Resolução:

Do enunciado, temos:

	m	c	θ	θ_0
Calorímetro	40		80	90
Água	110	1	80	90
Alumínio	m	0,2	80	20

Daí, vem:

$$Q_{calorímetro} + Q_{água} + Q_{alumínio} = 0$$

$$mc(\theta - \theta_0) + m_a c_a(\theta - \theta_0) + m_{Al} C_{Al}(\theta - \theta_0) = 0$$

$$40(80 - 90) + 110 \cdot 1(80 - 90) + m \cdot 0{,}2(80 - 20) = 0$$

$$-400 - 1\,100 + 12m = 0 \Rightarrow m = 125\ g$$

2 Um calorímetro, cujo equivalente em água é igual a 35 g, contém 115 g de água à temperatura de 20 °C. Colocam-se, então, no calorímetro, mais 300 g de água à temperatura de 50 °C. Calcule a temperatura de equilíbrio térmico.

Resolução:

Do enunciado, temos:

	m	c	θ	θ_0
Calorímetro	35		θ	20
Água	115	1	θ	20
Água$_2$	300	1	θ	50

Daí, vem:

$$Q_{calorímetro} + Q_{água} + Q_{água2} = 0$$

$$35(\theta - 20) + 115 \cdot 1(\theta - 20) + 300 \cdot 1(\theta - 50) = 0$$

$$35(\theta) - 700 + 115\theta - 2300 + 300\theta - 15000 = 0$$

$$450\theta = 18000$$

$$\theta = 40\ °C$$

Atividades

1 Lúcia, aluna do curso de Nutrição, mistura 20 g de café a 80 °C com 80 g de leite a 20 °C. Admitindo que não há troca de calor com o recipiente e que os líquidos têm o mesmo calor específico, determine a temperatura final do sistema (café + leite).

2 *(FGV-SP)* Como não ia tomar banho naquele momento, um senhor decidiu adiantar o processo de enchimento de seu ofurô (espécie de banheira oriental), deixando-o parcialmente cheio. Abriu o registro de água fria que verte 8 litros de água por minuto e deixou-o derramar água à temperatura de 20 °C, durante 10 minutos. No momento em que for tomar seu banho, esse senhor abrirá a outra torneira que fornece água quente a 70 °C e que é semelhante à primeira, despejando água na mesma proporção de 8 litros por minuto sobre a água já existente no ofurô, ainda à temperatura de 20 °C. Para que a temperatura da água do banho seja de 30 °C, desconsiderando perdas de calor para o ambiente e o ofurô, pode-se estimar que o tempo que deve ser mantida aberta a torneira de água quente deve ser, em minutos:

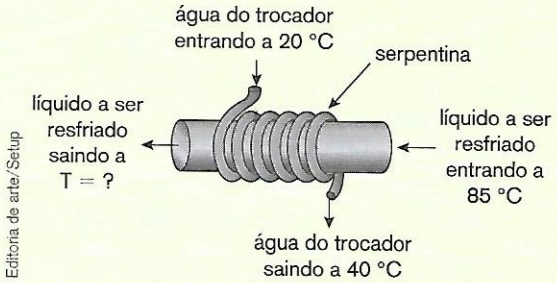
a) 2,5 c) 4,0 e) 4,5
b) 3,0 d) 4,0

3 Um bloco de metal, de massa 100 g e calor específico 0,06 cal/g °C, é retirado de um forno e mergulhado num recipiente de capacidade térmica igual a 40 cal/°C, contendo 200 g de água a 12 °C. A temperatura de equilíbrio térmico é 27 °C. Qual era a temperatura do forno?
(Dado: $c_{H_2O} = 1$ cal/g °C.)

4 Muitas pessoas preferem cozinhar usando panelas de ferro a panelas de alumínio. Com base em conceitos físicos, justifique o porquê dessa preferência.
(Dados: calor específico do ferro = 0,117 cal/°C; calor específico do alumínio = 0,212 cal/g °C; densidade do ferro = 7,9 g/cm³; densidade do alumínio = 2,7 g/cm³.)

5 Uma mulher deseja banhar seu bebê em 20 L de água morna à temperatura de 37 °C. Ela dispõe de água fria a 20 °C, de água quente a 30 °C e de 260 kcal, que deve usar totalmente. Calcule as quantidades de água fria e quente que devem ser misturadas, admitindo o calor específico e a massa específica das águas constantes e iguais, respectivamente, a 1 cal/g °C e 1g/cm³.

6 *(Fuvest-SP)* Um trocador de calor consiste em uma serpentina, pela qual circulam 18 litros de água por minuto. A água entra na serpentina à temperatura ambiente (20 °C) e sai mais quente. Com isso, resfria-se o líquido que passa por uma tubulação principal, na qual a serpentina está enrolada. Em uma fábrica, o líquido a ser resfriado na tubulação principal é também água, a 85 °C, mantida a uma vazão de 12 litros por minuto. Quando a temperatura de saída da água da serpentina for 40 °C, será possível estimar que a água da tubulação principal esteja saindo a uma temperatura T de, aproximadamente:



Editoria de arte/Setup

a) 75 °C c) 55 °C e) 35 °C
b) 65 °C d) 45 °C

Mais Atividades

1 Depois de assar um bolo em um forno a gás, Alice observa que ela queima a mão ao tocar no tabuleiro, mas não a queima ao tocar no bolo. Por que isso ocorre?

2 *(Furg-RS)* Em nutrição utiliza-se o termo Caloria para quantificar o valor energético dos alimentos; no entanto, esse termo corresponde a 1000 vezes o valor da unidade caloria utilizada em física, em unidades do Sistema Internacional. Uma dieta ideal recomendada corresponde ao consumo de alimentos que totalize 2 500 Calorias por dia. Com essa quantidade de energia consumida, podemos elevar por 1 grau Celsius uma massa de água de:
(Use: $c_{água} = 1$ cal/g · °C; 1 cal = 4,18 J).

a) 2 500 g.
b) 2 500 kg.
c) 2 500 toneladas.
d) 4 180 g.
e) 4 180 kg.

3 A pasteurização do leite é feita pelo processo conhecido como pasteurização rápida, que consiste em aquecer o leite cru de 5 °C a 75 °C e mantê-lo nessa temperatura por 15 s. Em seguida, já pasteurizado, é resfriado, cedendo calor para o leite que ainda não foi pasteurizado. Esse processo é conhecido como regeneração, o que permite uma grande economia de combustível. Estando o leite a 5 °C, determine a quantidade de calor necessária, em quilocalorias, para pasteurizar uma tonelada de leite.
(Dado: calor específico do leite = 0,92 cal/g °C)

4 *(UFPA)* A preservação da qualidade ambiental deve ser reivindicada por todo cidadão. Nas grandes metrópoles brasileiras, o sistema de transporte é uma fonte intensiva de poluição atmosférica. Além da emissão de gases poluentes, que pode ser atenuada pelo uso de filtros, outra forma de poluição mais difícil de ser remediada é a poluição térmica. Faça uma estimativa da ordem de grandeza da quantidade de calor liberada diretamente pela queima de gasolina em automóveis em uma cidade, a partir dos seguintes dados:

- Número de veículos que trafegam diretamente: 50 000
- Consumo médio de gasolina por automóvel: 3,0 litros/dia
- Poder calorífico de gasolina: $40 \cdot 10^6$ J/litro
- Rendimento médio dos veículos: 25%

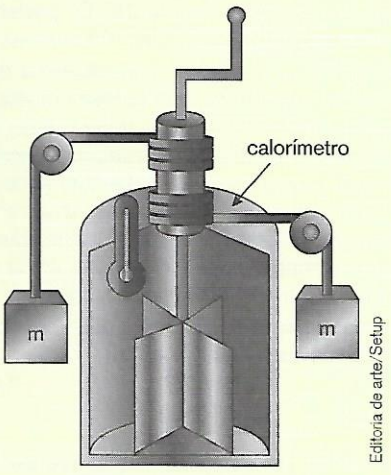
5 *(UFG-GO)* Com o objetivo de economizar energia, um morador instalou no telhado de sua residência um coletor solar com capacidade de $1{,}2 \cdot 10^8$ cal/dia. Toda essa energia foi utilizada para aquecer $2{,}0 \cdot 10^3$ L de água armazenada em um reservatório termicamente isolado. De acordo com estes dados, a variação da temperatura da água (em graus Celsius) ao final de um dia é de:
(Dados: calor específico da água 1,0 ca/g °C; densidade da água 1,0 g/cm³).
a) 1,2 b) 6,0 c) 12,0 d) 60,0 e) 120,0

6 *(FGV-SP)* Os trajes de neopreme, um tecido emborrachado e isolante térmico, são utilizados por mergulhadores para que certa quantidade de água seja mantida próxima ao corpo, aprisionada nos espaços vazios no momento em que o mergulhador entra na água.
Essa porção de água em contato com o corpo é por ele aquecida, mantendo assim uma temperatura constante e agradável ao mergulhador. Suponha que, ao entrar na água, um traje retenha 2,5 L de água inicialmente a 21 °C. A energia envolvida no processo de aquecimento dessa água até 35 °C é:
Dados: densidade da água = 1 kg/L; calor específico da água = 1 cal/(g · °C).
a) 25,5 kcal. c) 40,0 kcal. e) 70,0 kcal.
b) 35,0 kcal. d) 50,5 kcal.

7 *(UFPI)* A queda-d'água mais alta do mundo, *Angel Falls*, fica no parque Nacional de Canaima, na Venezuela, e tem, aproximadamente, 808 m de queda livre. Considere que: a água encontra-se a uma velocidade constante de 8 m/s imediatamente antes de cair; o calor específico da água é 1,0 cal/g^{-1} °C^{-1}; a aceleração da gravidade é constante e igual a 10 m/s² e 1 cal ≃ 4,2 J. Nessas condições, analise as afirmativas que seguem e assinale *V*, para as verdadeiras, ou *F*, para as falsas.

1) Se toda energia mecânica da água fosse convertida em calor e absorvida integralmente pela água, resultaria em um aumento de, aproximadamente, 2 °C na sua temperatura.
2) O trabalho da força peso sobre a água que cai é positivo.
3) A energia cinética de 100 g de água, antes da queda, é maior que 10 J.
4) Parte da energia mecânica da água, na queda, é convertida em energia sonora.

8 *(UESC)* A figura representa um arranjo experimental similar àquele utilizado por Joule para demonstrar que é necessário transformar aproximadamente 4,2 J de energia mecânica para se obter 1 cal. Deixando-se cair um corpo de peso 50,0 N, 20 vezes, de uma determinada altura, um sistema de pás entra em rotação, agitando 1,0 kg de água contida no recipiente isolado termicamente, variando a temperatura da água de 1,5 °C.



Editoria de arte/Setup

Desprezando-se os efeitos de forças dissipativas, a capacidade térmica do recipiente e sabendo-se que o corpo cai com velocidade praticamente constante e que o calor específico da água é de 1,0 cal/g °C, é correto afirmar que a altura inicial do corpo é igual, em metros, a:
a) 15,0 d) 13,0
b) 8,0 e) 6,3
c) 10,0

9 *(Unifesp-SP)* Avalia-se que um atleta de 60 kg, numa prova de 10000 m rasos, desenvolve uma potência média de 300 W.

a) Qual o consumo médio de calorias desse atleta, sabendo que o tempo dessa prova é de cerca de 0,50 h? Dado: 1 cal = 4,2 J.

b) Admita que a velocidade do atleta é constante. Qual a intensidade média da força exercida sobre o atleta durante a corrida?

10 *(UERN)* Um corpo com massa igual a 2,0 kg, constituído de uma substância de calor específico igual a 0,20 cal/g °C, cai de uma altura de 150,0 m, chocando-se com o solo inelasticamente.

Desprezando-se a resistência do ar e admitindo-se que o módulo da aceleração da gravidade local é 10 m/s², 1 cal igual a 4,0 J, e 80% da energia mecânica é absorvida em forma de calor, pode-se afirmar que a elevação da temperatura sofrida pelo corpo é igual, em °C, a

a) 6,0 b) 5,4 c) 2,5 d) 1,5

11 *(Unifoa-RJ)* Um copo metálico de massa igual a 2,0 kg caía de uma altura de 210 m. Supondo que todo calor produzido no impacto permaneça no corpo e que sua temperatura se elevou em 10 °C, qual é, aproximadamente, o calor específico do corpo em cal/g °C?

(1 cal = 4,2 J)

a) $1,0 \cdot 10^{-3}$ c) $2,5 \cdot 10$ e) $5,0 \cdot 10^{2}$

b) $5,0 \cdot 10^{-2}$ d) $2,1 \cdot 10^{2}$

12 *(FGV-SP)* Nossa personagem soube por uma amiga que uma nova dieta sugeria que beber meio litro de água fresca (22° C) poderia provocar a queima imediata de 100 calorias.

De acordo com nossos conhecimentos de calometria, se a perda de calorias fosse devida unicamente ao aquecimento da água pelo corpo, haveria muito mais energia para se "queimar". Levando-se em conta que a água que tomamos, após o equilíbrio térmico com o nosso corpo, atinge a temperatura de 37 °C se beber meio litro de água, após a queima imediata das 100 calorias, ainda deveria ocorrer a "queima" adicional, em cal, de

(Dados: calor específico da água: 1,0 cal/g °C; densidade da água: 1,0 g/mL).

a) 5700. c) 6300. e) 7400.

b) 5900. d) 6800.

13 *(Cefet-PR)* Uma pessoa deseja perder 5,0 kg de gordura fazendo ginástica. Estime o tempo que ela precisa se dedicar à atividade física, supondo que haja um gasto de 10 kcal/min e que esse consumo energético seja exclusivamente para essa quantidade de gordura. Considere que as gorduras liberem 10 kcal/g nas reações internas do corpo humano.

a) 30 minutos d) 3h30min

b) 1 hora e) 5000 minutos

c) 2,5 horas

14 *(UCS-RS)* De acordo com um estudo da Universidade da Carolina do Norte, beber bastante água, além de hidratar, faz com que você consuma menos calorias que uma pessoa que só ingere chá, café, refrigerantes, entre outras bebidas. Para melhorar esses resultados, a água deve estar gelada, pois isso acelera o metabolismo. Dessa forma, seis copos de água gelada por dia podem fazer com que o organismo queime 50 calorias.

(Perda de peso: dicas para acelerar o metabolismo. *Banco de Saúde*, Brasília. Disponível em: <www.bancodesaude.com.br>. Acesso em: 17 maio 2011. Adaptado.)

Supondo-se que uma pessoa associe o consumo de seis copos de água gelada por dia aos seus hábitos, ela poderia, ao final de uma semana, por um processo termodinâmico, perder

a) 300 calorias d) 200 calorias

b) 400 calorias e) 250 calorias

c) 350 calorias

15 *(IMT-SP)* Um gerador elétrico residencial dissipa certa quantidade de calor quando utilizado para aquecer água de uma caixa-d' água. Se a água entra na caixa a 20,0 °C e sai a 45,0 °C,

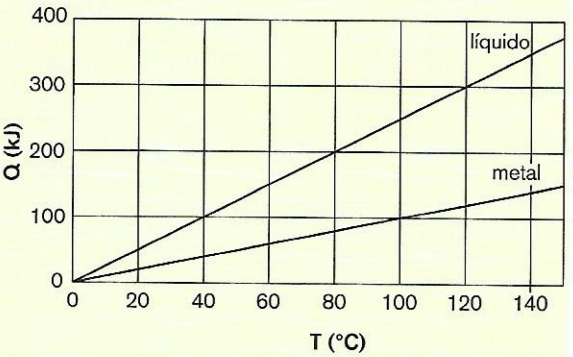
a) para uma vazão em massa de 40,0 g/s, qual a energia necessária para aquecer a água em 1 hora?

b) considerando que a potência útil fornecida pelo gerador ao circuito externo seja 10,0 kW, determine a potência total fornecida pelo gerador.

(Dados:1 cal = 4,18 J;

calor específico da água = 1,00 cal/g °C).

16 *(Unifesp-SP)* O gráfico mostra as curvas de quantidade de calor absorvido em função da temperatura para dois corpos distintos: um bloco de metal e certa quantidade de líquido.



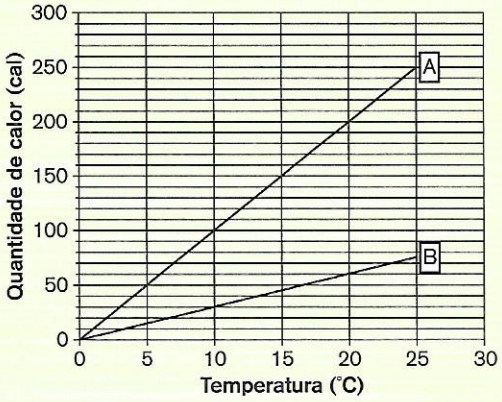
Editoria de arte/Setup

O bloco de metal, a 115 °C, foi colocado em contato com o líquido, a 10 °C, em um recipiente ideal e isolado termicamente. Considerando que ocorreu troca de calor somente entre o bloco e o líquido, e que este não se evaporou, o equilíbrio térmico ocorrerá a:

a) 70 °C c) 55 °C e) 40 °C

b) 60 °C d) 50 °C

17 *(UEM-PR)* O gráfico abaixo ilustra a variação da quantidade de calor em função da variação da temperatura para duas substâncias diferentes. Analise o gráfico e assinale a(s) alternativa(s) correta(s).



01. Se *A* e *B* tiverem massas idênticas, a capacidade térmica de *A* é maior que a capacidade térmica de *B*.

02. A capacidade térmica das substâncias depende da massa das mesmas.

04. A capacidade térmica de *B* é 3,0 cal/°C.

08. Se os calores específicos das substâncias forem os mesmos, a massa de *B* é maior que a de *A*.

16. Para aquecer a substância *A* de 10,0 °C para 20,0 °C em 10 minutos, a fonte de calor fornece potência a uma taxa constante de 10,0 cal/min.

18 *(Unicamp-SP)* Uma piscina contém 1000 L de água à temperatura de 22 °C. Uma pessoa quer aumentar a temperatura da água da piscina para 25 °C, despejando um certo volume de água fervente (a 100 °C) no interior da mesma.

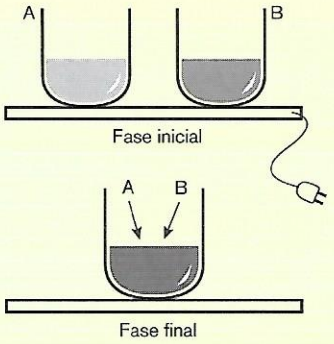
a) Qual é o volume necessário de água fervente?

b) Sabendo-se que a densidade da água é 1 kg/L, qual a massa necessária de água fervente?

19 *(Uespi-PI)* Três esferas maciças idênticas, feitas de ferro, são colocadas no interior de um calorímetro ideal. Inicialmente, as temperaturas das esferas são respectivamente iguais a 30 °C, 50 °C e 70 °C. Qual será a temperatura das esferas quando o sistema atingir o equilíbrio térmico?

a) 20 °C
b) 30 °C
c) 40 °C
d) 50 °C
e) 60 °C

20 *(Fuvest-SP)* Dois recipientes iguais *A* e *B*, contendo dois líquidos diferentes, inicialmente a 20 °C, são colocados sobre placa térmica, da qual recebe aproximadamente a mesma quantidade de calor. Com isso, o líquido em *A* atinge 40 °C, enquanto o líquido *B*, 80 °C.



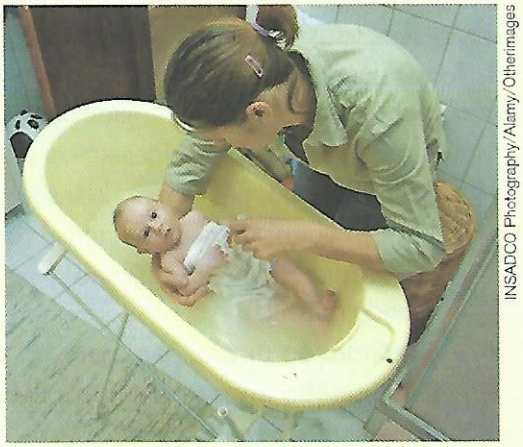
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Se os recipientes forem retirados da placa e seus líquidos misturados, a temperatura final da mistura ficará em torno de

a) 45 °C
b) 50 °C
c) 55 °C
d) 60 °C
e) 65 °C

21 *(UFES)* Um método conhecido para controlar febres é a imersão do doente em uma banheira com água a uma temperatura ligeiramente inferior à temperatura do doente. Suponha que um doente com febre de 40 °C é imerso em 0,45 m^3 de água a 35 °C. Após um tempo de imersão, a febre abaixa para 37,5 °C e o paciente é retirado da banheira. A temperatura da água na banheira, logo após o paciente ser retirado, é de 36,5 °C. Considerando que a água da banheira não perde calor para o ambiente, calcule, em kcal, a quantidade de calor trocada entre o paciente e água. A resposta CORRETA é

a) 3
b) 6,75
c) 300
d) 675



INSADCO Photography/Alamy/Otherimages

22 *(UCS-RS)* Um grão de milho de massa igual a 2 gramas, calor específico de 0,6 cal/g °C e temperatura inicial de 20 °C é colocado dentro de uma panela com óleo fervente. Suponha que, no instante em que atingiu 100 °C, o grão de milho tenha estourado e virado uma pipoca. Que quantidade de calor ele recebeu dentro da panela para isso acontecer?

a) 126 calorias
b) 82 calorias
c) 72 calorias
d) 120 calorias
e) 96 calorias

CAPÍTULO 17 – MUDANÇAS DE FASES

1. Fases da matéria

Quando os cientistas buscam a existência de alguma forma de vida em outros planetas, o principal indício dessa possibilidade é a existência de água em algum dos três estados físicos. Se ela existir em estado sólido (gelo), os cientistas procuram sinais que denunciem se, num passado remoto, aquela água já estivera no estado líquido, fluindo e possibilitando os rearranjos moleculares primordiais para a formação das primeiras formas de vida primitiva.

A água não é a única substância que pode apresentar os três estados físicos. Dependendo da pressão e da temperatura, as substâncias, em geral, podem se apresentar em um desses três estados: **sólido**, **líquido** ou **gasoso**.

As mudanças de estado físico ocorrem com absorção ou liberação de calor pela substância, cuja permanência em uma das fases depende da temperatura e da pressão a que ela fica submetida.

Entretanto, não é qualquer substância que muda seu estado físico ao receber ou ceder calor. Se aquecermos um pedaço de madeira aumentando sua temperatura gradativamente, ele jamais se tornará líquido, mas entrará em combustão a certa temperatura.

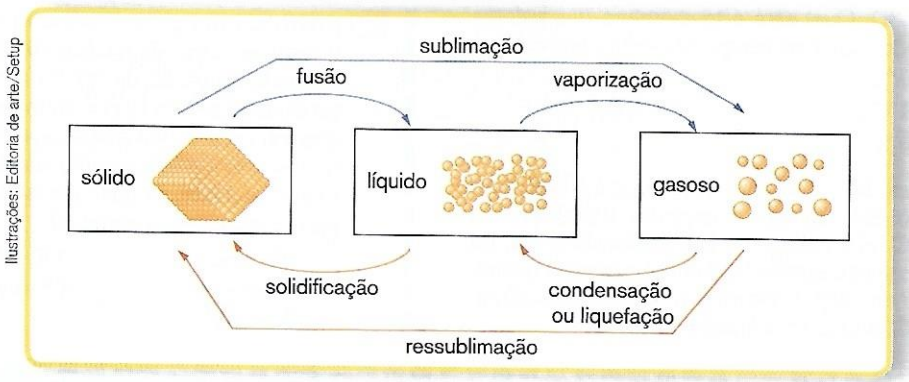
Uma mudança de estado físico é uma **transformação física**, ou seja, o calor trocado com a substância apenas atua no modo de agregação de suas partículas, sem afetar sua composição química. Ao final do processo temos exatamente a mesma substância, mas em outro estado físico. Assim, é perfeitamente possível reverter o processo e retornar ao estado físico anterior, fazendo que o calor flua no sentido contrário em relação à substância. O exemplo clássico é o derretimento do gelo.

Sendo assim, as substâncias capazes de mudar de estado físico são aquelas que do ponto de vista da estrutura atômica molecular têm suas partículas agrupadas espacialmente de forma regular, constituindo o que se costuma chamar de retículo ou estrutura cristalina. Como exemplos mais comuns desses tipos de substâncias temos os metais, a água e os sais.

Tomando a água como modelo mais próximo de nossa vivência, as mudanças de fase seguem uma nomenclatura específica. Vejamos:

- **Fusão**: passagem de fase sólida para a fase líquida (derretimento do gelo).
- **Solidificação**: passagem da fase líquida para a fase sólida (congelamento da água).
- **Vaporização**: passagem da fase líquida para a fase gasosa (água fervendo).
- **Condensação** ou **liquefação**: passagem da fase gasosa para a fase líquida (vapor de água virando gotículas).
- **Sublimação direta**: passagem da fase sólida para a fase gasosa.
- **Sublimação inversa** ou **ressublimação**: passagem da fase gasosa para a fase sólida.

Esquematicamente, temos:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Fornecendo calor a uma substância no estado sólido, a sua estrutura cristalina é mantida intacta, até determinada temperatura, por forças atrativas. Entretanto, nessa estrutura, as partículas oscilam em torno de posições médias de equilíbrio. Com a elevação da temperatura há aumento na amplitude das oscilações, ocasionando um maior distanciamento médio entre as partículas. Essa agitação enfraquece as ligações interatômicas e, quando a temperatura de fusão do sólido é atingida, o retículo cristalino começa a se desmanchar e o material passa para a fase líquida. Nessa fase, as partículas estão mais livres e possuem mais energia cinética. Quando a temperatura atinge determinado valor, gradativamente as partículas com maior energia cinética adquirem condições de vencer a camada superficial do líquido, originando a fase gasosa.

Contrariamente, por meio de resfriamento natural ou lançando mão de algum processo de refrigeração, o vapor ou gás libera calor até a formação da fase líquida, restabelecendo assim as ligações interatômicas pela diminuição da energia cinética de suas partículas. Nessa fase, quando a liberação do calor atinge um valor adequado, as partículas ficam a distâncias médias entre si suficientemente pequenas para que as forças de atração interatômica as "obriguem" a formar a configuração cristalina típica da substância. Desse modo, consegue-se a fase sólida.

Sob pressão externa, em geral baixa o fornecimento de calor a um sólido cristalino provoca a liberação das partículas para a fase gasosa sem passar para a fase líquida. Observa-se a sublimação direta ou simplesmente a volatização do sólido.

Na mesma condição de pressão baixa, a liberação de calor por parte de vapor ou gás pode ocasionar a formação do sólido sem passar pela fase líquida. Tem-se, então, a sublimação inversa.

Sob pressão e temperatura ambientes, podemos citar como exemplos de substâncias que sublimam a naftalina e o dióxido de carbono sólido (gelo seco).

Gusto Images/SPL/Latinstock

Gelo seco.

2. Fusão e solidificação

As substâncias de estruturas cristalinas fundem-se e se solidificam a uma mesma temperatura bem determinada. Enquanto a fusão se processa, a quantidade de sólido diminui e a de líquido aumenta sem que a temperatura se modifique. O contrário ocorre durante a solidificação. As fases sólidas e líquidas são perfeitamente nítidas e distinguíveis.

As substâncias amorfas ou não cristalinas, como a cera, a manteiga, o asfalto, vidros e a parafina, se fundem ou se solidificam dentro de um intervalo de temperaturas. Na fusão, por exemplo, a parafina vai amolecendo gradativamente, tornando-se pastosa, e depois se liquefaz completamente. Quer a substância seja cristalina ou não, ao fundir-se, ela absorve calor e ao solidificar-se libera calor.

No nosso estudo daremos ênfase às substâncias cristalinas, para as quais são válidas algumas leis relacionadas a seguir:

1ª) A temperatura de fusão-solidificação depende da substância e da pressão externa.

2ª) Durante a fusão-solidificação, mantida a pressão externa, a temperatura permanece constante.

3ª) Mantendo-se constante a pressão externa, por unidade de massa, uma substância absorve determinada quantidade de calor durante a fusão e libera uma quantidade igual na solidificação.

A quantidade de calor trocada por unidade de massa durante a fusão-solidificação é conhecida como **calor latente** e é representada pela letra **L**.

Temos:

$$L_f > 0 \rightarrow \text{calor de fusão}$$
$$L_s < 0 \rightarrow \text{calor de solidificação}$$

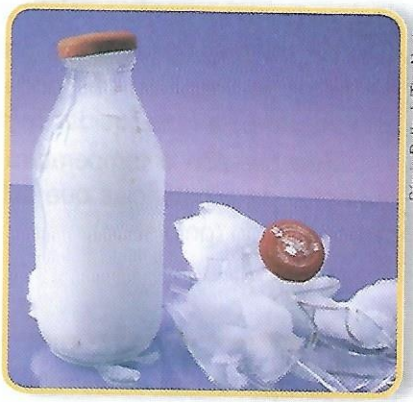
Para a mesma substância a certa pressão, tem-se $L_f = -L_s$. Para a água, os calores latentes de fusão e de solidificação sob pressão de 1 atm valem: $L_f = 80$ cal/g e $L_s = -80$ cal/g.

A quantidade de calor **Q** trocada durante a mudança de fase de uma substância é dada pelo produto da massa **m** da amostra pelo calor latente **L**.

$$Q = mL$$

Influência da pressão na fusão-solidificação

Pelo que discutimos até o momento, seria de esperar que, durante a fusão de qualquer substância, com o calor absorvido, suas partículas aumentassem a energia cinética até romperem as ligações que as mantinham fixas em suas posições, ocupando, assim, um espaço maior no estado líquido que no estado sólido, ou seja, aumentando seu volume, expandindo-se. Algumas substâncias, no entanto, comportam-se de maneira exatamente oposta, contraindo-se durante a fusão. É o caso da água, do bismuto, do ferro e do antimônio. O comportamento anômalo dessas substâncias revela algo sobre a configuração espacial de suas moléculas. No estado sólido suas partículas se organizam de modo que o retículo cristalino ocupa mais espaço do que no momento de suas fusões. Dessa forma, ao fundi-las, suas moléculas ficam mais próximas umas das outras, ocupando um espaço menor, resultando num volume final menor do que quando estavam no estado sólido.



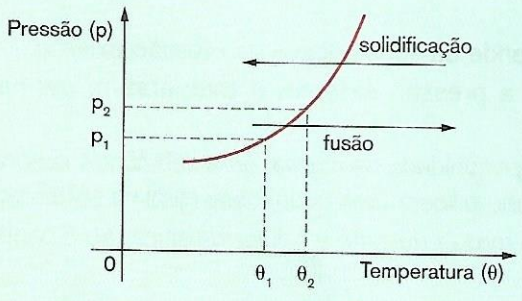
Sérgio Dotta Jr./The Next

Pense e Responda

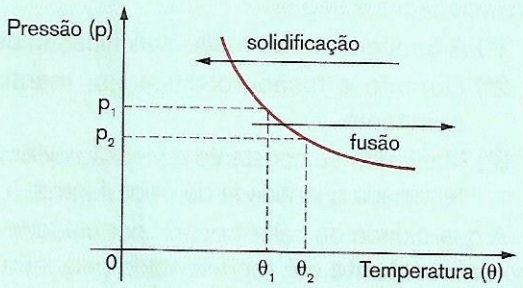
• É comum ocorrer o rompimento de uma garrafa cheia de água colocada num congelador. Explique por que isso ocorre.

As substâncias que aumentam de volume durante o processo de fusão-solidificação, ao sofrerem aumento de pressão, fundem e solidificam a temperaturas mais altas do que a pressão normal. Já aquelas que diminuem de volume durante a fusão-solidificação, como o gelo, sob pressões mais elevadas, têm seus pontos de fusão-solidificação diminuídos em relação à pressão normal.

Os gráficos a seguir mostram como ocorre a influência da pressão sobre o ponto de fusão-solidificação para cada tipo de substância.



Substâncias que aumentam de volume ao passar pelo processo de fusão.



Substâncias que diminuem de volume ao passar pelo processo de fusão.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Dessa forma, o aumento da pressão provoca diminuição na temperatura de fusão do gelo, como pode ser verificado na experiência do regelo indicada a seguir.

Aplicações

1 Sabendo que o calor latente de fusão do gelo é igual a 80 cal/g, calcule quantas calorias 200 g de gelo deve absorver para fundir completamente, sem variação de temperatura.

Resolução:

A quantidade de calor que o gelo absorver promoverá apenas seu derretimento. Logo:

$Q = mL_f \Rightarrow Q = 200 \cdot 80 \Rightarrow Q = 1600 \text{ cal}$

Portanto, o gelo deve absorver 1600 cal ou 16 kcal.

2 Uma secretária, em uma reunião, tem de servir água para as pessoas presentes mas só possui 6 litros de água a 25 °C. Calcule a quantidade de gelo a 0 °C que a secretária tem de comprar para servir água a 10 °C. (Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C; densidade da água = 1 g/cm³; calor de fusão do gelo = 80 cal/g °C; calor específico do gelo = 0,5 cal/g °C.)

Resolução:

A massa de água contida em 6 litros é igual a (1 L = 1000 cm³):

$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{m}{6 \cdot 1000} \Rightarrow m = 6000 \text{ g}$

$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c (\theta - \theta_0) + mL + mc (\theta - \theta_0) = 0$

$6000 \cdot 1(10 - 25) + m \cdot 80 + m \cdot 1(10 - 0) = 0 \Rightarrow -90\,000 + 80m + 10m = 0$

$m = 1000 \text{ g ou } m = 1 \text{ kg}$

Ela deverá comprar um bloco de gelo de 1 kg.

Atividades

1 *(Unioeste-PR)* Deseja-se resfriar 20 litros de chá, inicialmente a 90 °C, até a temperatura de 20 °C. Para atingir este objetivo é colocado gelo, a 0 °C, juntamente com o chá num recipiente termicamente isolado. Considerando para o chá a mesma densidade e o mesmo calor específico da água, a quantidade de gelo que deve ser misturada é:

a) 14 kg
b) 15,4 kg
c) 17,5 kg
d) 140 g
e) 17,5 g

2 *(Vunesp-SP)* Em dia de inverno europeu, a uma temperatura de 0 °C, uma criança desliza encosta abaixo em seu trenó, partindo do repouso, de uma altura de 10 m acima do ponto mais baixo, e com uma perda de 20% de energia na forma de calor, devido ao deslizamento. Estime a quantidade de neve derretida até chegar ao ponto mais baixo da encosta. Para isso adote que a massa total do trenó, mais a da criança, é de 82,5 kg. Nos seus cálculos, considere que $g = 10 \text{ m/s}^2$, que o calor latente de fusão do gelo é $L_F = 330 \text{ kJ/g}$ e que toda a energia perdida foi transferida para o gelo.

3 *(Efei-MG)* Um bloco de gelo a 0,0 °C é colocado dentro de um calorímetro com 120 g de água a 20,0 °C. Sabendo-se que após alguns instantes a mistura gelo e água no estado líquido encontra-se em equilíbrio térmico e que 10,0 g de gelo permanece no estado sólido, qual é a massa inicial do gelo?

4 *(Enem-MEC)* Nas discussões sobre a existência de vida fora da Terra, Marte tem sido um forte candidato a hospedar vida. No entanto, há ainda uma enorme variação de critérios e consideração sobre a habilidade de Marte, especialmente no que diz respeito à existência ou não de água líquida. Alguns dados comparativos entre a Terra e Marte estão apresentados nesta tabela.

Planeta	Terra	Marte
Distância ao Sol	149 milhões	228 milhões
Massa (em relação à terrestre)	1,00	0,18
Aceleração da gravidade	9,8	3,7
Composição da atmosfera	Gases predominantes: nitrogênio (N_2) e oxigênio (O_2)	Gás predominante: dióxido de carbono (CO_2)
Temperatura média	288 K (+15 °C)	218 K (−55 °C)

Com base nesses dados, é possível afirmar que, dentre os fatores abaixo, aquele mais adverso à existência de água líquida em Marte é sua:

a) grande distância ao Sol.
b) massa pequena.
c) aceleração da gravidade pequena.
d) atmosfera rica em CO_2.
e) temperatura média muito baixa.

5 *(UFRN)* Segundo pesquisadores, o aquecimento global deve-se a fatores tais como o processo de decomposição natural de florestas, o aumento da atividade solar, as erupções vulcânicas, além das atividades humanas, os quais contribuem para as alterações climáticas, com consequente derretimento das calotas polares e aumento do nível médio dos oceanos.

Tentando simular o processo de derretimento das calotas polares em escada de laboratório, um estudante utilizou um calorímetro contendo um bloco de 1,0 kg de gelo a −30 °C, ao qual foi adicionada certa quantidade de calor.

Dados:

- Quantidade de calor sensível recebido ou cedido por uma substância: $Q = mc\Delta T$.
- Quantidade de calor latente recebido ou cedido por uma substância durante uma mudança do estado físico: $Q = mL$.
- Calor específico do gelo: $c_g = 2{,}1 \times 10^3$ J/kg °C.
- Calor latente de fusão do gelo: $L_{fg} = 3{,}3 \times 10^5$ J/kg.

A partir dessas informações:

a) determine a quantidade de calor que deve ser adicionada ao calorímetro para elevar a temperatura do gelo de −30 °C para 0 °C;
b) determine a quantidade de calor que deve ser adicionada ao calorímetro para transformar o gelo a 0 °C em líquido a 0 °C;
c) considerando que, no norte da Groenlândia, a temperatura média do gelo é cerca de −30 °C e que massa média de gelo derretida (entre 2003 e 2007) foi de $8{,}0 \times 10^{13}$ kg/ano, determine a quantidade de calor necessária para realizar, anualmente, o processo de transformação dessa quantidade de gelo em água.

3. Vaporização

Como já vimos no capítulo anterior, a água entra em ebulição a 100 °C ao nível do mar, ou seja, ela passa do estado líquido para o de vapor.

Mas como você explicaria que uma pia que estava molhada à noite amanheça seca, sem que ninguém a tenha secado durante a noite? Será que a água sobre a pia também sofreu ebulição?

Não é bem assim! A vaporização de um líquido pode ocorrer principalmente: por **evaporação** e por **ebulição**.

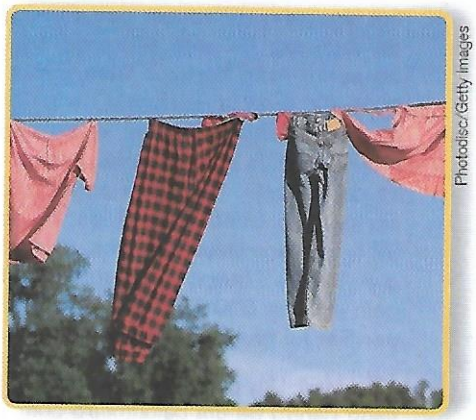
Evaporação

A água que de noite estava sobre a pia evaporou, ou seja, passou para o estado gasoso de forma lenta, sem necessidade de uma fonte de calor para tanto.

Nesse tipo de vaporização, as partículas da superfície do líquido que apresentam energia cinética um pouco maior do que as outras encontram mais facilidade para abandonar o líquido, passando para o estado de vapor.

Experimentalmente, verificou-se que os seguintes fatores interferem na rapidez da evaporação de um líquido:

- Os líquidos mais voláteis evaporam com maior facilidade, como o éter e o álcool etílico.
- O aumento da área da superfície livre do líquido favorece a sua evaporação.
- O aumento de pressão sobre a superfície livre do líquido dificulta a sua evaporação.


Photodisc/Getty Images

É pelo fato de os líquidos evaporarem que:

- as roupas penduradas no varal secam ao sol ou mesmo em locais sem a luz solar;
- a superfície do nosso corpo seca após um banho de mar, mesmo sem usar toalhas.
- sentimos a pele resfriar quando jogamos álcool comum nos braços.

Ebulição

Ebulição é o nome dado à passagem turbulenta de uma substância da fase líquida para a gasosa ao receber calor de uma fonte, como a água fervente numa panela que está ao fogo.

A ebulição de substâncias puras, ou seja, que possuem um único tipo de molécula em sua composição química, obedece à seguinte regra:

Mantida a pressão externa durante o processo de ebulição de uma sustância pura, sua temperatura se mantém constante independentemente da quantidade de calor fornecida.

Antes de iniciar a ebulição, quando fornecemos calor a um líquido, aumentamos a energia cinética de suas partículas, isto é, aumentamos sua temperatura. Algumas partículas adquirem energia suficiente para escapar do líquido e passar à fase gasosa.

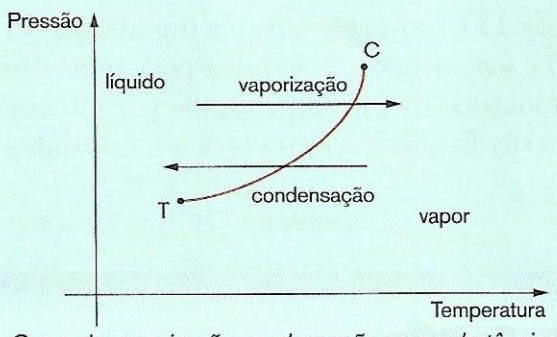
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Observa-se, então, o aparecimento de bolhas de vapor formando-se nas paredes do recipiente, indicando o início da ebulição do líquido. A partir daí, o calor fornecido é utilizado para romper as ligações entre as partículas e não para aumentar sua energia cinética. Por isso a temperatura permanece constante.

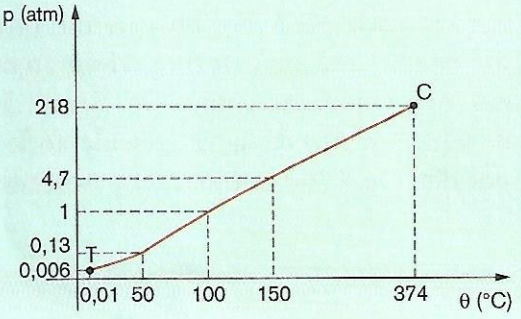
O ponto de ebulição representa a temperatura na qual a pressão de vapor do líquido (suas partículas rompendo as ligações intermoleculares) é igual à pressão externa sobre a sua superfície (devido às partículas do ar ambiente).

Aumentando-se a pressão externa sobre o líquido, sua temperatura de ebulição se eleva, pois ele deve receber mais calor para que a pressão de seu vapor se iguale à pressão sobre a sua superfície livre. De modo análogo, diminuindo-se a pressão sobre o líquido, sua temperatura de ebulição torna-se mais baixa, pois existe menos resistência a ser vencida pelas partículas do líquido que se soltam.

Os gráficos a seguir relacionam a pressão e a temperatura de ebulição da água.



Curva de vaporização-condensação para substâncias puras.



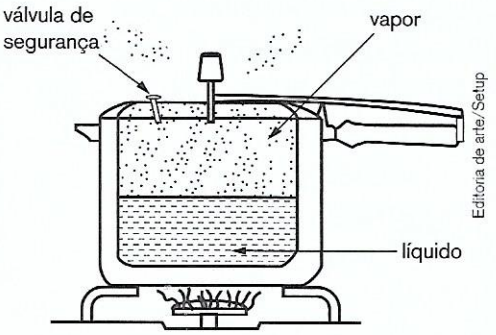
Curva de vaporização-condensação da água.

A temperatura de ebulição da água em Recife, São Paulo e Brasília não é a mesma.

Cada uma dessas cidades está a uma altitude diferente em relação ao nível do mar e, consequentemente, sob pressões atmosféricas distintas. Veja a tabela a seguir:

Cidade	Altitude (m)	Pressão atmosférica (mmHg)	Temperatura de ebulição da água (°C)
Recife	nível do mar (0)	760	100
São Paulo	760 m	730	98
Brasília	1 172 m	660	96

Uma panela de pressão, cuja finalidade prática é acelerar o cozimento, mantém, através da válvula de escape, a pressão do vapor no seu interior constante em torno de 2 atm. Sob essa pressão, a água ferve a aproximadamente 120 °C, o que torna mais rápido o cozimento dos alimentos como feijão, carne, milho, batata, mandioca etc.



Editoria de arte/Setup

A água em ebulição pode ser usada na esterilização de pratos, talheres, instrumentos cirúrgicos etc.

Por outro lado, um líquido colocado no vácuo sofre ebulição imediata, pois praticamente inexiste pressão que dificulte a passagem das partículas da fase líquida para a fase gasosa.

Saiba mais sobre...

TAMPE A PANELA

Parece conselho de mãe para a comida não esfriar, mas a ciência explica como é possível ser um cidadão ecossustentável adotando o simples hábito de tampar a panela enquanto esquenta a água para o macarrão ou o cafezinho. [...] a cada minuto que a água ferve em uma panela sem tampa, cerca de 20 gramas do líquido evaporam. Com o vapor, vão embora 11 mil calorias. Como o poder de conferir calor do GLP, aquele gás utilizado no botijão de cozinha, é de 11 mil calorias por grama, será preciso 1 grama a mais de gás por minuto para aquecer a mesma quantidade de água. Isso pode não parecer nada para você ou para um botijão de 13 quilos, mas imagine o potencial de devastação que um cafezinho despretensioso e sem os devidos cuidados pode provocar em uma população como a do Brasil: 54,6 toneladas de gás desperdiçado por minuto de aquecimento da água, considerando que cada família brasileira faça um cafezinho por dia. Ou 4 200 botijões desperdiçados.

Superinteressante, n. 247, 15 dez. 2007. p. 60-1.

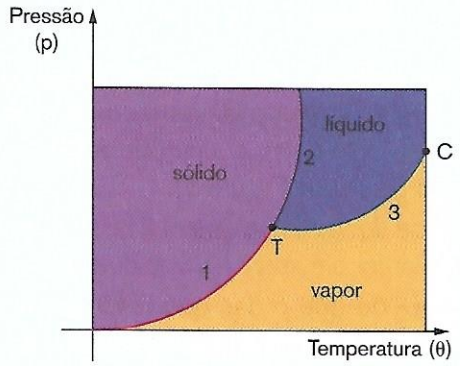
Pense e Responda

• O que aconteceria com a água contida em uma garrafa ao ser aberta em pleno espaço sideral?

A fusão e a vaporização se processam sempre com absorção de calor e são chamadas transformações **endotérmicas**. Já a solidificação e a liquefação se processam com liberação de calor e são chamadas transformações **exotérmicas**.

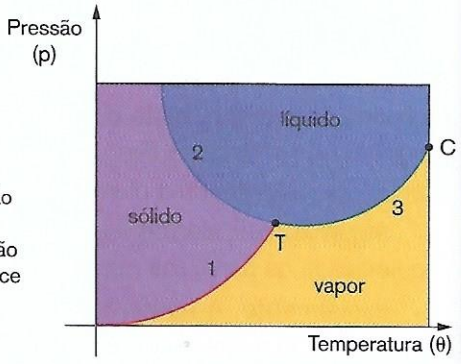
4. Diagrama de fases

Diagrama de fases de uma substância é um gráfico que representa as curvas de fusão, vaporização e de sublimação, conjuntamente.



Substância que aumenta de volume ao fundir.

Em que:
1: curva de sublimação
2: curva de fusão
3: curva de vaporização
T: ponto triplo ou tríplice
C: ponto crítico



Substância que diminui de volume ao fundir.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

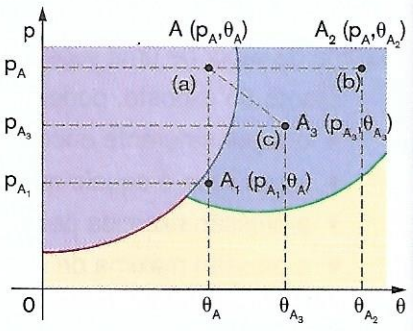
O **ponto triplo T** é comum às curvas de fusão, de vaporização e de sublimação de uma substância. Esse ponto representa as condições de temperatura e pressão para as quais as fases sólida, líquida e gasosa coexistem em equilíbrio.

No caso da água, esta situação ocorre quando a pressão for igual a 4,58 mmHg e a temperatura igual a 0,01 °C.

Para uma substância pura, a máxima pressão externa que permite a sua sublimação é a pressão do ponto triplo.

Observe, no gráfico, que a fase de determinada substância depende dos valores da pressão e da temperatura aos quais está sujeita, isto é, a localização do ponto definido pelo par ordenado (p, θ) determina a fase da substância.

A análise do gráfico ao lado mostra que podemos variar a fase de uma substância por meio de variações de pressão, de temperatura ou de ambas.



Suponha, por exemplo, que uma substância tenha as condições de pressão e temperatura ($\mathbf{p_A}$ e $\mathbf{\theta_A}$) da figura.

Essa substância, inicialmente na fase sólida, poderá passar à fase líquida das seguintes maneiras:

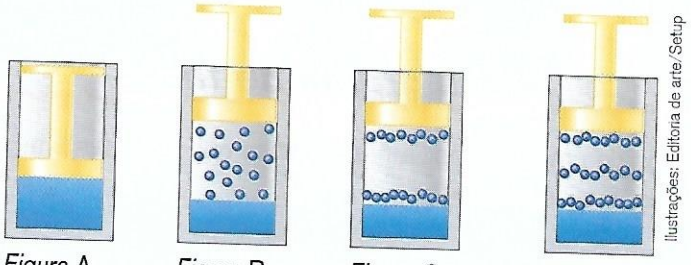
- diminuindo-se a pressão ($p_A \rightarrow p_{A_1}$) e mantendo-se a temperatura (θ_A);
- aumentando-se a temperatura ($\theta_A \rightarrow \theta_{A_2}$) e mantendo-se a pressão (p_A);
- aumentando-se a temperatura ($\theta_A \rightarrow \theta_{A_3}$) e diminuindo-se a pressão ($p_A \rightarrow p_{A_3}$).

Da mesma forma, a substância poderá passar da fase líquida ou da fase sólida para a de vapor, variando-se os valores da pressão e da temperatura.

Faça você mesmo a análise dessas situações a partir das informações do gráfico.

Pressão máxima de vapor

Suponha um cilindro provido de êmbolo e contendo éter líquido no seu interior, como na figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Figura A *Figura* B *Figura* C *Figura* D

Elevando-se o êmbolo, forma-se um "vácuo" entre este e a superfície do líquido. Com a diminuição repentina de pressão, parte do éter líquido sofre vaporização imediata. As partículas do vapor de éter, movendo-se em todas as direções, colidem com a parede interna do cilindro e com a superfície do líquido, exercendo, portanto, uma pressão. Isto é o que se chama **pressão de vapor** (Figura *B*).

Algumas partículas de vapor, ao se chocarem contra a superfície do líquido, retornam à fase líquida. A quantidade de partículas nessa situação é tanto maior quanto maior for o número na fase de vapor.

Inicialmente, o número de partículas que evapora é maior do que o das que retornam ao líquido. Entretanto, o aumento da concentração de vapor causará um equilíbrio dinâmico, em que a quantidade de partículas que se vaporizam é igual à quantidade de partículas que condensam. Nessa situação, o espaço sobre o líquido fica saturado de vapor, o qual é chamado **vapor saturante** (Figura *C*).

Quando é atingido o equilíbrio dinâmico líquido-vapor, ou seja, quando o vapor está saturado, a pressão exercida por ele é máxima e é chamada **pressão máxima de vapor** (Figura *D*).

Se a temperatura for mantida constante, a partir do instante em que o vapor se tornar saturado o volume por ele ocupado não interfere no valor da pressão máxima.

Neste caso, se deslocarmos o êmbolo no sentido de aumentar o volume a partir da saturação, o vapor expande e momentaneamente há um desequilíbrio que ocasiona diminuição da pressão, mas uma quantidade de líquido vaporiza aumentando a quantidade de vapor e a pressão retorna ao valor máximo anterior, para uma temperatura fixada (Figura *E*).

Figura E

Por outro lado, se a experiência for realizada em temperatura mais alta, observaremos que a pressão máxima de um vapor torna-ser maior. Isso significa que a pressão máxima de vapor de uma substância aumenta com elevação da temperatura (Figura *E*).

Diante do exposto, podemos afirmar que:

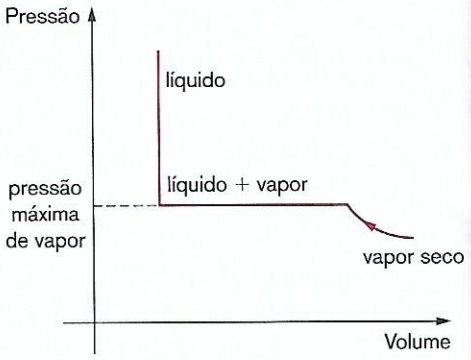
- o vapor saturante encontra-se sempre em presença do líquido que o originou;
- vapor seco é aquele que não se encontra em presença do líquido;
- a pressão exercida pelo vapor seco é menor do que a pressão máxima de vapor;
- a pressão máxima de vapor não depende do volume por ele ocupado;
- a pressão máxima de vapor depende da natureza da substância e da temperatura.

Calor latente de vaporização e de condensação

O vapor de uma substância pode ser liquefeito aumentando-se a pressão e reduzindo-se o volume à temperatura constante. Durante essa compressão isotérmica, a substância deve liberar calor.

O gráfico ao lado mostra o resultado de um experimento em que o vapor seco de uma substância é comprimido isotermicamente, passando a vapor saturante (no patamar) e, finalmente, a estado líquido.

Comprimindo-se o vapor seco à temperatura constante, obtém-se aumento de pressão e diminuição de volume até que o vapor sature. Ao atingir este ponto, a pressão máxima de vapor se mantém constante até que todo vapor se transforme em líquido.



Continuando a compressão, o volume do líquido sofrerá pequena redução. Durante a liquefação (no patamar), o vapor libera por unidade de massa o calor latente de condensação $\mathbf{L_c}$. A massa total do vapor libera a quantidade de calor total:

$$Q = mL_c$$

Sendo $\mathbf{L_v}$ o calor latente de vaporização, temos: $L_v > 0$ e $L_c < 0$, para uma substância a uma mesma pressão $L_v = -L_c$.

Para a água, os calores de condensação e de vaporização sob pressão de 1 atm valem: $L_v = 540$ cal e $L_c = -540$ cal/g.

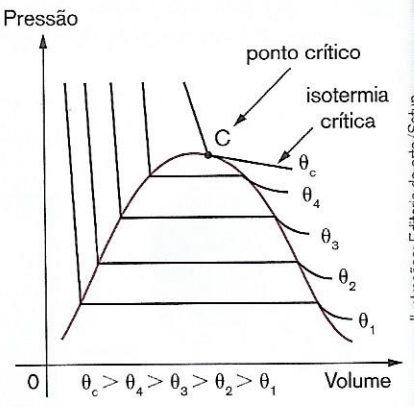
Pense e Responda

• Por que durante um dia chuvoso, os vidros de um automóvel fechado, no qual existam pessoas, embaçam?

5. Isotermas de Andrews

Thomas Andrews, físico inglês (1813-1885), por volta de 1863 verificou experimentalmente que, ao se comprimir isotermicamente o vapor de uma substância, partindo de temperaturas cada vez mais altas, a pressão máxima do vapor tornava-se cada vez maior, a liquefação do vapor naturalmente tornava-se mais rápida (encurtamento do patamar) e o calor latente de condensação por unidade de massa liberado era cada vez menor.

Quando a compressão do vapor é realizada na temperatura θ_c (temperatura crítica), o patamar de condensação reduz-se a um ponto **C** indicando que a liquefação do vapor é praticamente instantânea e o calor latente de condensação (e também o de vaporização) torna-se nulo. O ponto **C** é denominado **ponto crítico**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

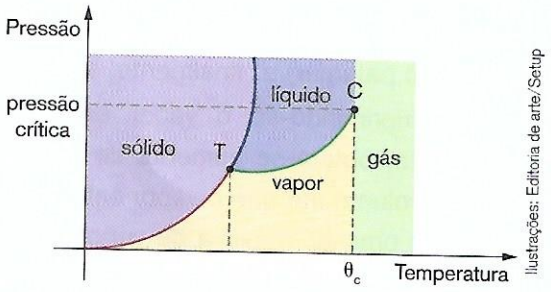
A experiência revela que se a compressão for realizada a uma temperatura superior à temperatura crítica, já não ocorrerá a liquefação do vapor por simples compressão. Nesse caso, a substância é considerada gás e não vapor. No ponto crítico a transformação vapor-líquido – ou a contrária, líquido-vapor – acontece sem existência das duas fases simultaneamente. Toda uma fase se transforma na outra sem haver consumo ou liberação de calor. O ponto crítico da água é determinado pela temperatura crítica ($\theta_c = 374$ °C) e pela pressão crítica ($p_c = 218$ atm).

Gás e vapor

A partir da existência do ponto crítico, foi possível estabelecer uma diferença entre **gás** e **vapor**.

Gás é a substância que na fase gasosa se encontra em temperatura superior à sua temperatura crítica e que não pode ser liquefeita por compressão isotérmica.

Vapor é a substância que na fase gasosa se encontra em temperatura inferior à crítica e que pode ser liquefeita por compressão isotérmica.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No gráfico, θ_c é a temperatura crítica.

Aplicação

Qual a quantidade de calor necessária para vaporizar completamente 100 g de água a 20 °C? O calor específico da água é igual a 1 cal/g °C, e o calor latente de vaporização de água é igual a 540 cal/g.

Resolução:

Do enunciado, temos:

$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = mc(\theta - \theta_0) + mL_v$

$Q = 100 \cdot 1 \cdot (100 - 20) + 100 \cdot 540$

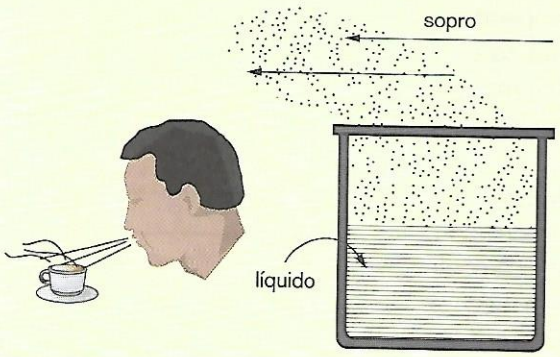
$Q = 8000 + 54000$

$Q = 62000$ cal ou $Q = 62$ kcal

Portanto, são necessárias 62 kcal para vaporizar completamente 100 g de água a 20 °C.

Atividades

1 Por que, quando vamos tomar um chá muito quente, costumamos soprá-lo na superfície livre?



2 Explique a diferença entre ebulição e evaporação.

3 Por que temos a sensação de resfriamento produzida por um ventilador em movimento?

4 Alimentos que são constituídos de grandes quantidades de água, como a maçã e a pera, ressecam quando não são guardados em sacos plásticos nas geladeiras. Por que isso ocorre?

5 Por que, ao se abrir a tampa de um vidro de perfume ou de acetona, sentimos o cheiro dessas substâncias?

6 *(Enem-MEC)* Sob pressão normal (ao nível do mar), a água entra em ebulição à temperatura de 100 °C. Tendo por base essa informação, um garoto residente em uma cidade litorânea fez a seguinte experiência:

- Colocou uma caneca metálica contendo água no fogareiro do fogão da sua casa.
- Quando a água começou a ferver, encostou cuidadosamente a extremidade mais estreita de uma seringa de injeção, desprovida de agulha, na superfície do líquido e, erguendo o êmbolo da seringa aspirou certa quantidade de água para seu interior, tapando-a em seguida.

- Verificando após alguns instantes que a água da seringa havia parado de ferver ele ergueu o êmbolo da seringa, constatando, intrigado, que a água voltou a ferver após um pequeno deslocamento do êmbolo.

Considerando o procedimento anterior, a água volta a ferver porque esse deslocamento

a) permite a entrada de calor do ambiente externo para o interior da seringa.
b) provoca, por atrito, um aquecimento da água contida na seringa.
c) produz um aumento de volume que aumenta o ponto de ebulição da água.
d) proporciona uma queda de pressão no interior da seringa que diminui o ponto de ebulição da água.
e) possibilita uma diminuição da densidade da água que facilita sua ebulição.

7 *(Acafe-SC)* Em Camboriú, a pressão atmosférica equivale a 76 mmHg e a água ferve a 100 °C. Em relação a Camboriú, no Pico da Neblina, ponto culminante do Brasil, a pressão atmosférica e o ponto de ebulição da água são, respectivamente:

a) menor e menor.
b) maior e maior.
c) maior e menor.
d) menor e maior.
e) igual e igual.

8 *(Enem-MEC)* Em nosso cotidiano, utilizamos "calor" e "temperatura" de forma diferente de como elas são usadas no meio científico. Na linguagem corrente, calor é identificado como "algo quente" e temperatura mede a "quantidade de calor de um corpo". Esses significados, no entanto, não conseguem explicar diversas situações que podem ser verificadas na prática.

Do ponto de vista científico, que situação prática mostra a limitação dos conceitos corriqueiros de calor e temperatura?

a) A temperatura da água pode ficar constante durante o tempo em que estiver fervendo.
b) Uma mãe coloca a mão na água da banheira do bebê para verificar a temperatura da água.
c) A chama de um fogo pode ser usada para aumentar a temperatura da água em uma panela.
d) A água quente que está em uma caneca é passada para outra caneca a fim de diminuir sua temperatura.
e) Um forno pode fornecer calor para uma vasilha de água que está em seu interior com menor temperatura do que a dele.

9 *(UFRGS-RS)* Qual a quantidade de calor necessária para transformar 10 g de gelo à temperatura de 0 °C em vapor à temperatura de 100 °C?

(Considere que o calor específico da água é c_a = 4,2 J/g °C, o calor de fusão do gelo é L_g = 336 J/g e o calor de vaporização da água é L_v = 2268 J/g.)

a) 4200 J
b) 7560 J
c) 22680 J
d) 26040 J
e) 30240 J

10 Um recipiente contém 500 g de água a 100 °C. Para transformar toda a água em vapor são necessárias 270000 cal. Calcule o calor latente da vaporização da água.

11 *(UFMS)* Em um recipiente, completamente isolado de seu exterior, são misturados 80 g de gelo a −20 °C e 100 g de água a 100 °C. Qual a temperatura final do sistema em graus Celsius?

(Dados: L_f = 80 cal/g, $c_{água}$ = 1 cal/g °C, c_{gelo} = 0,5 cal/g °C)

12 *(Unicamp-SP)* Num dia quente um atleta corre dissipando 750 W durante 30 minutos. Suponha que ele só transfira esta energia para o meio externo através da evaporação do suor e que todo seu suor seja aproveitado para sua refrigeração. (Adote L = 2500 J/g para o calor latente de evaporação da água na temperatura ambiente.)

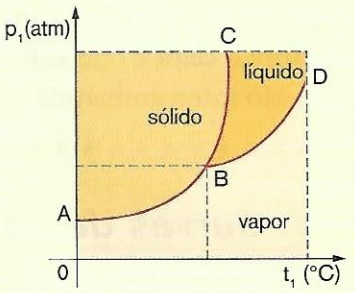
a) Qual é a taxa de perda de água do atleta em quilogramas por minuto?
b) Quantos litros de água ele perde nos 30 minutos de corrida?

13 *(Fuvest-SP)* Um aquecedor elétrico é mergulhado em um recipiente com água a 10 °C. Se o aquecedor não for desligado, toda a água irá evaporar e o aquecedor será danificado. Considerando o momento em que a água começa ferver, a evaporação de toda água ocorrerá em intervalo de, aproximadamente:

(Dados: calor específico de água = 1,0 cal/g °C; calor de vaporização da água = 540 cal/g.) Desconsidere perdas de calor para o recipiente, para o ambiente e para o próprio aquecedor.

a) 5 minutos.
b) 10 minutos.
c) 12 minutos.
d) 15 minutos.
e) 30 minutos.

14 *(UCSal-BA)* Uma substância tem seu diagrama de fases representado no gráfico da pressão em função da temperatura na figura.



Editoria de arte/Setup

Analise as afirmações:

I. A curva AB é a curva da vaporização.
II. A curva BC é a curva da fusão.
III. A curva BD é a curva da solidificação.
IV. O ponto *B* é o ponto triplo.

Quais estão corretas?

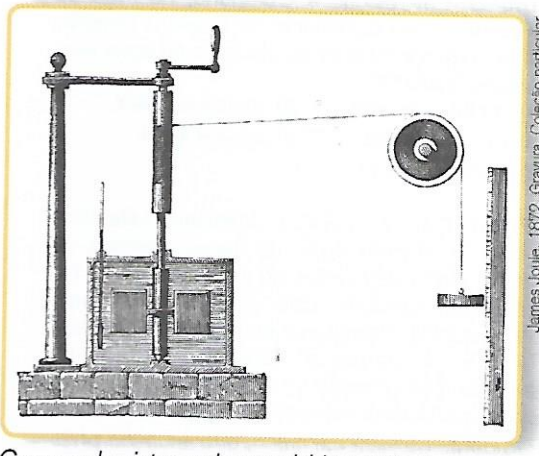
a) Apenas I e II.
b) Apenas I e III.
c) Apenas II e III.
d) Apenas III e IV.
e) Apenas II e IV.

A História conta

O calor na Ciência

No século XVIII, a ideia sobre o calor era muito diferente da que conhecemos hoje. Acreditava-se na chamada teoria do calórico — um fluido que não podia ser medido ou pesado, composto de partículas minúsculas que se repeliriam entre si. Para os cientistas daquela época, o calórico circularia dos corpos quentes para os corpos frios, servindo, assim, como um veículo para o calor. No caso do aquecimento por fricção, este era explicado como a fricção sendo responsável pela retirada do calórico, fazendo que os corpos parecessem mais quentes. O britânico Joseph Black (1728-1799) foi o primeiro a perceber claramente a distinção entre calor e temperatura. Ele conseguiu demonstrar que o calor é necessário para provocar uma mudança no estado de uma substância (sólido para líquido, líquido para gasoso) sem um aumento na temperatura. Foi ele, portanto, que descobriu e cunhou o termo calor latente.

Black investigou as diferentes capacidades calóricas das substâncias e forneceu as bases para que os estudos sobre o calor progredissem. Pouco tempo depois, por volta de 1800, a teoria do calórico começou a ser derrubada. O responsável por isso foi um inglês aventureiro chamado Benjamin Thompson (1753-1814), também conhecido como Conde Rumford. Ele concluiu a não existência do calórico ao entender a natureza do calor como movimento. Para Rumford, calor era, na verdade, o movimento de partículas de um corpo, uma forma de energia. Um pouco mais tarde, o francês James Joule (1818-1889) reforçou o conceito de calor como forma de energia. Com Joule, estabeleceu-se a equivalência entre o calor e outras formas de energia ou a energia térmica e mecânica: calor e trabalho são intercambiáveis.



James Joule, 1872. Gravura. Coleção particular. Foto: World History Archive/imageplus

Gravura do sistema desenvolvido por Joule para determinar o equivalente mecânico do calor.

6. Curvas de aquecimento e de resfriamento

As curvas de aquecimento e de resfriamento são gráficos que mostram como a temperatura de um corpo varia em função da quantidade de calor trocada por ele.

É possível acompanhar a variação da temperatura de um bloco de gelo de 50 g inicialmente à temperatura de $-10\,°C$ sob pressão de 1 atm, colocado num recipiente aberto e sendo aquecido por uma chama que fornece uma quantidade de calor conhecida e regular a cada instante (Figura *A*). Supondo que a soma do calor cedido ao meio ambiente e do calor absorvido pelo recipiente possa ser desprezada por ser muito pequena em relação ao calor absorvido pelo gelo, podemos marcar a temperatura a cada intervalo de tempo predefinido (minuto a minuto, por exemplo). É importante ter em mente que, na situação proposta, a pressão se manterá constante durante todo o processo.

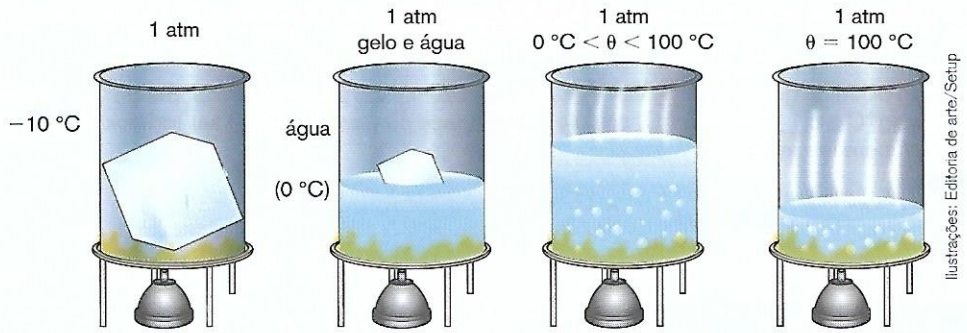


Figura A *Figura* B *Figura* C *Figura* D

Verifica-se que, com o passar do tempo, o calor fornecido produz um aumento na temperatura do bloco de gelo até atingir seu ponto de fusão a 0 °C, momento em que se inicia o processo de transformação de sólido para líquido (Figura *B*).

A partir desse instante, a temperatura da mistura (água e gelo) para de subir e permanece constante em 0 °C até que todo o gelo se transforme em água, apesar da continuidade do fornecimento de calor.

Com o término da fusão, o fornecimento de calor volta a produzir aquecimento, agora da água (Figura *C*). A água, então, é aquecida até que atinja seu ponto de ebulição, a 100 °C, quando se inicia o processo de ebulição, transformando a água em vapor (Figura *D*). Durante a ebulição a temperatura da mistura (água + vapor) permanece constante em 100 °C (embora continue o fornecimento de calor), até que toda a massa de água se transforme em vapor. Caso tivéssemos como aprisionar o vapor-d'água a 100 °C num recipiente de volume variável, a fim de manter constante sua pressão em 1 atm, poderíamos aquecê-lo e daí, então, o calor fornecido serviria para aumentar ainda mais sua temperatura.

O Gráfico *A* mostra a curva de aquecimento da sequência de fenômenos anteriormente descrito. Se, ao invés de fornecer calor ao gelo, nós retirássemos progressivamente calor de 50 g de vapor-d'água com temperatura acima de 100 °C, o fenômeno ocorreria exatamente da forma inversa da descrita anteriormente.

A quantidade de calor retirada da água durante o resfriamento, em valor absoluto, será igual àquela absorvida pela água durante o aquecimento. O Gráfico *B* mostra a curva de resfriamento da água.

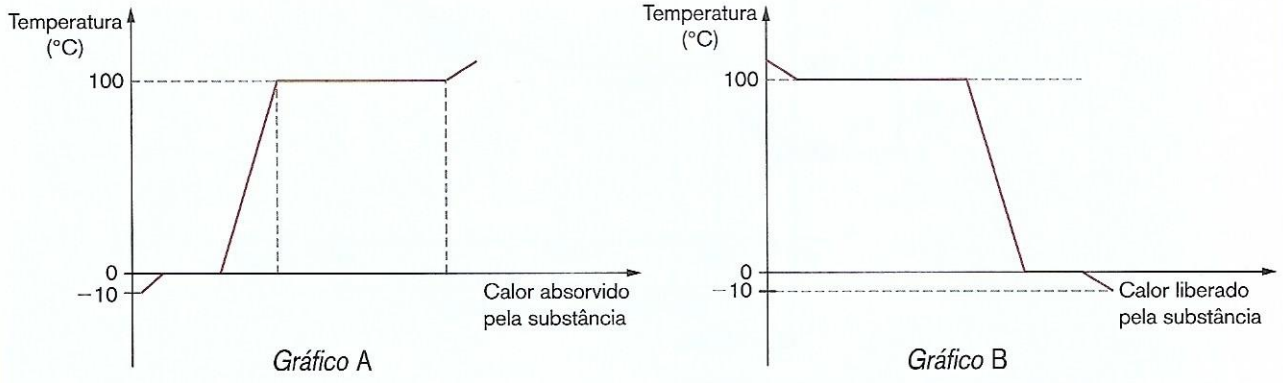


Gráfico A *Gráfico* B

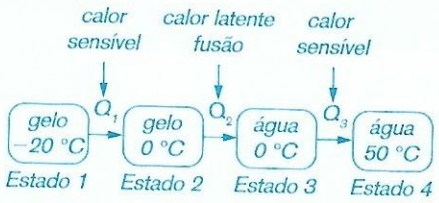
As curvas de aquecimento e de resfriamento fornecem, respectivamente, a variação da temperatura de um corpo em função da quantidade de calor absorvida ou liberada pelo corpo.

Repare que para uma mesma substância, à mesma pressão, as temperaturas de fusão e de solidificação são iguais, assim como são iguais suas temperaturas de ebulição e de condensação.

Aplicações

1 Considere um bloco de gelo de 300 g à temperatura de −20 °C sob pressão normal. Sendo $L_f = 80$ cal/g °C, $c_{gelo} = 0{,}5$ cal/g °C e $c_{água} = 1$ cal/g °C, calcule a quantidade de calor que deve ser fornecida ao bloco para elevar sua temperatura até 50 °C.

Resolução:



$Q_1 = mc_{gelo}(\theta - \theta_0) \Rightarrow Q_1 = 300 \cdot 0{,}5\,[0 - (-20)] \Rightarrow Q_1 = 3000\ cal \Rightarrow Q_1 = 3\ kcal$

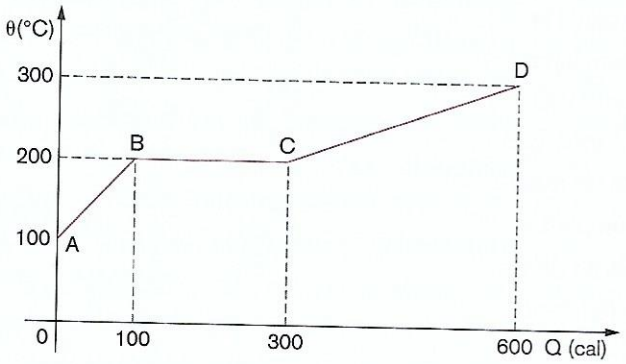
$Q_2 = mL_f = 300 \cdot 80 = 24000\ cal \Rightarrow Q_2 = 24\ kcal$

$Q_3 = mc_{água}(\theta - \theta_0) = 300 \cdot 1(50 - 0) = 15000\ cal \Rightarrow Q_3 = 15\ kcal$

Quantidade de calor total fornecida:

$Q = 300 + 24000 + 15000 \Rightarrow Q = 42\ kcal$

2 Um corpo, inicialmente sólido, de massa 80 g, recebe calor e sofre variação de temperatura conforme indica o gráfico.



Pede-se:

a) a temperatura de fusão da substância;

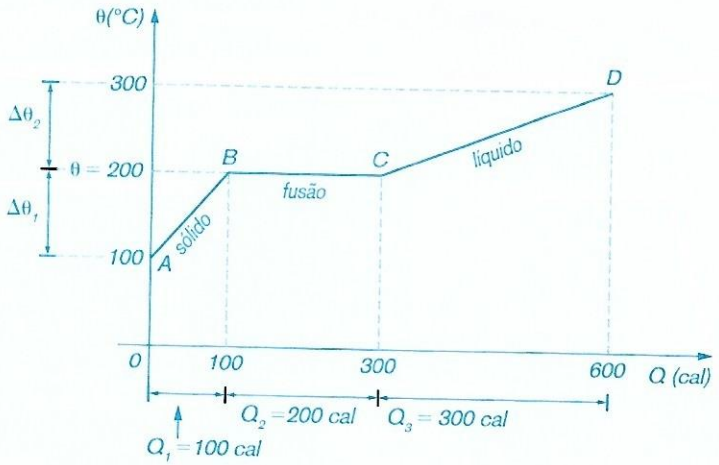
b) o calor latente de fusão da substância;

c) o calor específico do material na fase sólida;

d) o calor específico na fase líquida.

Resolução:

a) Interpretando o gráfico, temos:



A temperatura de fusão é igual a 200 °C.

b) Durante a fusão o corpo recebeu uma quantidade de calor igual a:

$Q_2 = 300 - 100 \Rightarrow Q_2 = 200\ cal$

Daí, temos: $Q = mL_f \Rightarrow 200 = 80L_f \Rightarrow L_f = 2{,}5\ cal/g$

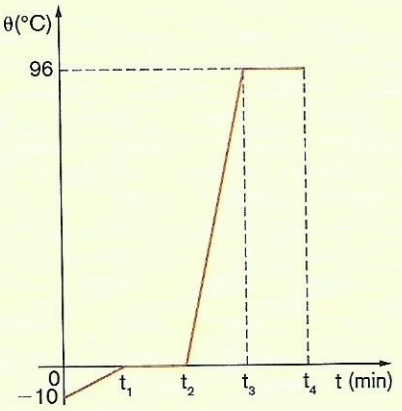
c) No trecho AB: $Q_1 = mc_{sólido}\,\Delta\theta_1 \Rightarrow 100 = 80 \cdot c_{sólido}\,(200 - 100) \Rightarrow c_{sólido} = 0{,}0125\ cal/g°C$

d) No trecho CD: $Q_3 = mc_{líquido}\,\Delta\theta_2 \Rightarrow 300 = 80 \cdot c_{líquido}\,(300 - 200) \Rightarrow c_{líquido} = 0{,}0375\ cal/g°C$

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(Fatec-SP)* No instante t = 0, tem-se 500 g de gelo a −10 °C dentro de um recipiente. Aquecendo-se o recipiente, anota-se a temperatura do sistema no decorrer do tempo. O gráfico obtido está esquematizado na figura abaixo.

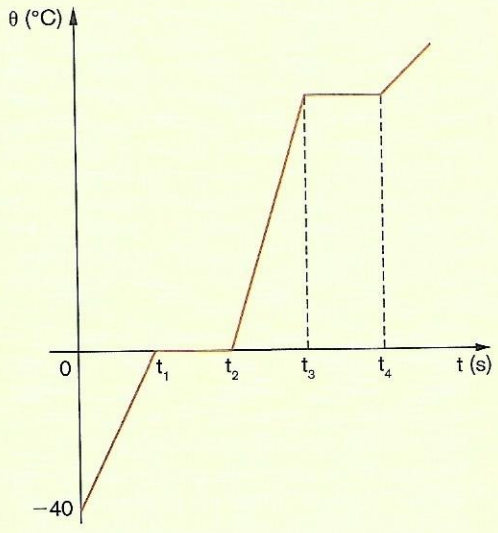


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sabendo-se que a variação de temperatura é somente devido ao calor por ele absorvido, pode-se afirmar que:

a) no intervalo de tempo compreendido entre t_1 e t_2, têm-se apenas gelo.
b) o gelo começa a derreter a partir de instante t_2.
c) no instante t_1 todo o gelo já se derreteu.
d) no instante t_1 inicia-se o processo da fusão do gelo que tem término no instante t_2.
e) a fusão do gelo inicia-se no instante t_3.

2 *(UFV-MG)* Utilizando-se uma fonte de fornecimento contínuo de calor, aquece-se, à pressão constante de 1 atmosfera, 100 g de gelo, que são transformados em vapor superaquecido. A figura seguinte ilustra a variação da temperatura do sistema com o tempo.

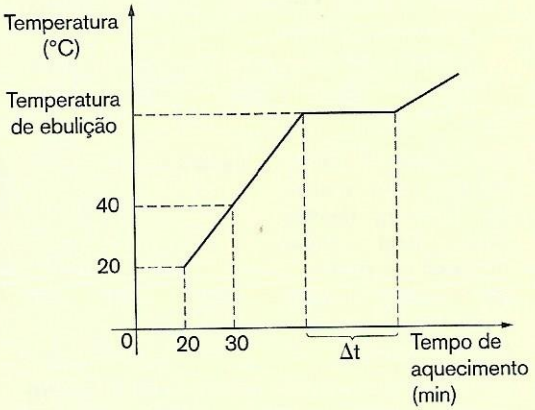


a) Em que intervalo de tempo ocorre a fusão?
b) Em que intervalo de tempo ocorre a vaporização?
c) Considerando o calor específico do gelo igual a 0,55 cal/g °C e o calor latente de fusão igual a 80 cal/g, qual é a quantidade de calor absorvida pelo sistema, do instante inicial ao instante t_2?

3 *(UFJF-MG)* Uma massa de 0,1 kg de um material recebe calor a uma taxa constante de 12 W, passando da fase sólida para a fase líquida. O material demora 2,5 minutos na fase sólida para ir de −50 °C até −32 °C, permanece 10 minutos na transição de fase sólido-líquido a −32 °C e, então, na fase líquida, demora mais 8 minutos para atingir 0 °C.

a) Desenhe um gráfico temperatura × tempo de todo processo.
b) Calcule o calor específico do material da fase sólida em unidade de SI.

4 *(Unifesp-SP)* O gráfico seguinte representa um trecho, fora de escala da curva de aquecimento de 200 g de uma substância, aquecida por uma fonte de fluxo constante e igual a 232 cal/min.



Sabendo que a substância em questão é uma das apresentadas na tabela abaixo, o intervalo do tempo Δt é, em minutos, um valor:

a) acima de 130.
b) entre 100 e 130.
c) entre 70 e 100.
d) entre 20 e 70.
e) menor do que 20.

Substância	Calor específico no estado líquido (cal/°C)	Calor latente de ebulição (cal/g)
Água	1,0	540
Acetona	0,52	120
Ácido acético	0,49	94
Álcool etílico	0,58	160
Benzeno	0,43	98

Mais Atividades

1 Considere a experiência que se descreve a seguir, realizada pelo Professor Márcio. Inicialmente ele coloca um copo cheio de água, à temperatura ambiente e prestes a transbordar, sobre um prato vazio, como mostrado na figura a seguir.

Paulo Cesar

Em seguida, lentamente, ele abaixa um bloco de 18 g de gelo sobre a água, até que alcance o equilíbrio mecânico.

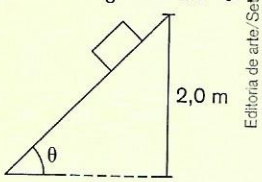
Considere que a densidade do gelo e a água são constantes e valem, respectivamente, 0,90 g/cm^3 e 1,0 g/cm^3.

A partir dessas informações, DETERMINE

a) a massa de água que transborda do corpo para o prato, antes que o gelo inicie seu processo de fusão.

b) a massa de água no prato, após a fusão completa de gelo. JUSTIFIQUE sua resposta.

2 (*UEFS-BA*) Um bloco de gelo com massa de 10,0 kg desliza sobre uma rampa de madeira, partindo do repouso, de uma altura de 2,0 m, conforme a figura.



Editoria de arte/Setup

Considerando-se o calor latente de fusão de gelo como sendo 80,0 cal/g, 1 cal igual a 4,0 J e o módulo da aceleração da gravidade local, 10,0 m/s^2, e sabendo-se que o bloco de gelo chega à base da rampa com velocidade de módulo igual a 4,0 m/s, é correto afirmar que a massa de gelo fundida é, aproximadamente, igual a

a) 0,10 kg c) 0,25 kg e) 0,38 kg
b) 0,25 g d) 0,38 g

3 (*Mack-SP*) Para certo procedimento industrial, necessita-se de água a 20 °C, mas só se dispõe de água no estado sólido a 0 °C (gelo) e água fervente a 100 °C. A relação entre a massa do gelo e a massa de água fervendo que se deve misturar em um recipiente isolado termicamente, para a obtenção do desejado, é:

(Dados: calor latente de fusão da água = 80 cal/g; calor específico de água líquida = 1 cal/g °C)

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

4 (*UFPel-RS*) Duas esferas metálicas, maciças, do tamanho de uma bolinha de tênis de mesma massa, porém de materiais diferentes, são mergulhadas durante 15 minutos em água fervente. A seguir são colocadas sobre um grande bloco de gelo a 0 °C. A massa de gelo derretida será a mesma para as duas esferas? Justifique.

5 (*PUC-RJ*) Um cubo de gelo dentro de um copo com água resfria o seu conteúdo. Se o cubo tem 10 g e o copo com água tem 200 mL e suas respectivas temperaturas iniciais são 0 °C e 24 °C, quantos cubos de gelo devem ser colocados para baixar a temperatura da água para 20 °C?

(Considere que o calor específico da água é c_a = 1,0 cal/(g °C), o calor latente de fusão do gelo L = 80 cal/g e d = 1 g/mL)

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6 (*UFAC*) Em geral, a temperatura do ser humano é constante e igual a 37 °C. A hipotermia é caracterizada pela redução da temperatura padrão de nosso corpo. A Medicina faz o uso controlado da hipotermia, em determinadas cirurgias cerebrais e cardíacas. Esse procedimento diminui o consumo de oxigênio do cérebro e do coração, bem como reduz a chance de danos ocasionados pela falta de circulação do sangue. Suponha que um paciente, de massa 60 kg, seja submetido a uma cirurgia de coração. A temperatura inicial de seu corpo é 37 °C e pretende-se diminuí-la para 30 °C. Considere o calor específico do corpo humano igual a 1,0 cal/(g °C) e o calor latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g. A massa mínima de gelo necessária para diminuir a temperatura do paciente até 30 °C é:

a) 10 g c) 4,25 kg e) 5,25 kg
b) 4,25 g d) 5,25 g

7 (*Unifesp-SP*) Atualmente, o laser de CO_2 tem sido muito aplicado em microcirurgias onde o feixe luminoso é utilizado no lugar do bisturi de lâmina. O corte com laser é efetuado porque o feixe provoca um rápido aquecimento e evaporação do tecido, que é constituído principalmente da água. Considere um corte de 2,0 cm de comprimento, 3,0 mm de profundidade e 0,5 mm de largura, que é aproximadamente o diâmetro do feixe. Sabendo que a massa específica da água é 10^3 kg/m^3, o calor específico é $4{,}2 \cdot 10^3$ J kg · K e o calor latente de evaporação é $2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg:

a) Estime a quantidade de energia total consumida para fazer essa incisão, considerando que, no processo, a temperatura do tecido se eleva 63 °C e que este é constituído exclusivamente de água.

b) Se o corte é efetuado a uma velocidade de 3,0 cm/s, determine a potência do feixe, considerando que toda a energia fornecida foi gasta na incisão.

8 (*UFG-GO*) Num piquenique, com a finalidade de se obter água gelada, misturou-se num garrafão térmico, de capacidade térmica desprezível, 2 kg de gelo picado a 0 °C e 3 kg de água que estavam em garrafas ao ar livre, à temperatura ambiente de 40 °C. Desprezando-se a troca de calor com o meio externo e conhecidos o calor latente de fusão do gelo (80 cal/g) e o calor específico da água (1 cal/g°C), a massa de água gelada disponível para se beber, em kg, depois de estabelecido o equilíbrio térmico, é igual a

a) 3,0 b) 3,5 c) 4,0 d) 4,5 e) 5,0

9 (*UFPel-RS*) Na patinação sobre o gelo o deslizamento é facilitado porque, quando o patinador passa, parte do gelo se transforma em água, reduzindo o atrito.

Estando o gelo a uma temperatura inferior a 0 °C, isso ocorre porque a pressão da lâmina do patim sobre o gelo faz com que ele derreta.

De acordo com seus conhecimentos e com as informações do texto, é correto afirmar que a fusão do gelo acontece porque

a) pressão não influencia no ponto de fusão.
b) o aumento da pressão diminui o ponto de fusão.
c) a pressão e o ponto de fusão não se alteram.
d) o aumento da pressão diminui o ponto de fusão.

10 *(FEI-SP)* Em um dia muito quente, o proprietário de um bar se orgulha em servir um chope bem tirado, resfriando-o da temperatura ambiente de 35 °C até 5,0 °C, por meio de uma chopeira constituída por uma serpentina de cobre colocada no interior de um recipiente de isopor que pode conter 10,0 kg de gelo. Como o movimento é intenso, estão sendo servidos, em média, 4 copos de 200 cm^3 por minuto. De quanto em quanto tempo deverá ser substituída, no recipiente, a água resultante da fusão de todo o gelo que ele continha, por gelo novo?

Adote:
temperatura do gelo ao ser colocado na chopeira: −10,0 °C
temperatura da água, resultante da fusão, ao ser retirada: 0,0 °C
calor específico sensível do gelo = = 0,50 cal/g °C
calor específico sensível da água e do chope = 1,0 cal °C
calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g
densidade do chope = 1,0 g/cm^3

11 *(UFF-RJ)* Gelo seco nada mais é que gás carbônico (CO_2) solidificado. A sua aplicação vai de efeitos especiais em shows à conservação de alimento. Tal substância é conhecida desde meados do século XIX e recebeu esse nome devido ao fato de não passar pela fusão, quando submetida à pressão atmosférica e à temperatura ambiente, como ocorre com gelo comum.

Considere um cubo de 0,10 kg de gelo seco, a −78 °C, e um bloco de gelo comum de 1,0 kg, a −10 °C, colocados em um recipiente.

Desprezando a capacidade térmica do recipiente e a troca de calor com ambiente:

a) determine a temperatura de equilíbrio térmico;
b) descreva os elementos que comporão o sistema no equilíbrio térmico.

Dados:
Temperatura de sublimação do gelo seco = −78 °C
Temperatura de fusão do gelo comum = 0 °C
Calor latente de vaporização do gelo seco = 134 cal/g
Calor específico do vapor de gelo seco = 0,20 cal/g °C
Calor específico do gelo comum = = 0,50 cal/g °C

12 (*UFSM-RS*) No atendimento médico de um jogador é colocado éter no local machucado, para provocar uma redução de temperatura.

Considerando esse fato, analise as afirmações:

I. Parte da energia usada na evaporação do éter vem do lugar machucado.
II. De um modo geral, a evaporação ocorre a qualquer temperatura.
III. A redução da temperatura no local machucado independe da quantidade de éter colocado.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I. c) apenas III.
b) apenas II. d) apenas I e III.

13 (*Vunesp-SP*) Em um acampamento, um grupo de estudantes coloca 0,50 L de água, à temperatura ambiente de 20 °C, para ferver, num lugar onde a pressão atmosférica é normal. Depois de 5,0 min., observam que a água começa a ferver, mas distraem-se e só tiram a panela do fogão depois de mais 10 min., durante os quais a água continuou fervendo. Qual a potência calorífica do fogão e o volume de água contido na panela ao final desses 15 min. de aquecimento?

Despreze o calor perdido para o ambiente e o calor absorvido pelo material de que é feita a panela; suponha que o fogão forneça calor com potência constante durante todo tempo.

14 *(Fuvest-SP)* Um forno solar simples foi construído com uma caixa de isopor, forrada internamente com papel alumínio e fechada com uma tampa de vidro de 40 cm x 50 cm. Dentro desse forno, foi colocada uma pequena panela contendo

1 xícara de arroz e 300 mL de água à temperatura ambiente de 25 °C. Suponha que os raios solares incidam perpendicularmente à tampa de vidro e que toda a energia incidente na tampa do forno a atravesse e seja absorvida pela água. Para essas condições, calcule:

a) A potência solar total P absorvida pela água.

b) A energia E necessária para aquecer o conteúdo da panela até 100 °C.

c) O tempo total T necessário para aquecer o conteúdo da panela até 100 °C e evaporar 1/3 da água nessa temperatura (cozer o arroz).

Note e Adote
Potência solar incidente na superfície da Terra: 1 kW/m²
Densidade da água: 1 g/cm³
Calor específico da água: 4 J/(g °C)
Calor latente de evaporação da água: 2 200 J/g
Desconsidere as capacidades caloríficas do arroz e da panela.

15 Que queimadura é mais grave: a produzida pelo vapor de água ou produzida por água fervendo?

16 (*Cesupa-PA*) Quando você coloca água em uma panela para ser aquecida em um fogão, a temperatura da água irá subir, pois ela recebe energia da combustão do gás. No entanto, a água não entra em equilíbrio térmico com a chama. Ela atinge o ponto de fervura e evapora completamente sem atingir a temperatura da chama.
Sobre este fenômeno, é correto afirmar que

a) o calor específico da água é tão baixo que ela evapora antes de atingir o equilíbrio térmico com a chama.

b) a temperatura da água sobe continuamente enquanto ela ferve, mas não atinge a temperatura da chama porque estará alta demais.

c) a energia absorvida pela água a aquece até atingir o ponto de fervura. A partir daí sua temperatura não mais se eleva e toda a energia recebida é usada para evaporar a água.

d) a massa da água em uma panela comum não é grande o bastante para aquecer a ponto de atingir a temperatura da chama.

17 *(Unifesp-SP)* Os líquidos podem transformar-se em vapor por evaporação ou ebulição. Enquanto a evaporação é um fenômeno espontâneo, restrito à superfície do líquido e que pode ocorrer a temperatura e pressão ambientes, a ebulição ocorre em todo o líquido, sob condições de pressão e temperatura determinadas para cada líquido. Mas ambas as transformações, para se efetivarem, exigem o consumo da mesma quantidade de calor por unidade de massa transformada.

a) Quando as roupas são estendidas nos varais, ou a água no piso molhado de um ambiente é puxada pelo rodo, tem-se por objetivo apressar a secagem – transformação da água em vapor – dessas roupas ou do piso. Qual a causa comum que se busca favorecer nesses procedimentos? Justifique.

b) Avalia-se que a área da superfície da pele de uma pessoa adulta seja, em média, da ordem de 1,0 m². Suponha que ao sair de uma piscina, uma pessoa retenha junto à pele uma camada de água de espessura média 0,50 mm. Qual a quantidade de calor que essa camada de água consome para evaporar? Que relação tem esse cálculo com a sensação de frio que sentimos quando estamos molhados, mesmo em dias quentes? Justifique. (Dados: densidade da água = 1 000 kg/m³; calor latente de vaporização da água = 2 300 kJ/kg.)

18 *(Unifesp-SP)* Em dias muito quentes e secos, como os do último verão europeu, quando as temperaturas atingiram a marca de 40 °C, nosso corpo utiliza-se da transpiração para transferir para o meio ambiente a energia excedente em nosso corpo. Através desse mecanismo, a temperatura de nosso corpo é regulada e mantida em torno de 37 °C. No processo de transpiração, a água das gotas de suor sofre uma mudança de fase a temperatura constante, na qual passa lentamente da fase líquida para a gasosa, consumindo energia, que é cedida pelo nosso corpo. Se, nesse processo, uma pessoa perde energia a uma razão de 113 J/s, e se o calor latente de evaporação da água é de $2{,}26 \times 10^3$ J/g, a quantidade de água perdida na transpiração pelo corpo dessa pessoa, em 1 hora, é de:

a) 159 g
b) 165 g
c) 180 g
d) 200 g
e) 225 g

19 *(UFPel-RS)* A panela de pressão é um recipiente que tem a finalidade de cozinhar os alimentos em menos tempo.
A quantidade de vapor contida dentro dela faz com que

a) aumente a pressão sobre a água, fazendo com que a sua temperatura de ebulição diminua.

b) aumente a pressão sobre a água, fazendo com que a sua temperatura de ebulição aumente.

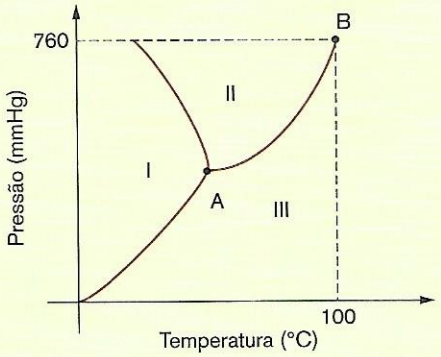
c) diminua a pressão sobre a água, fazendo com que a sua temperatura de ebulição aumente.

d) aumente a pressão sobre a água, fazendo com que a sua temperatura de ebulição se mantenha constante e igual a 100 °C.

e) diminua a pressão sobre a água, fazendo com que a sua temperatura de ebulição permaneça constante e igual a 100 °C.

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

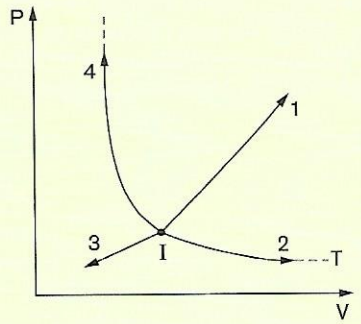
20 *(UFSC)* A figura representa o diagrama de fase da água. Através desse diagrama, podemos obter importantes informações sobre o equilíbrio entre as fases; as linhas presentes representam a coexistência das fases: sólido-líquido, líquido-vapor e sólido-vapor.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

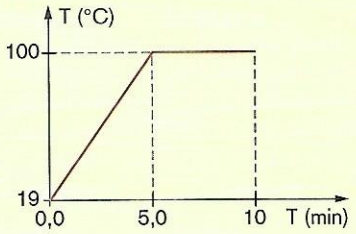
(01) A fase sólida é a fase mais estável na região I do diagrama.
(02) A fase mais estável na região III do diagrama é a fase vapor.
(04) No ponto *B* estão em equilíbrio as fases sólida e vapor.
(08) No ponto *A* estão em equilíbrio as fases sólida, líquida e vapor.
(16) Na região II do diagrama a fase mais estável é a líquida.

21 *(UECE)* A figura a seguir mostra o estado inicial I de um gás ideal e uma isoterma à temperatura T. Considere que o sistema pode mudar de estado por quatro diferentes processos, aqui representados por quatro trajetórias, conforme a figura a seguir.



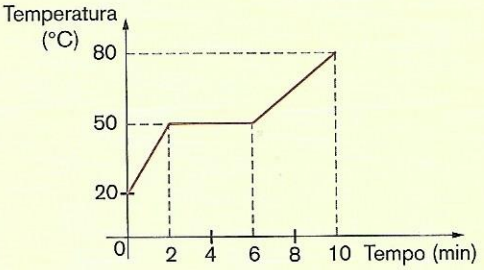
O processo que resulta em aumento da energia interna é:
a) I → 1. b) I → 2. c) I → 3. d) I → 4.

22 *(UFPE)* Uma massa m de água, inicialmente a 19 °C, é aquecida durante 10 min numa boca de fogão que emite calor a uma taxa constante. A variação da temperatura da água com o tempo de aquecimento é mostrada na figura a seguir.



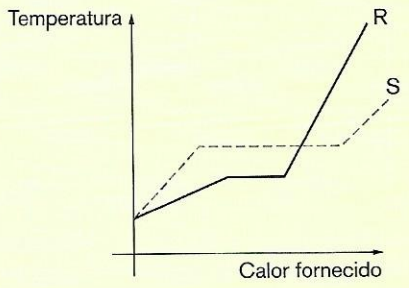
Dados: calor específico da água: 1,0 cal/g °C
calor latente de evaporação da água: 540 cal/g
Determine a porcentagem de água que evaporou durante o processo.

23 *(UFAL)* Uma fonte térmica fornece calor a um cubo de 100 g de uma certa substância, inicialmente no estado sólido, com uma potência constante de 450 cal/min. O gráfico da temperatura da substância, em função do tempo em contato com a fonte, está representado abaixo.



Analise as afirmações seguintes relativas a essa situação.
(01) A temperatura de solidificação da substância é 80 °C.
(02) O calor específico da substância no estado líquido vale 0,60 cal/g °C.
(04) A capacidade térmica do cubo vale 80 cal/g.
(08) O calor latente de fusão da substância vale 18 cal/g.
(16) O calor necessário para aquecer o corpo de 20 °C a 80 °C foi 2 700 cal.

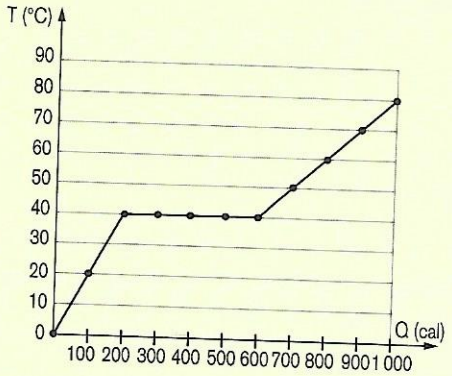
24 *(UFMG)* Num laboratório de Física, faz-se uma experiência com dois objetos de materiais diferentes – *R* e *S* – mas de mesma massa, ambos, inicialmente, no estado sólido e à temperatura ambiente. Em seguida, os dois objetos são aquecidos e, então, mede-se a temperatura de cada um deles em função da quantidade de calor que lhes é fornecida. Os resultados obtidos nessa medição estão representados neste gráfico:



Sejam L_R e L_S o calor latente de fusão dos materiais *R* e *S*, respectivamente, e c_R e c_S o calor específico dos materiais, no estado sólido, também respectivamente. Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que:

a) $c_R < c_S$ e $L_R < L_S$.
b) $c_R < c_S$ e $L_R > L_S$.
c) $c_R > c_S$ e $L_R < L_S$.
d) $c_R < c_S$ e $L_R > L_S$.

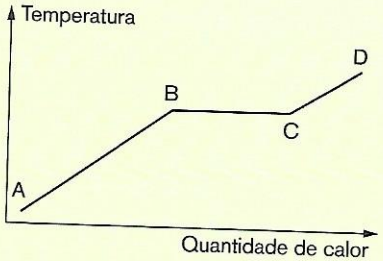
25 *(Unifesp-SP)* Em uma experiência de Termologia, analisou-se a variação da temperatura, medida em graus Celsius, de 100 g de uma substância, em função da quantidade de calor fornecido, medida em calorias. Durante o experimento, observou-se que, em uma determinada etapa do processo, a substância analisada apresentou mudança de fase sólida para líquida. Para visualizar o experimento, os dados obtidos foram apresentados em um gráfico da temperatura da substância como função da quantidade de calor fornecido.



Dados:
Calor latente de fusão do gelo: L = 80 cal/g
Calor específico da água: c = 1,0 cal/(g °C)
Determine:

a) O calor específico da substância na fase líquida e seu calor latente específico de fusão.
b) Após a substância atingir a temperatura de 80 °C, cessou-se o fornecimento de calor e adicionou-se a ela 50 g de gelo a 0 °C. Supondo que a troca de calor ocorra apenas entre o gelo e a substância, determine a massa de água, fase líquida, em equilíbrio térmico.

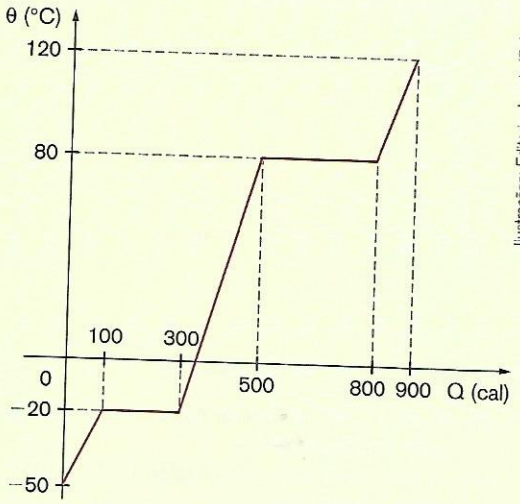
26 *(Vunesp-SP)* Considere o diagrama para uma determinada substância.



Sabendo-se que a transformação ocorre no sentido de *A* para *D*, pode-se afirmar que no trecho

a) AB a substância está na fase líquida.
b) BC está ocorrendo fusão ou vaporização.
c) CD há apenas vapor.
d) BC há uma mistura de líquido e vapor.
e) CD está ocorrendo transição de fase.

27 *(Fatec-SP)* O gráfico abaixo é a curva de aquecimento de 10 g de uma substância, à pressão de 1 atm.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

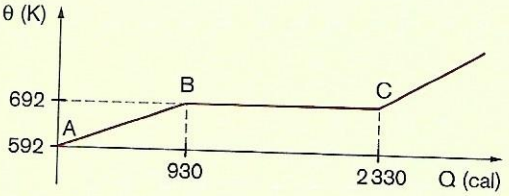
Analise as seguinte afirmações:

I. A substância em questão é a água.
II. O ponto de ebulição dessa substância é 80 °C.
III. O calor latente de fusão dessa substância é 20 cal/g.

Das afirmações acima:

a) todas estão corretas.
b) todas estão erradas.
c) somente I e II estão corretas.
d) somente II e III estão corretas.
e) somente I está correta.

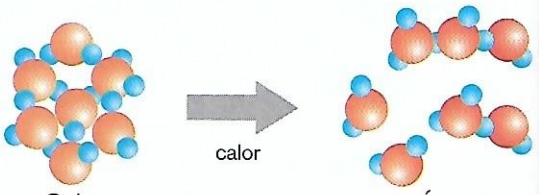
28 *(Ufop-MG)* No gráfico a seguir, vemos a temperatura θ (K) de uma massa m = 100 g de zinco, inicialmente em estado sólido, em função da quantidade de calor fornecida a ela



Considerando as informações dadas, assinale a alternativa **incorreta**.

a) O calor liberado pela massa do zinco no resfriamento de *C* para *A* é 2 330 cal.
b) O calor específico do zinco no estado sólido vale c_{Zn} = 0,093 cal/g °C.
c) O calor latente de fusão do zinco é de L_{Zn} = 1 400 cal/g.
d) A temperatura de fusão é de θ_F = 419 °C.

Vimos também que à medida que o calor é absorvido por um corpo, a energia cinética média de suas partículas aumenta. Quanto mais calor o corpo absorve, mais desordenado será o movimento de suas partículas. Por exemplo, as moléculas da água no estado sólido estão arranjadas de modo a ter um padrão ordenado numa rede cristalina, mas, fornecendo-se calor a esse bloco de gelo a 0 °C, ele funde, e a estrutura que havia antes é desmanchada. O calor absorvido desordenou o padrão anterior.



Gelo. *Água.*

1. Tipos de transmissão de calor

O calor pode se propagar em meios sólidos, em meios fluidos ou até mesmo no vácuo. Quando colocamos uma panela com água para aquecer numa chama de fogão, por exemplo, é possível perceber que o cabo da panela se aquece depois de algum tempo, indicando que o calor foi transmitido através das partículas sólidas da panela, desde a região onde estava a chama até o cabo. Já a água dentro da panela, por ser fluida, não se aquece da mesma forma. Suas partículas aquecidas se movimentam e transportam o calor absorvido para outras regiões da água num movimento contínuo durante o aquecimento. O calor pode ainda se propagar sem a necessidade de um meio material, como acontece com a energia solar, que se propaga no espaço até nosso planeta.

Portanto, o calor pode ser transmitido de três maneiras distintas: por **condução**, principalmente em sólidos, por **convecção**, nos fluidos, e por **irradiação**, sem necessidade de meio material.

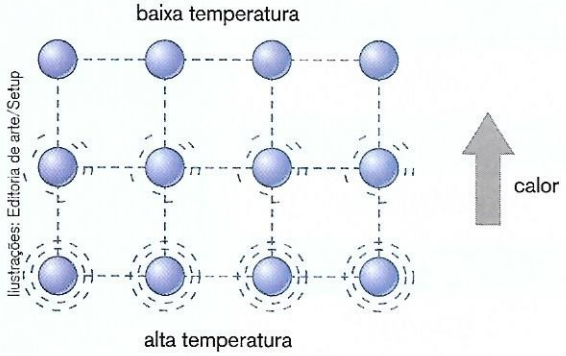
2. Transmissão por condução

Uma xícara contendo chá quente estará quente após alguns instantes.

Isso acontece porque, quando o chá quente entra em contato com a parte inferior da xícara, as partículas dessa região adquirem mais energia devido ao calor cedido pelo chá. A energia acrescentada faz com que tais partículas do fundo da xícara vibrem com maior amplitude, transmitindo a vibração às partículas mais próximas a elas, que também passam a vibrar com amplitudes maiores, e assim sucessivamente. Veja o esquema.

Photodisc/Getty Images

O aquecimento da xícara ocorre pelo processo de condução.



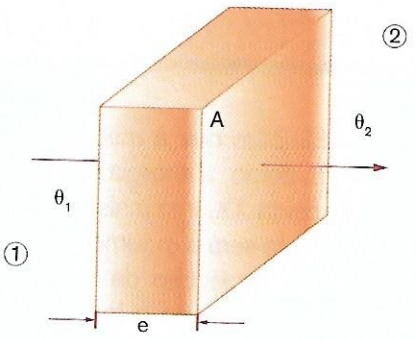
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Desse modo, a energia se propaga de partícula em partícula do material da xícara, até atingir a borda superior. Durante o processo, é a energia de vibração das partículas que é transmitida. Apesar de toda a xícara ficar aquecida após alguns instantes, a sua temperatura não será a mesma em todas as partes, diminuindo gradativamente da parte inferior para a superior, e quase sem alteração na alça.

Portanto, a **condução** é o principal processo de transmissão de calor em meios sólidos, por meio do qual a energia passa de partícula em partícula sem ocorrência de deslocamento de matéria.

Fluxo de calor através de um corpo

Consideremos dois ambientes (1) e (2) separados por uma placa de área ***A*** e espessura ***e***, como indica a figura, mantidos em temperaturas θ_1 e θ_2 constantes, sendo $\theta_1 > \theta_2$. A quantidade de calor que é transmitida através da placa no tempo Δt, ou seja, o fluxo de calor Φ através da placa, é determinado pela relação:



Editoria de arte/Setup

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

Experimentalmente é possível perceber as seguintes características no modo como o calor flui por um corpo:

- O fluxo de calor é diretamente proporcional à área atravessada e à diferença de temperatura entre as faces.
- O fluxo de calor é inversamente proporcional à espessura ou ao comprimento do corpo atravessado.

Matematicamente, essas propriedades são expressas por:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t} = K \cdot \frac{A(\theta_1 - \theta_2)}{e}$$

em que **K** é uma constante que depende das características relacionadas à condutividade térmica do material que constitui a placa e denomina-se **condutividade térmica ou coeficiente de condutividade térmica** do material.

A passagem de calor do ambiente (1) para o (2) se faz por meio das partículas que constituem a placa que os separa, através da condução térmica. Pela expressão matemática do fluxo de calor Φ é possível perceber que os bons condutores de calor apresentam elevada condutividade térmica **K**, como acontece com os metais. Os isolantes térmicos são materiais que conduzem o calor com mais dificuldade, apresentando baixa condutividade térmica **K**, como, por exemplo, o vidro comum, a madeira, o papel, o concreto, o gelo, entre outros.

A tabela a seguir apresenta a condutividade térmica **K** de alguns materiais em duas unidades de medida:

Material	$\frac{cal}{s \cdot cm \cdot °C}$
Prata	1,00
Cobre	0,92
Ferro	0,18
Gelo	0,0022 a 0,0050
Madeira	0,00031
Cortiça	0,00012
Ar	0,000006

Fonte de pesquisa: TIPLER, P.A.; MOSCA, G. *Física*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 1 e 2.

Aplicação

Um blusão de lã tem espessura de 2 cm e área aproximada de 1,5 m². A temperatura da pele da pessoa é 34 °C, e a ambiente, 4 °C. No estado estacionário, calcule o calor transmitido pelo blusão durante 1 hora. (Use: $K_{tecido} = 3 \cdot 10^{-2}$ J/s · m · °C.)

Resolução:

Dados: $e = 2{,}0\ cm = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ m$; $k = 3 \cdot 10^{-2}\ J/s \cdot m \cdot °C$; $\Delta t = 1\ h = 3600\ s$; $A = 1{,}5\ m^2$; $\theta_1 = 34\ °C$; $\theta_2 = 4\ °C$.

Cálculo do fluxo de calor através do blusão:

$$\Phi = \frac{k \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{e} \Rightarrow \Phi = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}5(34 - 4)}{2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \Phi = 67{,}5\ J/s$$

Cálculo da quantidade de calor:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = \Phi \cdot \Delta t = 67{,}5 \cdot 3600 = 243000\ J = 243\ kJ$$

Atividades

1 *(Unama-PA)* A sala de estudo será refrigerada de modo a manter a temperatura interna de 23 °C. Considere que a temperatura externa atinge um máximo de 33 °C. Calcule o fluxo de calor transferido por condução, através das paredes, teto e piso da sala e indique, dentre os valores apresentados na tabela abaixo, a potência mínima que um aparelho de ar-condicionado deve possuir para satisfazer as condições desejadas.

Dados: condutividade térmica média das paredes, teto e piso $K = 2 \cdot 10^{-4}$ kcal/(s · m · °C); espessura média das paredes, teto e piso e = 10 cm; área das paredes, teto e piso A = 50 m².

Desprezar as trocas de calor por convecção e irradiação.

Aparelho	Potência
1	7500 BTU/ h (ou 0,525 kcal/s)
2	10000 BTU/ h (ou 0,700 kcal/s)
3	12000 BTU/ h (ou 840 kcal/s)
4	18000 BTU/ h (ou 1,260 kcal/s)
5	21000 BTU/ h (ou 1,470 kcal/s)

(BTU = British Thermal Unity = unidade térmica britânica = = 252 cal = 1055 J)

2 Para que um pedaço de carne cozinhe mais rapidamente, pode-se introduzir nele um espeto metálico. Por que isso acontece?

3 Por que as paredes das geladeiras são preenchidas, em geral, com lã de vidro?

4 Qual é a razão de se usar uma bolsa de água quente no tratamento de algumas lesões?

5 O fundo de uma panela de alumínio tem espessura de 0,6 cm e área de 500 cm². Quando ela está sobre uma chama, as temperaturas na face interior e inferior são, respectivamente, 120 °C e 260 °C. Sendo $K_{Al} = 0{,}5$ cal/s · cm · °C, calcule o fluxo calorífico através do fundo da panela.

6 Por que, para se mexer continuamente um alimento de cozimento demorado, deve-se usar uma colher de pau?

7 *(UFPE)* Uma pessoa, cuja pele está a 36 °C, está usando uma roupa de frio de 5 mm de espessura, em um ambiente que está a 11 °C. O material de que é feito a roupa tem condutividade térmica de $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ cal/s · cm · °C. Calcule a quantidade de calor, por unidade de área, perdida pela pele desta pessoa em uma hora. Dê a resposta em cal/cm².

8 *(Vunesp-SP)* As constantes termodinâmicas da madeira são muito variáveis e dependem de inúmeros fatores. No caso da condutividade térmica ($\mathbf{K_m}$) um valor aceitável é $K_m = 0{,}15$ W/(m · °C), para madeiras com cerca de 12% de umidade. Uma porta dessa madeira, de espessura $d = 3{,}0 \cdot 10^{-2}$ m e área S = 2,0 m², separa dois ambientes a temperaturas de 20 °C e 30 °C. Qual o intervalo de tempo necessário para que 300 J de calor atravessem essa porta de um ambiente para outro, supondo que, durante a transferência de calor, as temperaturas dos ambientes não se alterem?

Expressão do fluxo de calor, em unidades do SI: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{S\Delta T}{d} k$, onde Δt é o tempo e ΔT é a variação de temperatura.

3. Transmissão por convecção

Por que numa sala de sauna o ar mais quente está na região de cima, embora a fonte de calor esteja na parte de baixo? O que ocasiona esse fato?

Você pode realizar um experimento bem simples em sua casa para ter uma boa ideia do fenômeno da convecção. Esta atividade necessita da supervisão de um adulto.

1º) Pegue uma vasilha de vidro que possa ser levada ao fogo e coloque água até um pouco mais da metade.

2º) Coloque pequenos pedaços de papel alumínio amassado dentro da vasilha com água. Certamente eles irão afundar.

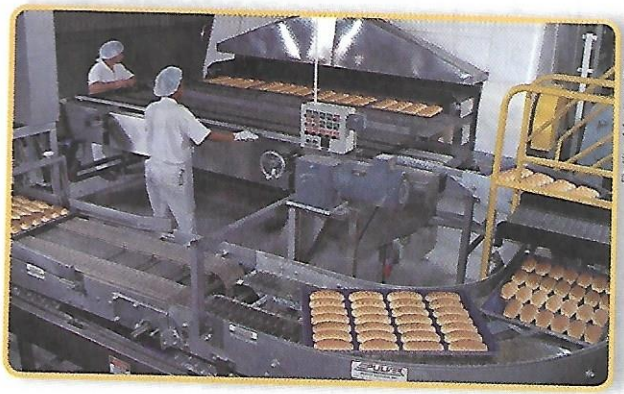
3º) Acenda o fogão e aqueça a água. Não há necessidade de esperar a água entrar em ebulição para observar as correntes de convecção.

A chama do fogão aquece o fundo da panela e, por condução, o calor é transmitido para a porção de água mais próxima do fundo da panela. A temperatura dessa porção de água aumenta, fazendo aumentar também o seu volume, deixando-a menos densa que o restante da água acima dela. Com isso, a água aquecida e menos densa sobe, trocando de lugar com a água da parte superior, que, estando mais fria e mais densa, desce para o fundo da panela. Quando a água aquecida chega à superfície, ela cede calor para o ar e volta a ficar mais fria e mais densa, ocupando novamente o fundo da panela. O ciclo se repete continuamente enquanto a água estiver sendo aquecida. Trata-se das **correntes de convecção** formadas na água, que em nosso experimento só ficaram evidentes graças ao movimento dos pedacinhos de papel alumínio dentro da água. Observando o movimento de um pedacinho de papel é possível perceber que ele sobe e desce continuamente, acompanhando as correntes de convecção na água.

Esse processo é o que acontece dentro de uma sauna e, dessa maneira, o calor é transmitido a toda a massa de ar contida na sala. O ambiente é mais quente nos degraus superiores em função das correntes de convecção no interior da sauna.

Por causa do fenômeno de convecção, na maioria das situações tecnológicas que envolvem aquecimento de fluidos é mais eficiente aquecê-los pela parte de baixo. No caso do resfriamento, o mais eficiente é colocar o dispositivo na parte superior. Exemplo disso são os refrigeradores mais antigos: o congelador ficava sempre localizado na parte superior, pois o ar em contato com o congelador resfriava-se, tornando-se mais denso, e descia, provocando, assim, a subida de ar menos denso e mais aquecido. As prateleiras eram vazadas para permitir a circulação das correntes de convecção.

Veja ao lado uma aplicação tecnológica que envolve a convecção:



Delfim Martins/Pulsar

A retirada de gases residuais da combustão nos fornos industriais é o resultado das correntes de convecção. Os gases aquecidos sobem, provocam uma renovação do ar frio em torno da chama e mantêm a combustão.

Resumidamente, podemos definir a convecção como a transmissão de calor de um local a outro, através do movimento de massas fluidas de material em decorrência da diferença de densidade.

Pense e Responda

No manual de instruções de uso de um refrigerador é comum encontrar as seguintes recomendações:

1. Degelar periodicamente o refrigerador para evitar o acúmulo de gelo no congelador.

2. Não colocar roupas para secar atrás da geladeira.

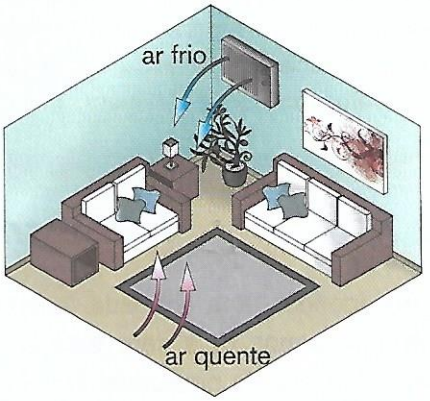
• Analise cada uma das recomendações e procure justificá-las, usando os conhecimentos da Física Térmica aplicáveis a cada situação.

Aplicação

Por que os aparelhos de ar-condicionado devem ser colocados na parte superior da parede da sala ou do quarto?

Resolução:

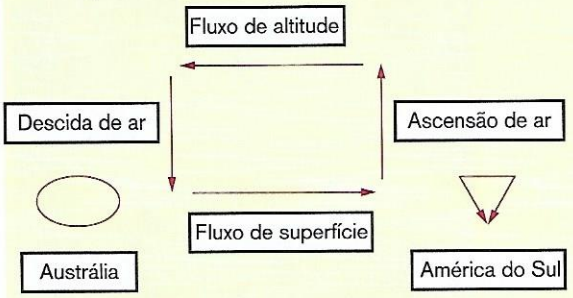
O aparelho de ar-condicionado introduz o ar frio no ambiente pela parte superior, a fim de que desça, trocando calor com os objetos, e o ar quente suba, sendo resfriado novamente pelo aparelho, num ciclo de convecção do ar contido na sala.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(UFCG-PB)* O El Niño é um fenômeno ambiental da atmosfera do planeta de grandes proporções. As condições de pressão e temperatura são essenciais para sua ocorrência. O desenho seguinte é um esquema da circulação atmosférica sobre o Oceano Pacífico entre o Continente Australiano e a região próxima à costa do Peru. O fluxo de superfície mostrado no desenho representa o movimento das massas de ar sobre a superfície do Pacífico.



Em relação às condições climáticas dessa região, presentes na promoção do El Niño, pode-se afirmar que:

a) a subida de grandes massas do ar nas proximidades do oceano, na costa do Peru, revela uma zona de alta temperatura.

b) nas proximidades do oceano, no Continente Australiano, a pressão atmosférica deve ser muito baixa, o que justifica a direção do fluxo da superfície.

c) nas proximidades da superfície do oceano, na costa do Peru, a pressão atmosférica deve ser muito alta, o que justifica a direção do fluxo de superfície.

d) o ar nas proximidades do oceano, na costa do Peru, deve ter temperaturas muito baixas.

e) o fluxo de superfície dá-se de uma região de temperaturas muito altas para regiões de temperaturas muito baixas.

2 Durante o inverno você dispõe de um aquecedor de ar portátil que pode ser posicionado em qualquer lugar para proporcionar um ambiente mais agradável termicamente. Em que lugar de seu quarto você o posicionaria para proporcionar o melhor conforto térmico?

Saiba mais sobre...

A INVERSÃO TÉRMICA

Normalmente a camada de ar poluído próxima ao solo tem temperatura maior que as camadas superiores de ar puro. Daí ocorre a convecção; o ar poluído sobe e é substituído pelo ar puro das camadas superiores, dispersando os poluentes.

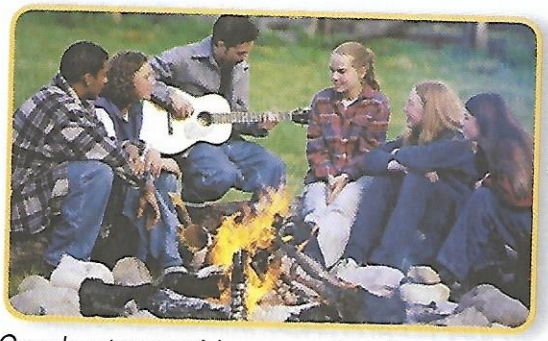
Nos dias de muito frio, em algumas cidades, pode ocorrer a inversão térmica, que aumenta a concentração da poluição atmosférica sobre as grandes cidades. A inversão térmica ocorre quando o ar que está em contato com o solo tem temperatura menor do que as camadas superiores de ar puro. Nessa situação não ocorre a convecção e os poluentes não se dissipam.

Dominique Aubert/Sygma/Corbis

Paris, França.

4. Transmissão por irradiação

Ao acender uma lâmpada incandescente e nos aproximarmos dela sem tocá-la, é possível sentir o calor por ela produzido. Na verdade, esse aparelho transforma a energia elétrica em energia térmica e luminosa e, em decorrência, há liberação de calor e luz. Algo semelhante ocorre quando passamos próximos a uma fogueira. Podemos sentir o calor do fogo a certa distância, e não se trata do ar aquecido que sofre convecção, pois podemos sentir o calor mesmo que nos agachemos até a base da fogueira, onde supostamente o ar frio é mais abundante.



Photodisc/Getty Images

Quando estamos próximos a uma fogueira acesa, sentimos o calor proveniente da reação química de combustão da madeira.

O calor proveniente da lâmpada não é transmitido nem por condução, nem por convecção. Trata-se de um processo de transmissão semelhante ao que ocorre entre o Sol e o nosso planeta: a **irradiação**.

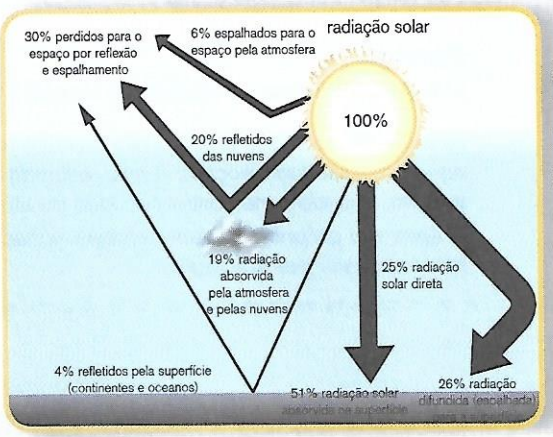
A energia radiante é a energia transportada pelas chamadas ondas eletromagnéticas, das quais as ondas de calor fazem parte. Em seu dia a dia você vivencia, mesmo sem se dar conta, diversas situações em que as ondas eletromagnéticas estão presentes: ao ouvir rádio ou assistir televisão, ao aquecer algum alimento no forno de micro-ondas ou no forno elétrico...

Nosso maior interesse agora diz respeito às ondas infravermelhas, que são conhecidas como radiação de calor ou radiação **térmica**. Essas ondas são emitidas por fontes incandescentes tais como o Sol, filamentos de lâmpadas, chamas, forno elétrico, fornos de siderúrgicas, entre outros.

Tina Stallard/Getty Images

Bebê em incubadeira, tomando "banho de luz" para tratamento da icterícia.

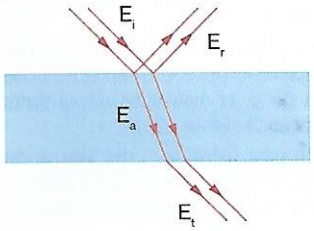
Dessa forma, podemos dizer que irradiação é a forma de propagação do calor por meio de radiação eletromagnética infravermelha. Nesse processo de propagação não é necessário meio material para o calor ser transmitido da fonte até o receptor. Todas as partículas de todos os materiais vibram o tempo todo e, por isso, qualquer objeto, independentemente do material de que é constituído, de sua fase, do seu tamanho, cor etc., emite radiações térmicas: metais frios ou aquecidos, gases, aparelhos elétricos ligados ou desligados, o próprio gelo, a água, o corpo humano e os demais animais, a madeira, as plantas, a cerâmica, as construções e todos os objetos dentro delas, enfim, tudo emite radiação infravermelha. Entretanto, a quantidade de radiação emitida pelo objeto depende de sua temperatura, da natureza do material que o constitui e das condições da superfície do corpo emissor: brilho, grau de oxidação etc.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A Terra é aquecida ao absorver radiações infravermelhas emitidas pelo Sol.

Em geral, quando radiações eletromagnéticas incidem na superfície de um corpo, pode ocorrer **reflexão**, **absorção** e **transmissão**. A energia total incidente E_i se distribui em três parcelas:



E_r: energia refletida

E_a: energia absorvida

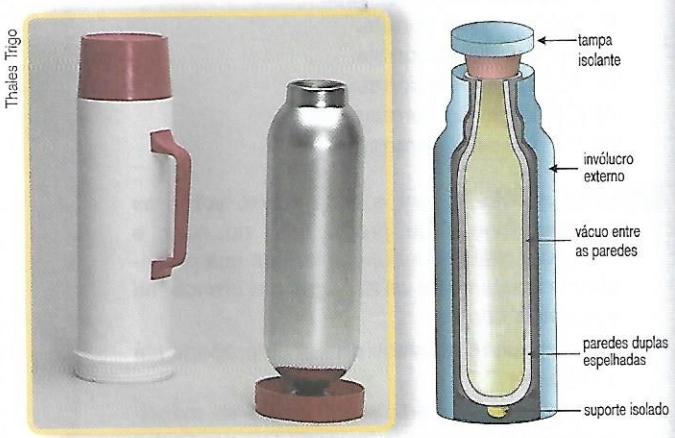
E_t: energia transmitida

Pelo princípio da conservação da energia, tem-se $E_i = E_r + E_a + E_t$. No caso das radiações térmicas, materiais de cores claras absorvem pouco e refletem muito. Ao contrário, materiais escuros refletem menos e absorvem mais.

A garrafa térmica "conserva" a temperatura de líquidos quentes e gelados e é construída de maneira a minimizar as trocas de calor entre o líquido e o meio externo.

Para impedir a condução e a convecção, a ampola interna é feita de vidro (mau condutor) com paredes duplas entre as quais se faz vácuo. Observe a figura ao lado.

A irradiação de dentro para fora e vice-versa é evitada espelhando-se as faces internas e externas da ampola de vidro. Finalmente, uma tampa bem ajustada isola a garrafa das possíveis correntes de convecção.



Thales Trigo

Garrafa térmica.

As estufas para o cultivo de certas plantas possuem a cobertura de vidro ou de plástico. O vidro é opaco à radiação infravermelha, ou seja, ele não deixa esse tipo de radiação atravessá-lo. A luz solar, contudo, atravessa o vidro e, ao incidir nas plantas e nos objetos dentro da estufa, parte dessa energia luminosa é absorvida pelas partículas que, excitadas, passam a emitir com mais intensidade radiação infravermelha. Esta praticamente não atravessa os vidros da estufa, ficando confinada e sendo absorvida pelos gases presentes dentro da estufa, como o gás carbônico, gás metano e o vapor-d'água, por exemplo. Dessa forma, a temperatura dentro da estufa aumenta consideravelmente, facilitando o desenvolvimento das plantas, que necessitam desse maior aquecimento.

Esse mesmo fenômeno ocorre quando deixamos um automóvel fechado exposto ao Sol. Ao entrar nele depois de algumas horas, sentimos o intenso abafamento provocado pelo efeito estufa.

Aplicação

Considere um recipiente contento água quente. Se você aproximar sua mão, sem encostar, primeiro ao lado do recipiente, depois acima e, em seguida, abaixo, sentirá um determinado aquecimento. Como você explica esse fato, utilizando os processos de transmissão de calor?

Resolução:

O ar tem baixíssima condutividade térmica $\left(0{,}000006 \frac{cal}{s \cdot cm°C}\right)$, *o que torna, para as três posições da mão, desprezível a propagação do calor por condução. O ar próximo à água quente recebe calor, se aquece e sobe (convecção). A mão, estando acima do recipiente, receberá calor por esse processo. No entanto, quando a mão estiver ao lado ou abaixo do recipiente, não receberá calor por esse processo. A água e o próprio recipiente emitem radiação térmica. Para qualquer uma das três posições, a mão receberá calor por irradiação.*

Atividades

1 *(PUC-PR)* Analise as afirmações referentes à transferência de calor:

I. As roupas de lã dificultam a perda de calor do corpo humano para o meio ambiente devido ao fato de o ar existente entre suas fibras ser um bom isolante térmico.

II. Devido à condução térmica, uma barra de ferro mantém-se a uma temperatura inferior a um pedaço de madeira mantida no mesmo ambiente.

III. O vácuo entre duas paredes de um recipiente serve para evitar a "perda de calor" por irradiação.

Marque a alternativa correta:

a) Apenas I está correta.
b) Apenas II está correta.
c) Apenas III está correta.
d) I, II e III estão corretas.
e) I, II e III estão erradas.

2 *(Cesupa-PA)* Analise o texto abaixo sobre as diversas formas de propagação do calor e marque a alternativa com os termos que preenchem corretamente os espaços em branco, na sequência correta.

O calor que recebemos do Sol se propaga até a Terra por ****.

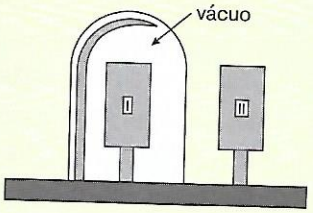
Ao aquecer a superfície do planeta de maneira desigual, como acontece no litoral, o calor que se propaga por **** na atmosfera provoca a movimentação de massas de ar na forma de vento. Em uma casa com uma parede voltada para o poente, a temperatura na superfície da parede e no interior da mesma aumenta com o passar do dia, porque o calor atravessa a parede, se propagando por ****.

a) radiação; convecção; condução.
b) convecção, radiação; convecção.
c) condução; radiação; convecção.
d) radiação; condução, convecção.

3 *(Ufersa-RN)* Ao pisarmos descalços num piso de ladrilho e num assoalho de madeira de um mesmo ambiente, temos a sensação de que o ladrilho é mais frio, porque:

a) a temperatura do ladrilho é menor.
b) a condutividade térmica do ladrilho é maior.
c) os pés irradiam mais energia para a madeira.
d) o calor específico do ladrilho é menor.

4 *(Vunesp-SP)* Um corpo I é colocado dentro de uma campânula de vidro transparente evacuada. Do lado externo, em ambiente à pressão atmosférica, um corpo II é colocado próximo à campânula, mas não em contato com ela, como mostra a figura.



Editoria de arte/Setup

As temperaturas dos corpos são diferentes e os pinos que os sustentam são isolantes térmicos. Considere as formas de transferência de calor entre esses corpos e aponte a alternativa correta.

a) Não há troca de calor entre os corpos I e II porque não estão em contato entre si.
b) Não há troca de calor entre os corpos I e II porque o ambiente no interior da campânula está evacuado.
c) Não há troca de calor entre os corpos I e II porque suas temperaturas são diferentes.
d) Há troca de calor entre os corpos I e II e a transferência se dá por convecção.
e) Há troca de calor entre os corpos I e II e a transferência se dá por meio de radiação eletromagnética.

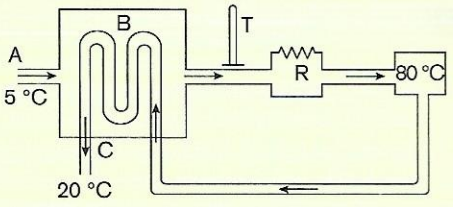
5 *(UFJF-MG)* Um mineiro vai pela primeira vez à praia no Rio de Janeiro em fevereiro. Depois de passar o dia todo na praia do Flamengo e deixar o carro totalmente fechado estacionado ao Sol, ele nota, ao voltar, que a temperatura dentro do carro está muito acima da temperatura fora do carro. Explique, baseado em conceitos físicos, por que isso acontece.

6 *(Fuvest-SP)* O processo de pasteurização do leite consiste em aquecê-lo a altas temperaturas, por alguns segundos, e resfriá-lo em seguida. Para isso, o leite percorre um sistema, em fluxo constante, passando por três etapas:

I. O leite entra no sistema (através de *A*), a 5 °C, sendo aquecido (no trocador de calor *B*) pelo leite que já foi pasteurizado e está saindo do sistema.

II. Em seguida, completa-se o aquecimento do leite, através da resistência *R*, até que ele atinja 80 °C.

III. Novamente, em *B*, o leite quente é resfriado pelo leite frio que entra por *A*, saindo do sistema (através de *C*), a 20 °C.

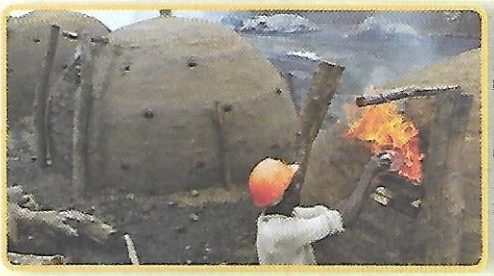


Editoria de arte/Setup

Em condições de funcionamento estáveis, e supondo que o sistema seja bem isolado termicamente, pode-se afirmar que a temperatura indicada pelo termômetro *T*, que monitora a temperatura do leite na saída de *B*, é aproximadamente de:

a) 20 °C c) 60 °C e) 75 °C
b) 25 °C d) 65 °C

7 *(UFPA)* Um expressivo polo de ferro-gusa tem se implantado ao longo da ferrovia de Carajás, na região sudeste do Pará, o que ensejou um aumento vertiginoso na produção de carvão, normalmente na utilização de fornos conhecidos como "rabos-quentes", que a foto abaixo ilustra. Além dos problemas ambientais causados por esses fornos, a questão relativa às condições altamente insalubres e desumanas a que os trabalhadores são submetidos é preocupante. A enorme temperatura a que chegam tais fornos propaga uma grande quantidade de calor para os corpos dos trabalhadores que exercem suas atividades no seu entorno.


Marlene Bergamo/Folhapress

Fornos "rabos-quentes" em Aquidauana, MS, 2005.

Com base nas informações referidas no texto, analise as seguintes afirmações:

I. O gás carbônico (CO_2) emitido pelos fornos é um dos agentes responsáveis pelo aumento do efeito estufa na atmosfera.

II. Nas paredes do forno de argila o calor se propaga pelo processo de convecção.

III. O calor que atinge o trabalhador se propaga predominantemente através do processo de radiação.

IV. O deslocamento das substâncias responsáveis pelo efeito estufa é consequência da propagação do calor por condução.

Estão corretas somente:

a) I e II c) II e III e) II e IV
b) I e III d) III e IV

Mais Atividades

1 Atualmente, um dos problemas sociais de grande relevância é a crescente falta de água potável em nosso planeta. Pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de aproveitar água do mar, usando destiladores à energia solar. Considere que um certo destilador solar tem uma placa de vidro de 1,0 m^2 de área e 0,5 cm de espessura, cuja diferença de temperatura entre as faces é de 68 °C. Se o coeficiente de condutividade do vidro é igual a $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ Kcal/s · cm °C, qual a quantidade de calor transferida através da placa de vidro, das 11:00 às 12:00?

a) $9{,}792 \cdot 10^6$ cal d) $9{,}792 \cdot 10^6$ kcal
b) $9{,}792 \cdot 10^2$ kcal e) $9{,}792 \cdot 10^5$ cal
c) $9{,}792 \cdot 10^5$ kcal

2 *(UFPR)* Em um laboratório, a porta de um pequeno *freezer* teve de ser removida para conserto e, no lugar dela, como improviso, colocou-se uma tampa de isopor de 5,0 cm de espessura e área de 0,35 m^2, que fechou completamente o *freezer*. A temperatura no interior do *freezer* era de −10 °C e a temperatura do laboratório era de 25 °C. Considere a condutividade térmica do isopor igual a 0,020 W/(m °C). Determine a quantidade de calor transferida pela tampa de isopor durante 30 min, que foi o tempo para consertar a porta.

Texto para as questões 3 e 4

A pele humana é sensível à radiação solar, e essa sensibilidade depende das características da pele. Os filtros solares são produtos que podem ser aplicados sobre a pele para protegê-la da radiação solar. A eficácia dos filtros solares é definida pelo fator de proteção solar (FPS), que indica quantas vezes o tempo de exposição ao sol, sem o risco de vermelhidão, pode ser aumentado com o uso de protetor solar. A tabela seguinte reúne informações encontradas em rótulos de filtros solares.

Sensibilidade	Tipo de pele e outras características	Proteção recomendada	FPS recomendado	Proteção a queimaduras
extremamente sensível	branca, olhos e cabelos claros	muito alta	FPS $\geqslant$ 20	muito alta
muito sensível	branca, olhos e cabelos próximos do claro	alta	$12 \leqslant$ FPS $<$ 20	alta
sensível	morena ou amarela	moderada	$6 \leqslant$ FPS $<$ 12	moderada
pouco sensível	negra	baixa	$2 \leqslant$ FPS $<$ 6	baixa

Pro Teste, ano V, n. 55, fev./ 2007 (com adaptações).

3 *(Enem-MEC)* As informações acima permitem afirmar que:

a) as pessoas de pele muito sensível, ao usarem filtro solar, estarão isentas do risco de queimaduras.

b) o uso de filtro solar é recomendado para todos os tipos de pele exposta à radiação solar.

c) as pessoas de pele sensível devem expor-se 6 minutos ao sol antes de aplicarem o filtro solar.

d) pessoas de pele amarela, usando ou não filtro solar, devem expor-se ao sol por menor tempo que pessoas de pele morena.

e) o período recomendado para que pessoas de pele negra se exponham ao sol é de 2 a 6 horas diárias.

4 *(Enem-MEC)* Uma família de europeus escolheu as praias do Nordeste para uma temporada de férias. Fazem parte da família um garoto de 4 anos de idade, que se recupera de icterícia, e um bebê de 1 ano de idade, ambos loiros de olhos azuis. Os pais concordam que os meninos devem usar chapéu durante os passeios na praia. Entretanto, divergem quanto ao uso do filtro solar. Na opinião do pai, o bebê deve usar filtro solar com FPS $\geqslant$ 20 e o irmão não deve usar filtro algum porque precisa tomar sol para se fortalecer. A mãe opina que os dois meninos devem usar filtro solar com FPS $\geqslant$ 20.

Na situação apresentada, comparada à opinião da mãe, a opinião do pai é:

a) correta, porque ele sugere que a família use chapéu durante todo o passeio na praia.

b) correta, porque o bebê loiro de olhos azuis tem a pele mais sensível que a de seu irmão.

c) correta, porque o filtro solar com FPS $\geqslant$ 20 bloqueia o efeito benéfico do sol na recuperação da icterícia.

d) incorreta, porque o uso do filtro solar com FPS $\geqslant$ 20, com eficiência moderada, evita queimaduras na pele.

e) incorreta, porque é recomendado que pessoas com olhos e pele de cor clara usem filtro solar com FPS $\geqslant$ 20.

5 *(Enem-MEC)* Numa área de praia, a brisa marítima é uma consequência da diferença no tempo de aquecimento do solo e da água, apesar de ambos estarem submetidos às mesmas condições de irradiação solar. No local (solo) que se aquece mais rapidamente, o ar fica mais quente e sobe, deixando uma área de baixa pressão, provocando o deslocamento do ar da superfície que está mais fria (mar).

Editoria de arte/Setup

À noite, ocorre um processo inverso ao que se verifica durante o dia.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Como a água leva mais tempo para esquentar (de dia), mas também leva mais tempo para esfriar (à noite), o fenômeno noturno (brisa terrestre) pode ser explicado da seguinte maneira:

a) O ar que está sobre a água se aquece mais; ao subir, deixa uma área de baixa pressão, causando um deslocamento de ar do continente para o mar.
b) O ar mais quente desce e se desloca do continente para a água, a qual não conseguiu reter calor durante o dia.
c) O ar que está sobre o mar se esfria e dissolve-se na água; forma-se, assim, um centro de baixa pressão, que atrai o ar quente do continente.
d) O ar que está sobre a água se esfria, criando um centro de alta pressão que atrai massas de ar continental.
e) O ar sobre o solo, mais quente, é deslocado para o mar, equilibrando a baixa temperatura do ar que está sobre o mar.

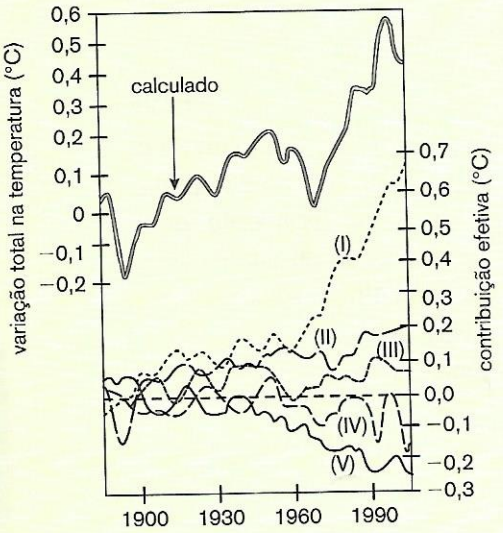
6 *(UEPB)* Num dia de sol intenso, com o intuito de diminuir a intensidade da radiação solar que penetra em sua cozinha, através de uma porta de vidro transparente, a dona de casa decidiu abri-la. Com base nesta atitude, analise as seguintes proposições:

I. Ela foi feliz com tal procedimento, porque a intensidade da radiação solar na cozinha diminuiu, já que os raios solares são concentrados na cozinha pela porta de vidro.
II. Ela foi feliz com tal procedimento, porque a intensidade da radiação solar diminuiu devido à convecção solar provocada pela radiação.
III. Ela não teve sucesso com este procedimento, pois, ao abrir a porta de vidro, parte da luz solar que antes era refletida, agora não é mais, assim a intensidade da radiação solar no interior da cozinha aumentou.
IV. Ela não teve sucesso, uma vez que a intensidade da radiação solar no interior de sua cozinha permanece constante.

Das proposições acima apresentadas, está(ão) correta(s):

a) somente I.
b) somente III.
c) somente II.
d) somente IV
e) somente I e II.

7 *(Enem-MEC)* O gráfico a seguir ilustra o resultado de um estudo sobre o aquecimento global. A curva mais escura e contínua representa o resultado de um cálculo em que se considerou a soma de cinco fatores que influenciaram a temperatura média global de 1900 a 1990, conforme mostrado na legenda do gráfico. A contribuição efetiva de cada um desses cinco fatores isoladamente é mostrada na parte inferior do gráfico.



Legenda: (I) gases estufa (IV) atividade vulcânica
(II) atividade solar (V) aerossóis
(III) ozônio

Internet: <solar-center.stanford.edu>.

Os dados apresentados revelam que, de 1960 a 1990, contribuíram de forma efetiva e positiva para aumentar a temperatura atmosférica:

a) aerossóis, atividade solar e atividade vulcânica.
b) atividade vulcânica, ozônio e gases estufa.
c) aerossóis, atividade solar e gases estufa.
d) aerossóis, atividade vulcânica e ozônio.
e) atividade solar, gases estufa e ozônio.

8 *(Enem-MEC)* As cidades industrializadas produzem grandes proporções de gases como o CO_2, o principal gás causador do efeito estufa. Isso ocorre por causa da quantidade de combustíveis fósseis queimados, principalmente no transporte, mas também em caldeiras industriais. Além disso, nessas cidades concentram-se as maiores áreas com solos asfaltados e concretados, o que aumenta a retenção do calor, formando o que se conhece por "ilhas de calor". Tal fenômeno ocorre porque esses materiais absorvem o calor e devolvem para o ar sob forma de radiação térmica.

Em áreas urbanas, devido à atuação conjunta do efeito estufa e das "ilhas de calor", espera-se que o consumo de energia elétrica

a) diminua devido à utilização de caldeiras por indústrias metalúrgicas.
b) aumente devido ao bloqueio da luz do sol pelos gases do efeito estufa.
c) diminui devido à não necessidade de aquecer a água utilizada em indústrias.
d) aumente devido à necessidade de maior refrigeração de indústrias e residências.
e) diminui devido à grande quantidade de radiação térmica reutilizada.

CAPÍTULO 19 – DILATAÇÃO TÉRMICA

1. Dilatação dos sólidos

Você já reparou que nas construções de grandes edifícios, ou mesmo nas calçadas, há sempre um pequeno vão, preenchido ou não por algum material diferente (junta de dilatação)? Já reparou nas juntas dos trilhos de trens ou metrô? Ou, então, já percebeu que os fios de eletricidade nos postes das ruas sempre são instalados com uma certa "barriga", ou seja, nunca totalmente esticados?

A variação de temperatura é a responsável direta na alteração nas dimensões dos corpos.

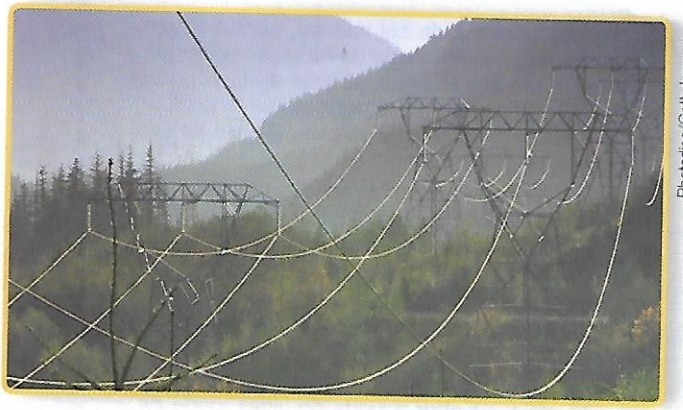
Com exceção do comportamento anômalo da água entre 0 °C e 4 °C e de outros materiais já discutidos anteriormente, de uma forma geral, o aumento da temperatura de um corpo provoca a maior agitação de sua moléculas, produzindo um aumento na distância média entre elas, o que causa aumento no volume do corpo. Vejamos alguns exemplos.

Nas estruturas de concreto são feitas juntas de dilatação. Isso permite que o concreto se expanda e se contraia mais livremente em razão das variações de temperatura, reduzindo, assim, a formação de rachaduras.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Observe a linha que atravessa toda a pista do viaduto; é a junta de dilatação.

Os cabos de uma rede elétrica aérea apresentam folgas entre dois postes para evitar uma tração excessiva ao retrair, ação provocada pela diminuição da temperatura, podendo causar ruptura dos fios e interrupção no fornecimento de energia elétrica. Observe, na figura, o formato desenhado pelos cabos entre uma torre e outra.



Photodisc/Getty Images

Cabos elétricos suspensos com folga.

Esses exemplos mostram que, a rigor, com o aquecimento o volume dos corpos aumenta. Há situações, entretanto, em que a variação de apenas uma das três dimensões é mais significativa do que o aumento do volume do corpo como um todo. É o caso dos fios no poste ou dos trilhos dos trens, em que uma variação de seu comprimento pode causar muito mais consequências críticas do que o aumento de seu volume. A esse caso, quando consideramos a variação de apenas uma das dimensões em função da variação da temperatura, chamamos **dilatação linear**.

Em outros casos, a variação da área superficial do corpo (duas dimensões) com a variação de sua temperatura é mais relevante do que a variação de seu volume. É o que acontece quando se deixam frestas estratégicas ao se concretar as calçadas, a fim de evitar trincas e rachaduras provocadas pela dilatação térmica, causada pela forte exposição ao calor do Sol. A esse estudo, em que se leva em conta a variação da área superficial dos corpos com a variação de sua temperatura, denominamos **dilatação superficial**.

Finalmente, quando se torna importante considerar a variação volumétrica do corpo (três dimensões) com a variação de sua temperatura, como na experiência da água aquecida transbordando da vasilha, tratamos isso como **dilatação volumétrica**.

Experimentalmente, verificou-se que a dilatação de um corpo depende de três fatores:

1) do material que constitui o corpo, ou seja, uma barra de alumínio, por exemplo, ao sofrer uma certa variação de temperatura, é capaz de se dilatar duas vezes mais que uma barra idêntica feita de ferro, nas mesmas condições térmicas;

2) das dimensões iniciais do corpo, uma vez que, quanto maior for uma barra metálica, por exemplo, mais partículas poderão aumentar sua vibração com o aumento da temperatura, ocupando mais espaço entre si, causando maior dilatação na barra como um todo;

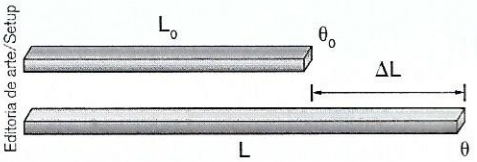
3) da própria variação de temperatura, ou seja, quanto maior for a diferença entre as temperaturas final e inicial, mais o corpo modificará suas dimensões.

Vamos, então, verificar como esses fatores se manifestam nos três tipos de dilatação: linear, superficial e volumétrica.

Dilatação linear

Dilatação linear é aquela em que é mais relevante a variação de uma única dimensão do corpo com a variação de sua temperatura.

Para estudar a dilatação linear, consideremos uma barra metálica de comprimento inicial L_0 à temperatura inicial θ_0. Aumentando a temperatura da barra para θ, seu comprimento passa a **L**:



Editoria de arte/Setup

L_0: comprimento inicial
L: comprimento final
ΔL: dilatação do comprimento
θ_0: temperatura inicial
θ: temperatura final
$\Delta\theta$: variação de temperatura

Portanto, $\Delta L = L - L_0$ é a variação de comprimento, isto é, a dilatação linear da barra, na variação de temperatura $\Delta\theta = \theta - \theta_0$.

Experimentalmente, verificou-se que ΔL depende do tipo de material que constitui a barra e que é diretamente proporcional ao comprimento inicial L_0 e à variação de temperatura $\Delta\theta$.

A partir dessas relações, podemos escrever:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

em que α (letra grega "alfa") é uma constante característica do material que constitui a barra denominada **coeficiente de dilatação linear**.

Utilizando o metro e o grau Celsius como unidade de medida de comprimento e temperatura, a unidade de α é igual a $°C^{-1}$. Analogamente, podemos ter como unidade de α $°F^{-1}$ e K^{-1}, para graus Fahrenheit e temperatura Kelvin.

O coeficiente de dilatação linear α representa numericamente a dilatação sofrida por unidade de comprimento da barra quando sua temperatura aumenta um grau.

A tabela ao lado mostra os valores de α de algumas substâncias.

Substância	Coeficiente de dilatação linear α ($°C^{-1}$)
Ferro	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$
Cobre	$1{,}7 \cdot 10^{-5}$
Prata	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$
Alumínio	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$
Chumbo	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$

Fonte de pesquisa: TIPLER, P.A.; MOSCA, G. *Física*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 1 e 2.

Aplicações

1 Qual a variação de comprimento em um fio de cobre de 1 m de comprimento ao sofrer uma elevação de 1 °C de temperatura? Dado: $\alpha_{cobre} = 1{,}7 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$.

Resolução:

Como o fio tem 1 m de comprimento e sofre um aumento de temperatura unitário ($\Delta\theta = 1\,°C$), a variação de comprimento ΔL é numericamente igual ao valor de α do cobre.

Logo:

$\Delta L = \alpha \Rightarrow \Delta L = 1{,}7 \cdot 10^{-5}\ m$ *ou* $\Delta L = 0{,}017\ mm$

2 O coeficiente de dilatação linear do aço é $1{,}1 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$. Os trilhos de uma via férrea têm 12 m cada um, na temperatura de 0 °C. Sabendo-se que a temperatura máxima na região onde se encontra a estrada é 40 °C, calcule o comprimento de cada um desses trilhos quando se atingir a temperatura máxima nessa região.

Resolução:

A variação de comprimento de cada trilho é igual a:

$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = L_0 \alpha (\theta_f - \theta_0)$

$\Delta L = 12 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-5} \cdot (40 - 0)$

$\Delta L = 0{,}00528\ m = 5{,}28 \cdot 10^{-3}\ m = 5{,}28\ mm$

O comprimento de cada trilho será igual a:

$\Delta L = L - L_0 \Rightarrow L = L_0 + \Delta L$

$L = 12 + 0{,}00528$

$L = 12{,}00528\ m$

Atividades

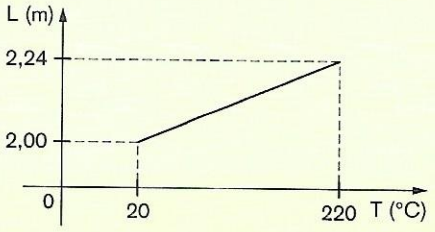
1 *(PUC-SP)* A tampa de zinco de um frasco de vidro agarrou-se no gargalo de rosca externa e não foi possível soltá-la. Sendo os coeficientes de dilatação linear do zinco e do vidro, respectivamente, iguais a $30 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$ e $8{,}5 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$, como proceder? Justifique sua resposta. Temos à disposição um caldeirão com água quente e outro com água gelada.

2 *(UEMA)* Os cabos e aços metálicos usados na construção civil possuem coeficiente de dilatação aproximadamente igual ao do concreto. Explique o que aconteceria se esses coeficientes fossem muito diferentes.

3 *(UERJ)* Em uma casa emprega-se um cano de cobre de 4 m a 20 °C para a instalação de água quente. O aumento do comprimento do cano, quando a água que passa por ele estiver a uma temperatura de 60 °C, corresponderá, em milímetros, a:

a) 1,02 b) 1,52 c) 2,72 d) 4,00

4 *(UFPR)* Um cientista está à procura de um material que tenha um coeficiente de dilatação alto. O objetivo dele é produzir vigas desse material para utilizá-las como suportes para os telhados das casas. Assim, nos dias muito quentes, as vigas dilatar-se-iam bastante, elevando o telhado e permitindo uma certa circulação de ar pela casa, refrescando o ambiente. Nos dias frios, as vigas encolheriam e o telhado abaixaria, não permitindo a circulação de ar. Após algumas experiências, ele obteve um composto com o qual fez uma barra. Em seguida, o cientista mediu o comprimento **L** da barra em função da temperatura **T** e obteve o gráfico a seguir:



Analisando o gráfico, é correto afirmar que o coeficiente de dilatação linear do material produzido pelo cientista vale:

a) $\alpha = 6 \times 10^{-4}\,°C^{-1}$ d) $\alpha = 3 \times 10^{-3}\,°C^{-1}$

b) $\alpha = 5 \times 10^{-5}\,°C^{-1}$ e) $\alpha = 4 \times 10^{-4}\,°C^{-1}$

c) $\alpha = 2 \times 10^{-5}\,°C^{-1}$

5 *(UFPB)* Um poste de iluminação pública, feito de aço, tem um comprimento de 20 m durante a madrugada, quando a temperatura é de 20 °C. Ao meio-dia, sob a ação do sol, a temperatura do poste se eleva para 50 °C. Se o coeficiente de dilatação térmica linear do aço vale $1{,}5 \cdot 10^{-5}\,°C$, então o comprimento do poste, ao meio-dia, será:

a) 2,015 m c) 20,009 m e) 21,500 m

b) 20,150 m d) 20,090 m

6 *(UERN)*

Material	α (10^{-6} °C^{-1})
Invar (liga de aço e níquel)	0,7
Vidro pirex	3,2
Vidro comum	9,0
Concreto	12,0
Ferro	13,0
Ouro	14,0
Latão	20,0
Alumínio	24,0
Zinco	27,0

Considerando-se os valores do coeficiente de dilatação linear, α, de alguns materiais, assinale com *V* as proposições verdadeiras e com *F*, as falsas.

(****) O concreto armado construído com o concreto e o ferro é mais resistente à variação de temperatura do que o construído com o concreto e o alumínio.

(****) Os alimentos que vão ao forno são colocados preferencialmente no recipiente de vidro comum porque resiste mais às variações de temperatura.

(****) Dos materiais listados na tabela, o invar é o material mais adequado na construção do mecanismo de um relógio de precisão.

(****) Uma peça de engrenagem de uma caldeira deve ter um eixo de ferro enroscado dentro do anel de zinco.

A alternativa que indica a sequência correta, de cima para baixo, é a:

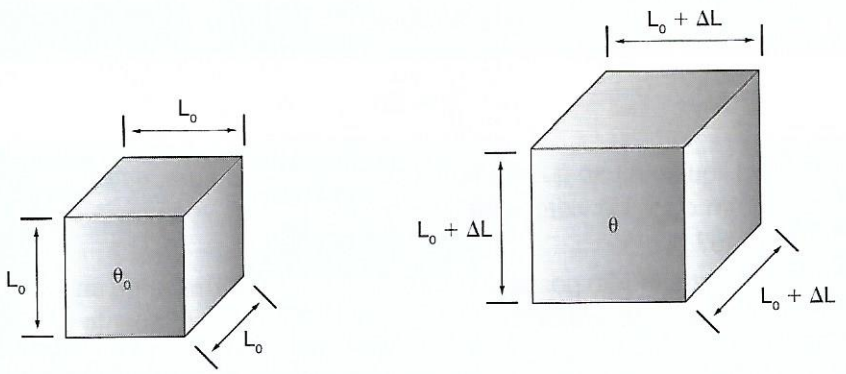
a) V F F V
b) V F V F
c) F F V V
d) F V F V

7 *(UFPI)* Uma fábrica possui um dispositivo anti-incêndio que funciona do seguinte modo: uma barra de zinco é instalada em posição estratégica e, se submetida a uma grande variação térmica, dilata até alcançar um sensor que dispara um alarme geral. A barra tem 4 metros, suas duas extremidades são livres (podem se dilatar) e o sensor localiza-se na direção da barra, a 0,5 cm de uma das extremidades. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação linear do zinco é $25 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1} e a temperatura ambiente é de 25 °C, a temperatura no início do incêndio será de:

a) 75 °C
b) 100 °C
c) 125 °C
d) 150 °C
e) 175 °C

Dilatação superficial e volumétrica

Quando aquecemos um cubo metálico ocorre o aumento de seu volume, implicando aumento das áreas de suas faces e dos comprimentos de suas arestas.



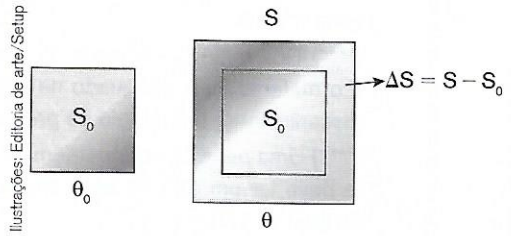
Editoria de arte/Setup

Considerando-se $\theta > \theta_0$.

As fórmulas matemáticas que possibilitam calcular o aumento da área das faces do cubo e do volume são semelhantes às que fornecem a dilatação linear.

• Dilatação superficial

Consideremos que a face do cubo da figura anterior tenha área $S_0 = L_0 \cdot L_0$, à temperatura θ_0, e área $S = (L_0 + \Delta L) \cdot (L_0 + \Delta L)$, à temperatura θ, com $\theta > \theta_0$.



S_0: área inicial
S: área final
ΔS: dilatação superficial
θ_0: temperatura inicial
θ: temperatura final
$\Delta\theta$: variação de temperatura

$$\Delta S = S_0 \beta \Delta\theta$$

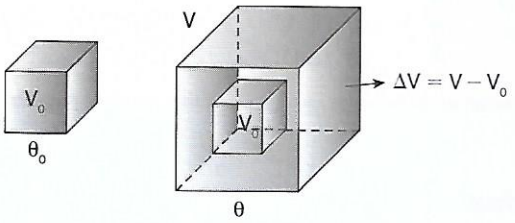
em que β é o coeficiente de dilatação superficial do material que constitui a placa.

É possível demonstrar matematicamente que o coeficiente de dilatação superficial para cada substância é praticamente igual ao dobro do coeficiente de dilatação linear:

$$\beta = 2\alpha$$

• Dilatação volumétrica

Consideremos novamente o cubo metálico da figura da página anterior, com volume inicial $V_0 = L_0 \cdot L_0 \cdot L_0$, à temperatura θ_0, e volume final $V = (L_0 + \Delta L) \cdot (L_0 + \Delta L) \cdot (L_0 + \Delta L)$, à temperatura θ, com $\theta > \theta_0$.



V_0: volume inicial
V: volume final
ΔV: dilatação volumétrica
θ_0: temperatura inicial
θ: temperatura final
$\Delta\theta$: variação de temperatura

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

em que γ é o coeficiente de dilatação volumétrica (letra grega "gama") do material que constitui o cubo.

Pode-se demonstrar que, para uma dada substância:

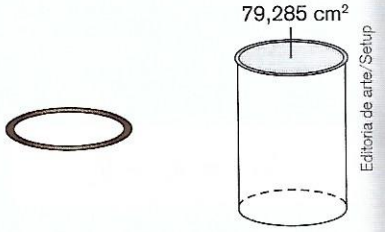
$$\gamma = 3\alpha$$

Colocando-se um líquido muito quente num copo de vidro comum, este trinca. Contudo, quando fazemos isso com um copo de vidro refratário, ele não trinca. Você seria capaz de sugerir uma explicação para este fato?

Os copos de vidro comum não possuem boa condutividade térmica, ou seja, seu coeficiente de dilatação volumétrica é baixo. Por conta disso, quando é jogado líquido quente neste tipo de copo, a dilatação ocorre mais rapidamente na parede interna, que está em contato com o líquido, do que na parede externa, que não sofre a mesma dilatação, provocando o trincamento do copo. Já nos copos de vidro refratário as dilatações nas paredes internas e externas ocorrem praticamente ao mesmo tempo, por sua maior condutividade térmica, ou seja, seu coeficiente de dilatação volumétrica é maior e mais apropriado para suportar o choque térmico do líquido aquecido.

Aplicações

1 Um anel de cobre ($\alpha_{Cu} = 20 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$) tem raio interno igual a 5 cm a 20 °C. Determine até qual temperatura devemos aquecê-lo, de modo que esse anel possa ser introduzido num cilindro com base de área igual a 79,285 cm². (Considere $\pi \simeq 3{,}14$.)



Editoria de arte/Setup

Resolução:

Para que ocorra o encaixe do anel no cilindro é necessário que a área do anel seja igual à área da base do cilindro.

A área interna inicial do anel é igual a:

$S_0 = \pi R^2 \Rightarrow S = 3{,}14 \cdot 5^2 \Rightarrow S = 78{,}5\ cm^2$

O anel deverá sofrer uma dilatação superficial igual a:

$\Delta S = S - S_0 \Rightarrow \Delta S = 79{,}285 - 78{,}5 \Rightarrow \Delta S = 0{,}785\ cm^2$

A variação de temperatura do anel é igual a:

$\Delta S = S_0\, \beta\, \Delta\theta \Rightarrow \Delta S = S_0\, 2\alpha\, \Delta\theta \Rightarrow 0{,}785 = 78{,}5 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 250\,°C$

A temperatura em que o anel deverá ser aquecido é igual a:

$\Delta\theta = \theta - \theta_0 \Rightarrow 250 = \theta - 20 \Rightarrow \theta = 270\,°C$

2 Um paralelepípedo de alumínio ($\alpha_{al} = 24 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$) tem, a 20 °C, arestas iguais a 1,000 cm; 1,500 cm e 2,000 cm. Qual será o seu volume a −10 °C?

Resolução:

O volume inicial do paralelepípedo é igual a: $V_0 = abc \Rightarrow V_0 = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 2 \Rightarrow V_0 = 3\ cm^3$

A variação de volume é igual a:

$\Delta V = V_0\, \gamma\, \Delta\theta \Rightarrow \Delta V = 3\alpha\, \Delta\theta \Rightarrow \Delta V = 3 \cdot 3 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot (-10 - 20) \Rightarrow \Delta V = -0{,}00648\ cm^3$

O volume do paralelepípedo a −10 °C é igual a:

$\Delta V = V - V_0 \Rightarrow -0{,}00648 = V - 3 \Rightarrow V = 2{,}99352\ cm^3$

Atividades

1 *(Fatec-SP)* Um anel circular de cobre é encaixado em um pino cilíndrico também de cobre. O diâmetro do anel é ligeiramente maior que o diâmetro do pino. Para que o anel fique firmemente preso ao pino, um procedimento eficiente é:

a) aquecer somente o anel.
b) aquecer simultaneamente o anel e o pino.
c) aquecer o anel e resfriar o pino.
d) resfriar simultaneamente o anel e o pino.
e) resfriar apenas o pino.

2 Uma placa metálica tem, a 0 °C, área de 200 cm² e, a 100 °C, a sua área vale 200,8 cm². Determine o coeficiente de dilatação linear do metal que constitui essa placa.

3 *(UFU-MG)* Um orifício numa panela de ferro a 0 °C tem 5 cm² de área. Sendo o coeficiente de dilatação linear do ferro $1{,}2 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$, calcule a área do orifício a 300 °C.

4 Um paralelepípedo de uma liga de alumínio (coeficiente de dilatação linear $= 2 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$) tem arestas que, a 0 °C, medem 5 cm, 40 cm e 30 cm. De quanto aumenta seu volume ao ser aquecido à temperatura de 100 °C?

2. Dilatação dos líquidos

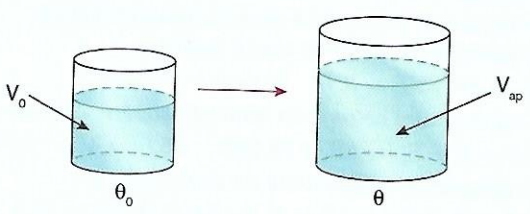
Como os fluidos (líquidos e gases) não apresentam forma própria, adaptando-se sempre ao volume dos recipientes que os contêm, só tem significado o estudo de sua dilatação volumétrica. Ao estudar a dilatação de um líquido, devemos levar em conta também a dilatação do recipiente que o contém, uma vez que parte do calor que aquece o líquido é absorvido pelo recipiente, que tem suas dimensões modificadas ao dilatar-se.

De maneira geral, os líquidos dilatam-se mais que os sólidos ao serem igualmente aquecidos.

Pensando especificamente no aquecimento de um líquido contido num recipiente, desde a temperatura inicial θ_0 até a temperatura final θ, o nível atingido pelo líquido no interior do recipiente é menor do que aquele que atingiria se o recipiente não se dilatasse. Chamaremos este volume aparente de $\mathbf{V_{ap}}$.

Portanto, a dilatação aparente $\Delta\mathbf{V_{ap}}$ do líquido é a diferença:

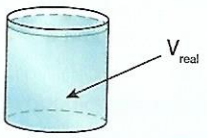
$$\Delta V_{ap} = V_{ap} - V_0$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

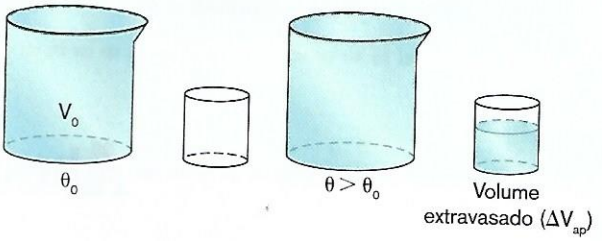
Se o recipiente não se dilatasse, o líquido atingiria um nível maior e o seu volume seria real $\mathbf{V_{real}}$ na temperatura θ. A dilatação real $\Delta\mathbf{V_{real}}$ do líquido é:

$$\Delta V_{real} = V_{real} - V_0$$



A dilatação aparente é a que é diretamente observada, e a dilatação real é aquela que o líquido sofre de fato.

Para medir a dilatação aparente de um líquido vamos considerar um recipiente totalmente cheio de um líquido à temperatura inicial θ_0. Aumentando-se a temperatura do conjunto (recipiente + líquido) até uma temperatura θ, nota-se que parte do líquido extravasa. O volume extravasado é exatamente a dilatação aparente.



A dilatação real $\Delta\mathbf{V_{real}}$ do líquido é dada pela soma da dilatação aparente $\Delta\mathbf{V_{ap}}$ do líquido e da dilatação volumétrica sofrida pelo recipiente $\Delta\mathbf{V_{recip}}$:

$$\Delta V_{real} = \Delta V_{ap} + \Delta V_{recip}$$

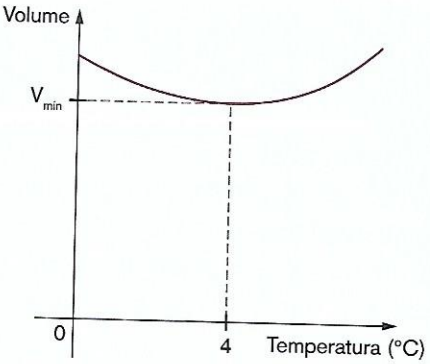
Substituindo-se os valores nessa sentença obtemos a relação entre os coeficientes de dilatação volumétrica do líquido e do material do recipiente.

$$V_0\,\gamma_{real}\,\Delta\theta = V_0\,\gamma_{ap}\,\Delta\theta + V_0\,\gamma_{recip}\,\Delta\theta \Rightarrow \gamma_{real} = \gamma_{ap} + \gamma_{recip}$$

Dilatação da água

Em geral, elevando-se a temperatura de uma substância, ocorre um aumento de seu volume. Excepcionalmente, com a água entre 0 °C e 4 °C, ocorre o fenômeno inverso, isto é, com o aumento de temperatura há diminuição de volume e, a partir de 4 °C, seu volume volta a aumentar com o aumento da temperatura. O gráfico ao lado ilustra esse fenômeno.

Na temperatura de 4 °C, a densidade da água atinge o seu valor máximo, pois seu volume nessa temperatura é mínimo.



A dilatação anômala da água é fundamental para a preservação da vida nas regiões de clima frio, em que as águas superficiais se congelam durante o inverno. A camada superficial de gelo, que é um isolante térmico, impede o congelamento das águas mais profundas, permitindo a sobrevivência da fauna e da flora aquáticas.

Caso a água não tivesse esse comportamento anômalo, o congelamento ocorreria por inteiro, inviabilizando a continuidade de vida nessas regiões.

A formação da camada de gelo superficial pode ser explicada considerando-se que a camada superior da água, em contato com o ar frio, começa a resfriar-se e, consequentemente, há redução de seu volume. Com isso, a densidade da água aumenta, e essa porção de água passa para o fundo, sendo substituída por uma camada menos densa. Esse processo se mantém até que toda a massa de água atinja 4 °C.

O processo de resfriamento na camada superior continua, devido ao contato com o ar frio, só que, ao contrário do que ocorria antes, ao ceder calor para o ar frio o volume da água aumenta, tornando essa camada de água menos densa que as demais, fazendo com que flutue. Continuando o resfriamento, a água superficial torna-se gelo ao atingir 0 °C (ao nível do mar).

Wolfgang Polzer/Alamy/Otherimages

Observe a camada de gelo na superfície do lago, sobre o mergulhador.

Aplicação

Um frasco de vidro, cujo volume é 300 cm³ a 10 °C, está completamente cheio de certo líquido. Quando se aquece o conjunto a uma temperatura de 140 °C, transbordam 2 cm³ do líquido. Sendo o coeficiente de dilatação volumétrica do frasco igual a 0,00027 °C^{-1}, determine:

a) o coeficiente de dilatação volumétrica aparente do líquido;

b) o coeficiente de dilatação volumétrica real do líquido.

Resolução:

a) O volume do líquido transbordado representa a dilatação aparente ΔV_{ap}. Logo:

$$\Delta V_{ap} = \gamma_{ap} V_0 \Delta\theta \Rightarrow 2 = \gamma_{ap} \cdot 300(140 - 10) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \gamma_{ap} = 0{,}00005\ °C^{-1}$$

b) Usando a relação entre os coeficientes de dilatação do líquido e do recipiente, temos:

$$\gamma_{real} = \gamma_{ap} + \gamma_{recip} \Rightarrow \gamma_{real} = 0{,}00005 + 0{,}00027 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \gamma_{real} = 0{,}00032\ °C^{-1}$$

Atividades

1 *(UERN)* Considere-se um frasco de vidro com capacidade de 500 cm³, completamente cheio com um líquido a 10 °C. Sendo os coeficientes de dilatação volumétrica do líquido e do vidro, respectivamente, iguais a $\gamma_L = 2 \cdot 10^{-4}\,°C^{-1}$ e $\gamma_v = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$, o volume que transbordará, quando a temperatura do sistema for aumentada até 50 °C, será igual, em cm³, a:

a) 3,7 **b)** 4,1 **c)** 4,5 **d)** 5,2 **e)** 5,8

2 *(UFS-SE)* Um frasco de vidro tem toda sua capacidade de 1,0 litro tomada por um líquido de coeficiente de dilatação $3{,}0 \times 10^{-4}\,°C^{-1}$. A temperatura do conjunto, inicialmente de 20 °C, é elevada até 100 °C, quando, então, 20 cm³ do líquido entornam do frasco. Analise as seguintes afirmações a respeito das dilatações sofridas pelo líquido e pelo frasco de vidro e assinale verdadeiro ou falso.

(00) A dilatação real do líquido foi de 24 cm³.

(11) A dilatação do líquido foi menor do que a dilatação do vidro de que é feito o frasco.

(22) O frasco de vidro sofreu contração de 20 cm³ em relação ao seu volume inicial.

(33) O frasco de vidro sofreu dilatação real de 4,0 cm³.

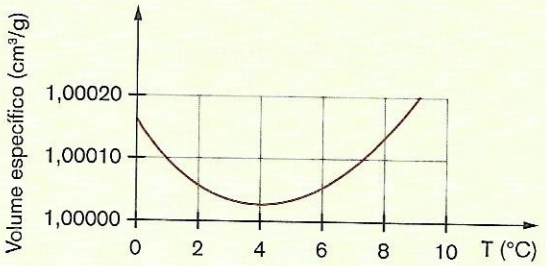
(44) O coeficiente de dilatação volumétrica do frasco é igual a $5{,}0 \times 10^{-5}\,°C^{-1}$.

3 Um revendedor de combustível compra 100 000 litros de gasolina em um dia frio em São Paulo (T = 8 °C) por R$ 1,20 o litro, transporta e revende em Teresina (T = 38 °C) a R$ 1,50 o litro. O coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é aproximadamente $1000 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$. Se o revendedor gasta R$ 1 000,00 no transporte da gasolina, qual será o seu lucro?

4 *(UFPI)* O coeficiente de dilatação volumétrica do azeite é $8 \cdot 10^{-4}\,°C^{-1}$. Calcule a variação do volume de 1 L de azeite, quando ocorrer uma variação de 50 °C na sua temperatura.

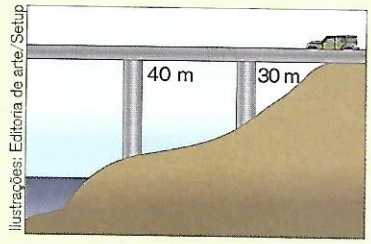
5 *(UFPR)* Do gráfico constata-se que o volume específico da água é mínimo para a temperatura de 4 °C, ou o que é equivalente, a densidade da água é máxima nessa temperatura. Esse comportamento da água possui uma grande importância no ecossistema terrestre, em regiões onde a temperatura em média fica abaixo de 0 °C. Neste caso a água dos lagos ou oceanos congela-se na superfície, mantendo-se líquida em profundidades maiores, possibilitando assim a manutenção da vida nessas regiões. O mesmo aconteceu na última era glacial, quando todos os oceanos estavam congelados próximos à superfície, mas no fundo não, possibilitando a continuidade da vida após essa era.

O gráfico abaixo relaciona o volume específico da água em função da temperatura. Com base nesse gráfico, que conclusões você pode tirar sobre o comportamento da água nessa faixa de temperatura? Cite e comente uma situação observada na natureza que pode ser explicada a partir desse comportamento da água.



Mais Atividades

1 *(Funrei-MG)* A figura abaixo mostra uma ponte apoiada sobre dois pilares feitos de materiais diferentes.

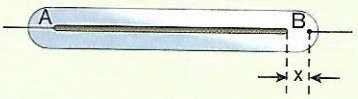


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O pilar mais longo, de comprimento $L_1 = 40$ m, possui coeficiente de dilatação linear $\alpha_1 = 18 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$. O pilar mais curto tem comprimento $L_2 = 30$ m. Para que a ponte permaneça sempre na horizontal, o material do segundo pilar deve ter um coeficiente de dilatação linear α_2 igual a:

a) $13{,}5 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$
b) $21 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$
c) $24 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$
d) $36 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$
e) $42 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$

2 *(Acafe-SC)* Um projetista de alarmes deseja projetar um sensor simples, que é constituído por um invólucro de vidro com uma haste de alumínio ($\alpha_{alumínio} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$) de 60 cm de comprimento a 25 °C. Colocado em um ambiente cuja temperatura normal é de 25 °C, o sensor deverá disparar o alarme quando a temperatura alcançar 35 °C, pois a essa temperatura a haste terá aumentado o seu comprimento de modo a conectar-se ao ponto *B*.



Esse aumento de comprimento, **x** na figura, em cm, é:

a) 0,0144
b) 2,88
c) 0,0288
d) 0,144
e) 0,288

3 *(UEMG)* Considere as duas barras metálicas descritas a seguir, ambas feitas de mesmo material e mesma área de secção transversal:

Barra 1: de comprimento 10 cm, sendo aquecida de 20 °C para 70 °C. Seu comprimento aumenta de um valor **x**.

Barra 2: de comprimento 20 cm, sendo aquecida de 20 °C para 120 °C.

O comprimento da barra 2 sofrerá um aumento de valor:

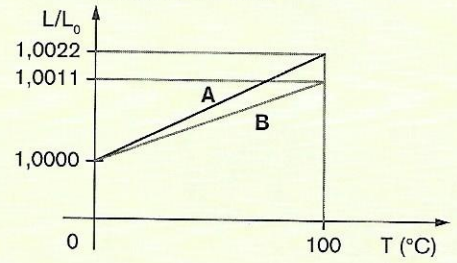
a) x
b) 2x
c) 4 x
d) $\frac{x}{2}$

4 Um ferreiro deseja forrar com uma lâmina de ferro ($\alpha_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$) uma roda de 1 m de diâmetro. O comprimento do aro de ferro a 17 °C é 3,140 m. Calcule a que temperatura deve ser aquecida a cinta de ferro para que se possa ajustar a roda. Admite-se que é suficiente que o comprimento da cinta seja 1 cm superior ao da roda para que possa ser ajustada.

5 *(UFC-CE)* Duas barras, *A* e *B*, construídas de materiais diferentes, são aquecidas de 0 °C a 100 °C. Com base na figura abaixo, a qual fornece informações sobre as dilatações lineares sofridas pelas barras, determine:

a) os coeficientes de dilatação linear das barras *A* e *B*.

b) a razão entre os coeficientes de dilatação linear das barras *A* e *B*.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

6 *(UFPB)* Os materiais utilizados na construção civil são escolhidos por sua resistência a tensões, durabilidade e propriedades térmicas como a dilatação, entre outras. Rebites de metal (pinos de formato cilíndrico), de coeficiente de dilatação linear $9{,}8 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$, devem ser colocados em furos circulares de uma chapa de outro metal, de coeficiente de dilatação linear $2{,}0 \times 10^{-5}\,°C^{-1}$. Considere que, à temperatura ambiente (27 °C), a área transversal de cada rebite é 1,00 cm^2 e a de cada furo, 0,99 cm^2. A colocação dos rebites, na chapa metálica, somente será possível se ambos forem aquecidos até, no mínimo, a temperatura comum de:

a) 327 °C c) 527 °C e) 727 °C
b) 427 °C d) 627 °C

7 *(UFPI)* Um dos componentes de um equipamento de precisão é um disco de ouro cuja área superficial foi determinada, cuidadosamente, à temperatura de 20 °C. Para um perfeito funcionamento do equipamento, a área superficial desse disco não pode variar mais do que 0,3%, seja para mais, seja para menos. O coeficiente de dilatação térmica superficial do ouro é $\beta = 3{,}0 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$. Assim, para o funcionamento correto do equipamento, a temperatura do disco deverá estar situada no intervalo:

a) −180 °C, 220 °C d) −80 °C, 120 °C
b) −160 °C, 200 °C e) −60 °C, 100 °C
c) −140 °C, 180 °C

8 *(Uni-Rio-RJ)* Um bloco de certo metal tem seu volume dilatado de 200 cm^3 para 206 cm^3, quando sua temperatura aumenta de 20 °C para 520 °C. Se um fio deste mesmo metal, tendo 100 cm de comprimento a 20 °C, for aquecido até a temperatura de 520 °C, então seu comprimento em centímetros passará a valer:

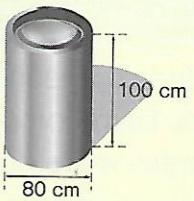
a) 101 b) 102 c) 103 d) 106 e) 112

9 *(Vunesp-SP)* É largamente difundida a ideia de que a possível elevação do nível dos oceanos ocorreria devido ao derretimento das grandes geleiras, como consequência do aquecimento global. No entanto, deveríamos considerar outra hipótese, que poderia também contribuir para a elevação do nível dos oceanos. Trata-se da expansão térmica da água devido ao aumento da temperatura. Para se obter uma estimativa desse efeito, considere que o coeficiente de expansão volumétrica da água salgada à temperatura de 20 °C seja $2{,}0 \cdot 10^{-4}\,°C^{-1}$. Colocando água do mar em um tanque cilíndrico, com a parte superior aberta, e considerando que a variação de temperatura seja 4 °C, qual seria a elevação do nível da água se o nível inicial no tanque era de 20 m? Considere que o tanque não tenha sofrido qualquer tipo de expansão.

10 *(Vunesp-SP)* Um tanque de gasolina de automóvel tem um volume máximo recomendado, a fim de evitar que, com o aumento da temperatura, vaze gasolina pelo "ladrão". Considere que o tanque seja feito de aço inoxidável e tenha um volume máximo de 50 L. Calcule o volume de gasolina que sairia pelo "ladrão" caso o tanque estivesse totalmente cheio e sua temperatura subisse 20 °C. Use para os coeficientes de dilatação volumétrica da gasolina e linear do aço, respectivamente:

$\gamma_{gasolina} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\,°C^{-1}$ e
$\alpha_{aço} = 1{,}1 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$.

11 *(Cesgranrio-RJ)* A figura abaixo ilustra um cilindro de ferro sem tampa completamente cheio de mercúrio. O conjunto é aquecido de 20 °C a 70 °C.



Devido a esse aquecimento, há o transbordamento de parte do mercúrio. Se o coeficiente de dilatação linear do ferro é $12 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$ e o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é $180 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$, qual o volume aproximado, em litros, de mercúrio derramado devido ao aquecimento? (Considere $\pi = 3$.)

a) 3,5 b) 3,8 c) 4,0 d) 4,3 e) 4,5

12 *(AFA-SP)* O recipiente mostrado na figura apresenta 80% de sua capacidade ocupada por um líquido. Verifica-se que, para qualquer variação de temperatura, o volume da parte vazia permanece constante. Pode-se afirmar que a razão entre os coeficientes de dilatação volumétrica do recipiente e do líquido vale:

a) 0,72 b) 1,00 c) 0,92 d) 0,80

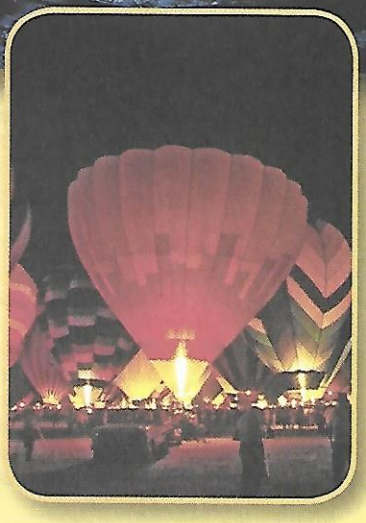
Corel Stock Photo

UNIDADE VIII

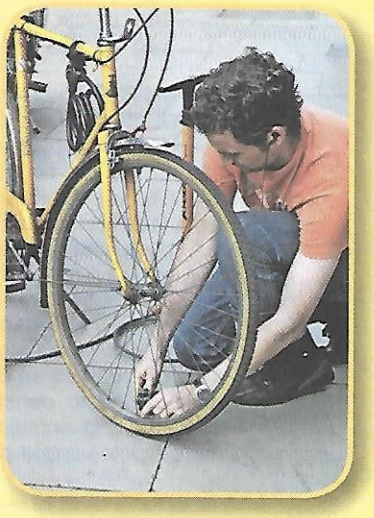
Termodinâmica

Nesta unidade apresentaremos o estudo dos gases e suas transformações, bem como a Termodinâmica, que trabalha as relações existentes entre dois tipos de energia: a mecânica e a térmica. Uma das maneiras de gerar energia elétrica se dá por meio da queima de carvão nas usinas termoelétricas. Nessas usinas, a queima do combustível produz vapor-d'água à alta pressão, que move os geradores de energia elétrica.

Quando utilizamos um automóvel ou até mesmo uma bicicleta, estamos nos deslocando sobre um colchão de ar: os pneus, nos quais introduzimos determinada quantidade de ar. Devemos respeitar as determinações do fabricante quanto à pressão que devemos manter no seu interior, visando a nossa segurança e o bom uso de veículo. Nos trens antigos chamados "maria-fumaça", a energia química da madeira ou do carvão era liberada numa combustão, transformando a energia térmica em energia mecânica. Os motores a combustão interna dos automóveis modernos movidos a gasolina, álcool ou diesel realizam a mesma transformação de energia. O voo dos balões de ar quente é explicado pela expansão do ar aquecido, que se torna menos denso que o ar do ambiente e impulsiona o balão para cima.



Corel Stock Photo



Charles Stirling/Alamy/Otherimages

CAPÍTULO 20 – ESTUDO DOS GASES

1. Variáveis de estado

Os gases são fluidos altamente compressíveis, ou seja, expandem espontaneamente, ocupando toda a capacidade do recipiente que os contém. O estado de certa massa constante de gás fica definido quando conhecemos o volume que ela ocupa, sua temperatura e a pressão por ela exercida nas paredes do recipiente que a contém. Essas três grandezas – pressão **p**, volume **V** e temperatura **T** – são relacionadas entre si e denominam-se **variáveis de estado**.

Por convenção, quando certa massa de gás encontra-se à temperatura de 0 °C e pressão igual a 1 atm = 760 mmHg, dizemos que o estado é normal, ou seja, a massa de gás encontra-se nas condições normais de pressão e temperatura (CNPT). Quando pelo menos duas das três variáveis de estado se alteram, dizemos que o gás sofreu uma **transformação**.

Consideramos em nosso estudo quatro transformações designadas por:

- **isotérmica** (temperatura constante);
- **isobárica** (pressão constante);
- **isocórica** (volume constante);
- **adiabática** (sem troca de calor).

A compreensão dessas transformações é importante no estudo das máquinas térmicas.

2. Modelo atômico molecular

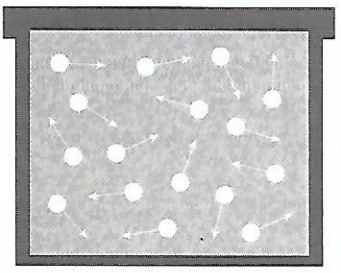
O modelo científico atômico molecular teve origem em ideias lançadas no século XVII por Robert Hooke, que, posteriormente, foram desenvolvidas e aperfeiçoadas nos séculos posteriores com a participação de inúmeros cientistas ilustres. Os fundamentos do modelo atômico molecular estão alicerçados nas seguintes conclusões:

- Todas as substâncias são formadas por átomos e moléculas que estão sempre em movimento.
- Em pequenas distâncias, as partículas interagem entre si.
- A estrutura atômica molecular armazena energia potencial e, por causa do movimento, tem energia cinética.

Modelo de um gás

O modelo para a matéria no estado gasoso considera os seguintes postulados:

- As partículas movem-se em todas as direções de modo contínuo e desordenado. O movimento, embora caótico, obedece às leis de Newton. Esse postulado justifica a enorme expansividade dos gases.
- As partículas colidem entre si e com as paredes do recipiente que contém o gás.
- A pressão exercida por um gás é decorrente das colisões de suas partículas com as paredes do recipiente que o contém.
- As distâncias entre as partículas são muito grandes em comparação às suas dimensões próprias; em decorrência, as interações entre essas partículas, ou seja, as trocas de forças, só ocorrem durante as colisões. Esse é o motivo pelo qual os gases não apresentam forma própria e todos apresentam o mesmo coeficiente de dilatação.
- As colisões são perfeitamente elásticas (conserva-se a energia cinética).
- Quanto mais intenso o movimento das partículas constituintes de um gás, mais alta é sua temperatura.



Editoria de arte/Setup

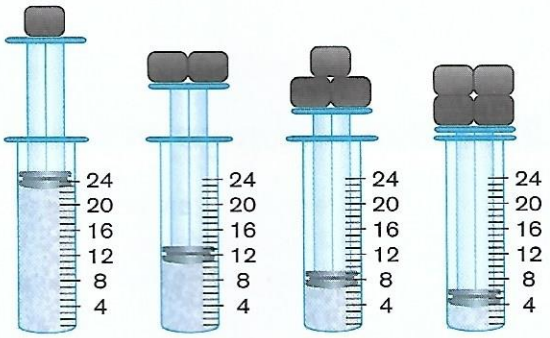
Observe que as moléculas do gás ocupam todo o volume, possuem um movimento desordenado e se chocam com as paredes do recipiente.

Gás ideal ou gás perfeito

As transformações a que um gás pode se submeter mediante certas condições seguem certas leis que são obedecidas sem restrições por um gás hipotético (modelo teórico) que recebe o nome de gás ideal ou gás perfeito. Os gases reais, isto é, os gases encontrados na natureza, como o oxigênio (O_2), o hidrogênio (H_2), o nitrogênio (N_2), o cloro ($C\ell_2$), o monóxido de carbono (CO), o dióxido de carbono (CO_2), entre outros, seguem com boa aproximação as leis que citaremos aqui apenas quando submetidos a pressões baixas e temperaturas altas, em comparação com a correspondente temperatura crítica, isto é, quando são rarefeitos. Distante dessas condições, os gases reais seguem leis mais complexas que não serão discutidas nessa coleção.

3. Transformação isotérmica

Em 1660, o físico inglês Robert Boyle (1627-1691) realizou uma série de experiências submetendo uma mesma massa de um gás, mantida à temperatura constante, a diversos valores de pressão. A cada valor da pressão aplicada, Boyle mediu o volume ocupado pela massa gasosa que estava contida em um cilindro.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Observe que, à medida que se coloca mais peso sobre o êmbolo, a pressão sobre o gás aumenta e o volume por ele ocupado diminui.

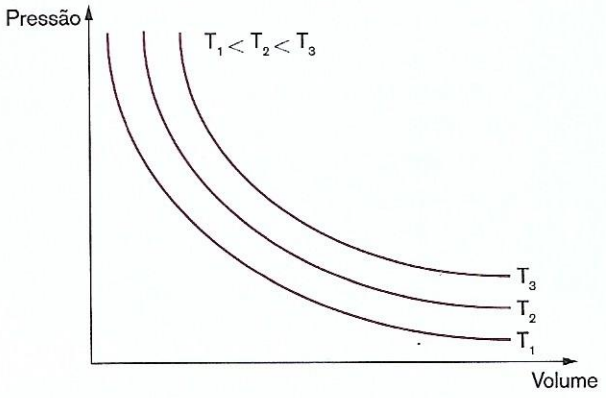
Analisando o resultado das medidas, Boyle observou que, ao dobrar, triplicar, quadruplicar a pressão, o volume ocupado pelo gás reduzia à metade, à terça parte, à quarta parte, e assim por diante.

Dessa forma, podemos enunciar a Lei de Boyle:

Mantendo-se constante a temperatura de certa massa de gás, o volume por ele ocupado e a pressão exercida sobre ele são inversamente proporcionais.

Os valores obtidos experimentalmente para um gás nas condições da Lei de Boyle, ao serem colocados num gráfico de pressão pelo volume, fornecem uma curva que caracteriza um tipo de transformação conhecida como **isoterma** (isos = igual, terma = temperatura).

Normalmente, a temperatura de um gás diminui durante uma expansão e aumenta durante uma compressão. Para manter constante sua temperatura durante uma transformação isotérmica, torna-se necessário fornecer adequadamente certa quantidade de calor durante uma expansão e retirar calor do gás durante uma compressão.



Matematicamente a Lei de Boyle pode ser escrita como sendo constante o produto entre a pressão exercida pelo gás e o volume ocupado:

$$pV = \text{constante}$$

Portanto, para um mesmo gás, mantida a temperatura constante, podemos fazer variar o volume do recipiente em que ele está contido, empurrando ou puxando um êmbolo, por exemplo, e, assim, fazendo que sua pressão se modifique. Vamos chamar de **estado** de um gás um par de valores de pressão e volume que o caracterizam nessas condições.

Assim, para **n** estados genéricos 1, 2, 3, ... n, podemos escrever:

$$p_1V_1 = p_2V_2 = p_3V_2 = ... = p_nV_n = \text{constante}$$

Boyle também verificou que, realizando a experiência com a mesma massa e com o mesmo tipo de gás, mas fixando a temperatura em valores mais altos, o produto pV tornava-se maior e, no plano p × V, as isotermas se afastavam da origem dos eixos. Observe esse fenômeno representado no gráfico da figura anterior.

Aplicações

1 Como se justifica o aumento da pressão exercida por um gás quando seu volume é diminuído, mantendo-se constante sua temperatura?

Resolução:

Ao reduzir o volume disponível para as partículas do gás se movimentarem, a frequência das colisões (número de choques) com as paredes internas do recipiente aumenta, resultando na elevação da pressão.

2 O gráfico ilustra uma isoterma de certa quantidade de gás que é levada do estado *A* para o estado *B*. Calcule a pressão do gás no estado *B*.

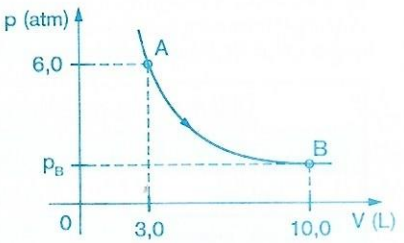
Resolução:

Se os pontos A e B pertencem à mesma isoterma, a transformação é isotérmica.

Usando a lei de Boyle, temos:

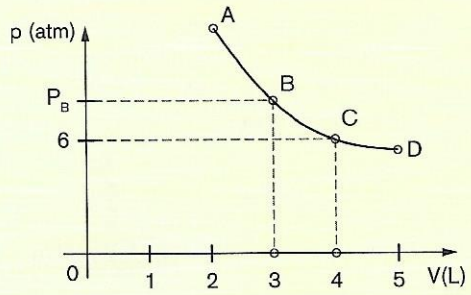
$p_A V_A = p_B V_B \Rightarrow 6{,}0 \cdot 3{,}0 = p_B \cdot 10{,}0 \Rightarrow p_B = 1{,}8$ atm

Portanto, a pressão do gás no estado B é de 1,8 atm.



Atividades

1 *(UFSM-RS)* O diagrama pressão × volume representa um processo isotérmico em que um gás ideal é levado do estado *A* ao estado *D*.



A pressão p_B do gás, no estado *B*, vale, em atm:

a) 4 c) 8 e) 24

b) 7 d) 12

2 *(UECE)* Uma bomba de bicicleta tem um comprimento de 24 cm e está acoplada a um pneumático. Inicialmente, o pistão está recuado e a pressão do ar no interior da bomba é 1,0 atm. É preciso avançar o pistão de 8,0 cm para que a válvula do pneumático seja aberta. Quando isso ocorrer, a pressão, em atm, na câmara de ar, supondo que a temperatura foi mantida constante, será:

Pressão atmosférica local: 1,0 atm

a) 1,5 b) 2,0 c) 2,5 d) 3,0

3 *(Vunesp-SP)* As figuras mostram uma versão de um experimento – imaginado pelo filósofo francês René Descartes e bastante explorado em feiras de ciências – conhecido como ludião: um tubinho de vidro fechado na parte superior e

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

aberto na inferior, emborcado na água contida em uma garrafa PET, fechada e em repouso. O tubinho afunda e desce quando a garrafa é comprimida e sobe quando ela é solta.

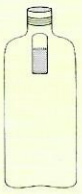


Figura 1.

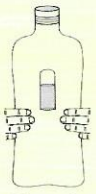


Figura 2.

Na figura 1, o ludião está em equilíbrio estático, com um volume aprisionado de ar de 2,1 cm^3, à pressão atmosférica $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Com a garrafa fechada e comprimida, é possível mantê-lo em equilíbrio estático dentro d'água, com um volume de ar aprisionado de 1,5 cm^3 (figura 2).

Determine a massa do tubinho e a pressão do ar contido no ludião na situação da figura 2.

Despreze o volume deslocado pelas paredes do tubinho. Supõe-se que a temperatura ambiente permaneça constante. Adote, para a densidade da água, $\rho_{água} = 1{,}0\ g/cm^3$.

4 *(Fuvest-SP)* Em algumas situações de resgate, bombeiros utilizam cilindros de ar comprimido para garantir condições normais de respiração em ambientes com gases tóxicos. Esses cilindros, cujas características estão indicadas na tabela,

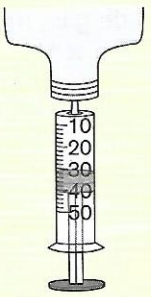
Cilindro para respiração	
Gás	ar comprimido
Volume	9 litros
Pressão interna	200 atm

Pressão atmosférica local = 1 atm
A temperatura durante todo o processo permanece constante.

alimentam máscaras que se acoplam ao nariz. Quando acionados, os cilindros fornecem para a respiração, a cada minuto, cerca de 40 litros de ar, à pressão atmosférica e temperatura ambiente. Nesse caso, a duração do ar de um desses cilindros seria de aproximadamente:

a) 20 minutos.
b) 30 minutos.
c) 45 minutos.
d) 60 minutos.
e) 90 minutos.

5 *(FGV-SP)* Para garantir a dosagem precisa, um medicamento pediátrico é acompanhado de uma seringa. Depois de destampado o frasco de vidro que contém o remédio, a seringa é nele encaixada com seu êmbolo completamente recolhido. Em seguida, o frasco é posicionado de cabeça para baixo e o remédio é então sugado para o interior da seringa, enquanto o êmbolo é puxado para baixo. Como consequência da retirada do líquido, o ar que já se encontrava dentro do frasco expande-se isotermicamente, preenchendo o volume antes ocupado pelo remédio.



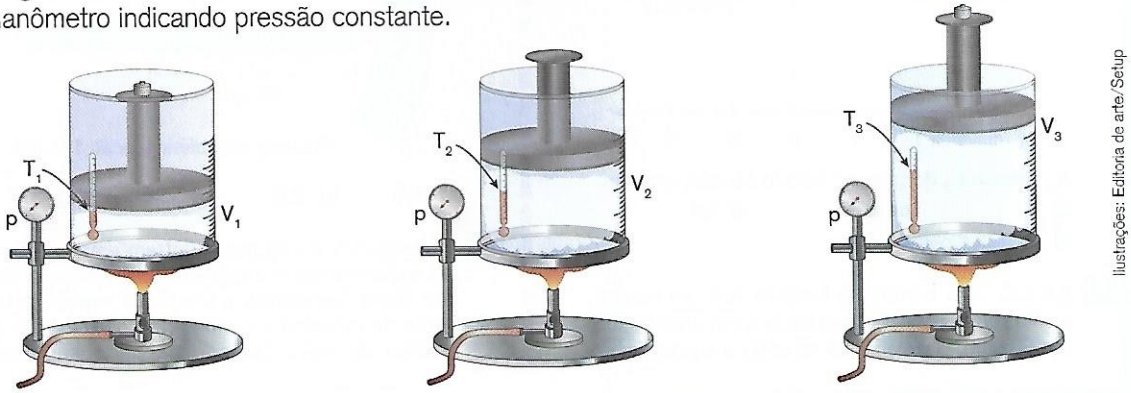
Ao retirar-se uma dose de 40 mL de líquido do frasco, que continha um volume ocupado pelo ar de 100 mL, o êmbolo encontra certa resistência, devido ao fato de a pressão no interior do frasco ter se tornado, aproximadamente, em Pa:

(Dados: pressão atmosférica = $1 \cdot 10^5$ Pa. Suponha que o ar dentro do frasco se comporte como um gás ideal. Considere desprezível o atrito entre o êmbolo e a parede interna da seringa.)

a) 57000
b) 68000
c) 71000
d) 83000
e) 94000

4. Transformação isobárica

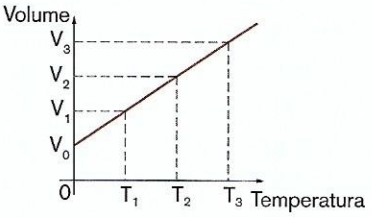
Em 1802, o físico-químico francês Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850) publicou o resultado das experiências realizadas com uma determinada massa de gás mantida a pressão constante. Essa massa gasosa foi introduzida no interior de um cilindro dotado de êmbolo móvel, de um termômetro e de um manômetro indicando pressão constante.



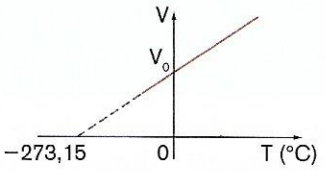
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Massa de gás mantida a pressão constante.

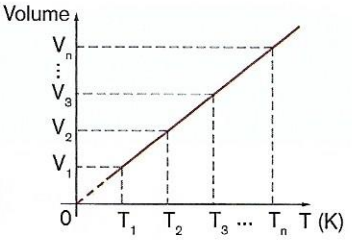
A temperatura do gás foi alterada mediante o fornecimento de calor, e foram efetuadas medidas do volume e da temperatura do gás. Os dados foram colocados num gráfico volume × temperatura, e o resultado está apresentado no gráfico ao lado.



Esse resultado permite concluir que se o gráfico anterior for extrapolado para temperaturas abaixo de 0 °C, supondo ainda que fosse possível manter gás na fase gasosa, chegaríamos ao resultado surpreendente do anulamento de seu volume na temperatura de −273 °C (zero absoluto).



Se usarmos a temperatura em kelvin, o gráfico V × T será representado por uma semirreta partindo da origem.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Dessa forma, a Lei de Gay-Lussac pode ser expressa:

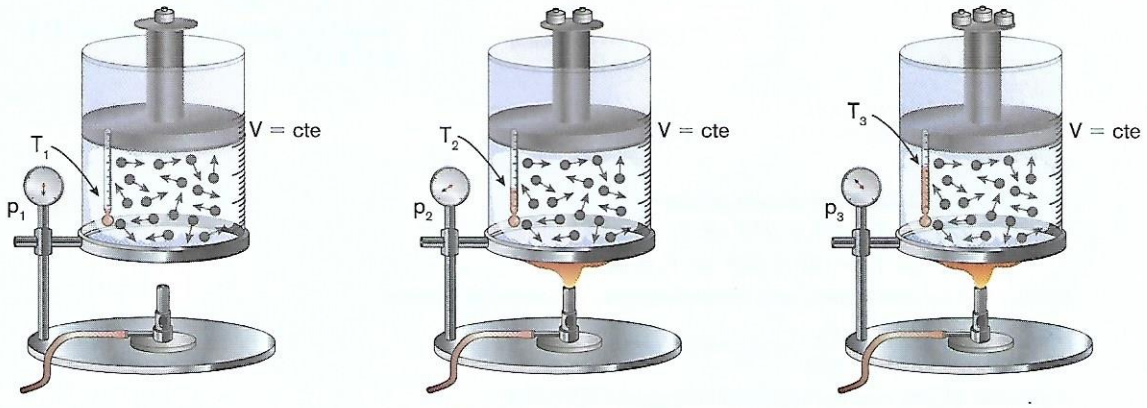
> A pressão constante, o volume ocupado por uma determinada massa de gás é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta.

Matematicamente, pensando numa transformação isobárica em que um gás é levado do estado 1 para o estado 2, depois para o estado 3, e assim sucessivamente, podemos representar isso da seguinte forma:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} = \ldots = \frac{V_n}{T_n} = \text{constante ou } \frac{V}{T} = \text{constante}$$

5. Transformação isocórica ou isométrica ou isovolumétrica

Em 1787, o físico francês Jacques Alexandre Cesar Charles (1746-1823) forneceu calor a uma dada massa gasosa mantida a volume constante e pôde constatar que a pressão exercida pelo gás variava linearmente com a temperatura. Observe a figura.



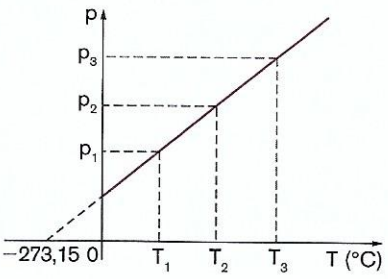
Massa de gás mantida a volume constante.

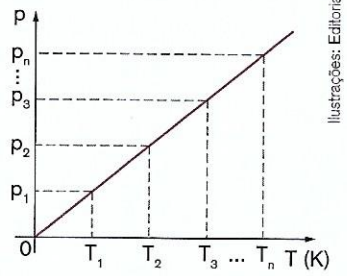
Observe ao lado os dados dessa experiência, quando colocados num gráfico da pressão × temperatura.

Novamente, extrapolando o gráfico até o limite teórico inferior da temperatura, a pressão do gás se anula, indicando que para essa temperatura não há colisões das partículas contra as paredes do recipiente, ou seja, no zero absoluto não há movimento das partículas.

Considerando a temperatura na escala Kelvin, a reta parte da origem, o que pode ser verificado no gráfico.

Dessa forma, a Lei de Charles pode ser assim expressa:





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para uma dada massa de gás mantida a volume constante, a pressão exercida é diretamente proporcional à temperatura absoluta.

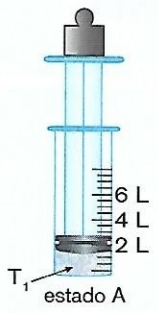
Matematicamente representamos uma transformação isométrica de um gás do estado 1 para o estado 2, depois para o estado 3, e assim sucessivamente, da seguinte forma:

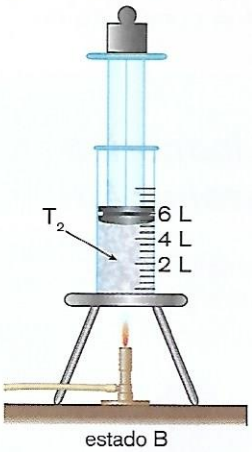
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} = \ldots = \frac{p_n}{T_n} = \text{constante ou } \frac{p}{T} = \text{constante}$$

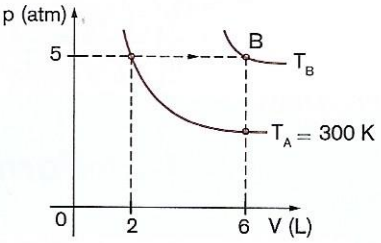
A pressão exercida por um gás aumenta quando ele é submetido a um aquecimento isovolumétrico, pois suas moléculas absorvem energia, o que as torna mais rápidas, provocando aumento na frequência de colisões com as paredes do recipiente. O efeito macroscópico, portanto, é o aumento de pressão.

Aplicações

1 Uma certa massa de gás, no estado inicial *A*, passa para o estado *B*, sofrendo a transformação indicada nas figuras e representada no gráfico pV. Calcule a temperatura T_B.







Resolução:

Pela Lei de Gay-Lussac, temos:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{6}{T_B} \Rightarrow T_B = 900\ K$$

Portanto, a temperatura no estado B é igual a 900 K.

2 Dentro de um recipiente fechado existe uma massa de gás ocupando volume de 20 L, a pressão de 0,50 atm e a 27 °C. Se o recipiente for aquecido a 127 °C, mantendo-se o volume constante, qual será a pressão do gás?

Resolução:

Transformando a temperatura para celsius:

$T_1 = t_1 + 273 \Rightarrow T_1 = 27 + 273 \Rightarrow T_1 = 300\ K$

$T_2 = t_2 + 273 \Rightarrow T_2 = 127 + 273 \Rightarrow T_2 = 400\ K$

Utilizando a Lei de Charles, pois a transformação é isométrica, temos:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{0,5}{300} = \frac{p_2}{400} \Rightarrow p_2 = 0,67\ atm$$

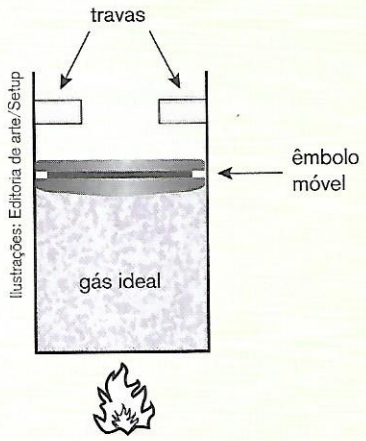
A pressão do gás será aproximadamente igual a 0,67 atm.

Atividades

1 *(Unimep-SP)* Os pneus de um caminhão são calibrados com 110 lb/pol² (PSI) em um momento em que a temperatura ambiente é 27 °C. Durante uma viagem, a temperatura dos pneus desse caminhão atingiu 57 °C. Dessa forma, admitindo-se que o volume dos pneus não variou, pode-se concluir que a pressão dos pneus, para esta última temperatura, atingiu, em lb/pol², o valor de

a) 110 b) 100 c) 121 d) 111 e) 232

2 *(UFAM)* A figura mostra um recipiente cilíndrico, com um gás ideal, sendo aquecido por uma fonte de calor. O cilindro é dotado de um êmbolo móvel e possui travas que impedem o movimento de expansão deste êmbolo, a partir de um certo volume. Supondo que este volume tenha sido alcançado e que o recipiente continue sendo aquecido, pode-se afirmar que a relação que melhor descreve a transformação sofrida pelo gás, nestas condições, é:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) $\frac{V}{T}$ = constante

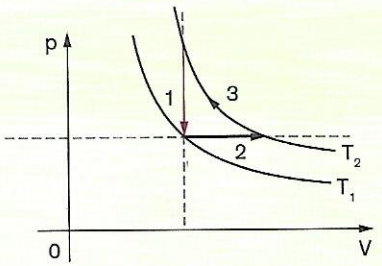
b) pV = constante

c) $\frac{p}{T}$ = constante

d) $\frac{p}{V}$ = constante

e) $\frac{V}{p}$ = constante

3 *(UEFS-BA)* Considere, no diagrama, as duas isotermas T_1 e T_2. As transformações gasosas 1, 2 e 3 são, respectivamente:



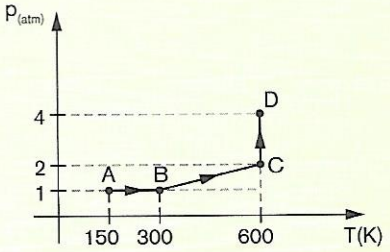
a) isobárica, isotérmica e isocórica.
b) isobárica, isocórica e isotérmica.
c) isotérmica, isocórica e isobárica.
d) isocórica, isobárica e isotérmica.
e) isotérmica, isobárica e isocórica.

4 *(Unifesp-SP)* Você já deve ter notado como é difícil abrir a porta de um *freezer* logo após tê-la fechado, sendo necessário aguardar alguns segundos para abri-la novamente. Considere um *freezer* vertical cuja porta tenha 0,60 m de largura por 1,0 m de altura, volume interno de 150 L e que esteja a uma temperatura interna de −18 °C, num dia em que a temperatura externa seja de 27 °C e a pressão, $1{,}0 \times 10^5$ N/m².

a) Com base em conceitos físicos, explique a razão de ser difícil abrir a porta do *freezer* logo após tê-la fechado e por que é necessário aguardar alguns instantes para conseguir abri-la novamente.

b) Suponha que você tenha aberto a porta do *freezer* por tempo suficiente para que todo o ar frio do seu interior fosse substituído por ar a 27 °C e que, fechando a porta do *freezer*, quisesse abri-la novamente logo em seguida. Considere que, nesse curtíssimo intervalo de tempo, a temperatura média no interior do *freezer* tenha atingido −3 °C. Determine a intensidade da força resultante sobre a porta do *freezer*.

5 *(Uespi-PI)* Uma amostra de um gás ideal sofre a sequência de processos descrita pelo gráfico pressão *versus* temperatura mostrado.



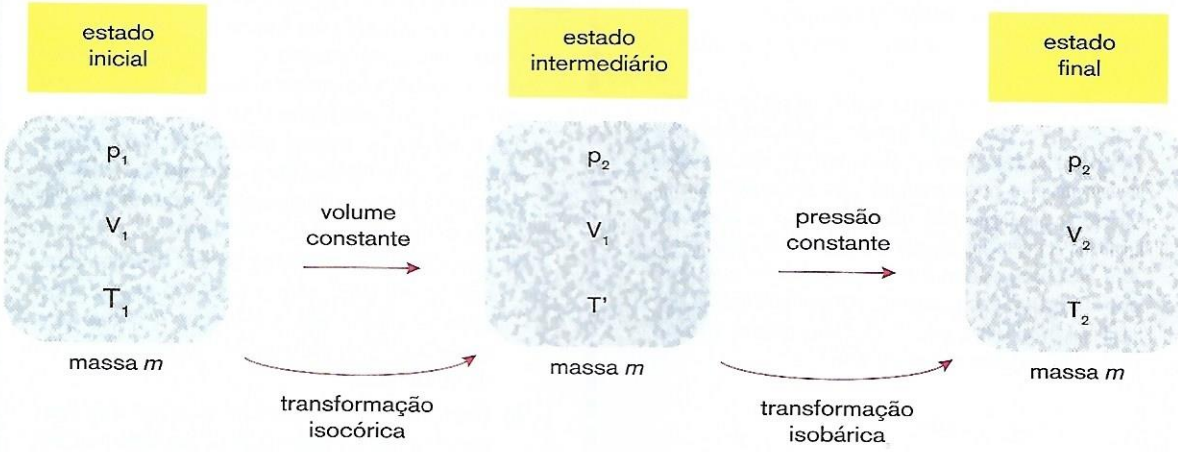
É correto afirmar que o volume do gás:

a) diminui no trecho AB, permanece constante no trecho BC, aumenta no trecho CD;
b) aumenta no trecho AB, permanece constante no trecho BC, diminui no trecho CD;
c) aumenta no trecho AB, diminui no trecho BC, permanece constante no trecho CD;
d) permanece constante no trecho AB, aumenta no trecho BC, diminui no trecho CD;
e) permanece constante no trecho AB, aumenta no trecho BC, permanece constante no trecho CD.

6. Equação geral do gás ideal

A equação geral do gás ideal relaciona as três variáveis de estado: **pressão p**, **volume V** e **temperatura absoluta T**.

Para obter essa equação, consideramos certa massa gasosa num estado inicial 1, cujas variáveis de estado são (p_1, V_1, T_1). Suponhamos que, para atingir o estado final 2 (p_2, V_2, T_2), essa massa de gás passe por um estado intermediário (p_2, V_1, T'), seguindo o caminho representado a seguir:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

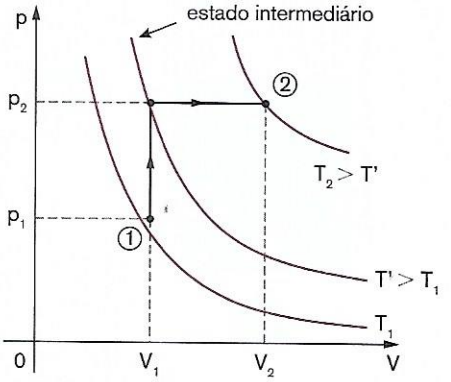
A transformação sofrida pelo gás pode ser representada no gráfico p × V ao lado.

Aplicando a Lei de Charles para a transformação entre os estados 1 e intermediário, vem:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T'} \Rightarrow T' = \frac{p_2 T_1}{p_1} \quad \text{(a)}$$

Do estado intermediário para o estado final 2, de acordo com a Lei de Gay-Lussac, temos:

$$\frac{V_1}{T'} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T' = \frac{V_1 T_2}{V_2} \quad \text{(b)}$$



Observe que, na passagem do estado 1 para o estado intermediário, não houve alteração no volume e, quando da passagem deste para 2, foi a pressão que se manteve constante.

Comparando (a) com (b), tem-se: $\frac{p_2 T_1}{p_1} = \frac{V_1 T_2}{V_2}$. Ajustando a relação obtida, chegamos à equação geral do gás ideal:

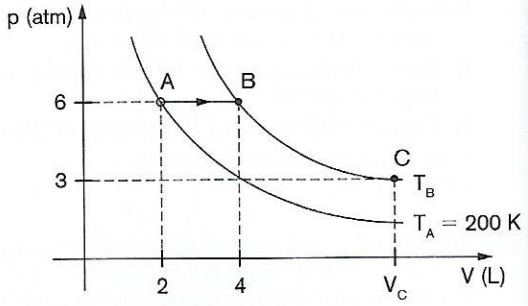
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{constante}$$

As transformações gasosas podem ocorrer com alteração simultânea das três variáveis de estado (pressão, volume e temperatura). A suposição do estado intermediário foi imaginada apenas para facilitar a obtenção do resultado final.

A expressão da equação geral dos gases é válida somente para transformações que envolvem dada massa de determinado gás.

Aplicação

Determinada massa de gás num estado inicial *A* sofre as transformações indicadas no diagrama. Calcule T_B e V_C.



Resolução:

De A para B a transformação é isobárica. Assim, temos:

estado A (inicial)

$p_A = 6$ atm

$V_A = 2$ L

$T_A = 200$ K

estado B (intermediário)

$p_B = 6$ atm

$V_B = 4$ L

$T_B = ?$

Usando a equação geral do gás ideal, vem:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{6 \cdot 2}{200} = \frac{6 \cdot 4}{T_B} \Rightarrow T_B = 400\ k$$

De B para C a transformação é isotérmica. Assim, temos:

estado B (intermediário)

$p_B = 6$ atm

$V_B = 4$ L

$T_B = 400$ K

estado C (final)

$p_C = 3$ atm

$V_C = ?$

$T_C = T_B = 400$ K

Usando a equação do gás ideal, vem:

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_C V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{6 \cdot 4}{400} = \frac{3 \cdot V_C}{400} \Rightarrow V_C = 8\ L$$

Atividades

1 *(UEMS)* Um cilindro contém oxigênio isolado por um êmbolo, conforme mostram as figuras dadas. A figura 1 refere-se à situação inicial, na qual o oxigênio possui temperatura de 300 kelvin a uma pressão de 10 atmosferas, em um volume de 15 litros. A figura 2 refere-se à situação final, em que a temperatura aumenta para 320 kelvin, com a diminuição do volume para 12 litros.

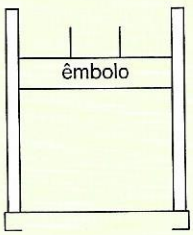


Figura 1.

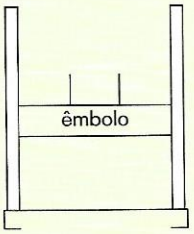
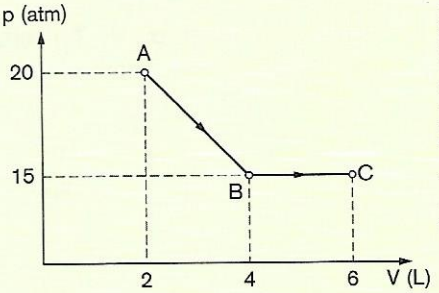


Figura 2.

Considerando o gás como sendo ideal, a pressão final exercida sobre o gás é igual a:

a) 13,3 atm
b) 3,3 atm
c) 23,3 atm
d) 0,22 atm
e) 16,22 atm

2 *(UFAM)* Um gás ideal é levado lentamente do estado inicial *A* ao estado final *C*, passando pelo estado intermediário *B*, para o qual a temperatura vale $T_B = 300$ K. A figura representa a variação da pressão desse gás, em atmosferas (atm), em função do volume, em litros (L). Para este gás, as temperaturas nos estados inicial (T_A) e final (T_C) valem:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) $T_A = 300$ K; $T_C = 250$ K
b) $T_A = 450$ K; $T_C = 200$ K
c) $T_A = 250$ K; $T_C = 450$ K
d) $T_A = 200$ K; $T_C = 450$ K
e) $T_A = 300$ K; $T_C = 300$ K

3 *(OPF-SP)* Um motorista percebe que os pneus de seu carro estão com uma pressão excessiva igual a 42 PSI. Ele permite que o ar escape até que a pressão apropriada seja alcançada.

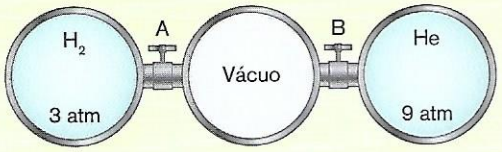
O ar e os pneus estavam inicialmente a 30 °C. No bico, o gás se expande para ocupar um volume 2,5 vezes maior que o volume original. Sabendo que o gás no interior dos pneus se comporta como um gás ideal, pede-se:

a) Qual a temperatura dos 14 PSI de gás que saem dos pneus?

b) Faça um diagrama p × V do processo descrito.

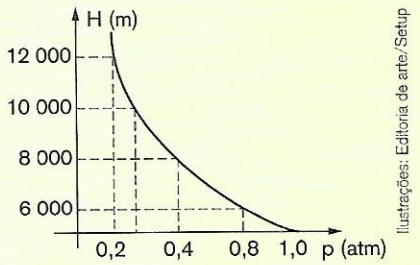
Caso julgue necessário, considere
1 PSI = 1 kPa.

4 *(UFRGS-RS)* Se o sistema representado a seguir for mantido a uma temperatura constante, e se os três balões possuírem o mesmo volume, após se abrirem as válvulas A e B, a pressão total nos três balões será:



a) 3 atm
b) 4 atm
c) 6 atm
d) 9 atm
e) 12 atm

5 *(UFPA)* Em um documentário de TV, João tomou conhecimento de que a pressão atmosférica diminui com a altitude. Por essa razão o interior das aeronaves é mantido em certo nível de pressurização para conforto dos passageiros. O gráfico abaixo mostra a variação da pressão do ar externo com a altura acima do nível do mar. Sabendo que, durante um voo, é mantida uma diferença de 0,4 atmosfera entre as pressões interna e externa à aeronave, pela análise do gráfico conclui-se que a pressão interna a 8000 metros de altitude, em atmosfera, é igual a:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) 0,2
b) 0,4
c) 0,6
d) 0,8
e) 1,0

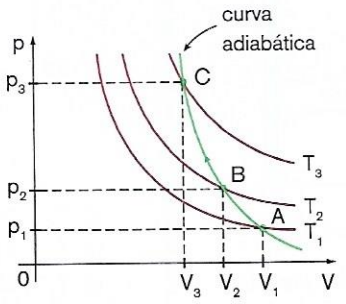
7. Transformação adiabática

A transformação adiabática de um gás é aquela que ocorre sem haver troca de calor entre o gás e o meio exterior. Numa transformação adiabática, variam o volume, a pressão e a temperatura simultaneamente. É válida, portanto, a equação geral do gás ideal.

Na prática, podem ser consideradas adiabáticas as expansões e as compressões efetuadas com rapidez tal que não permitam haver tempo para o gás absorver ou liberar calor.

A curva que representa uma transformação adiabática no plano pressão × volume é construída da seguinte forma:

- No gráfico p × V, consideramos três isotermas representando estados em temperaturas $\mathbf{T_1}$, $\mathbf{T_2}$ e $\mathbf{T_3}$ tais que $T_1 < T_2 < T_3$.
- Partindo do ponto *A* ($\mathbf{p_1}$, $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{T_1}$) certa massa gasosa é comprimida adiabaticamente dentro de um cilindro isolado termicamente.



- Durante a compressão que se inicia em *A*, o sistema se afasta da isoterma $\mathbf{T_1}$ e se aproxima do ponto *B* na isoterma $\mathbf{T_2}$, caracterizando um novo estado *B* ($\mathbf{p_2}$, $\mathbf{V_2}$, $\mathbf{T_2}$).
- Continuando a compressão, atinge-se o ponto *C* ($\mathbf{p_3}$, $\mathbf{V_3}$, $\mathbf{T_3}$) na isoterma $\mathbf{T_3}$. Se ligarmos os pontos *A*, *B* e *C* (linha verde), teremos, no plano p × V, a curva que representa uma compressão adiabática.

Se efetuarmos a expansão C → B → A, o sistema passará pelos mesmos estados representados por essa curva. Note que a curva adiabática apresenta um único ponto comum com cada isoterma.

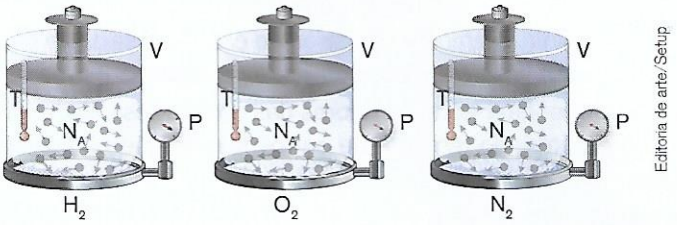
É curioso perceber que sempre ocorre alteração na temperatura de uma massa gasosa que realiza uma transformação adiabática, mesmo sem fornecer ou retirar calor do gás. Embora não haja troca de calor, há troca de energia com o ambiente, na forma de trabalho, ao se contrair ou se expandir. Uma contração causa aumento na energia cinética do gás, elevando sua temperatura. Por outro lado, uma expansão causa queda em sua temperatura.

8. Lei de Avogadro

Em 1811, o cientista italiano Amedeo Avogadro (1776-1856), com base em estudos conhecidos sobre reações químicas entre substâncias no estado gasoso, formulou uma hipótese que após ter sido confirmada experimentalmente passou a ser conhecida como **Lei de Avogadro**, a qual pode ser assim expressa:

Volumes iguais de gases diferentes, nas mesmas condições de temperatura e pressão, contêm o mesmo número de partículas.

Por exemplo, se os gases hidrogênio (H_2), oxigênio (O_2), nitrogênio (N_2) etc. ocuparem volumes de 22,4 L, estando todos à mesma temperatura **T** e exercendo a mesma pressão de 1 atm, então o número $\mathbf{N_A}$ de partículas de cada gás será de aproximadamente $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas, chamado de número de Avogrado.



Experiências realizadas em 1908, pelo físico francês Jean Baptista Perrin (1870-1942), para a verificação da teoria de Einstein sobre o movimento browniano, permitiram pela primeira vez determinar qual era o número de Avogadro. Perrin encontrou um valor próximo do aceito atualmente, que é:

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ partículas/mol}$$

Para cada substância, o **número de Avogadro**, representado por $\mathbf{N_A}$, indica o número de átomos, ou de moléculas, ou de íons existente em cada mol dessa substância.

A grandeza "quantidade de matéria" é medida em número de mols **n**, que é uma das unidades de base do Sistema Internacional de Unidades.

Por outro lado, a massa **m** (medida da inércia) de um corpo é diretamente proporcional à sua quantidade de matéria (número de mols) **n**.

$$\frac{m}{n} = \text{constante}$$

A constante de proporcionalidade representada por **M** denomina-se **massa molar** e corresponde à massa de um mol da substância.

$$M = \frac{m}{n} \text{ ou } n = \frac{m}{M}$$

A massa molar **M** relaciona a massa **m** de uma substância com a sua quantidade de matéria **n**, ou seja, seu número de mols. Foi determinado experimentalmente que nas condições normais de pressão e temperatura (1 atm e 0 °C), um mol de qualquer gás ocupa sempre 22,4 L. Tal volume é denominado volume molar.

$$V_{molar} = 22{,}4 \text{ L/mol de qualquer gás a } 0\,^{\circ}C \text{ e a 1 atm de pressão}$$

9. Lei do gás ideal

A lei do gás ideal relaciona as três variáveis de estado – pressão, volume e temperatura – com o número de mols do gás. Para deduzi-la matematicamente, vamos retomar a equação geral do gás ideal, considerando, inicialmente, que a quantidade de partículas de um certo gás seja n = 1 mol e que ocorra uma transformação de um estado qualquer (**p**, **V**, **T**) para um estado definido pelas CNPT ($\mathbf{p_0}$, $\mathbf{V_0}$, $\mathbf{T_0}$).

Estado inicial: $p_0 = 1$ atm; $V_0 = 22{,}4$ L/mol; $T_0 = 273$ K; $n = 1$ mol

Estado final: p; V; T; n = 1 mol

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \Rightarrow \frac{pV}{T} = \frac{1 \cdot 22{,}4}{273} \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{K} \cdot \text{mol}} = 0{,}082 \text{ atm} \cdot \text{L}/(\text{K} \cdot \text{mol})$$

O valor 0,082 é uma constante que não depende do gás considerado e, internacionalmente, é representado por **R**, e recebe a denominação de **constante universal dos gases**.

Portanto, a equação de estado do gás ideal é:

$$pV = nRT \text{ ou } pV = \frac{m}{M} RT$$

Essa expressão matemática é conhecida por muitos como Equação de Clapeyron – engenheiro e físico francês Benoit Paul Émile Clapeyron (1799-1864) – e traduz o comportamento do gás ideal em situações em que a massa permanece constante e também em casos de entrada e saída de gás do recipiente que o contém, ou seja, nos casos de massa variável. Nesse sentido, essa equação é mais versátil que a equação geral.

É importante destacar que, em Física, os valores das constantes universais são totalmente independentes das condições do sistema, do tempo e de outros fatores que não sejam estritamente o sistema de unidades empregado.

No SI, 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ N/m² e 1 L = 10^{-3} m³; então o valor de **R** é igual a:

$$R = 0{,}082 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{mol}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 8{,}31 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \text{ ou } R = 8{,}31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

É importante ressaltar, ainda, que na aplicação da equação de gás ideal a temperatura deve ser expressa em kelvin e a pressão e o volume devem ser expressos em unidades compatíveis com as unidades da constante universal dos gases **R**.

Aplicações

1 Um gás perfeito encontra-se no interior de um cilindro metálico, munido de um êmbolo e de uma torneira. O volume inicial do gás é $\mathbf{V_0}$, e a sua pressão inicial é $p_0 = 4$ atm. Abre-se a torneira e desloca-se o êmbolo de forma que a metade da massa do gás escape lentamente e o gás residual fique reduzido a um volume de $\frac{2}{3}$ do inicial. Calcule a pressão final do gás.

Resolução:

Do enunciado, temos:

Inicial	*Final*
$n_1 = n$	$n_2 = \frac{n}{2}$
$V_1 = V_0$	$V_2 = \frac{2}{3} \cdot V_0$
$p_1 = 4$ atm	$p_2 = ?$
$T_1 = T$	$T_2 = T$

Usando a equação de estado do gás ideal, vem:

$4V_0 = nRT$ (1)

$p_2 \cdot \frac{2}{3} V_0 = \frac{n}{2} RT$ (2)

Dividindo (2) por (1), vem:

$$\frac{p_2 \cdot \frac{2}{3} V_0}{4V_0} = \frac{\frac{n}{2} RT}{nRT} \Rightarrow p_2 = 3 \text{ atm}$$

Portanto, a pressão final do gás é igual a 3 atm.

2 Num recipiente de 10 L são misturados 3 L de oxigênio a 37 °C, sob pressão de 4 atm, e 5 L de nitrogênio a 77 °C, sob pressão de 2 atm. Determine a pressão total da mistura a 27 °C.

Resolução:

O número total **n** *de mols da mistura é igual a:* $n = n_1 + n_2$

Daí, vem:

$$p_1V_1 = n_1RT_1 \Rightarrow n_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1}$$

$$p_2V_2 = n_2RT_2 \Rightarrow n_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2}$$

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

Substituindo, obtemos:

$$\frac{pV}{RT} = \frac{P_1V_1}{RT_1} + \frac{P_2V_2}{RT_2}$$

$$\frac{p \cdot 10}{300} = \frac{4 \cdot 3}{310} + \frac{2 \cdot 5}{350}$$

$$\frac{10p}{300} = \frac{12}{310} + \frac{10}{350}$$

$$p = 2 \text{ atm}$$

Portanto, a pressão da mistura é igual a aproximadamente 2 atm.

Atividades

1 *(Fuvest-SP)* Um bujão de gás de cozinha contém 13 kg de gás liquefeito, à alta pressão. Um mol desse gás tem massa de, aproximadamente, 52 g. Se todo o conteúdo do bujão fosse utilizado para encher um balão, à pressão atmosférica e à temperatura de 300 K, o volume final do balão seria aproximadamente de:

a) 13 m^3 c) 3,1 m^3 e) 0,27 m^3
b) 6,2 m^3 d) 0,98 m^3

Dados: constante dos gases: R = 8,3 J/ (mol · K) ou R = 0,082 atm · L / (mol · K);
$P_{atmosférica}$ = 1 atm ≃ 1 × 10^5 Pa (1 Pa = 1 N/m^2);
(1 m^3 = 1000 L)

2 *(Uni-Rio-RJ)* Um cilindro de capacidade igual a 60 litros está cheio de oxigênio sob pressão de 9,2 atm e à temperatura de 27 °C. Abre-se a válvula. Qual a massa de gás que escapa do recipiente? (Suponha que a temperatura permaneça constante e a pressão externa seja normal.)

Dados: constante dos gases:
R = 0,082 atm · L · k^{-1} · mol^{-1};
massa molecular do oxigênio = 32.

a) 680 g c) 240 g e) 420 g
b) 560 g d) 640 g

3 *(Vunesp-SP)* Uma panela de pressão com capacidade de 4 litros contém, a uma temperatura de 27 °C, 3 litros de água líquida à pressão de 1 atm. Em seguida, ela é aquecida até que a temperatura do vapor seja de 127 °C, o volume de água líquida caia para 2,8 litros e o número de moléculas do vapor dobre. A panela começa a deixar escapar vapor por uma válvula, que entra em ação após a pressão interna do gás atingir um certo valor máximo. Considerando o vapor como um gás ideal, determine o valor dessa pressão máxima.

4 *(Unicamp-SP)* Uma lata de refrigerante contém certa quantidade de açúcar, no caso de um refrigerante comum, ou de adoçante, no caso de um refrigerante dietético.

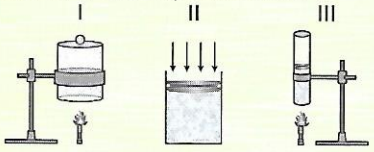
a) Considere uma lata de refrigerante comum contendo 302 mL de água e 40 g de açúcar, e outra de refrigerante dietético, contendo 328 mL de água e uma massa desprezível de adoçante. Mostre qual das duas latas deveria boiar em um recipiente com água, cuja densidade é d_a = 1,0 g/cm^3. A massa da lata de refrigerante vazia é igual a 15,0 g e seu volume total é de 350 mL. Neste item, despreze o volume ocupado pelo material da lata e a massa de gás carbônico no seu interior.

b) Suponha, agora, uma outra situação na qual o gás carbônico ocupa certo volume na parte superior da lata, a uma pressão p = 3,0 × 10^5 N/m^2 para uma temperatura T = 300 K. A massa molar do gás carbônico vale 44 g/mol e, assumindo que o mesmo se comporte como um gás ideal, calcule a densidade de gás carbônico na parte superior da lata. A lei dos gases ideais é dada por pV = nRT, onde R = 8,3 J/mol · K e **n** é o número de mols do gás.

5 *(Unimontes-MG)* Um balão de volume igual a 750 m^3 deve ser preenchido com hidrogênio e ficar à pressão atmosférica (Pa = 1,03 · · 10^5 N/m^2) quando estiver totalmente cheio. O hidrogênio está armazenado em cilindros sob pressão manométrica de 1,545 · 10^6 N/m^2 e volume de 2,0 m^3. O número de cilindros necessários para encher o balão é

a) 30 b) 22 c) 25 d) 20

6 *(UEFS-BA)* A figura I mostra um gás sendo aquecido em um recipiente indilatável, a figura II, um gás sendo comprimido lentamente, de modo a se manter em equilíbrio térmico com o ambiente, e a figura III, um gás sendo aquecido em um tubo com êmbolo móvel. Considerando o gás ideal, as transformações gasosas I, II e III são, respectivamente:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) adiabática, isobárica e isotérmica.
b) isobárica, isocórica e isotérmica.
c) isotérmica, isobárica e isocórica.
d) isotérmica, adiabática e isobárica.
e) isocórica, isotérmica e isobárica.

7 *(UFMG)* Um reservatório fechado contém certa quantidade de hélio gasoso à pressão p_i. Num primeiro processo, esse gás é aquecido, lentamente, de uma temperatura inicial T_i até uma temperatura T_F. Num segundo processo, um pequeno orifício é aberto na parede do reservatório e, por ele, muito lentamente, deixa-se escapar um quarto do conteúdo inicial do gás. Durante esse processo, o reservatório é mantido à temperatura T_F.

a) Esboce, no quadro, o diagrama da pressão em função da temperatura do gás nos dois processos descritos. Justifique sua resposta.

b) Considere que $p_i = 1{,}0 \times 10^5\ N/m^2$ e que as temperaturas são $T_i = 27\,°C$ e $T_F = 87\,°C$. Calcule o valor da pressão do gás no interior do reservatório, ao final do segundo processo.

10. Teoria cinética dos gases

Até agora, nosso estudo sobre os gases levou em conta leis experimentais que focaram comportamentos macroscópicos, utilizando as grandezas volume, pressão, temperatura, massa e quantidade de matéria expressa em mols.

A Teoria cinética dos gases foi desenvolvida a partir de meados do século XIX com a finalidade de estudar e compreender microscopicamente aspectos do comportamento da matéria na fase gasosa.

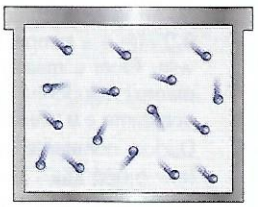
A partir do modelo atômico-molecular já foram citados os postulados que fundamentaram as ideias desenvolvidas na teoria cinética dos gases. Vamos, agora, estabelecer a interpretação molecular da pressão, da temperatura, a questão da energia interna de um gás monoatômico e ainda calcular a velocidade média das partículas de um gás em função da temperatura.

• Interpretação da pressão

Consideremos certa massa **m** de gás ideal encerrada em um recipiente fechado, ocupando um volume **V**. Seja **N** o número total de partículas e **m'** a massa de cada uma delas. A massa total do gás dentro do recipiente será:

$$m = Nm'$$

As partículas se deslocam em todas as direções do espaço disponível e, ao colidirem com as paredes do recipiente, exercem forças que originam o efeito da pressão.



É possível tirar algumas conclusões a partir do modelo, ao lado, por exemplo:

A pressão do gás deve ser tanto maior quanto maior for a massa da partícula.

Mantendo-se constante a temperatura, a pressão do gás diminui com o aumento do volume ocupado pelo gás.

A pressão exercida pelo gás deve aumentar com o aumento da velocidade das partículas.

Claro que o aumento na velocidade média das partículas faz que elas cheguem às paredes do recipiente com maior frequência. Essa argumentação embute o efeito do aumento da temperatura do gás.

Por meio da aplicação de conceitos e resultados oferecidos pela Mecânica de Newton é possível deduzir matematicamente que a pressão exercida por **N** partículas (cada uma com massa **m'**) de um gás confinado ao volume **V**, deslocando-se em média com velocidade **v**, é dada por:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{Nm'v^2}{V} \Rightarrow p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{m'v^2}{2} \Rightarrow p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot E_C$$

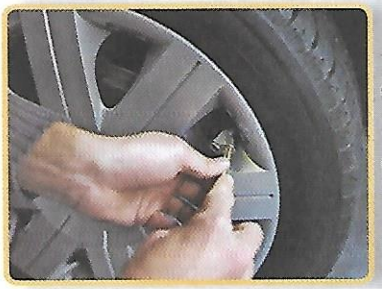
em que $\mathbf{E_c}$ representa a energia cinética translacional média de cada partícula e $\mathbf{v^2}$ representa o quadrado do valor médio da velocidade das partículas.

Lembrando que $m = Nm'$, podemos escrever o resultado anterior como:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{E_C}{V}$$

em que $\mathbf{E_C} = NE_c'$ representa a energia cinética translacional de toda a massa gasosa.

Ao adicionarmos ar numa bexiga ou nos pneus da bicicleta ou dos veículos, a pressão interna aumenta, porque introduzimos um número maior de partículas, fazendo que o choque delas com as paredes internas da bexiga ou dos pneus aumente.



Stockbyte/Getty Images

Ao encher um pneu, o número de partículas do gás aumenta, elevando a pressão.

- **Interpretação da temperatura do gás**

De $p = \frac{2}{3} \cdot \frac{E_C}{V}$, podemos escrever:

$$pV = \frac{2}{3} \cdot E_C \qquad (1)$$

Por outro lado sabemos que:

$pV = nRT$ (2)

Comparando (1) e (2), obtemos:

$$\frac{2}{3} \cdot E_C = nRT \Rightarrow T = \frac{2}{3nR} E_C$$

Assim, podemos concluir que a temperatura de um gás é diretamente proporcional à energia cinética translacional média de suas partículas.

Por esse motivo, costuma-se associar a temperatura com o "nível de agitação" das partículas.

Energia interna

Retomando novamente a expressão $p = \frac{2}{3} \cdot \frac{E_C}{V}$, podemos isolar o termo da energia cinética e obter:

$$E_C = \frac{3}{2}pV \Rightarrow E_C = \frac{3}{2}nRT$$

Essa sentença fornece a energia interna de um gás monoatômico. Ela mostra que, para certo número de mols, a energia interna do gás depende somente da temperatura.

Para os gases biatômicos (H_2, O_2, N_2,...), a energia interna é formada por uma soma de energias cinéticas de translação, de rotação, de vibração, e energia potencial da configuração das partículas.

Sendo **N** o número de partículas e $\mathbf{E_C}$ a energia cinética do gás, a energia cinética média por partícula $\mathbf{e_c}$ é dada por:

$$e_c = \frac{3}{2}kT$$

em que K é chamado **constante de Boltzmann** e vale, no Sistema Internacional de Unidades, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Essa sentença mostra que gases diferentes possuem a mesma energia cinética média por partícula se estiverem à mesma temperatura.

Velocidade média translacional das moléculas de um gás

$$E_c = \frac{3}{2}nRT = \frac{mv^2}{2};$$

Sendo $n = \frac{m}{M} = \frac{\text{massa do gás}}{\text{molécula-grama do gás}}$

Temos:

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Durante o deslocamento dos veículos, a pressão do ar dentro dos pneus aumenta em virtude do atrito destes com o pavimento, ocasionando elevação da temperatura e, consequentemente, da velocidade das partículas do gás em seu interior. Dessa forma, aumenta o número de colisões das partículas do gás com as paredes internas do pneu. O resultado é o aumento na pressão.

Aplicação

Calcule a velocidade média do movimento de translação das partículas dos gases hidrogênio e oxigênio à temperatura de 27 °C. As massas molares valem, respectivamente, $2 \cdot 10^{-3}$ kg/mol e $32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol e a constante universal dos gases é R = 8,31 J/K · mol.

Resolução:

A temperatura em kelvin é igual a:

$T = 27 + 273 \Rightarrow T = 300\ K$

Assim, temos:

gás hidrogênio:

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow v \simeq 1934\ m/s$$

gás oxigênio:

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow v \simeq 480\ m/s$$

Atividades

1 *(UFU-MG)* Considere uma amostra de hidrogênio e outra de oxigênio, ambas a uma mesma temperatura. Sabe-se que a massa molecular do hidrogênio é $3{,}3 \cdot 10^{-27}$ kg e a do oxigênio é $53 \cdot 10^{-27}$ kg. Podemos afirmar que:

a) se duplicarmos a temperatura absoluta das amostras, os valores das energias cinéticas médias das moléculas não se alteram.

b) a energia cinética das moléculas de hidrogênio é menor que a energia cinética das moléculas de oxigênio.

c) a velocidade média das moléculas de oxigênio é maior que a velocidade média das moléculas de hidrogênio.

d) a energia cinética das moléculas de hidrogênio não se anula no zero absoluto.

e) a energia cinética das moléculas de oxigênio se anula no zero absoluto.

2 *(UECE)* Um recipiente contém uma mistura gasosa, em equilíbrio termodinâmico, constituída de H_2, CO_2, NH_3, N_2, a baixa pressão e a temperatura ambiente, comportando-se como gás ideal. Dentre as moléculas do interior deste recipiente, as que têm maior velocidade são as de:

a) H_2

b) CO_2

c) NH_3

d) N_2

Mais Atividades

1 *(UFPB)* Um gás ideal confinado num recipiente fechado possui, inicialmente, volume de 2 m^3 e está sob uma pressão de 10^5 N/m^2, a uma temperatura de 200 K. Tal gás sofre uma transformação isobárica, ao final da qual a sua temperatura é de 100 K. O volume final do gás após essa transformação é igual a:

a) 1 m^3 c) 3 m^3 e) 5 m^3
b) 2 m^3 d) 4 m^3

2 *(Fuvest-SP)* Um laboratório químico descartou um frasco de éter, sem perceber que, em seu interior, havia ainda um resíduo de 7,4 g de éter, parte no estado líquido, parte no estado gasoso. Esse frasco, de 0,8 L de volume, fechado hermeticamente, foi deixado sob o sol e, após um certo tempo, atingiu a temperatura de equilíbrio T = 37 °C, valor acima da temperatura de ebulição do éter. Se todo o éter no estado líquido tivesse evaporado, a pressão dentro do frasco seria

a) 0,37 atm. c) 2,5 atm. e) 5,9 atm.
b) 1,0 atm. d) 3,1 atm.

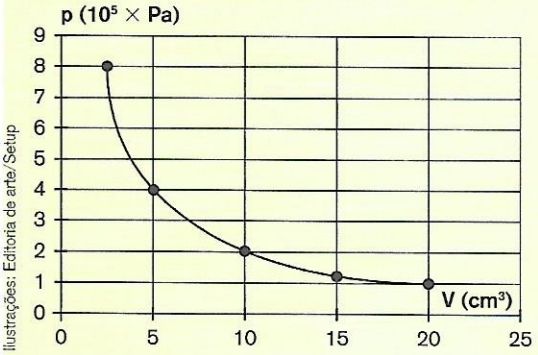
Note e Adote
No interior do frasco descartado havia apenas éter.
Massa molar do éter = 74 g
K = °C + 273
R (constante universal dos gases) = = 0,08 atm · L / (mol · K)

3 *(AFA-SP)* Um pequeno recipiente de gás tem 5 L de volume e, à temperatura de 27 °C, apresenta pressão interna de 12 atm. Resfriando-se o recipiente até a temperatura de −23 °C e desprezando-se a variação externa de seu volume, qual será a pressão final, em atm, do gás? Considere o gás ideal.

a) 3,2 b) 6,4 c) 10,0 d) 12,0

4 *(UFMT)* Um gás ideal em uma seringa de injeção, a uma temperatura constante, é comprimido e os resultados são apresentados no gráfico abaixo

Pressão em função do volume



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A partir das informações constantes do gráfico, assinale a afirmativa correta.

a) O processo como representado no gráfico é irreversível.
b) O processo de transformação é isobárico.
c) O produto da pressão pelo volume é constante e igual a 2 Pa · m^3.
d) O fenômeno descrito no gráfico é regido pela lei de Charles e Gay-Lussac.
e) O valor da pressão, quando o volume for de 10 cm^3, será igual a 2 · 10^5 atm.

5 *(Fuvest-SP)* Em um "freezer", muitas vezes, é difícil repetir a abertura da porta, pouco tempo após ter sido fechado, devido à diminuição da pressão interna. Essa diminuição ocorre porque o ar que entra, à temperatura ambiente, é rapidamente resfriado até a temperatura de operação, em torno de −18 °C. Considerando um "freezer" doméstico, de 280 L, bem vedado, em um ambiente a 27 °C e pressão atmosférica p_0, a pressão interna poderia atingir o valor mínimo de

Considere que todo o ar no interior do "freezer", no instante em que a porta é fechada, está à temperatura do ambiente.

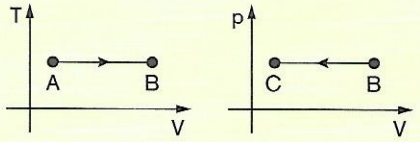
a) 35% de p_0 d) 85% de p_0
b) 50% de p_0 e) 95% de p_0
c) 67% de p_0

6 *(Unimep-SP)* Atualmente, várias pesquisas sobre Gás Natural Veicular (GNV), inclusive com participação de pesquisador da Unimep, estão em andamento no Brasil. O desafio para um futuro próximo é reduzir o reservatório usado nos carros assim como a pressão do gás. Considere o GNV um gás ideal colocado num reservatório de volume **V** e mantido à pressão **p**. Se o volume do gás for reduzido isotermicamente à metade, a sua pressão:

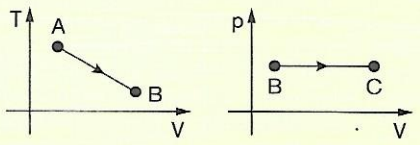
a) dobra o valor inicial, pois é diretamente proporcional ao volume.
b) não altera.
c) se reduz também à metade, pois é diretamente proporcional ao volume.
d) dobra o valor inicial, pois é inversamente proporcional ao volume.
e) se reduz também à metade, pois é inversamente proporcional ao volume.

7 *(UERJ)* Um gás ideal sofre uma transformação cíclica A → B → C → A, em que A → B é uma transformação isotérmica, B → C, isobárica e C → A, isovolumétrica. Os gráficos da temperatura em função do volume (T × V) e da pressão em função do volume (p × V), para as transformações A → B e B → C, são, respectivamente:

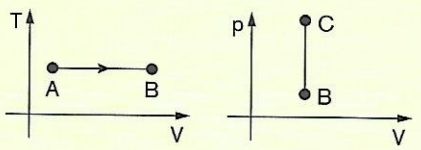
a)



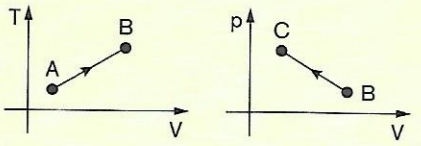
b)



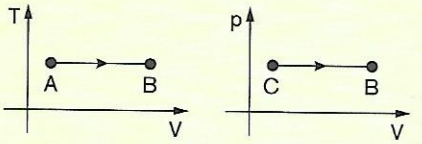
c)



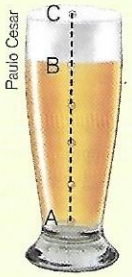
d)



e)



8 *(UFPel-RS)* Um copo contém uma parte de chopp e, acima dela, uma parte de espuma (chamada "colarinho"), como representado na figura. Uma bolha de gás, desprendendo-se do fundo, atravessa a parte líquida (de *A* para *B*) e, em seguida, a parte de espuma (de *B* para *C*). Observa-se que, nesse percurso, o seu volume aumenta.



a) Por que ocorrem aumentos de volume da bolha de gás, de *A* para *B* e de *B* para *C*?

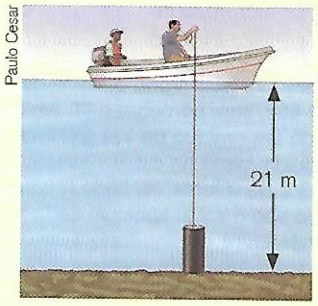
b) Considerando, em *A*, o volume da bolha 28 mm³, a temperatura 7 °C e a pressão a que a bolha estará submetida $1{,}6 \cdot 10^5$ Pa, determine, em Pascal, a pressão exercida sobre a bolha quando atingir o ponto *C*, no qual a temperatura é de 17 °C e ela passar a ocupar um volume de 46,4 mm³.

9 *(UFU-MG)* Um tanque de 0,1 m³ de volume está cheio com gás hélio a 120 atm e à temperatura ambiente. O gás é usado para encher balões de borracha, cada um com um volume de 1 litro (1 litro = 1 000 cm³), a uma pressão de 1,2 atm e à temperatura ambiente.

Se todo esse gás do tanque for utilizado para encher os balões, a quantidade de balões que será preenchida é:

a) 1 200 balões.
b) 10 000 balões.
c) 12 000 balões.
d) 100 000 balões.

10 *(UFPA)* Dois estudantes do ensino médio decidem calcular a *temperatura* do fundo de um lago. Para tanto, descem lentamente um cilindro oco, de eixo vertical, fechado apenas na extremidade superior, até o fundo do lago, com auxílio de um fio (figura abaixo). Ao puxarem o cilindro de volta, observam que ele está molhado internamente até 70% da sua altura interna. Medindo o comprimento do fio recolhido, eles encontram que a profundidade do lago é igual a 21 m. Na superfície do lago, a pressão é 1,0 atm ($1{,}0 \cdot 10^5$ N/m²) e a temperatura é 27 °C. Admitindo-se que o ar seja um gás ideal, que a aceleração da gravidade vale 10 m/s² e que a densidade da água é constante e igual a 10^3 kg/m³, o valor da temperatura encontrada pelos estudantes é:



a) 2,79 °C
b) 276 K
c) 289 K
d) 12 °C
e) 6 °C

11 Um volume de 8,2 L é ocupado por 64 g de gás oxigênio, à temperatura de 27 °C. Qual é a pressão no interior do recipiente? Dados: massa molar do O_2 = 32 g e $R = \frac{0{,}082 \text{ atm} \cdot \text{L}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$.

12 *(PUC-RJ)* Um mol de gás ideal, à pressão de 16,6 atm, ocupa uma caixa cúbica cujo volume é de 0,001 m³. Qual a temperatura do gás e a força que o gás exerce sobre a tampa quadrada da caixa?

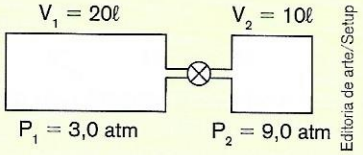
(Considere 1,0 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, $R = \frac{8{,}3 \text{ J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$)

a) 100 K e $8{,}3 \cdot 10^3$ N
b) 100 K e $16{,}6 \cdot 10^3$ N
c) 166 K e $8{,}3 \cdot 10^3$ N
d) 200 K e $16{,}6 \cdot 10^3$ N
e) 200 K e $8{,}3 \cdot 10^3$ N

13 *(Unitau-SP)* Um balão de borracha continha 5 litros de gás hélio. Devido a uma falha na vedação do recipiente, parte do gás escapou lentamente. Enquanto o defeito não foi reparado, 2 litros do gás escaparam, tendo sido reduzida a pressão no interior do recipiente em 20%. Considerando que a temperatura do gás não foi alterada pelo vazamento, a massa de gás que escapou do recipiente, em relação ao valor inicial, foi de:

a) 48%
b) 40%
c) 85%
d) 60%
e) 52%

14 *(USS-RJ)*



Dois recipientes metálicos de volumes V_1 = 20 L e V_2 = 10 L são conectados por um tubo de volume desprezível, provido de uma válvula.

Esses cilindros contém um gás ideal e, com a válvula inicialmente fechada, a pressão deste gás vale $P_1 = 3{,}0$ atm no recipiente de volume V_1 e $P_2 = 9{,}0$ atm no recipiente de volume V_2.

A temperatura dos dois recipientes é a mesma e será mantida constante durante todo o processo.

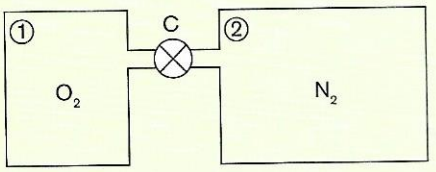
Uma vez aberta a válvula e depois de estabelecido o equilíbrio termodinâmico do sistema, a pressão do gás nos dois recipientes será, aproximadamente, igual a:

a) 4,0 atm
b) 5,0 atm
c) 6,0 atm
d) 7,0 atm
e) 8,0 atm

15 *(UECE)* Dois gases ideais *A* e *B* encontram-se em recipientes separados. O gás *A* possui volume $V_A = 10$ L e está submetido à pressão $p_A = 5$ atm. O gás *B* possui volume $V_B = 5$ L e está submetido à pressão $p_B = 3$ atm. As temperaturas respectivas são $t_A = 27$ °C e $t_B = 177$ °C. Os gases são misturados em um mesmo recipiente de volume $V = 10$ L, a uma temperatura $t = 127$ °C. A pressão, em atm, que esta mistura exercerá nas paredes do recipiente é:

a) 2
b) 5
c) 8
d) 10

16 *(Ufla-MG)* A figura abaixo mostra dois recipientes 1 e 2 de paredes adiabáticas, unidos por uma conexão C de volume desprezível, com registro inicialmente fechado. O recipiente 1 apresenta volume $V_1 = 2$ L, contendo 3 moles de O_2, a uma temperatura $T_1 = 300$ K. O recipiente 2 apresenta volume $V_2 = 4$ L, contendo uma certa quantidade de N_2, a pressão $P_2 = 4 \cdot 10^6$ N/m² e temperatura $T_2 = 400$ K.



Abrindo-se o registro, os gases se misturam, atingindo o equilíbrio térmico a $T = 360$ K. Considerando a constante universal dos gases perfeitos $R = 8{,}0$ J/mol · K e as massas moleculares $M(O_2) = 32$ g e $M(N_2) = 28$ g, calcule:

a) A massa de N_2 contida no recipiente 2, antes da abertura do registro.

b) A pressão exercida pelos gases no recipiente 1, após a abertura do registro e atingido o equilíbrio térmico.

c) O número de moles de N_2 no recipiente 1 e o número de moles de O_2 no recipiente 2, após a abertura do registro e atingido o equilíbrio térmico.

17 *(Unicamp-SP)* Uma sala tem 6 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura. Deseja-se refrigerar o ar dentro da sala. Considere o calor específico do ar como sendo 30 J/(mol K) e use $R = 8$ J/(mol K).

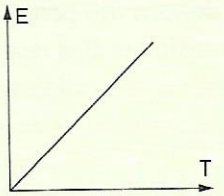
a) Considerando o ar dentro da sala como um gás ideal à pressão ambiente ($P = 10^5$ N/m²), quantos mols de gás existem dentro da sala a 27 °C?

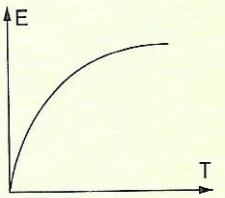
b) Qual é a quantidade de calor que o refrigerador deve retirar da massa de ar do item **a** para resfriá-la até 17 °C?

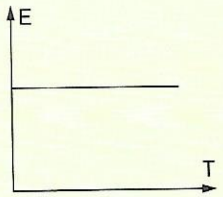
18 Calcule a energia cinética média de uma partícula gasosa a 300 K. A constante de Boltzmann é igual a $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

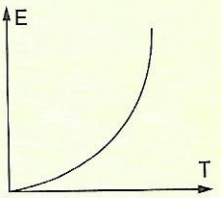
19 Aquece-se uma certa massa de gás ideal a volume constante desde 27 °C até 127 °C. Calcule a razão entre as energias cinéticas médias das moléculas a 27 °C e a 127 °C.

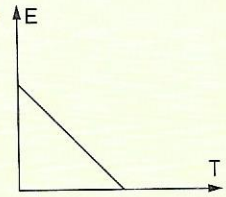
20 *(Ufla-MG)* A teoria cinética dos gases propõe um modelo microscópico para um gás ideal, baseado nas leis da mecânica e em alguns postulados. Admite-se que o gás é composto de um grande número de partículas separadas por distâncias consideráveis, se comparadas às dimensões dessas partículas. Estas se movimentam rapidamente e ao acaso, não exercendo forças entre si, exceto quando colidem. Por fim, admite-se também que as colisões entre as partículas ou com as paredes do recipiente que as contém são perfeitamente elásticas. Dessa forma, o gráfico que melhor representa a relação entre a energia cinética média do gás e sua temperatura é:

a)


d)


b)


e)


c)


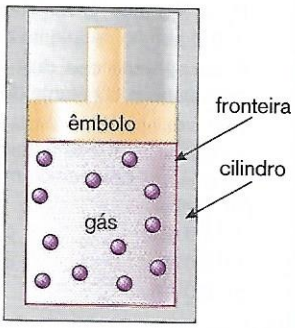
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

CAPÍTULO 21 – TERMODINÂMICA

A Termodinâmica é a parte da Física que estuda a relação entre o calor, o trabalho e outras formas de energia envolvidas durante a ocorrência de fenômenos como a expansão ou a compressão de um gás.

A Termodinâmica desenvolvida por vários cientistas a partir dos anos 1840 se fundamenta em duas leis básicas da natureza. A primeira delas corresponde à lei da conservação da energia. A segunda determina que nem todo calor pode ser transformado em trabalho, pois uma parte do calor fornecido sempre se degradará, revelando que a reta do tempo aponta para o sentido em que os fenômenos ocorrem na natureza.

Para prosseguir a discussão dessas leis básicas, é importante definir os conceitos de sistema e ambiente. **Sistema** é o conjunto de elementos objeto de um determinado estudo. Todo o restante do universo não pertencente ao sistema é chamado meio externo, ou ambiente exterior, ou simplesmente **ambiente**.



Certa massa gasosa encerrada em um cilindro dotado de êmbolo móvel. O sistema é a massa gasosa, o resto é o ambiente.

1. Transformações reversíveis e irreversíveis

Define-se **transformação reversível** de um sistema como aquela efetuada de maneira extremamente lenta, de modo que o sistema não se afaste significativamente do equilíbrio mecânico e térmico, permitindo, assim, que retorne às condições iniciais pela inversão do sentido da transformação, passando sempre por pontos de equilíbrio e sem modificar o ambiente.

As transformações reversíveis são teóricas, ou melhor, idealizadas. Todas as transformações consideradas no estudo do comportamento dos gases (isotérmica, isobárica etc.) são ideais e consideradas reversíveis. Na prática, são consideradas reversíveis as transformações efetuadas quase estaticamente, ou seja, tão lentamente que em nenhum instante, desde o estado inicial, passando pelos intermediários até o final, o sistema se desloca dos pontos de equilíbrio.

São exemplos de transformações reversíveis:

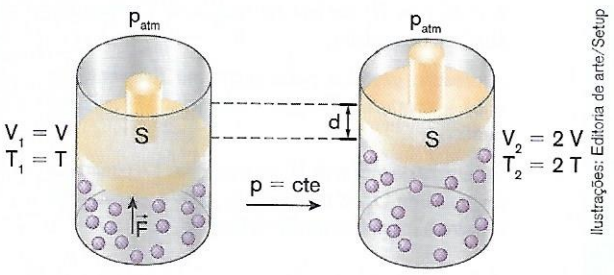
- compressões e expansões isotérmicas, isobáricas e adiabáticas;
- aquecimento ou resfriamento isovolumétrico.

Para que uma transformação seja reversível ela não poderá ser acompanhada de efeitos dissipativos.

2. Trabalho realizado numa transformação isobárica

Consideremos como sistema uma massa gasosa contida num cilindro provido de um êmbolo móvel de seção reta com área **S**.

Quando fornecemos uma quantidade de calor **Q** ao gás, ele sofre uma transformação isobárica. Durante o deslocamento do êmbolo, o gás exercerá na base deste uma força resultante **F** constante no sentido do deslocamento. O trabalho τ realizado pela resultante será:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$\tau = Fd \cdot \cos 0° \Rightarrow \tau = pS \cdot d \cdot 1$$

$$\tau = p \cdot Sd$$

$$\tau = p\Delta V$$

$$\tau = p(V_f - V_i)$$

em que:

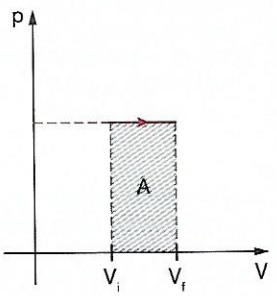
- p: pressão $\left(p = \frac{F}{S}\right)$
- V_f: volume final
- V_i: volume inicial

É importante destacar que:

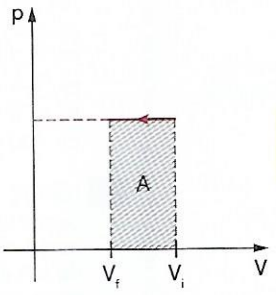
- na expansão do gás, o volume aumenta e o sistema (gás) realiza trabalho sobre o ambiente. O trabalho é positivo ($\tau > 0$);
- na compressão do gás, o volume diminui e o ambiente realiza trabalho sobre o gás. O trabalho é negativo ($\tau < 0$);
- não havendo variações de volume, o êmbolo não se desloca (caso da transformação isovolumétrica) e não há realização de trabalho ($\tau = 0$).

Trabalho calculado por área

Se representarmos a transformação isobárica no gráfico pressão × volume, teremos:



Expansão ($\tau > 0$).



Compressão ($\tau < 0$).

A = área sob a curva = $p\Delta V = \tau$

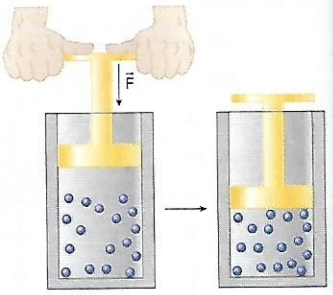
Essa propriedade do gráfico p × V pode ser generalizada para as transformações em que a pressão não é constante (isotérmica, adiabática e outras quaisquer). Se for possível efetuar o cálculo da área sob a curva que representa a transformação, teremos o valor do trabalho.

Aplicações

1 Um cilindro, munido de um pistão, contém um gás ideal à temperatura inicial de 273 K, pressão de $1{,}02 \cdot 10^5$ N/m² e volume de $2{,}24 \cdot 10^{-2}$ m³.
Uma força externa **F** atua sobre o pistão, reduzindo o volume do gás para $2{,}22 \cdot 10^{-2}$ m³. A pressão se mantém constante no processo. Calcule:

a) o trabalho realizado pelo gás;

b) o trabalho realizado pela força externa.



Resolução:

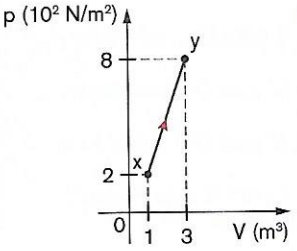
a) O trabalho realizado pelo gás nessa compressão isobárica é negativo e igual a:

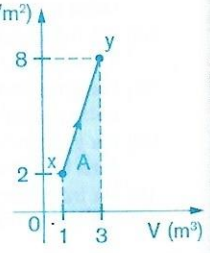
$\tau = p(V_f - V_i) \Rightarrow \tau = 1{,}02 \cdot 10^5 (2{,}22 \cdot 10^{-2} - 2{,}24 \cdot 10^{-2}) \Rightarrow \tau = -20{,}4\ J$

*b) O trabalho realizado pela força externa **F** é igual, em módulo, ao trabalho realizado pelo gás. Logo:*

$\tau_F = |\tau_{gás}| \Rightarrow \tau_F = |-20{,}4| \Rightarrow \tau_F = 20{,}4\ J$

2 Um gás perfeito sofre a transformação **xy** representada no diagrama. Calcule o trabalho realizado pelo gás nessa transformação.





Resolução:

*No diagrama pressão × volume, o trabalho trocado entre o gás perfeito e o meio externo é numericamente igual à área **A** do trapézio da figura abaixo do gráfico.*

$\tau = A \Rightarrow \tau = \frac{(8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2) \cdot (3 - 1)}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = 10 \cdot 10^2 \Rightarrow \tau = 1\,000\ J$

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(Vunesp-SP)* Uma bexiga vazia tem volume desprezível; cheia, o seu volume pode atingir $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ m³. O trabalho realizado pelo ar para encher essa bexiga, à temperatura ambiente, realizado contra a pressão atmosférica, num lugar onde o seu valor é constante e vale $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, é no mínimo de:

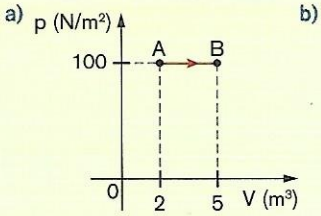
a) 4 J c) 400 J e) 40000 J
b) 40 J d) 4000 J

2 *(Uni-Rio-RJ)* Um gás ideal está submetido a uma pressão de $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m². Inicialmente, o seu volume é de $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ m³, e sua temperatura é 27 °C. Ele sofre uma expansão isobárica até que seu volume final seja o triplo do volume inicial. Determine:

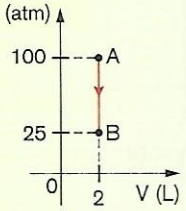
a) o trabalho mecânico, em joules, realizado pelo gás durante a expansão;
b) a temperatura do gás, em kelvin, no estado final.

3 Um gás ideal sofre transformações conforme indicam os gráficos a seguir. Determine o trabalho realizado em cada um dos casos.

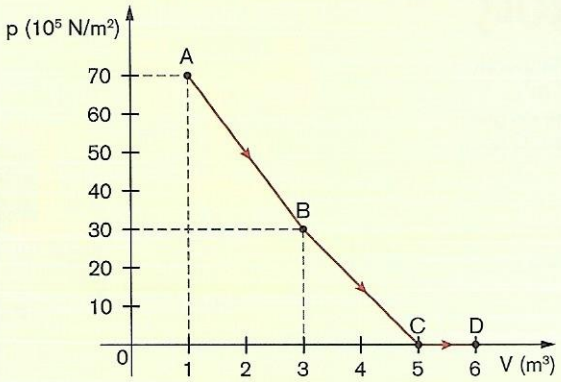
a)



b)

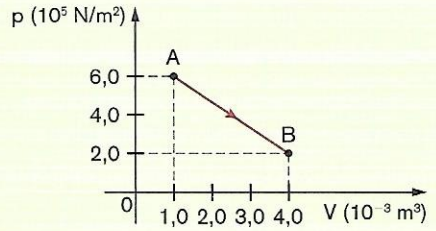


4 *(UFSC)* O diagrama abaixo representa as transformações sofridas por um gás perfeito, no sentido indicado, indo de um estado inicial *A* até o estado final *D*.



01) Na transformação de *A* para *B* o sistema recebe trabalho.
02) Na transformação de *A* para *B* o sistema realiza trabalho.
04) Na transformação de *C* para *D* o sistema recebe trabalho.
08) Na transformação de *C* para *D* o sistema realiza trabalho.
16) Na transformação de *A* para *B* e de *B* para *C* o sistema não realiza trabalho.
32) Na transformação de *B* para *C* o trabalho é nulo.
64) O trabalho total posto em jogo na transformação de *A* até *D* é igual a 150 joules.

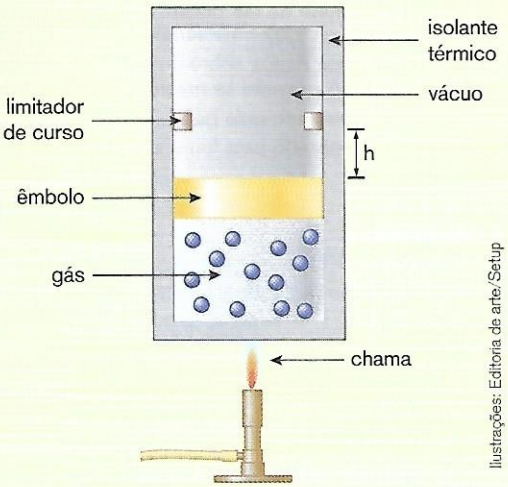
5 *(UEMS)* Um gás ideal contido em um recipiente sofre uma expansão volumétrica de *A* para *B*, conforme mostrado na figura abaixo.



Sendo sua temperatura inicial igual a 300 K, pode-se dizer que sua temperatura em *B*, após a expansão, e o trabalho realizado sobre o gás para expandi-lo de *A* para *B* valem, respectivamente:

a) 300 K e 2400 J d) 400 K e 1200 J
b) 300 K e 1200 J e) 400 K e 1000 J
c) 400 K e 2400 J

6 *(UFPR)* Considere um cilindro de paredes termicamente isoladas, com exceção da base inferior, que é condutora de calor. O cilindro está munido de um êmbolo de área 0,01 m² e peso 25 N, que pode mover-se sem atrito. O êmbolo separa o cilindro em uma parte superior, onde existe vácuo, e uma parte inferior, onde há um gás ideal, com 0,01 mol e volume inicial de 10 litros. À medida que o gás é aquecido, o êmbolo sobe até uma altura máxima de 0,1 m, onde um limitador de curso o impede de subir mais. Em seguida, o aquecimento prossegue até que a pressão do gás duplique. Com base nessas informações, é correto afirmar:
(Dados: R = 0,082 atm L/k · mol;
1 atm = 10^5 N/m²)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

01) Enquanto o êmbolo estiver subindo, o processo é isobárico.
02) Após o êmbolo ter atingido o limitador, o processo é adiabático.

04) O trabalho realizado no trecho de expansão do gás é de 2,5 J.

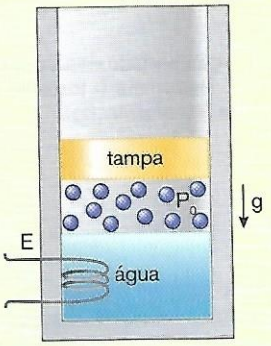
08) A temperatura no instante inicial é igual a 420 K.

16) O calor fornecido ao gás, na etapa de expansão, é utilizado para realizar trabalho e para aumentar a temperatura do gás.

32) O trabalho realizado pelo gás durante a etapa de expansão é igual ao trabalho total realizado pelo gás desde o início do aquecimento até o momento em que o gás atinge o dobro da pressão inicial.

7 *(Fuvest-SP)* Um recipiente cilíndrico contém 1,5 L (litro) de água à temperatura de 40 °C. Uma tampa, colocada sobre a superfície da água, veda o líquido e pode se deslocar verticalmente sem atrito. Um aquecedor elétrico *E*, de 1800 W, fornece calor à água. O sistema está isolado termicamente de forma que o calor fornecido à água não se transfere ao recipiente. Devido ao peso da tampa e à pressão atmosférica externa, a pressão sobre a superfície da água permanece com o valor $P_0 = 1{,}00 \times 10^5$ Pa. Ligando-se o aquecedor, a água esquenta até atingir, depois de um intervalo de tempo t_A, a temperatura de ebulição (100 °C). A seguir a água passa a evaporar, preenchendo a região entre a superfície da água e a tampa, até que, depois de mais um intervalo de tempo t_B, o aquecedor é desligado. Neste processo, 0,27 mol de água passou ao estado de vapor.

(Note/Adote: 1 Pa = 1 pascal = 1 N/m²; massa de 1 mol de água: 18 gramas; massa específica da água: 1,0 kg/L; calor específico da água: 4000 J/ °C · kg.)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Na temperatura de 100 °C e à pressão de $1{,}00 \times 10^5$ Pa, 1 mol de vapor de água ocupa 30 L e o calor de vaporização da água vale 40000 J/mol. Determine:

a) o intervalo de tempo t_A, em segundos, necessário para levar a água até a ebulição;

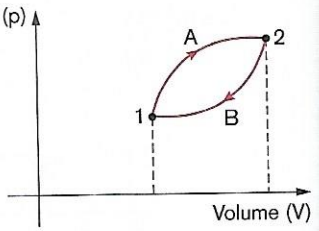
b) o intervalo de tempo t_B, em segundos, necessário para evaporar 0,27 mol de água;

c) o trabalho τ, em joules, realizado pelo vapor de água durante o processo de ebulição.

3. Trabalho nas transformações cíclicas

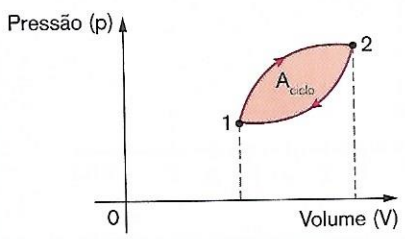
Em Termodinâmica, chamamos de ciclo a uma sequência de transformações ao término das quais o sistema retorna às condições iniciais de pressão, volume e temperatura, apresentando um saldo referente à realização de trabalho e às trocas de calor.

Consideremos uma transformação cíclica genérica. A representação no gráfico p × V está na figura ao lado.

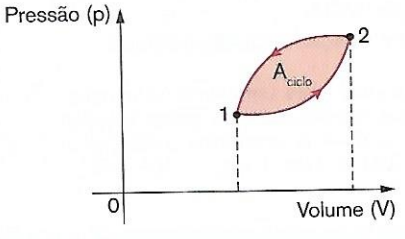


O trabalho realizado numa transformação cíclica é igual à área do ciclo.

Quando o ciclo é percorrido no sentido horário, o sistema realiza trabalho sobre o ambiente. Nesse caso, $\tau_{ciclo} > 0$. Se o ciclo for realizado no sentido anti-horário, ou seja, se o sistema receber trabalho do ambiente, então $\tau_{ciclo} < 0$.



$A_{ciclo} = \tau_{ciclo} > 0.$



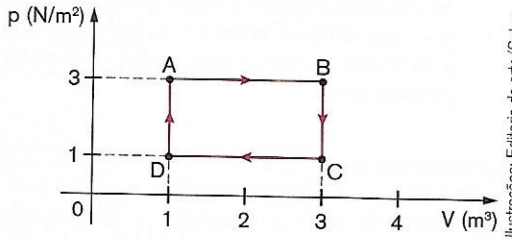
$A_{ciclo} = \tau_{ciclo} < 0.$

A grande importância dos ciclos é que as máquinas térmicas (máquinas que transformam calor em trabalho) operam ciclicamente, e seu estudo nos revela a eficiência dessa transformação, ou seja, uma máquina térmica eficiente é a que consegue transformar o máximo de calor em trabalho, enquanto uma máquina pouco eficiente perde muito calor para o ambiente nessa transformação.

Aplicação

(Ufop-MG) Um gás perfeito descreve o ciclo ABCDA como indica a figura. Determine o trabalho que o sistema troca com o meio nas transformações:

a) AB
b) BC
c) CD
d) DA
e) ABCDA



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

a) A transformação AB é isobárica com $p = 3\ N/m^2$, $V_A = 1\ m^3$ e $V_B = 3\ m^3$. Logo:

$\tau_{AB} = p(V_B - V_A) \Rightarrow \tau_{AB} = 3\ (3 - 1) \Rightarrow \tau_{AB} = 6\ J$

b) A transformação BC é isométrica com $V_B = V_C = 3\ m^3$. Logo:

$\tau_{BC} = p(V_C - V_B) \Rightarrow \tau_{BC} = 0$

c) A transformação CD é isobárica ($p = 1\ N/m^2$) com contração de volume $V_C = 3\ m^3$ e $V_D = 1\ m^3$. Logo:

$\tau_{CD} = p\ (V_D - V_C) \Rightarrow \tau_{CD} = 1 \cdot (1 - 3) \Rightarrow \tau_{CD} = -2\ J$

d) A transformação DA é isométrica ($V_D = V_A = 1\ m^3$). Logo:

$\tau_{DA} = p(V_A - V_D) \Rightarrow \tau_{DA} = 0$

e) O trabalho na transformação ABCDA é igual à soma algébrica dos trabalhos nas transformações parciais.

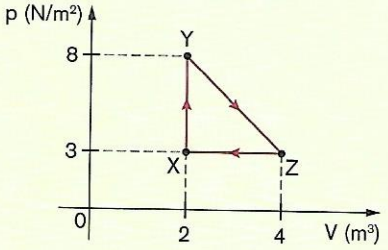
$\tau_{ABCDA} = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CD} + \tau_{DA} \Rightarrow \tau_{ABCDA} = 6 + 0 - 2 + 0 \Rightarrow \tau_{ABCDA} = 4\ J$

O resultado também pode ser obtido pela área do retângulo correspondente ao ciclo.

$\tau_{ABCDA} = 2 \cdot 2 \Rightarrow \tau = 4\ J$

Atividades

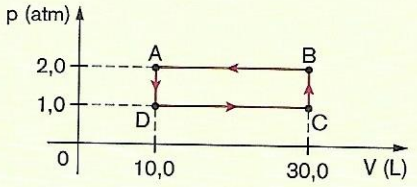
1 Um gás perfeito sofre a transformação XYZX indicada no diagrama. Calcule:



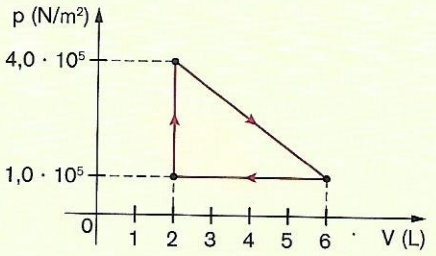
a) o trabalho que o sistema troca com o meio na transformação XY;
b) o trabalho que o sistema troca com o meio na transformação YZ;
c) o trabalho que o sistema troca com o meio na transformação ZX;
d) o trabalho que o sistema troca com o meio na transformação XYZX;
e) em qual transformação o trabalho é máximo.

2 Um mol de gás ideal sofre uma série de transformações e passa sucessivamente pelos estados A → D → C → B → A, conforme o diagrama, em que $T_A = 300\ K$. Use $1\ atm = 10^5\ N/m^2$ e $1\ L = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3$.

Calcule:
a) a temperatura em cada estado;
b) o trabalho realizado no ciclo.

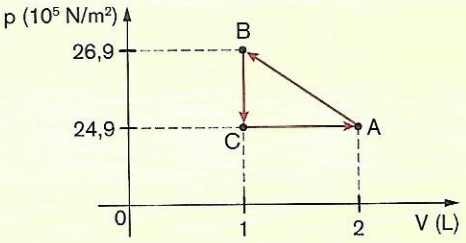


3 O diagrama a seguir representa uma transformação cíclica de um gás perfeito. Uma máquina térmica opera segundo este ciclo à taxa de 50 ciclos por minuto. Qual é o valor da potência dessa máquina?



4 *(Ufop-MG)* Um mol de gás perfeito é submetido a um processo cíclico reversível através de três etapas A → B, B → C e C → A, de acordo com o diagrama P – V ao lado:
Considerando R = 8,3 J/mol · K, então:

a) calcule o trabalho total efetuado pelo sistema.
b) calcule a temperatura do sistema em *C* em grau Celsius.
c) algum desses três processos é isotérmico? Explique.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

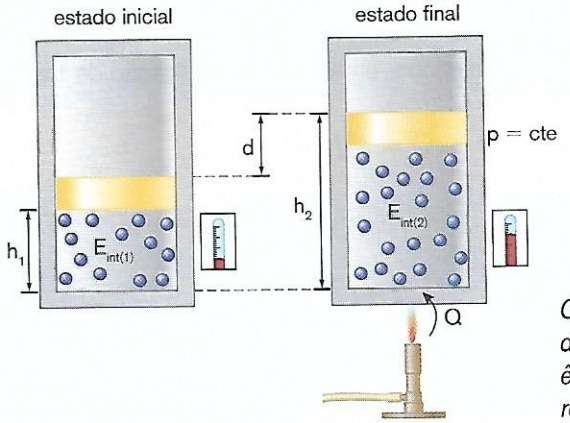
4. 1ª Lei da Termodinâmica

O cientista inglês James P. Joule demonstrou experimentalmente que diferentes modalidades de energia podem se transformar em outras. É o caso de dar um impulso numa caixa de sapatos para que ela deslize pelo chão horizontal. À medida que ela desliza, sua velocidade diminui, indicando que a energia cinética está diminuindo. Contudo, essa energia está se transformando em calor pelo atrito entre a caixa e o chão, além do barulho produzido e, em menor escala, no deslocamento do ar com o movimento da caixa. É bem difícil constatar que a energia se conserva quantitativamente nesse caso pela dificuldade de quantificar o calor produzido pelo atrito, pela energia sonora e pelo deslocamento do ar.

Consideremos a experiência da expansão isobárica de **n** mols de um gás monoatômico à temperatura inicial $\mathbf{T_1}$ medida por um termômetro, contido num cilindro cujo êmbolo de área **S** conhecida pode se deslocar como atrito desprezível.

A energia interna inicial do gás é $E_{int(1)} = U_1 = \frac{3}{2} nRT_1$.

Fornecendo ao gás uma quantidade de calor conhecida **Q**, o volume do gás passa de $V_1 = Sh_1$ para $V_2 = Sh_2$, em que a variação de volume $\Delta V = S(h_1 - h_2) = Sd$ (produto da área do êmbolo pelo seu deslocamento) é, então, conhecida. As novas temperaturas e energia interna do gás passaram, respectivamente, para $\mathbf{T_2}$ e $E_{int(2)} = U_2 = \frac{3}{2} nRT_2$.



Observe na figura o deslocamento para cima do êmbolo, o que demonstra a realização de trabalho pelo gás.

A variação da energia interna será:

$$E_{int(2)} - E_{int(1)} = \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

e o trabalho realizado pelo sistema sobre o meio ambiente é:

$$\tau = p\Delta V$$

em que a pressão **p** é lida no manômetro adaptado ao cilindro. Com os dados obtidos experimentalmente, faz-se um balanceamento das energias envolvidas. O resultado mostra a validade da igualdade.

$$Q = \tau + \Delta U$$

A quantidade de calor **Q** transferida ao gás transformou-se parte em energia para as partículas, com acréscimo da energia interna **ΔU**, e parte foi utilizada na forma de trabalho para deslocar o êmbolo contra a resistência do meio externo. A igualdade acima traduz a formulação matemática da **1ª Lei da Termodinâmica**, também conhecida como **Princípio da Conservação da Energia.**

Energia não pode ser criada nem destruída, apenas transformada de uma espécie em outra.

Aplicação da 1ª Lei da Termodinâmica às transformações gasosas

Para aplicar a primeira lei, que envolve as grandezas calor, trabalho e energia interna, é preciso fazer um balanço energético, isto é, saber quando essas grandezas assumem valores positivos, negativos ou nulos.

- **transformação isobárica e geral**

$$Q = \tau + \Delta U$$

- **transformação isotérmica**

A temperatura é mantida constante. Portanto, não há variação de energia interna ($\Delta U = 0$) e o trabalho trocado é totalmente transformado em calor:

$$Q = \tau$$

Na expansão, o sistema recebe calor ($Q > 0$) e fornece trabalho ($\tau > 0$); na compressão, o sistema recebe trabalho ($\tau < 0$) e fornece calor ($Q < 0$).

- **transformação isocórica**

O volume não varia, o êmbolo não se desloca, então não há realização de trabalho ($\tau = 0$).

$$Q = \Delta U$$

Todo o calor trocado, absorvido ou liberado, é utilizado para alterar (aumentar ou diminuir) a energia interna do gás.

- **transformação adiabática**

Nessa transformação, o sistema não troca calor com o meio exterior ($Q = 0$). A troca de energia entre o sistema e o ambiente é na forma de trabalho, que provoca mudanças na energia interna do sistema, ou seja:

$$0 = \tau + \Delta U \Rightarrow \tau = -\Delta U$$

Na expansão, $\tau > 0$ e $\Delta U < 0$, ou seja, o trabalho realizado sobre o ambiente se dá à custa da energia interna do sistema. Na compressão, $\tau < 0$ e $\Delta U > 0$, ou seja, o sistema recebe trabalho do ambiente que é totalmente transformado em energia interna para o sistema.

Aplicações

1 Uma massa de gás ocupa volume de 4 L sob pressão de $2 \cdot 10^6$ N/m². Após receber 500 J de calor, mantendo constante a pressão, o volume passa a 10 L. Calcule a variação da energia interna do gás.

Resolução:

Dados: $V_1 = 4\ L = 4 \cdot 10^{-3}\ m^3$; $V_2 = 10\ L = 10 \cdot 10^{-3}\ m^3$; $p = 2 \cdot 10^6\ N/m^2$ e $Q = 500\ J$.

A transformação é isobárica.

$\tau = p(V_2 - V_1) \Rightarrow \tau = 2 \cdot 10^6\ (10 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \tau = 12000\ J$

Pela 1ª Lei da Termodinâmica:

$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow 500 = 12000 + \Delta U \Rightarrow \Delta U = -11500\ J$

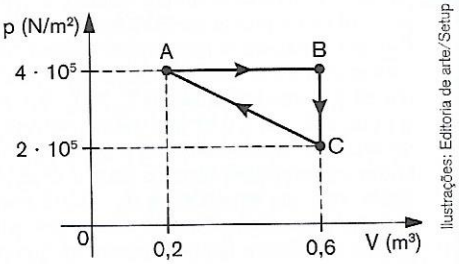
2 Um gás sofre a transformação ABCA indicada na figura.

Quais são os valores:

a) do trabalho realizado pelo gás?

b) da variação da energia interna?

c) da quantidade de calor trocada no ciclo?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

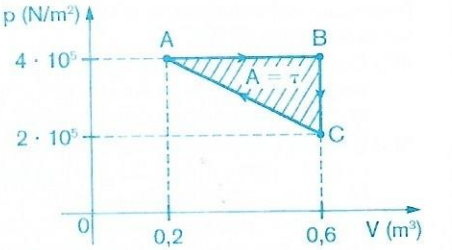
Resolução:

a) O trabalho é dado pela área da região triangular hachurada da figura.

$A = \tau$

$$\tau = \frac{(0,6 - 0,2) \cdot (4 - 2) \cdot 10^5}{2}$$

$\tau = 0,4 \cdot 10^5\ J$

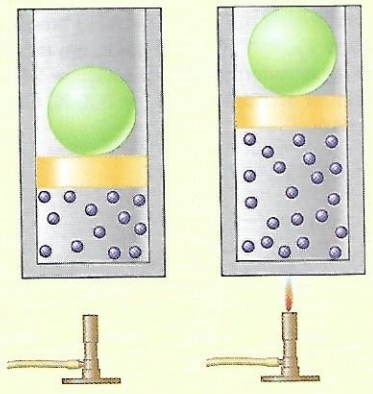


b) Como o estado inicial A coincide com o estado final A (a transformação é cíclica), a variação da energia interna é nula, isto é, $\Delta U = 0$.

c) $Q = \tau + \Delta U \Rightarrow Q = 0,4 \cdot 10^5 + 0 \Rightarrow Q = 0,4 \cdot 10^5\ J$

Atividades

1 *(OBF)* As figuras representam um dispositivo cilíndrico que contém uma certa massa invariável de um gás aprisionado por um êmbolo que desliza livremente, sem folga, e que sustenta uma bola. As figuras também mostram duas etapas de um experimento realizado com esse dispositivo: com a chama de um bico de Bunsen apagada e o gás à temperatura ambiente, e com a chama acesa. São feitas três afirmações acerca do experimento:



I – A energia interna do gás aumenta desde o instante em que a chama é acesa.

II – O gás realiza um trabalho sobre o exterior (êmbolo, bola e ar livre).

III – O gás sofre uma expansão isobárica.

Das afirmações dadas pode-se concluir que:

a) todas estão corretas.

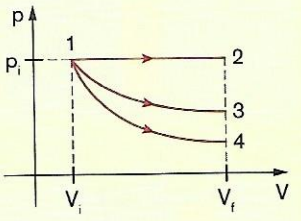
b) apenas I é correta.

c) apenas II é correta.

d) apenas II e III estão corretas.

e) apenas III é correta.

2 *(Efoa-MG)* Três processos termodinâmicos ocorrendo num sistema constituído por um gás ideal são representados no diagrama pressão (**p**) *versus* volume (**V**) abaixo.



Os processos são 1 → 2 isobárico, 1 → 3 isotérmico e 1 → 4 adiabático. O sistema realiza trabalho, em cada um dos processos. É CORRETO afirmar que:

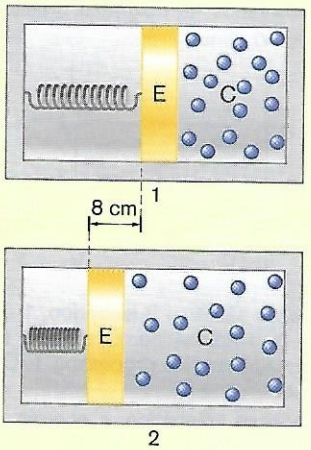
a) no processo adiabático, a energia interna do sistema aumentou.

b) para realizar trabalho é necessário haver troca de calor com o sistema.
c) no processo isotérmico há troca de calor com o sistema.
d) no processo isobárico não há troca de calor com o sistema.
e) no processo isotérmico, o trabalho realizado é maior que no processo isobárico.

3 *(UFMS)* O condutor de um veículo, antes de viajar, calibra os pneus na temperatura ambiente T_A. Durante a viagem, o pneu vai se aquecendo lentamente sem variar seu volume, e sem vazamentos, até atingir uma temperatura $T_B > T_A$. Em seguida, o pneu estoura, e o ar que estava em seu interior se expande rapidamente para o exterior e volta a entrar em equilíbrio térmico com o ambiente que ainda está na temperatura T_A. Considere como sistema termodinâmico o ar que se encontrava no interior do pneu e também como um gás perfeito. Sobre o fenômeno ocorrido, bem como sobre os processos termodinâmicos envolvidos com o sistema, é correto afirmar:

(01) Durante o aquecimento do sistema, o processo termodinâmico ocorrido foi isotérmico, porque a temperatura aumentou lentamente.
(02) Durante o aquecimento do sistema termodinâmico, a pressão do sistema aumentou proporcionalmente à temperatura.
(04) Durante o estouro, o processo termodinâmico sofrido pelo sistema pode ser considerado adiabático, pois a expansão do sistema, durante a explosão, é muito rápida.
(08) Se for considerado o estouro como um processo adiabático, conclui-se que o sistema termodinâmico aumenta sua temperatura durante o estouro.
(16) Durante o seu aquecimento lento, o sistema termodinâmico não realizou trabalho nas vizinhanças.

4 *(Cefet-RJ)* No mecanismo a seguir, inicialmente o êmbolo (*E*) está na posição 1, encontrando-se a parte *C* preenchida por um gás ideal. Em determinado momento, o gás é aquecido, recebendo 400 cal de uma fonte, o que provoca um deslocamento de 8 cm do êmbolo. Despreze os atritos e as massas da mola e do êmbolo. (Considere K = = 500 N/cm e 1 cal = 4,0 J.)



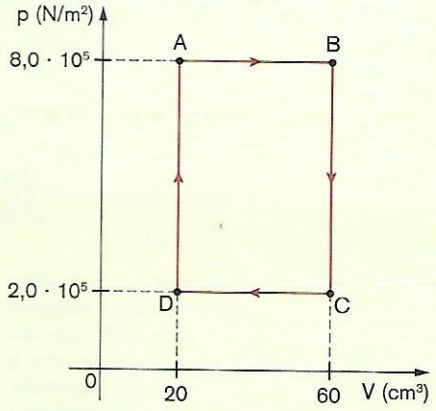
Calcule:
a) o trabalho realizado pelo gás durante a compressão da mola;
b) a variação da energia interna do gás, em joules.

5 Um goleiro agarra uma bola de massa 0,480 kg chutada com velocidade de 30 m/s.

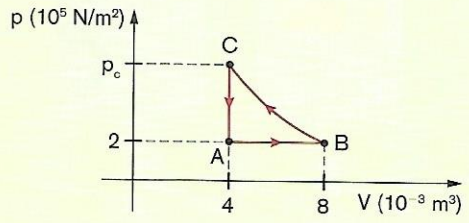
Imagebroker/Imageplus

a) O que ocorre com a energia mecânica do sistema goleiro-bola?
b) Calcule a variação da energia interna do sistema.

6 *(UFPE)* A figura a seguir ilustra o diagrama p – V de um gás ideal em uma transformação cíclica. Qual a quantidade de calor, em joules, absorvida pelo gás durante o ciclo?



7 *(Ufla-MG)* O diagrama p × V abaixo mostra o ciclo de refrigeração percorrido por certa quantidade de um gás diatômico ideal. A transformação BC é isotérmica, na qual o trabalho envolvido, em módulo, é $\tau_{BC} = 1\,100$ J. O calor, em módulo, envolvido na transformação AB é $Q_{AB} = 2\,800$ J e a temperatura no ponto *A* é $T_A = 300$ K. Calcule os itens a seguir.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

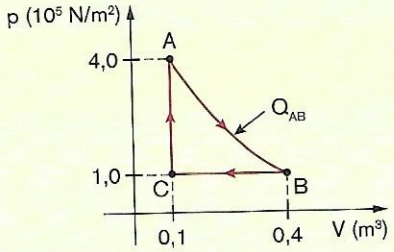
a) temperatura T_B e pressão p_C;
b) trabalho líquido envolvido no ciclo ABC;
c) variação da energia interna na transformação AB.

8 *(Vunesp-SP)* Um pistão com êmbolo móvel contém 2 mols de O_2 e recebe 581 J de calor. O gás sofre uma expansão isobárica na qual seu volume aumentou de 1,66 L, a uma pressão constante de 10^5 N/m^2. Considerando que nessas condições o gás se comporta como gás ideal, utilize R = 8,3 J/mol · K e calcule:

a) a variação de energia interna do gás;

b) a variação de temperatura do gás.

9 *(UFPE)* Uma máquina térmica, cuja substância de trabalho é um gás ideal, opera no ciclo indicado no diagrama pressão × volume da figura a seguir. A transformação de *A* até *B* é isotérmica, de *B* até *C* é isobárica e de *C* até *A* é isométrica. Sabendo que na transformação isotérmica a máquina absorve uma quantidade de calor Q_{AB} = 65 kJ, determine o trabalho realizado pela máquina em um ciclo. Expresse sua resposta em kJ.

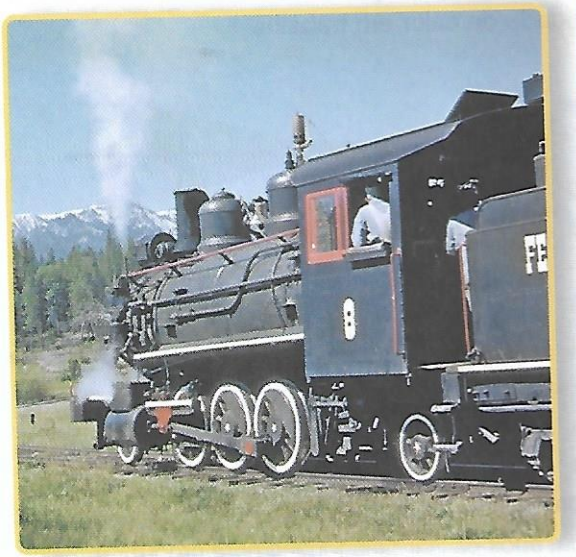


Editoria de arte/Setup

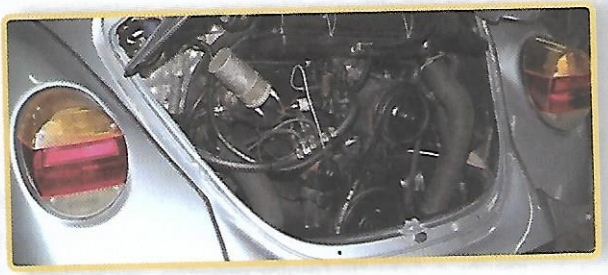
5. 2ª Lei da Termodinâmica

A 2ª Lei da Termodinâmica pode ser enunciada de várias maneiras. Consideraremos duas formulações. A primeira trata da conversão de calor em trabalho através de máquinas térmicas, e a outra formulação enfoca a reta do tempo, ou seja, considera o sentido de ocorrência dos fenômenos naturais.

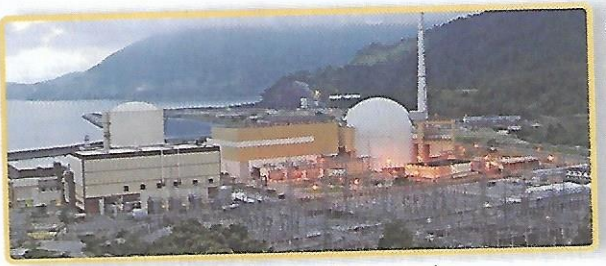
Máquina térmica é todo dispositivo que, operando em ciclos, transforma calor em trabalho em regime permanente. Por exemplo, motores de combustão externa, motores de combustão interna, refrigeradores etc.



Corel Stock Photo



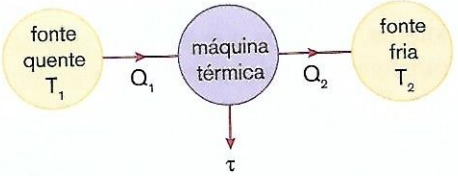
Simon Belcher/Alamy/Otherimages



Ricardo Azoury/Pulsar

Máquinas térmicas de diversos tipos: em motores de combustão externa (locomotiva a vapor), interna (automóvel) e na usina de Angra dos Reis, RJ (2008).

As máquinas térmicas funcionam acopladas a duas fontes térmicas mantidas em temperaturas distintas entre si. A chamada fonte quente mantida na temperatura $\mathbf{T_1}$ é a responsável pelo fornecimento de calor $\mathbf{Q_1}$ à máquina, e a fonte fria, mantida na temperatura $\mathbf{T_2}$ ($T_2 < T_1$), recebe o calor excedente $\mathbf{Q_2}$, ou seja, o calor não convertido em trabalho. Veja o esquema.



Essa quantidade de calor Q_2 muitas vezes é denominada **calor eliminado** ou **calor rejeitado** pela máquina. Se aplicarmos a 1ª Lei da Termodinâmica ao ciclo efetuado por uma máquina térmica, teremos $\Delta V = 0$ (nos ciclos, os estados inicial e final coincidem) e então o trabalho realizado pela máquina τ_{ciclo} é igual à diferença entre as quantidades de calor Q_1 fornecida à máquina e a quantidade de calor Q_2 rejeitada pela máquina, que é igual à área do ciclo.

$$\tau_{ciclo} = Q_1 - |Q_2| = \text{área do ciclo}$$

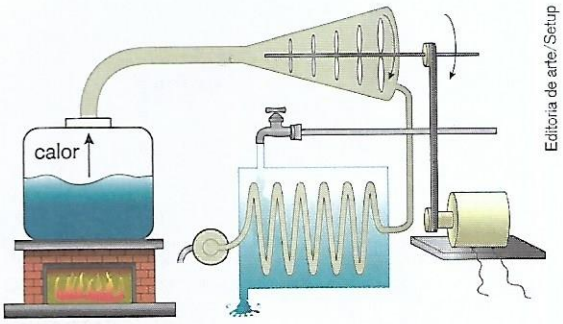
Q_2 está sendo considerado em valor absoluto por se tratar de calor liberado.

1º enunciado da 2ª Lei da Termodinâmica

A transformação de calor em trabalho por um processo cíclico exige a presença de duas fontes térmicas mantidas a temperaturas diferentes entre si. O calor é fornecido pela fonte de temperatura mais alta e parte dele é transferido à fonte mantida em temperatura mais baixa. O trabalho realizado equivale à diferença entre as duas quantidades de calor.

2º enunciado da 2ª Lei da Termodinâmica ou enunciado equivalente

Nenhuma máquina térmica, operando em ciclos, é capaz de transformar integralmente uma dada quantidade de calor em trabalho.



Editoria de arte/Setup

A figura ilustra um tipo de máquina térmica de combustão externa, por exemplo, a turbina a vapor.

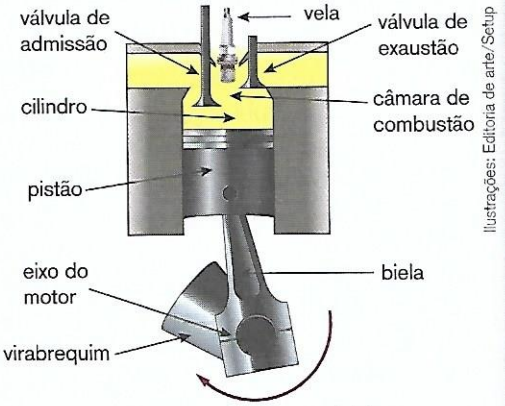
Na caldeira, a água (substância de trabalho) sob alta pressão é aquecida até a ebulição a temperatura bem superior a 100 °C (maior pressão, maior temperatura de ebulição). O vapor formado expande-se e é conduzido até um conjunto de hélices (turbina) para o qual transfere parte da energia, produzindo a rotação do eixo da turbina, que transmite o movimento ao conjunto biela-pistão. Durante a expansão do vapor e o movimento das hélices, ocorre uma diminuição da pressão e da temperatura do vapor, e o processo tende a parar. Para que isso não ocorra, o vapor de água, após passar pela turbina para produzir trabalho, dirige-se a um condensador, onde é transformado em água (liquefaz). O vapor condensado – água – é bombeado sob alta pressão e regressa à caldeira, provocando a repetição do processo, isto é, fazendo que o sistema opere ciclicamente.

6. Máquinas térmicas

Os motores de combustão interna, como os que equipam grande parte dos veículos automotores, operam transformações cíclicas transferindo o calor à mistura de ar com vapor de combustível no próprio ambiente onde o trabalho é realizado. De acordo com as características, podemos ter o motor à explosão que obedece ao **Ciclo Otto** e o que obedece ao **Ciclo Diesel**.

Ciclo Otto ou ciclo de quatro tempos

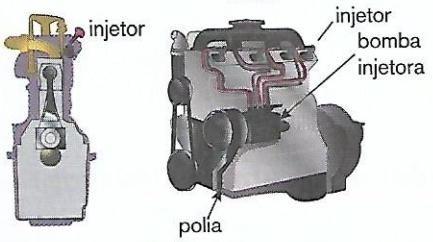
O engenheiro alemão Nikolaus August Otto (1832-1891), em 1876, apresentou um projeto de motor à expansão de quatro tempos que é característico para motores de ignição à faísca, como motores a gasolina e a álcool. Observe, na figura, o corte de um motor à expansão e os seus componentes.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Ciclo Diesel

O engenheiro de origem alemã, mas nascido em Paris, Rudolf Diesel (1858-1913) inventou e patenteou em 1895 um motor de quatro tempos em cujos cilindros não ocorrem faíscas para a detonação do combustível. Tais motores operam com combustíveis de menor volatilidade (mais densos), como o óleo *diesel*. A ignição se dá pela compressão do combustível, e não por faísca.



O injetor e a bomba injetora são os responsáveis por inserir o óleo diesel *a alta pressão na câmara de combustão.*

Rendimento de uma máquina térmica

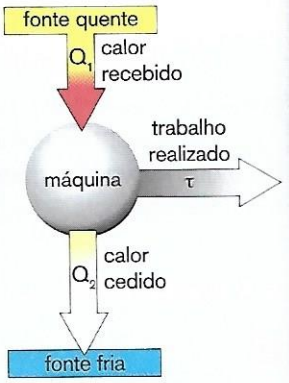
O rendimento η de uma máquina térmica é a razão entre o trabalho τ realizado pela máquina em cada ciclo e a quantidade de calor Q_1 que ela consome ou recebe por ciclo.

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1}, \text{ com } 0 < \eta < 1$$

O rendimento pode ser escrito em função apenas das quantidades de calor consumida Q_1 e rejeitada $|Q_2|$.

Basta lembrar que:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} \Rightarrow \eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$



$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

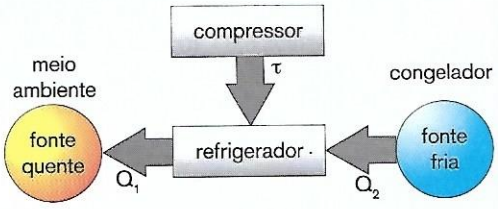
Se todo o calor Q_1 fornecido à máquina fosse transformado em trabalho, a quantidade de calor rejeitada $|Q_2|$ seria nula, e o rendimento, 100%, o que nunca acontece na prática.

Logo, podemos concluir que não há como construir a máquina térmica perfeita. Em outras palavras, é impossível construir uma máquina que funcione eternamente, fornecendo a ela apenas uma quantidade de energia limitada.

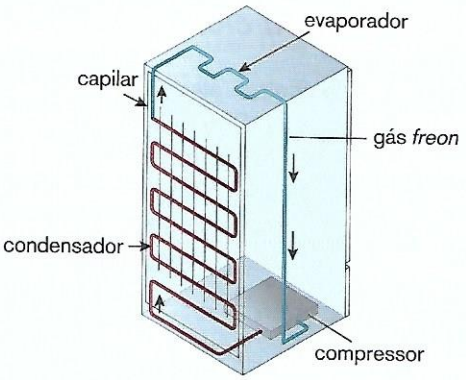
Refrigerador

Os refrigeradores são classificados como máquinas térmicas que operam em sentido contrário ao dos motores térmicos expostos anteriormente.

A geladeira doméstica, por exemplo, funciona transferindo o calor Q_2 do seu interior, isto é, do congelador (fonte fria) para o ambiente externo Q_1 (fonte quente) e recebendo o trabalho $\tau = |Q_1| - Q_2$ do compressor.



O sentido de propagação do calor do mais frio para o mais quente ocorre em virtude do trabalho realizado pelo compressor sobre a substância de trabalho (*freon*), mantendo-a circulando na tubulação. A figura ao lado esquematiza as principais partes que justificam o funcionamento de um refrigerador doméstico.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O compressor acionado pelo motor elétrico comprime o *freon* na fase de vapor que, ao passar pela serpentina, se liquefaz, liberando calor $|Q_1|$ para o ambiente externo (fonte quente). Na forma líquida, o *freon* percorre a tubulação no sentido horário e, ao atingir o estrangulamento no congelador, se vaporiza com o calor $\mathbf{Q_2}$ que retira do congelador (fonte fria). Pelo resto da tubulação retorna na forma de vapor para o compressor, onde o ciclo recomeça.

O *freon* tem sido responsabilizado pelo problema ambiental da ruptura da camada de ozônio e está sendo substituído por outros fluidos.

Eficiência de um refrigerador

A eficiência **e** de um refrigerador é medida por meio da razão entre a quantidade de calor $|Q_2|$ retirada da fonte fria por ciclo e o trabalho τ realizado pelo compressor em cada ciclo.

$$e = \frac{|Q_2|}{\tau}$$

Quanto maior a quantidade de calor retirada por ciclo para um dado trabalho realizado pelo compressor em cada ciclo, mais eficiente é o refrigerador.

O aumento do número de máquinas térmicas eleva gradativamente a temperatura do meio ambiente, o que provoca o derretimento das calotas polares. Isso pode produzir uma elevação catastrófica do nível dos oceanos.

Aplicações

1 Um motor térmico efetua 8 ciclos por segundo. Em cada ciclo, ele retira 600 J de uma fonte quente e cede 300 J a uma fonte fria. Determine:

a) o trabalho realizado pelo motor em cada ciclo;

b) o rendimento de cada ciclo;

c) a potência máxima do motor.

Resolução:

a) Sendo $Q_1 = 600\ J$ e $|Q_2| = |-300| = 300\ J$, temos: $Q_1 = \tau + |Q_2| \Rightarrow 600 = \tau + 300 \Rightarrow \tau = 300\ J$

b) $\eta = \dfrac{\tau}{Q_1} \Rightarrow \eta = \dfrac{300}{600} \Rightarrow \eta = 0{,}5 \text{ ou } \eta = 50\%$

c) Cálculo do trabalho durante 8 ciclos:

ciclo		trabalho
1	———	300
8	———	x

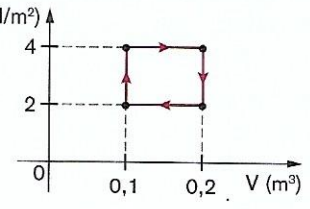
$$\Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{300}{x} \Rightarrow x = 2\,400\ J$$

A potência máxima do motor é igual a: $P_{ot} = \dfrac{x}{\Delta t} \Rightarrow P_{ot} = \dfrac{2\,400}{1} \Rightarrow P_{ot} = 2\,400\ W$

2 Uma máquina térmica segue o ciclo descrito pelo gráfico. A máquina absorve $8{,}0 \cdot 10^4$ J de energia térmica por ciclo.

a) Calcule a quantidade de energia transmitida à fonte fria.

b) Calcule o rendimento dessa máquina térmica.



Resolução:

a) O trabalho realizado por essa máquina é igual à área do retângulo hachurado.

$A = \tau \Rightarrow \tau = (0{,}2 - 0{,}1) \cdot (4 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5) \Rightarrow \tau = 2{,}0 \cdot 10^4\ J$

Sendo $Q_1 = 8{,}0 \cdot 10^4\ J$, *obtemos:*

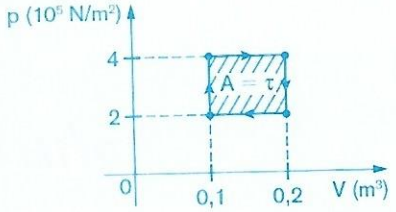
$Q_1 = \tau + |Q_2| \Rightarrow 8{,}0 \cdot 10^4 = 2{,}0 \cdot 10^4 + |Q_2|$

$|Q_2| = 6{,}0 \cdot 10^4\ J$

$Q_2 = 6{,}0 \cdot 10^4\ J$

b) O rendimento da máquina é igual a:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} \Rightarrow \eta = \frac{2 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4} \Rightarrow \eta = 0{,}25 \text{ ou } \eta = 25\%$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(UFMG)* As máquinas térmicas funcionam em ciclos. Em cada ciclo, elas absorvem calor de uma fonte quente, produzem trabalho e cedem calor a uma fonte fria.

Uma indústria precisa adquirir uma máquina que opere com a fonte quente a 600 K e com a fonte fria a 300 K. Foram-lhe apresentadas três propostas, resumidas abaixo, de máquinas com características básicas diferentes.

Para cada proposta, explique se o funcionamento da máquina descrita é compatível com as leis da Física. Em caso afirmativo, calcule a eficiência da máquina.

a) Proposta I: Em cada ciclo, a máquina retira 400 J da fonte quente, realiza 200 J de trabalho e cede 250 J para a fonte fria.

b) Proposta II: Em cada ciclo, a máquina retira 400 J da fonte quente e realiza essa mesma quantidade de trabalho.

c) Proposta III: Em cada ciclo, a máquina retira 400 J da fonte quente, realiza 100 J de trabalho e cede 300 J para a fonte fria.

2 *(UFPR)* No século XVII, uma das interpretações para a natureza do calor considerava-o um fluido ponderável que preenchia os espaços entre os átomos dos corpos quentes. Essa interpretação explicava corretamente alguns fenômenos, porém falhava em outros. Isso motivou a proposição de uma outra interpretação, que teve origem em trabalhos de Mayer, Rumford e Joule, entre outros pesquisadores. Com relação aos conceitos de temperatura, calor e trabalho atualmente aceitos pela Física, avalie as seguintes afirmativas:

I. Temperatura e calor representam o mesmo conceito físico.

II. Calor e trabalho estão relacionados com transferência de energia.

III. A temperatura de um gás está relacionada com a energia cinética de agitação de suas moléculas.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

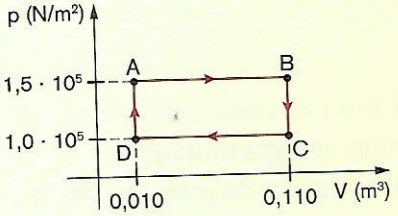
b) Somente a afirmativa I é verdadeira.

c) Somente a afirmativa II é verdadeira.

d) Somente a afirmativa III é verdadeira.

e) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.

3 *(UFU-MG)* O diagrama p × V abaixo ilustra o ciclo de uma máquina térmica, cuja substância, 1 mol de um gás considerado ideal, absorve 20 000 J da fonte quente.



Calcule as grandezas termodinâmicas apresentadas abaixo, sabendo que a constante universal dos gases é 8,31 J (mol K).

a) Trabalho líquido, em um ciclo (em joules).

b) Quantidade de calor rejeitada pelo gás para a fonte fria, em um ciclo (em joules).

c) Variação da energia interna do gás, em um ciclo (em joules).

d) Rendimento da máquina em um ciclo (em %).

e) Temperatura do gás no estado *A* (em kelvin).

4 *(Uniube-MG)* Um refrigerador industrial típico tem uma eficiência termodinâmica de 0,2. Para resfriar um certo volume de leite, é preciso retirar dele $1{,}5 \times 10^6$ J de calor. A potência mínima que o motor do refrigerador deve apresentar, para conseguir este resfriamento em 10 horas, é de aproximadamente:

a) 50 W

b) 100 W

c) 200 W

d) 750 W, ou aproximadamente 1 HP

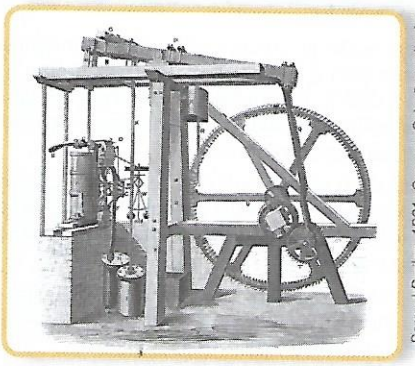
e) 1 240 W

A História conta

A revolucionária máquina a vapor

Para nós, hoje, as máquinas a vapor praticamente só fazem parte dos filmes a que assistimos ou das exposições nos museus. De fato, lá podemos encontrar caldeiras e locomotivas, que, para funcionar, eram alimentadas pelo carvão. No entanto, nos séculos XVIII e XIX, elas provocaram uma verdadeira transformação no modo de produção que viria a influenciar o mundo em que vivemos hoje. Tudo começou na Inglaterra, onde primeiro ocorreu a Revolução Industrial, uma das maiores mudanças ocorridas no mundo. Foi quando o país passava por essa forte transformação econômica e, consequentemente, social, que o escocês James Watt (1736-1819) tornou possível o uso industrial da máquina a vapor, aperfeiçoando-a com a prevenção de perda de energia. A partir daí, fez outros melhoramentos, até produzir a máquina Watt, em 1790.

A Inglaterra, antes com uma economia agrária e no sistema feudal-mercantil, via agora emergir uma economia industrial, com produção em grande escala, utilizando maquinarias. Assim, surgiam, na sociedade, as classes dos donos do capital e os empregados assalariados. Os números da economia, com os índices de produção, acusavam um salto surpreendente na Inglaterra. Mas as máquinas usadas eram basicamente as que utilizavam energia hidráulica e os moinhos de vento. O surgimento da máquina Watt foi fundamental para o avanço na produção e o sucesso geral da Revolução Industrial, que, posteriormente, se espalhou pela Europa e depois para o resto do mundo. A máquina foi usada para bombear água para fora das minas e para aumentar a eficiência em maquinarias nos moinhos de trigo, na fabricação do papel e na tecelagem. Em seguida, teve aplicação universal, e, literalmente, mudou o mundo, sendo muito utilizada até as primeiras décadas do século XX.



Samuel Smiles. 1861. Gravura. Coleção particular. Foto: World History Archive/Imageplus

Gravura de uma das máquinas de térmicas de Watt para a retirada de água do fundo das minas.

O curioso é que todo esse desenvolvimento da máquina a vapor, sua utilização e contribuição para a industrialização não tinha nenhum sustento teórico. Não se podia dizer que a Termodinâmica já existia. Então, em 1824, o francês Sadi Carnot (1796-1832), vendo que as máquinas eram usadas a pleno vapor nas indústrias inglesas, mas também sabendo do baixo rendimento apresentado por elas, investigou teoricamente se sua eficiência poderia ser aumentada. Só mais de 20 anos depois é que sua teoria chamou a atenção de William Thomson (1824-1907), o Lord Kelvin, que, com Rudolf Clausius (1822-1888), avançou nos estudos termodinâmicos.

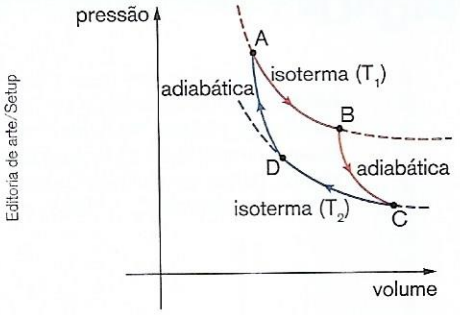
No final, várias questões humanas, sociais e do meio ambiente foram envolvidas no evento da Revolução Industrial e das máquinas térmicas que mudaram o mundo, para melhor ou para pior.

7. Ciclo de Carnot

Proposto em 1824 pelo físico e engenheiro militar francês Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832), este ciclo termodinâmico consiste numa sequência de transformações gasosas segundo a qual uma máquina térmica obtém rendimento máximo operando entre duas fontes térmicas.

Carnot mostrou que a máquina térmica que executasse esse ciclo teria rendimento tanto maior quanto mais elevada fosse a temperatura da fonte quente, caso a substância de operação ou o combustível se comportasse como um gás ideal.

O diagrama pressão × volume do Ciclo de Carnot é constituído de duas transformações isotérmicas: uma para a temperatura $\mathbf{T_1}$ da fonte quente em que ocorre o processo de expansão e outra para a temperatura $\mathbf{T_2}$ da fonte fria em que ocorre o processo de compressão, intercaladas por duas transformações adiabáticas.



Editoria de arte/Setup

O gráfico mostra o Ciclo de Carnot, ciclo de maior rendimento possível entre duas fontes com temperaturas T_1 e T_2.

- Na expansão isotérmica AB, o gás recebe calor ($Q_1 = Q_{AB}$) da fonte quente.
- Na expansão adiabática BC, o gás não troca calor ($Q_{BC} = 0$).
- Na compressão isotérmica CD, o gás transfere calor ($Q_2 = Q_{CD}$) para a fonte fria.
- Na compressão adiabática DA, o gás não troca calor ($Q_{DA} = 0$).

Uma máquina térmica, que opera segundo o Ciclo de Carnot, é considerada ideal por ter o maior rendimento entre as máquinas térmicas, embora ainda seja menor que 1 (100%).

O teorema de Carnot divide-se em duas partes:

- *1ª parte*: a máquina de Carnot (aquela que opera segundo o Ciclo de Carnot) tem rendimento maior que qualquer outro tipo de máquina, operando entre as mesmas fontes (mesmas temperaturas).
- *2ª parte*: todas as máquinas de Carnot têm o mesmo rendimento, desde que operem entre as mesmas fontes (mesmas temperaturas).

Em particular, foi demonstrado para o Ciclo de Carnot que as quantidades de calor trocadas com as fontes são proporcionais às respectivas temperaturas absolutas.

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$$

Como, para uma máquina térmica, o rendimento é dado por $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$, então:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \text{ (com } T_2 \neq 0 \text{ K)}$$

Se o Ciclo de Carnot for percorrido no sentido anti-horário, ele representará o ciclo do refrigerador ideal.

Aplicação

Uma máquina de Carnot é operada entre duas fontes, cujas temperaturas são: 300 K e 270 K. Admitindo-se que a máquina receba da fonte quente uma quantidade de calor igual a 100 J, calcule:

a) o rendimento (η) da máquina;

b) o trabalho realizado pela máquina;

c) a quantidade de calor transferida para a fonte fria.

Resolução:

a) O rendimento da máquina de Carnot pode ser escrito como:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{270}{300} \Rightarrow \eta = 0,1 \text{ ou } \eta = 10\%$$

b) Trabalho realizado: $\eta = \frac{\tau}{Q_1} \Rightarrow 0,1 = \frac{\tau}{100} \Rightarrow \tau = 10\ J$

c) Quantidade de calor transferida: $Q_1 = \tau + |Q_2| \Rightarrow 100 = 10 + |Q_2| \Rightarrow Q_2 = 90\ J$

Atividades

1 *(Uneb-BA)* A primeira máquina de fazer gelo, inventada em 1834, usava os mesmos princípios dos refrigeradores modernos. Um fluido comprimido – éter inicialmente, mais tarde amônia e *freon* – evaporava para produzir o resfriamento e depois era condensado novamente com auxílio de um compressor. Hoje, é comum manter comida congelada em *freezers*.

Durante o ciclo de funcionamento de um refrigerador, quando o fluido refrigerante é comprimido adiabaticamente, o trabalho realizado pelo compressor, em módulo, é equivalente:

a) à redução da temperatura ocorrida no interior do congelador.

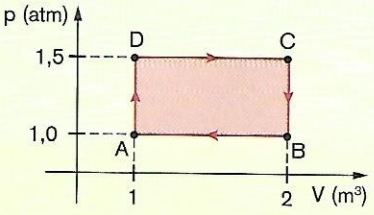
b) à variação da energia interna do fluido refrigerante.

c) à quantidade de calor absorvida pelo fluido refrigerante.

d) à quantidade de calor rejeitada para o meio externo.

e) ao calor latente de condensação do fluido refrigerante.

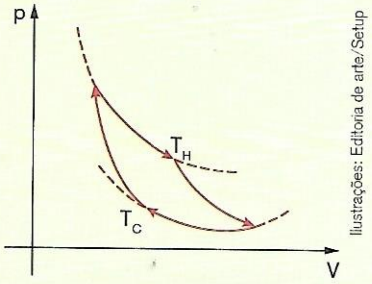
2 *(Unicamp-SP)* Uma máquina térmica industrial utiliza um gás ideal, cujo ciclo de trabalho é mostrado na figura abaixo. A temperatura no ponto *A* é 400 K. Utilizando 1 atm = 10^5 N/m^2, responda aos itens *a* e *b*.



a) Qual é a temperatura no ponto *C*?

b) Calcule a quantidade de calor trocada pelo gás com o ambiente ao longo de um ciclo.

3 *(UEG-GO)* O ciclo de Carnot foi proposto em 1824 pelo físico francês Nicolas L. S. Carnot. O ciclo consiste numa sequência de transformações, mais precisamente de duas transformações isotérmicas (T_H para a fonte quente e T_C para a fonte fria), intercaladas por duas transformações adiabáticas, formando assim o ciclo. Na sua máquina térmica, o rendimento seria maior quanto maior fosse a temperatura da fonte quente. No diagrama abaixo, temos um ciclo de Carnot operando sobre fontes térmicas de $T_H = 800$ K e $T_C = 400$ K.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Admitindo-se que o ciclo opera com fonte quente, recebendo 1 000 J de calor, responda:

a) Em que consistem os termos transformações isotérmicas e adiabáticas?

b) Determine o rendimento dessa máquina de Carnot.

c) Essa máquina vai realizar um trabalho. Qual é o seu valor?

4 *(UFJF-MG)* Considere que, durante um dia, o corpo humano consome 2 400 kcal e dissipa para o ambiente, na forma de calor, 400 kcal. (Dado: 1,0 kcal = $4,2 \cdot 10^3$ J.)

a) Calcule a potência (em watts) de uma lâmpada que tenha um consumo de energia equivalente ao do corpo humano.

b) Calcule a quantidade de energia convertida em trabalho pelo corpo humano durante um dia.

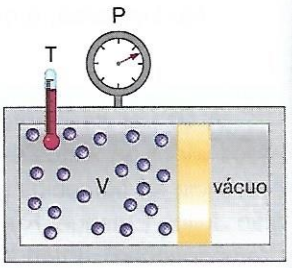
5 A turbina de um avião tem rendimento de 80%. Em voo de cruzeiro, a turbina retira calor da fonte quente a 127 °C e ejeta gases para a atmosfera que está a −33 °C. Calcule o rendimento dessa turbina.

6 Uma geladeira retira, por segundo, 1 000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1 200 kcal. Considere 1 kcal = 4,2 kJ. Qual a potência do compressor da geladeira?

8. Irreversibilidade – degradação de energia – entropia

Retomemos a discussão sobre transformações, começando pela expansão livre de um gás. Consideremos um cilindro cujas paredes são isoladas termicamente (paredes adiabáticas), dividido em duas partes separadas por uma placa removível, como indica a figura.

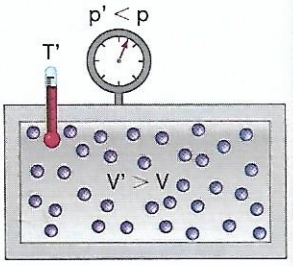
Uma das partes é ocupada por **n** mols de um gás nas condições iniciais (p; V; T) e na outra parte fez-se vácuo.



Cilindro isolado por paredes adiabáticas.

Se a placa for removida, o gás não permanecerá confinado ao volume **V**. A ordem é rompida e as partículas rapidamente avançam livremente (sem oposição) para ocupar todo o espaço disponível no lado vazio. Após um pequeno intervalo de tempo, todo o recipiente estará preenchido pelo gás com uma pressão final menor e um volume final maior.

O que podemos dizer da temperatura? Ora, como não houve troca de energia, seja na forma de trabalho ($\tau = 0$), seja como calor ($Q = 0$) com o meio exterior, a 1ª Lei da Termodinâmica ($Q = \tau + \Delta U$) estabelece que não ocorre variação na energia interna do gás ($\Delta U = 0$) e, portanto, a temperatura não se alterou ($T' = T$).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A expansão livre é um processo adiabático com os estados inicial e final isotérmicos, que levou as partículas espontaneamente a ocupar todo o espaço disponível, ou seja, após a retirada da placa divisória a configuração final tornou-se mais provável do que a configuração inicial. É muito pouco provável que espontaneamente partículas voltem a ocupar o espaço inicial que elas ocupavam antes da retirada da placa divisória.

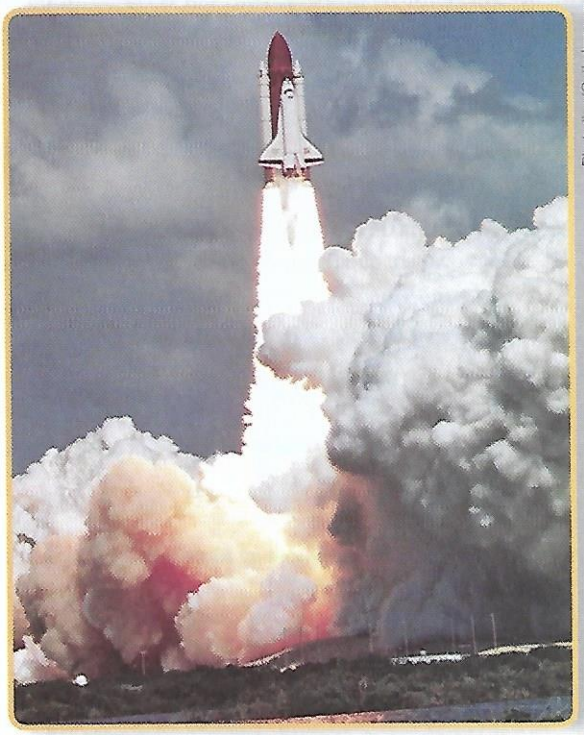
Costuma-se afirmar que o gás passou espontaneamente para um estado menos organizado, ou seja, para uma situação de maior desordem. Com a expansão livre espontânea, o gás perdeu a capacidade de realizar trabalho sobre o exterior, quer dizer, perdeu-se a oportunidade de aproveitamento de energia. Essa é uma realidade nas transformações irreversíveis.

A expansão livre do gás não consumiu energia, mas o retorno ao estado inicial é pouco provável de acontecer sem modificar o ambiente e sem o consumo útil de energia, uma vez que seria necessário comprimir o gás, realizando trabalho sobre ele.

Quando vários corpos entram em equilíbrio térmico entre si, perde-se definitivamente a oportunidade de realizar trabalho no aproveitamento do calor transferido dos corpos mais quentes para os corpos mais frios.

Na queima de um combustível qualquer (álcool, gasolina, óleo *diesel*, madeira etc.), não há como, a partir do calor gerado, reaver a energia química armazenada na estrutura molecular inicial. A combustão reduziu a quantidade de energia utilizável. Passou-se de um estado mais organizado para um estado de desordem.

Há um sentido preferencial no tempo para a ocorrência e desenvolvimento dos fenômenos, não permitindo inversão natural no que diz respeito aos acontecimentos e processos de transformação. É como se a natureza "cobrasse algum tributo" por sua constante evolução. Essa "cobrança" resulta numa irrecuperável perda de energia útil, levando o Universo para um estado de maior desordem.



Photodisc/Getty Images

Exemplo de transformação de uma energia para outra de forma desordenada.

Em decorrência, atribuiu-se ao calor a denominação de **energia degradada**, significando um *status* de energia menos nobre. Outras formas de energia podem ser integralmente transformadas em calor, mas não o contrário. De acordo com esse fato real, a 2ª Lei da Termodinâmica pode também ser enunciada como Princípio da Degradação da Energia.

No Universo, à medida que o tempo passa, diminui a quantidade de energia utilizável, ou seja, a energia se degrada.

A 2ª Lei da Termodinâmica enfoca vários aspectos interessantes da natureza. Aparentemente, esses vários aspectos estão desconectados, mas na realidade há uma estreita ligação entre eles. Essa coerência foi percebida por um dos responsáveis pelo desenvolvimento da Termodinâmica, o físico alemão Julius Emanuel Rudolf Clausius (1822-1888), que, em 1865, introduziu o conceito de **entropia** (transformação), entendendo-a como a variável de estado que, nos processos irreversíveis, representa a medida da disponibilidade do emprego útil da energia.

Em outras palavras, a entropia fornece a medida da quantidade de energia útil que se transforma em energia não utilizável. A entropia comumente é representada pela letra **S**. Em uma transformação que ocorre na temperatura **T**, envolvendo a quantidade de calor **Q**, Clausius estabeleceu a definição matemática de entropia pela relação:

$$S = \frac{Q}{T}$$

No Sistema Internacional, a entropia é medida em J/K.

A 2ª Lei da Termodinâmica pode ser enunciada em termos de entropia:

No Universo, a entropia total nunca diminui.

A partir dos anos 1870, Boltzmann, lançando mão das ideias de estatística, desenvolveu uma relação quantitativa entre a entropia e os estados de menor organização ou de desordem. A partir desse trabalho, o conceito de entropia adquiriu o *status* de medida da desordem do Universo.

Aplicação

Uma máquina de Carnot, cujo rendimento é 25%, opera entre as temperaturas de 400 K e 300 K. Calcule a variação da entropia em cada ciclo de operação da máquina sabendo que ela consome 4000 J por ciclo.

Resolução:

A quantidade de calor rejeitada à fonte fria é igual a:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \Rightarrow 0{,}25 = 1 - \frac{|Q_2|}{4000} \Rightarrow \frac{|Q_2|}{4000} = 0{,}75 \Rightarrow |Q_2| = 3000\ J$$

A diminuição de entropia na fonte quente é igual a:

$$S_1 = \frac{Q_1}{T_1} \Rightarrow S_1 = \frac{4000}{400} \Rightarrow S_1 = 10\ J/K$$

O aumento de entropia na fonte fria durante o mesmo intervalo de tempo é igual a:

$$S_2 = \frac{|Q_2|}{T_2} \Rightarrow S_2 = \frac{3000}{300} \Rightarrow S_2 = 10\ J/K$$

A variação de entropia (ΔS) é igual a:

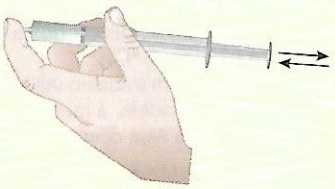
$$\Delta S = S_1 - S_2 = 10\ J/K - 10\ J/K = 0$$

De fato, a máquina de Carnot obedece a um processo irreversível (processo ideal).

Atividades

1 Justifique se são reversíveis ou irreversíveis os seguintes processos:

a) compressão lenta e sem atrito do gás contido numa seringa com uma extremidade fechada;



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

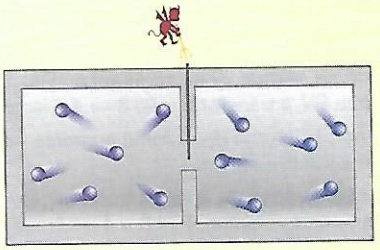
b) estouro de uma *champagne* com a rolha sendo lançada a uma distância muito grande.

Photodisc/Getty Images

2 *(UFPI)* As máquinas a vapor começaram a ser utilizadas, com algum sucesso, no século XVII, apesar de sua história ter começado com Heron, cerca de 100 d.C. Desde então, várias máquinas a vapor de diferentes modelos se destacaram pela produtividade e diversidade de uso. O estudo das máquinas térmicas chamou a atenção dos físicos para uma série de transformações que nunca ocorrem, embora não violem a lei da conservação da energia. Essas "proibições" deram origem à Segunda Lei da Termodinâmica. Com relação a este assunto, analise as afirmativas abaixo e assinale *V*, para as verdadeiras, ou *F*, para as falsas.

1. (***) Para a construção de uma máquina térmica, é sempre necessário haver duas fontes térmicas em temperaturas diferentes, de modo que uma parte do calor retirado da fonte quente é rejeitado para a fonte fria.
2. (***) Para uma máquina térmica que opera em ciclos, é possível converter integralmente calor em trabalho mecânico.
3. (***) Há modelos de usinas termoelétricas nas quais o movimento das turbinas a vapor é obtido através do vapor de água a altíssima pressão. Pode-se dizer que tais máquinas são máquinas térmicas, pelo fato de transformarem parte da energia interna de um gás em energia de movimento das turbinas.
4. (***) A Segunda Lei da Termodinâmica é também chamada lei da entropia, conceito introduzido para medir a desordem de um sistema físico.

3 *(UFSCar-SP)* Maxwell, notável físico escocês da segunda metade do século XIX, inconformado com a possibilidade da morte térmica do Universo, consequência inevitável da Segunda Lei da Termodinâmica, criou o "demônio de Maxwell", um ser hipotético capaz de violar essa lei. Essa fictícia criatura poderia selecionar as moléculas de um gás que transitassem entre dois compartimentos controlando a abertura que os divide, como ilustra a figura.



Por causa dessa manipulação diabólica, as moléculas mais velozes passariam para um compartimento, enquanto as mais lentas passariam para o outro. Se isso fosse possível:

a) esse sistema nunca entraria em equilíbrio térmico.

b) esse sistema estaria em equilíbrio térmico permanente.

c) o princípio da conservação da energia seria violado.

d) não haveria troca de calor entre os dois compartimentos.

e) haveria troca de calor, mas não haveria troca de energia.

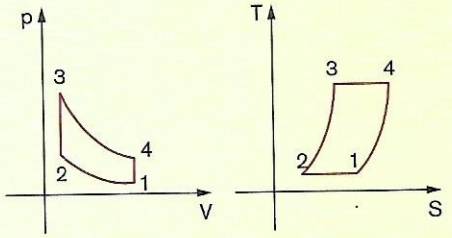
4 *(UEPA)* Todos os dias, uma grande parcela da população utiliza automóvel como meio de transporte. Admita que a energia fornecida pela gasolina adquirida num posto de combustível seja igual a 10000 J. Destes, 2500 J foram utilizados para realizar trabalho e o restante, isto é, os 7500 J, são as perdas. A partir dessas informações, analise as seguintes afirmativas:

I. Neste processo, a energia total se conserva.
II. O rendimento dessa máquina é igual a 75%.
III. O processo em questão é irreversível.

De acordo com as afirmativas acima, a alternativa correta é:

a) I
b) II
c) I e III
d) II e III
e) I, II e III

5 *(UFCG-PB)* Pretende-se utilizar em sondas espaciais uma máquina térmica inventada no século XIX por Stirling e que, nas condições de trabalho, é a que maior aproximação tem com o rendimento da máquina de Carnot. O desenho mostra os diagramas PV e TS (Temperatura × Entropia) para um ciclo do seu funcionamento ideal. Suponha que um gás ideal seja a substância de trabalho do sistema.



Em relação a essa máquina térmica, pode-se afirmar, EXCETO, que:

a) na transformação 2 → 3 há transferência de energia, por calor, da vizinhança para o sistema.

b) a diminuição da entropia (S) do sistema durante a transformação 4 → 1 significa que há transferência de energia, por calor, da vizinhança para o sistema.

c) pode-se afirmar com segurança que, no diagrama PV, a transformação 3 → 4 é isotérmica.

d) a energia interna do sistema aumenta na transformação 2 → 3.

e) as quantidades de energia trocadas, por calor, nas transformações 2 → 3 e 4 → 1 são iguais.

6 *(UFRN)* Até o século XVIII, pensava-se que uma máquina térmica, operando numa condição mínima de atrito, poderia converter em trabalho útil praticamente toda a energia térmica a ela fornecida. Porém, Sadi Carnot (1796-1832) mostrou que, em se tratando da energia fornecida a uma máquina térmica, a fração máxima que pode ser convertida em trabalho útil depende da diferença de temperatura entre a fonte quente e a fonte fria e é dada por:

$e = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$, onde T_1 é a temperatura da fonte fria, e T_2 é a temperatura da fonte quente.

Dessas afirmações, pode-se concluir que uma máquina térmica:

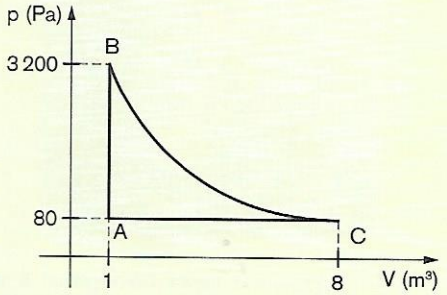
a) pode converter em trabalho útil toda a energia térmica a ela fornecida, mesmo que funcione em condições mínimas de atrito.

b) não pode converter em trabalho útil toda a energia térmica a ela fornecida, mesmo que funcione em condições mínimas de atrito.

c) pode converter em trabalho útil toda a energia térmica a ela fornecida, desde que a temperatura da fonte fria seja 0 °C.

d) não pode converter em trabalho útil toda a energia térmica a ela fornecida, a menos que a temperatura da fonte fria seja diferente de 0 °C.

7 *(ITA-SP)* Uma máquina térmica opera com um mol de um gás monoatômico ideal. O gás realiza o ciclo ABCA, representado no plano pV, conforme mostra a figura. Considerando que a transformação BC é adiabática, calcule:



a) a eficiência da máquina;

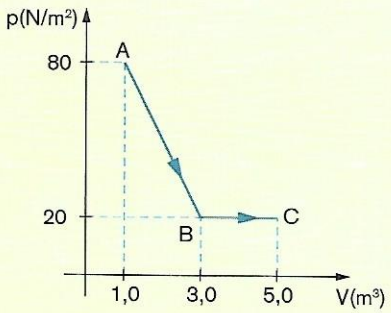
b) a variação da entropia na transformação BC.

Mais Atividades

1 Uma amostra de gás perfeito sofre uma expansão de $2 \cdot 10^{-3}$ m³ à pressão constante de $1{,}2 \cdot 10^5$ N/m². Qual o trabalho realizado pelo gás nessa transformação?

2 Num cilindro, o vapor entra sob pressão constante de 50 N/cm², empurrando o pistão, cuja área é de 100 cm², num percurso de 50 cm. Qual o trabalho realizado pelo vapor nesse percurso?

3 *(Uni-Rio-RJ)* O gráfico mostra uma transformação ABC sofrida por certa massa de gás ideal (ou perfeito), partindo da temperatura inicial 300 K.

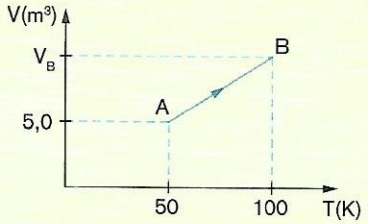


Determine:

a) a temperatura do gás no estado C.

b) o trabalho realizado pelo gás na transformação AB.

4 Um gás ideal a uma pressão de 20 N/m² sofre uma transformação isobárica, conforme mostra o gráfico.



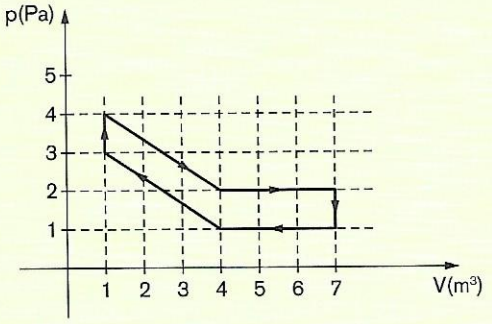
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Qual o valor de volume V_B?

b) Qual o valor do trabalho realizado pelo gás?

5 Um centímetro cúbico de água passa a ocupar 1 671 cm³ quando evaporado à pressão de 1,0 atm. O calor de vaporização da água a essa pressão é de 539 cal/g. Qual o valor do aumento de energia interna da água, em joules, nessa transformação? (Use: 1 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m²; 1 cal = 4,2 J.)

6 *(UFRGS-RS)* O gráfico abaixo representa o ciclo de uma máquina térmica ideal.



O trabalho total realizado em um ciclo é

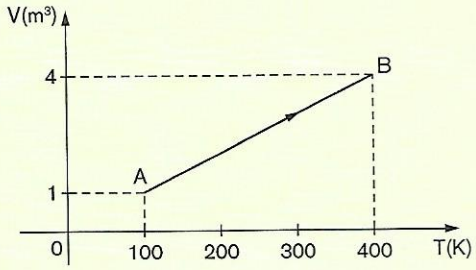
a) 0 J.
b) 3,0 J.
c) 4,5 J.
d) 6,0 J.
e) 9,0 J.

7 *(UERN)* Um gás perfeito, sob pressão constante de 200 N/m², recebeu 60 J de calor, sofrendo uma variação de volume de 0,2 m³.

A variação de energia interna sofrida pelo gás, nesse processo, foi de:

a) 60 J
b) 50 J
c) 40 J
d) 30 J
e) 20 J

8 Uma determinada amostra de gás ideal sofre uma transformação isobárica de pressão 80 Pa, conforme o gráfico. Admitindo que nesta transformação o gás tenha recebido 300 J de energia na forma de calor, calcule o valor da variação da energia interna do gás.

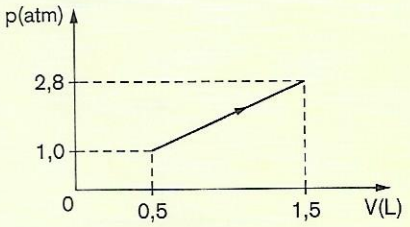


9 *(UFJF-MG)* Um estudante realiza uma experiência no laboratório de Física de sua escola para estudar o comportamento de gases. Durante a experiência, ele utiliza uma bomba de encher pneu de bicicleta provida de um êmbolo, e com um de seus dedos fecha o bico desta bomba de modo a não permitir a saída de ar. Considere inicialmente que o ar dentro da bomba esteja a uma pressão de $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m² e ocupando um volume de $6{,}0 \cdot 10^{-5}$ m³. Após uma compressão rápida do êmbolo, durante a qual não ocorrem trocas de calor de nenhuma forma, o ar dentro da bomba passa a ocupar um volume de $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ m³ sob pressão de $1{,}4 \cdot 10^5$ N/m². Considere o ar dentro da bomba como um gás ideal, e considere que a pressão sobre este gás, durante a compressão rápida, cresça linearmente com a diminuição do volume ocupado pelo mesmo.

Com base nas informações acima, faça o que se pede:

a) Utilizando uma escala de sua escolha, represente num diagrama p × V (Pressão × Volume) esta compressão.
b) Utilizando o diagrama representado por você no item a), calcule o trabalho realizado sobre o gás durante a compressão.
c) Utilizando a primeira lei da termodinâmica, conclua se a temperatura do gás aumenta ou diminui durante a compressão.

10 *(Uncisal-AL)* Certa massa de gás ideal é aquecida e passa pela transformação ilustrada no gráfico da pressão (p), em função do volume (V) da figura. Durante o processo, sua energia interna sofre um acréscimo de 110 J



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sabendo que 1 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa e que 1 m³ = 10^3 L, o trabalho realizado pelo gás e o calor por ele recebido nessa transformação serão, respectivamente, em joules, de

a) 19 e 129.
b) 190 e 300.
c) 300 e 410.
d) 1900 e 2010.
e) 2200 e 2310.

11 *(UFBA)* Um cilindro, munido de um êmbolo móvel, contém um gás ideal que ocupa um volume de 3 L, à temperatura T_1. O gás é aquecido, lentamente, até a temperatura T_2, quando passa a ocupar um volume de 3,5 L. Durante o processo, a superfície externa do êmbolo, cuja área vale 0,5 m², está sob a ação da pressão atmosférica constante e igual a 10^5 N/m².

Nessas condições, pode-se afirmar:

01. O processo é isobárico.
02. A força exercida pelo gás sobre o êmbolo vale $2 \cdot 10^5$ N.
04. A energia interna do gás permanece constante durante o processo.
08. O gás realiza trabalho de 50 J sobre a vizinhança.
16. A velocidade média das moléculas do gás é a mesma no início e no fim do processo.
32. O volume do gás, durante o processo, aumenta linearmente com a temperatura.

12 *(UFES)* No interior de um recipiente cilíndrico, encontra-se um pistão de massa nula preso a uma mola ideal de constante elástica $8{,}3 \cdot 10^6$ N/m. A extremidade superior da mola está presa à base superior do cilindro. Entre a base inferior e o pistão, encontram-se 2,0 moles de um gás ideal monoatômico e, entre o pistão e a base superior, é feito vácuo. As paredes do cilindro são adiabáticas, exceto a base inferior, que é diatérmica. Com base nessas informações e considerando a constante do universal dos gases 8,3 J mol^{-1} K^{-1}, faça o que se pede.

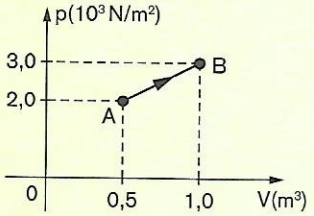
a) Sabendo que o sistema se encontra em equilíbrio inicialmente a uma temperatura 200 K e com o pistão a uma distância h_0 = 4,0 cm da base inferior, determine a compressão inicial da moda.

A temperatura do gás é, então, aumentada muito lentamente até que a distância do pistão à base seja $3h_0/2$. Determine:

b) a variação de energia interna sofrida pelo gás durante esse processo;

c) a quantidade de calor recebida pelo gás durante esse processo.

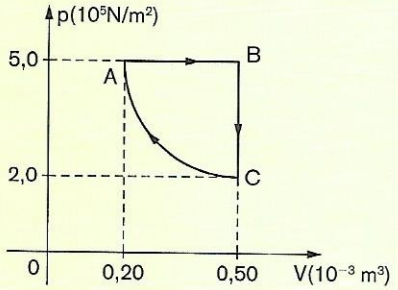
13 *(UFMA)* Considere 2 mols de um gás ideal contidos dentro de um recipiente. Este gás passa por uma transformação que o leva do estado *A* para o estado *B*, representada no gráfico abaixo.



Determine a variação de energia interna ΔU, sofrida pelo gás ao longo do processo A → B.
(Dados: pV = nRT (Lei Geral dos Gases); E = 3/2 nRT (energia cinética de um gás) e R = 8,31 J/mol · K)

a) $2,0 \cdot 10^3$ J
b) $2,8 \cdot 10^4$ J
c) $3,0 \cdot 10^4$ J
d) $3,3 \cdot 10^3$ J
e) $3,0 \cdot 10^3$ J

14 *(Unit-SE)* Uma certa massa de gás perfeito sofre uma transformação cíclica ABCA, representada no gráfico abaixo.



São feitas as seguintes afirmações a respeito.

I. O trabalho realizado pelo gás na transformação A → B é de 150 J.

II. Na transformação B → C o gás recebe calor do meio externo.

III. Na transformação C → A a energia interna do gás não se altera.

Pode-se afirmar que APENAS

a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) I e III são corretas.

15 *(UFS-SE)* Dois moles de gás ideal monoatômico realizam o seguinte ciclo:

— uma transformação isotérmica do estado *A* de temperatura T_0 e volume $4V_0$ para o estado *B* de volume V_0 e pressão $4P_0$;

— uma transformação isobárica do estado *B* para o estado *C* de temperatura $2T_0$;

— uma transformação isotérmica do estado *C* para o estado *D* de volume $4V_0$;

— uma transformação isocórica do estado *D* para o estado *A*.

A partir da descrição do ciclo,

a) Calcule a pressão nos estados *A* e *D*, expressando-as em termos de P_0.

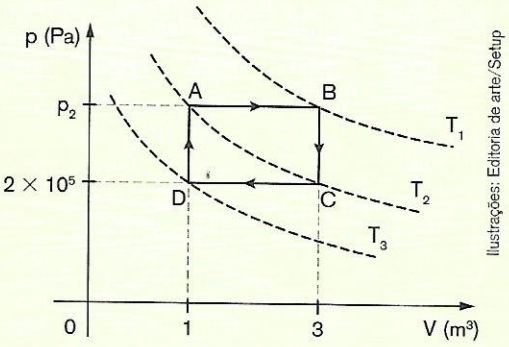
b) Calcule o volume no estado *C*, expressando-o em termos de V_0.

c) Calcule a variação da energia interna que ocorre na transformação isocórica (D → A), expressando-a em termos de T_0 e das constantes apropriadas.

d) Calcule o trabalho realizado pelo gás na transformação isobárica (B → C), expressando-o em termos de T_0 e das constantes apropriadas.

e) Determine o maior rendimento possível de uma máquina térmica que opere no intervalo de temperatura entre T_0 e $2T_0$.

16 *(UEM-PR)* O diagrama pressão × volume abaixo ilustra a transformação cíclica que 1,0 mol de gás ideal sofre. Analisando o gráfico, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

01. O gás sofre as transformações termodinâmicas, seguindo o ciclo de Carnot.

02. A variação da energia interna do gás quando passa do estado A para o estado C seguindo o caminho ABC é maior do que quando segue o caminho ADC, em um processo inverso.

04) A pressão em B é $6 \cdot 10^5$ Pa.

08) O trabalho realizado no ciclo fechado é 8×10^5 J.

16) A variação da energia interna para ir de D para A se deve à variação da quantidade de calor.

17 *(Efei-MG)* Certa quantidade de um gás ideal sofre uma transformação quase estática em duas etapas: uma transformação isobárica seguida de uma transformação isocórica. O estado inicial é caracterizado pela pressão $p_i = 8,0 \times 10^2$ (N/m²) e volume $V_i = 0,40$ m³; a pressão e o volume do estado final são $p_f = 4,0 \times 10^2$ (N/m²) e $V_f = 0,80$ m³. Calcule:

a) a variação de energia interna sofrida pelo gás;

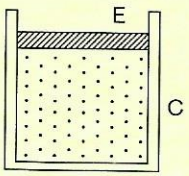
b) o trabalho realizado pelo gás nesta transformação;

c) a quantidade de calor trocada pelo gás com o meio;

d) se a transformação isocórica ocorrer antes da transformação isobárica, mantendo-se os mesmos estados inicial e final, qual é o trabalho realizado pelo gás nesta nova situação?

18 *(UFSCar-SP)* A figura representa um gás ideal contido num cilindro **C** fechado por um êmbolo **E** de área $S = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2$ e massa $m = 1{,}0$ kg. O gás absorve uma determinada quantidade de calor **Q** e, em consequência, o êmbolo sobe $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ m, livremente e sem vazamento. A pressão atmosférica local é $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



a) Calcule os trabalhos realizados pelo gás contra a pressão atmosférica τ_a e contra a gravidade para erguer o êmbolo τ_g.
(Adote: $g = 10\ m/s^2$.)

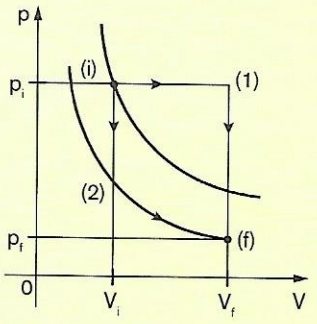
b) Qual a quantidade mínima de calor que o gás deve ter absorvido nessa transformação? Que lei física fundamenta sua resposta? Justifique.

19 *(PUC-RS)* O gráfico a seguir representa a pressão de um gás, que segue a equação de estado do gás ideal, em função do seu volume.

Nele, os pontos **i** e **f** indicam, respectivamente, o estado inicial e final do gás, e as curvas representadas são as isotermas correspondentes às temperaturas T_i e T_f desses estados. Os seguintes processos são descritos no gráfico:

processo 1 – uma transformação isobárica seguida de uma transformação isovolumétrica.

processo 2 – uma transformação isovolumétrica seguida de uma transformação isotérmica.



I. Comparando o trabalho **W** realizado pelo gás em cada processo, verifica-se que $W_1 > W_2$.

II. Comparando a troca de calor **Q** com o gás em cada processo, verifica-se que $Q_1 < Q_2$.

III. Comparando a variação da energia interna ΔU do gás em cada processo, verifica-se que $\Delta U_1 = \Delta U_2$.

Analisando as afirmativas, pode-se concluir que está/estão correta/s:

a) somente II.
b) somente III.
c) somente I e II.
d) somente I e III.
e) I, II e III.

20 *(UFMT)* Em relação à Primeira Lei da Termodinâmica, julgue os itens.

I) A variação da energia interna, quando um sistema absorve 200 cal e realiza um trabalho de 200 J, é 400 J.

II) A expressão $\Delta U = Q + \tau$ significa que um sistema termodinâmico gera calor e trabalho.

III) Um sistema que cede 50 cal para o meio ambiente e recebe trabalho de 150 J tem variação de energia interna negativa.

IV) Calor e trabalho são duas grandezas físicas de mesma dimensão.

21 *(Cefet-PR)* O 2º Princípio da Termodinâmica pode ser enunciado da seguinte forma: "É impossível construir uma máquina térmica operando em ciclos, cujo único efeito seja retirar calor de uma fonte e convertê-lo integralmente em trabalho". Por extensão, esse princípio nos leva a concluir que:

a) sempre se pode construir máquinas térmicas cujo rendimento seja 100%.

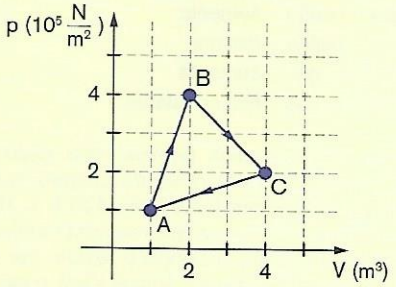
b) qualquer máquina térmica necessita apenas de uma fonte quente.

c) calor e trabalho não são grandezas homogêneas.

d) qualquer máquina térmica retira calor de uma fonte quente e rejeita parte desse calor para uma fonte fria.

e) somente com uma fonte fria, mantida sempre a 0 °C, seria possível a uma certa máquina térmica converter integralmente calor em trabalho.

22 *(UEG-GO)* Uma máquina térmica percorre o ciclo descrito pelo gráfico abaixo. A máquina absorve $6{,}0 \times 10^5$ J de energia térmica por ciclo.



Responda ao que se pede.

a) Qual é a variação na energia interna no ciclo ABCA? Justifique.

b) Calcule o trabalho realizado pelo motor em um ciclo.

c) Calcule a quantidade de energia térmica transmitida à fonte fria.

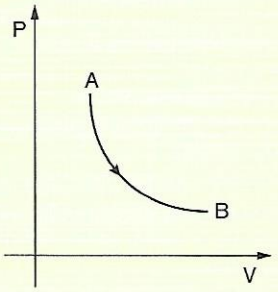
d) Calcule o rendimento dessa máquina térmica.

23 *(Udesc-SC)* Um motor a gasolina consome 16 100 J de calor e realiza 3 700 J de trabalho em cada ciclo. O calor é obtido pela queima de gasolina, que possui calor de combustão igual a $4{,}60 \cdot 10^4$ J/g. Sabendo-se que o motor gira com 60,0 ciclos por segundo, a massa de combustível queimada em cada ciclo e a potência fornecida pelo motor são, respectivamente:

a) 0,350 g e 222 kW.
b) 0,080 g e 0,766 kW.
c) 0,350 kg e 100 kW.
d) 0,268 g e 500 kW.
e) 3 700 g e 60,0 kW.

24 *(Acafe-SC)* As máquinas térmicas são dispositivos que transformam a energia interna de um combustível em energia mecânica. Os motores dos automóveis, ônibus e caminhões funcionam dessa maneira. A energia do combustível, através de sua queima, é convertida em energia térmica de um gás que, ao se expandir, desloca o pistão fornecendo a energia mecânica para o movimento.

No gráfico abaixo (pressão × volume) é mostrada uma transformação adiabática realizada por um gás que passa do estado *A* ao estado *B*. Ela constitui uma parte do ciclo segundo o qual funciona uma máquina térmica.



Durante essa transformação, o _____ realiza trabalho sobre o _____ e a temperatura do gás _____.

A alternativa que completa as lacunas acima, em sequência, é:

a) pistão – gás – diminui
b) gás – pistão – aumenta
c) gás – pistão – diminui
d) pistão – gás – aumenta
e) pistão – gás – fica constante

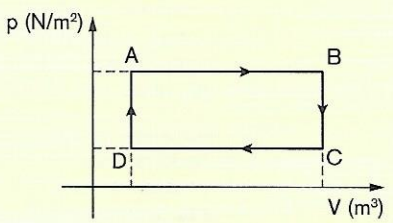
25 *(UFPB)* Uma máquina térmica ideal realiza um trabalho de 750 J por ciclo (de Carnot), quando as temperaturas das fontes são 400 K e 100 K. Nesse sentido, para que uma máquina térmica real apresente a mesma eficiência e realize, por ciclo, o mesmo trabalho que a máquina ideal, o calor recebido e o calor rejeitado são respectivamente:

a) 1 000 J e 250 J
b) 750 J e 500 J
c) 1 250 J e 50 J
d) 850 J e 150 J
e) 950 J e 350 J

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

26 *(UFG-GO)* As máquinas térmicas são dispositivos que operam sempre em ciclo, isto é, retornam periodicamente às condições iniciais. Uma maneira de estudá-las é através das transformações que ocorrem dentro desses ciclos, em um gráfico do comportamento da pressão do gás utilizado nesta máquina térmica em função do volume por ele ocupado.

O gráfico a seguir representa um ciclo realizado por um sistema gasoso.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Observando-o atentamente, pode-se afirmar:

01. O sistema realiza trabalho de *A* para *B*.
02. A energia interna diminui de *A* para *B*.
04. O trabalho realizado entre os pontos *C* e *D* é negativo e, neste caso, o trabalho foi realizado sobre o sistema.
08. No ciclo completo não há variação da energia interna, e o trabalho total realizado é igual a zero.
16. O sistema libera calor entre *B* e *C* e absorve calor entre *D* e *A*.

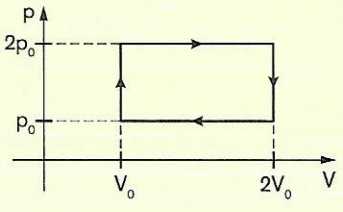
27 *(UFBA)* O vapor produzido por uma caldeira à temperatura de 600 K fornece para uma turbina, a cada ciclo, 800 kcal de energia. Esse vapor, depois de passar pela turbina, cede ao condensador 600 kcal, atingindo a temperatura de 293 K.

Considerando que essa turbina opera em ciclos irreversíveis, determine o rendimento dessa máquina térmica.

28 *(UEM-PR)* Considere uma máquina a vapor, operando em ciclos de Carnot, que possui um condensador para resfriar o vapor de saída a 27 °C e que opera com rendimento de 40%. Assinale o que for correto.

01) Nessa condição, a temperatura da caldeira é, aproximadamente, 500 K.
02) Nessa condição, a temperatura da caldeira é, aproximadamente, 227 °C.
04) Mantendo a temperatura da caldeira a 600 K, a máquina terá rendimento aproximado de 50%.
08) Quanto maior o rendimento da máquina, maior deve ser a temperatura da caldeira.
16) Se ajustarmos a temperatura do condensador para um valor ideal, o rendimento da máquina pode chegar a 100%.

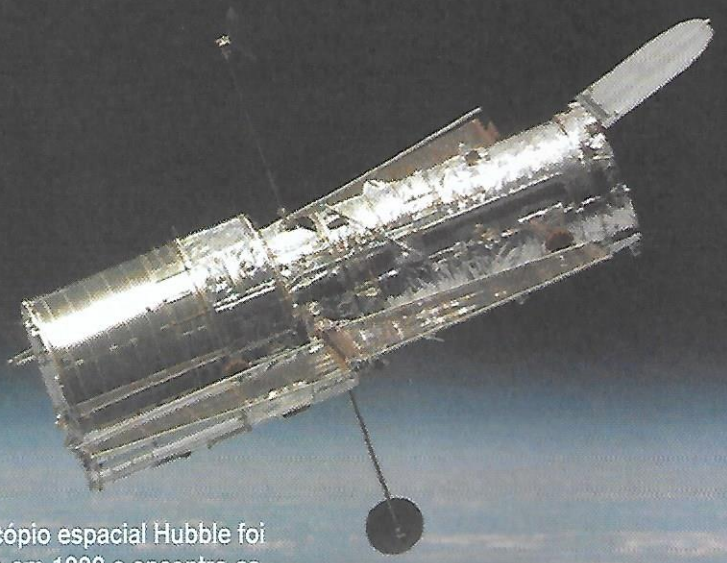
29 *(IMT-SP)* O ciclo de um sistema térmico é mostrado na figura.



a) Analise o ciclo apresentado e responda, justificando sua resposta, se o ciclo corresponde a um motor térmico ou a um refrigerador.
b) Considerando $p_0 = 2{,}0 \times 10^5$ Pa e $V_0 = 0{,}20$ m³, e sabendo que durante o ciclo o sistema rejeita $4{,}0 \times 10^4$ J de calor, calcule o rendimento do ciclo.

UNIDADE IX

Óptica

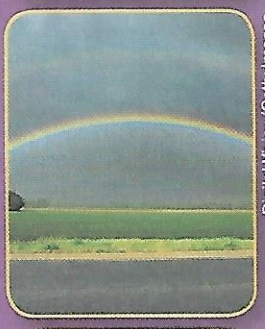


Photodisc/Getty Images

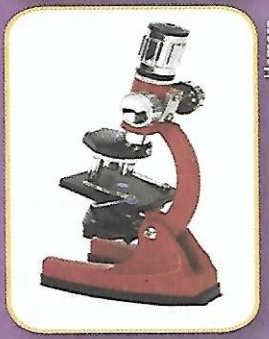
O telescópio espacial Hubble foi lançado em 1990 e encontra-se a cerca de 590 km de altitude. Composto de um sistema de espelhos, lentes e detectores eletrônicos, ajuda os astrônomos no estudo do Universo.

Photodisc/Getty Images

Sérgio Dotta Jr./The Next



Digital Vision/Getty Images



Hemera

A luz sempre representou um grande mistério para o ser humano, desde a Antiguidade: o clarão do relâmpago, o Sol, as estrelas no céu noturno, o arco-íris e o próprio fogo inspiraram culturas de diversas épocas a atribuir-lhes caráter divino, graças ao mistério e à maravilha que esses, dentre outros fenômenos ópticos, proporcionavam às pessoas. A Ciência moderna conseguiu formular uma explicação científica para os diversos fenômenos ópticos conhecidos, produzindo com esse estudo uma gama de instrumentos que amplificam nossa capacidade visual, tais como lupa, microscópio, luneta, telescópio e binóculo; e outros que utilizamos para o lazer, como os projetores de filme e *slide*. Entretanto, simples fenômenos ópticos podem ser observados em nosso cotidiano sem qualquer equipamento: um arco-íris no céu logo após a chuva é uma das experiências mais belas que a natureza nos proporciona. Superfícies planas, lisas e bem polidas são capazes de formar imagens de diferentes tipos ampliadas ou multiplicadas diversas vezes, dependendo dos espelhos e das montagens.

Capítulo 22 – Conceitos fundamentais de Óptica

A visão é o sentido que nos permite ter uma maior aproximação com o mundo à nossa volta. Não é à toa que a sabedoria popular nos orienta a "ver para crer", e não a "cheirar para crer" ou mesmo "ouvir para crer".

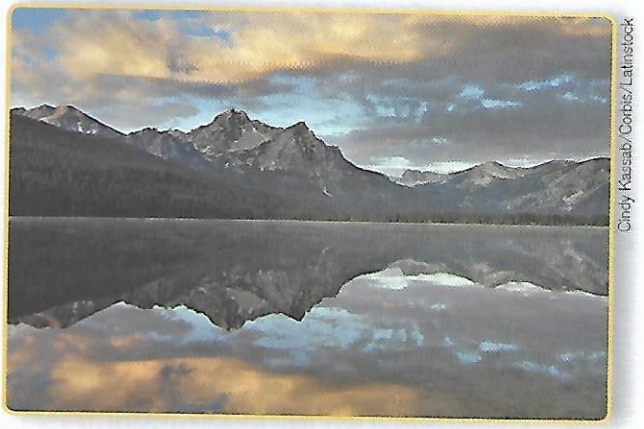
Essa simples constatação dá uma ideia inicial da importância que a luz ocupa em nossas vidas, não apenas atualmente, mas desde a Antiguidade, quando filósofos e outros pensadores questionavam e criavam explicações sobre o que seria a luz: desde ideias que davam a entender que a visão era algo que saía de nossos olhos até ideias que indicavam que a luz era resultado de pequenos pedaços do objeto que entravam em nossos olhos, dentre outros modelos que surgiram com o passar do tempo. Cada modelo explicava uma gama de fenômenos observados, mas deixava de explicar alguns fenômenos explicados por outros modelos.

A Ciência moderna conseguiu formular um modelo para a luz que dá conta de todos os fenômenos ópticos e é justamente isso que vamos estudar em Óptica.

Óptica, portanto, é o ramo da Física que estuda a luz, sua natureza, suas propriedades, suas fontes, propagação e medição. Podemos dividi-la, para fins de estudo, em Óptica geométrica e Óptica física.

A Óptica geométrica analisa os fenômenos luminosos e suas aplicações baseando-se exclusivamente na descrição de sua propagação ao atravessar meios diferentes ou ao ser refletida por alguma superfície. O estudo das lentes e dos espelhos, por exemplo, são tratados nessa parte da Óptica.

A Óptica física explica os fenômenos ópticos que envolvem a interação da luz com a matéria, como a produção das fotografias, dos vídeos, das tecnologias ligadas ao *laser* etc.



Cindy Kassab/Corbis/Latinstock

Esta formação montanhosa à beira de um lago permite a observação de um espetáculo natural promovido pela reflexão da luz. Vire o livro de cabeça para baixo e veja se é possível saber qual é a margem refletida.

1. Fontes de luz

Os objetos são vistos porque a luz que parte deles penetra em nossos olhos até atingirem a retina, que, por sua vez, transforma a luz em impulsos elétricos que são comunicados ao cérebro pelo nervo óptico. A imagem é, portanto, construída em nosso cérebro, que processa os estímulos elétricos e aciona outras regiões cerebrais como a da memória, por exemplo, que nos permite reconhecer pessoas e coisas em nosso entorno.

Uma lâmpada acesa, por exemplo, emite luz para todo o ambiente. Se numa sala a apagarmos, seremos impedidos de observar os demais objetos. Ao acender um palito de fósforos, um breve instante de iluminação nos permite localizar o interruptor ou a porta, a fim de abri-la e deixar que a luz vinda de fora ilumine o ambiente.

Essa situação simples e corriqueira nos revela que as coisas só podem ser vistas se alguma luz partir delas, seja por emitirem luz própria, seja pela reflexão da luz proveniente de uma fonte.

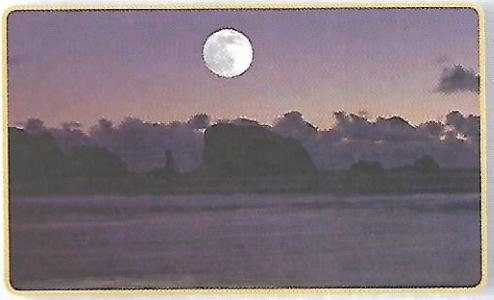
Portanto, os objetos visíveis podem ser classificados em duas categorias:

- **Fonte de luz primária** ou corpo luminoso, que é aquele que emite luz própria, como o Sol, a chama de uma vela, um metal superaquecido.

- **Fonte de luz secundária** ou corpo iluminado, que é aquele que reenvia a luz recebida de outros corpos luminosos, como a Lua, que reenvia a luz recebida do Sol, ou mesmo uma cadeira iluminada por uma lâmpada numa sala.

Photodisc/Getty Images

Parte da energia liberada pela reação nuclear que ocorre no Sol é transformada em energia luminosa que chega à Terra.



Photodisc/Getty Images

A Lua reenvia para o espaço a luz recebida do Sol.

Pensando estritamente nos corpos luminosos, podemos classificá-los quanto às suas dimensões:

- Podemos considerar uma **fonte puntiforme** quando suas dimensões são desprezíveis em relação à distância que a separa do observador. Por exemplo, quando viajamos de carro à noite por uma estrada escura, é muito difícil identificar se o que está vindo na pista contrária a 1 km de distância é um carro com seus dois faróis acesos ou uma motocicleta com seu único farol aceso. Somente quando o veículo está mais próximo, podemos identificar quantos faróis ele de fato possui. Ao longe, em geral as fontes luminosas nos parecem pontos luminosos, daí sua classificação como fonte puntiforme.
- Quando as dimensões da fonte luminosa não podem ser desprezadas em relação à distância que a separa de um observador, chamamos essa **fonte de extensa**. Nosso Sol, apesar de nos parecer pequeno, dificilmente pode ser considerado uma fonte puntiforme quando analisamos do ponto de vista do Sistema Solar. Contudo, a estrela Alfa de Centauro, que está mais próxima de nós, desconsiderando o Sol, dificilmente poderia ser pensada como fonte extensa em função de sua enorme distância de nós: 4,3 anos-luz, ou $4{,}07 \cdot 10^{13}$ km.

Uma fonte luminosa pode emitir luz:

- **monocromática** ou simples: é a luz de uma única cor, como a da lâmpada de vapor de sódio, que emite luz amarela.
- **policromática** ou luz composta: é a luz formada pela combinação de outras cores diferentes como a luz branca do Sol.

É incrível a rapidez com que a luz se desloca. Ela viaja numa velocidade tão grande que nos parece ilimitada, mas experimentos são capazes de medir sua velocidade, que varia conforme o meio de propagação. No ar, ela viaja a uma velocidade maior do que na água.

A velocidade da luz no vácuo é indicada pela letra **c**, cujo valor é cerca de $c = 300\,000$ km/s $= 3 \cdot 10^5$ km/s $= 3 \cdot 10^8$ m/s.

Nos outros meios transparentes, a velocidade da luz assume valores diferentes, mas sempre menores do que 300 000 km/s.

Em Astronomia, em função das enormes distâncias consideradas, utiliza-se uma unidade de medida de comprimento mais apropriada, denominada ano-luz, que representa a distância que a luz percorre no vácuo em um ano terrestre. Vamos calcular quantos quilômetros representa 1 ano-luz, ou seja, a quantos quilômetros está situada uma estrela cuja luz emitida por ela demora um ano para chegar a nosso planeta:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v\Delta t \Rightarrow 1 \text{ ano-luz} = c\Delta t$$

Transformando 1 ano em segundos:

$\Delta t_{1\ ano} = 365$ dias $= 365 \cdot 24$ horas $= 365 \cdot 24 \cdot 3600$ segundos $\Rightarrow 3{,}15 \cdot 10^7$ s.

Podemos obter o valor de 1 ano-luz em quilômetros:

1 ano-luz $= 3 \cdot 10^8 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7 \Rightarrow$ 1 ano-luz $\Rightarrow 9{,}46 \cdot 10^{15}$ m $= 9{,}46 \cdot 10^{12}$ km, ou seja:

1 ano-luz é igual a 9,46 trilhões de quilômetros.

Aplicação

O Sol se encontra a $1{,}50 \cdot 10^{11}$ m de distância da Terra. Quanto tempo leva a luz emitida pelo Sol para atingir a Terra? Dado: velocidade da luz no vácuo: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Resolução:

Sendo a velocidade da luz no vácuo constante, temos:

$\Delta s = v \cdot \Delta t \Rightarrow 1{,}5 \cdot 10^{11} = 3 \cdot 10^8 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0{,}5 \cdot 10^3\ s = 500\ s$ *ou* $\Delta t = 8$ *min* $20\ s$

Dessa maneira, quando olhamos para o Sol, vemos como ele estava 8 minutos e 20 segundos atrás.

Atividades

1 *(Fuvest-SP)* Uma estrela emite radiação que percorre a distância de 1 bilhão de anos-luz, até chegar à Terra e ser captada por um telescópio. Isso quer dizer que:

a) a estrela está a 1 bilhão de km da Terra.
b) daqui a 1 bilhão de anos, a radiação da estrela não será mais observada na Terra.
c) a radiação observada hoje na Terra foi emitida pela estrela há 1 bilhão de anos.
d) hoje, a estrela está a 1 bilhão de anos-luz da Terra.
e) quando a radiação foi emitida pela estrela, ela tinha a idade de 1 bilhão de anos.

2 *(Unicamp-SP)* O Sr. P. K. Aretha afirmou ter sido sequestrado por extraterrestre e ter passado o fim de semana em um planeta da estrela Alfa da constelação de Centauro. Tal planeta dista 4,3 anos-luz da Terra. Com muita boa vontade, suponha que a nave dos extraterrestres tenha viajado com a velocidade da luz ($3{,}0 \cdot 10^8$ m/s), na ida e na volta. Adote 1 ano $= 3{,}2 \cdot 10^7$ segundos.

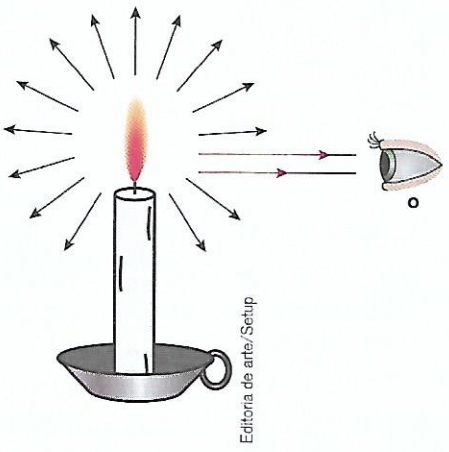
a) Quantos anos teria durado a viagem de ida e volta do Sr. Aretha?
b) Qual é a distância (em m) do planeta à Terra?

3 *(UFES)* Uma nave espacial, distante da Terra $1{,}404 \cdot 10^9$ km, envia fotos do planeta Saturno através de sinais que se propagam com a velocidade da luz no vácuo. O tempo, em horas, que o sinal gasta para atingir a Terra é de:

a) $4{,}7 \cdot 10^3$ c) 13 e) 1,3
b) 78 d) 7,8

Raio de luz

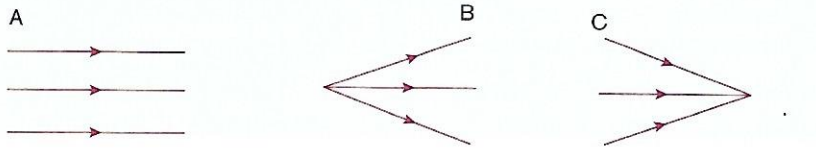
Considere uma vela, mostrada na figura ao lado, que ilumina um ambiente. A luz emitida pela vela é capaz de tornar visíveis os objetos ali situados que refletirem sua luz, pois a luz produzida por ela se propaga em todas as direções, chegando aos olhos do observador **o**.



Editoria de arte/Setup

Para representar graficamente a direção e o sentido de propagação da luz a partir da fonte luminosa, usamos segmentos de reta orientados. A esses segmentos de reta chamaremos raios de luz.

Os raios de luz representarão, portanto, a trajetória descrita pela luz desde a fonte até seu destino, que pode ser um observador ou um objeto iluminado. Um conjunto de raios de luz forma o que denominamos feixe de luz ou pincel de luz, que pode ser classificado como:



A: cilíndrico ou paralelo *B: cônico divergente* *C: cônico convergente*

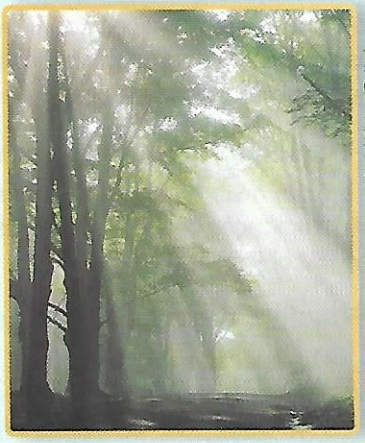
Saiba mais sobre...

RAIOS DE LUZ

Na prática, não se pode enxergar um feixe de luz, pois ele é invisível. Parece estranho falar isso, mas a luz é invisível! Somos capazes de observar apenas os objetos iluminados, ou seja, vemos o resultado da interação da luz com a matéria depois que ela iluminou um objeto, sendo por ele refletida.

Sendo assim, para que um feixe de luz possa ser observado, devemos fazer a luz interagir com pequenas partículas suspensas no ar, que estão no caminho da propagação do feixe. Tais partículas podem ser constituídas de poeira ou fumaça, ou ainda de partículas em precipitação, como a chuva ou a neve. Nessas situações e num ambiente escurecido, podemos construir uma imagem do feixe de luz se propagando na direção do objeto iluminado.

Adriano Bonjorno



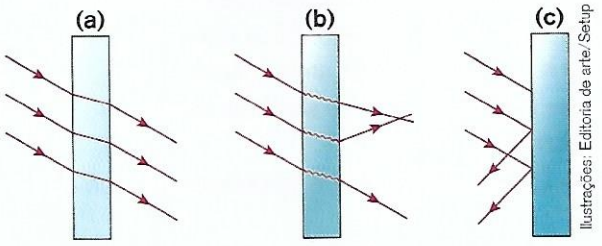
Digital Vision/Getty Images

Feixe de luz refletindo no material particulado suspenso no ar.

Meios de propagação da luz

Podemos classificar os meios materiais por onde a luz se propaga da seguinte forma:

- Um meio de propagação é chamado **transparente** quando permite a propagação da luz através dele por distâncias consideráveis, isto é, permite a visualização nítida dos objetos através dele. É o que ocorre com o ar, o vidro comum ou a água limpa em pequenas profundidades.
- Um meio é **translúcido** quando permite a propagação da luz através dele, mas produz um espalhamento do feixe luminoso, de modo que os objetos, vistos através dele, não podem ser identificados com clareza, isto é, esse meio não permite a visualização nítida. É o caso do vidro fosco, do papel de seda, da água do mar a certa profundidade etc.
- Um meio de propagação é chamado **opaco** quando impede completamente a propagação da luz através dele. Exemplos desse tipo de meio são tanto uma parede de tijolos, uma tábua de madeira, uma estrutura de concreto, como este livro.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Comportamento da luz ao incidir, respectivamente, num meio transparente (a), translúcido (b) e opaco (c).

Um meio de propagação é chamado isotrópico quando as propriedades da luz que nele se propaga, como sua velocidade e sua direção de propagação, por exemplo, se mantêm constantes, como acontece quando a luz se propaga no vácuo.

Os conceitos de transparência, translucidez e opacidade podem estar relacionados a diversos outros fatores, e não somente ao tipo de material por onde a luz se propaga. Por exemplo: uma folha de papel celofane é um meio transparente, algumas folhas desse papel representam um meio translúcido e várias folhas, um meio opaco.

Marinez Maravalhas Gomes

Transparência e translucidez no mesmo meio.

2. Princípios da Óptica geométrica

Diversos estudos sobre o modo como a luz se propaga nos vários meios resultaram num conjunto de informações que ajudaram a construir instrumentos capazes de ampliar nossa capacidade de visão e a fazer projetos e previsões sobre fenômenos ópticos. Chamamos essas informações de **princípios**, pois elas funcionam como uma base de conhecimento para que todos os fenômenos da Óptica geométrica sejam mais bem compreendidos e analisados.

Princípio da propagação retilínea da luz

Num meio homogêneo e transparente, a luz propaga-se em linha reta. A aplicação desse princípio nos permite explicar a formação das sombras dos objetos iluminados.

Princípio da independência dos raios de luz

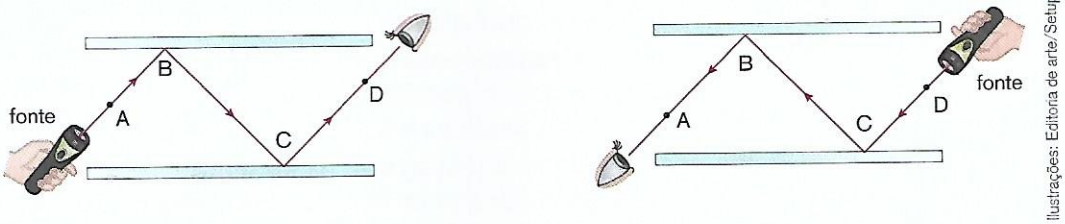
Os raios de luz de determinado feixe são independentes dos demais raios. Isso significa que, se um raio luminoso atravessar o caminho de outro raio luminoso, ambos seguem seus caminhos como se nada tivesse acontecido. Veja a figura ao lado.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Um feixe de luz não interfere no caminho do outro.

Princípio da reversibilidade dos raios de luz

O caminho percorrido por um raio de luz não se modifica quando invertemos as posições da fonte e do observador. Isso significa que a trajetória dos caminhos de ida e de volta é exatamente a mesma.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Consequências dos princípios da Óptica geométrica

Sombra e penumbra

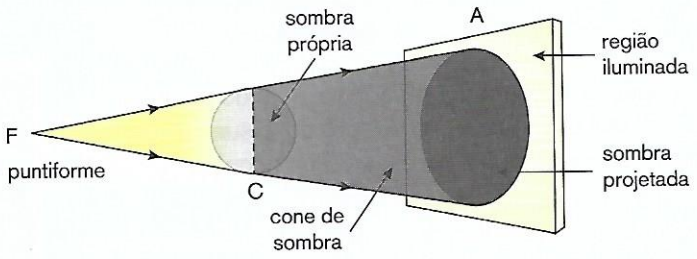
Quando colocamos um objeto opaco diante de uma fonte luminosa, parte da luz é bloqueada, enquanto a outra segue adiante em linha reta, formando atrás desse corpo uma região de sombra.

No entanto, você já reparou que sua sombra fica diferente quando a fonte luminosa é o Sol ou quando é uma lâmpada fluorescente, apesar de ambos iluminarem igualmente bem?

Isso acontece porque as características das sombras dependem das dimensões das fontes de luz.

1º caso: fonte puntiforme

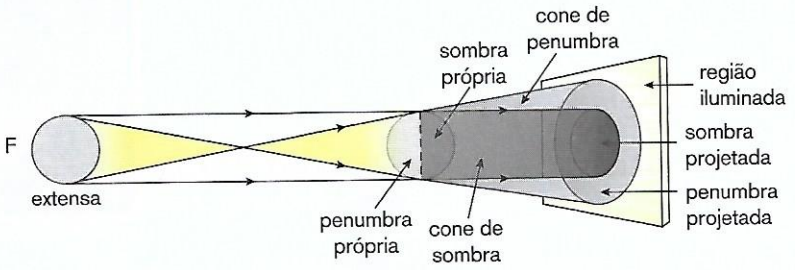
Considere uma fonte de luz **F** (puntiforme), um corpo opaco **C** e uma tela **A**, conforme a figura abaixo.



Quando a fonte de luz é puntiforme, o corpo **C** bloqueia todos os raios de luz que o atingem, produzindo uma sombra de escuridão uniforme na tela **A** e com contornos nítidos.

2º caso: fonte extensa

Considere agora uma fonte de luz **F** (extensa), como uma lâmpada, conforme esta figura:



Quando a fonte é extensa, a sombra produzida sobre a tela varia de intensidade de acordo com o modo como o objeto é iluminado. A parte da tela atingida apenas por alguns raios luminosos da fonte é denominada penumbra, na qual a fonte **F** não fica inteiramente escondida de um observador. Na região central da penumbra fica a sombra, região completamente obscurecida pelo objeto.

Eclipses do Sol e da Lua

Os eclipses solar e lunar já foram fonte de grandes mistérios no passado, motivo de muito medo e momentos para especulações e profecias.

Esses eclipses ocorrem quando o Sol, a Terra e a Lua estão alinhados, impedindo que nós, daqui da Terra, consigamos avistar o Sol (eclipse solar) ou a Lua (eclipse lunar).

No eclipse solar, a Lua fica posicionada entre a Terra e o Sol, projetando sombra e penumbra sobre uma região da Terra, já que a Lua é menor que o nosso planeta. Na parte da Terra onde é projetada a sombra, podemos observar um eclipse total (o Sol fica totalmente invisível, como se um disco opaco entrasse na sua frente), enquanto na parte onde é projetada a penumbra observamos um eclipse parcial (apenas parte da luz do Sol fica bloqueada).

Corel Stock Photo

Eclipse do Sol. Observe o astro sendo encoberto pela Lua na parte inferior da figura.

É muito interessante ter em mente como se comportam as sombras produzidas pelos planetas no Sistema Solar. Por causa do enorme tamanho do Sol (cabem quase 110 planetas Terra alinhados ao diâmetro do Sol), ele deve ser pensado, em termos ópticos, como uma fonte extensa. Dessa forma, fica mais fácil compreender a formação das regiões de penumbra projetadas na Terra durante um eclipse solar.

Outro aspecto importante que decorre do fato de o Sol ser uma fonte extensa é que as sombras dos astros do Sistema Solar se formam como um cone que segue o astro. Sempre que outro astro atravessa a região do cone de sombra, ele é eclipsado.

Por exemplo, o eclipse anular é outro tipo de eclipse solar parcial em que apenas o prolongamento do cone de sombra da Lua intercepta a superfície da Terra. Um observador nessa região observa um anel solar em torno da Lua.

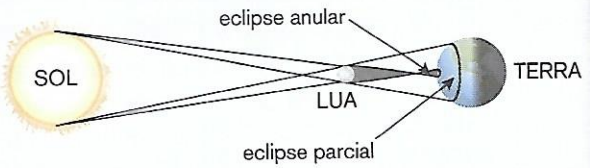
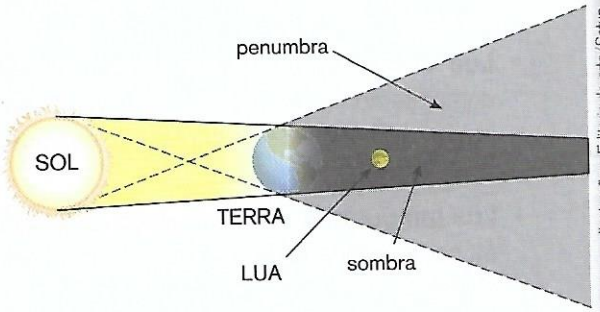


Ilustração produzida com base em: SEEDS, M. A. *Horizons: exploring the universe*. 5. ed. Belmont: Wadsworth, 1998. p. 33.

No eclipse total do Sol, a Lua encobre o Sol, deixando visível para um observador na Terra apenas a sua coroa.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Ilustração produzida com base em: *Espaço e planetas*. Rio de Janeiro: Abril, 1995. p. 62-3. (Ciência e natureza)

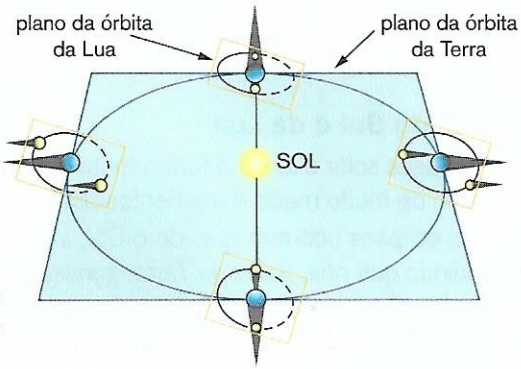
No eclipse lunar, os raios solares são interceptados pela Terra e a superfície lunar permanece na região da sombra, escurecendo-se no céu noturno.

O eclipse da Lua ocorre quando ela atravessa a região do cone de sombra da Terra.

WEDA/epa/Corbis/Latinstock

Eclipse da Lua. Observe a Lua parcialmente escurecida pelo cone de sombra da Terra.

O alinhamento do Sol, da Terra e da Lua é de difícil ocorrência, pois o plano da órbita da Lua em torno da Terra é inclinado em relação ao plano da órbita da Terra em torno do Sol, como mostrado abaixo.



Os planos que contêm a órbita da Terra e da Lua são inclinados um em relação ao outro aproximadamente 5°, o suficiente para produzir eclipses eventuais.

Fases da Lua

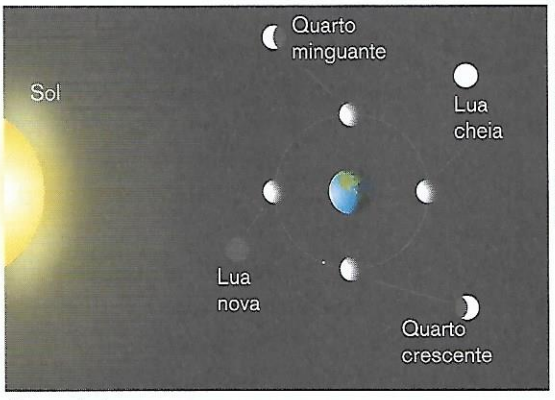
Durante o movimento da Lua em torno da Terra, ela nos parece mudar gradativamente de aspecto. Para compreender isso, basta que você se lembre do que significa dia e noite aqui na Terra.

A Terra gira em torno de seu eixo num período de 24 horas. Durante essa rotação, metade do planeta é iluminada pelo Sol (dia) e metade está no escuro (noite).

O mesmo acontece com a Lua, ou seja, metade dela fica sempre iluminada e metade sempre no escuro. Acontece que ela demora aproximadamente um mês para dar uma volta completa em torno da Terra. Logo, da associação dos dois movimentos (rotação da Terra e translação da Lua), resulta que vemos sempre frações da parte iluminada da Lua na seguinte sequência:

- **Lua nova:** apresenta brilho apagado. Os eclipses solares sempre ocorrem nessa fase da Lua.
- **Lua crescente:** aumento gradual da visão da parte iluminada da Lua por um observador na Terra.
- **Lua cheia:** a face iluminada da Lua está completamente visível para um observador na Terra. É somente nessa fase que ocorrem os eclipses lunares.
- **Lua minguante:** diminuição gradual da visão da parte iluminada da Lua por um observador na Terra.

A imagem ao lado mostra esquematicamente as fases da Lua.



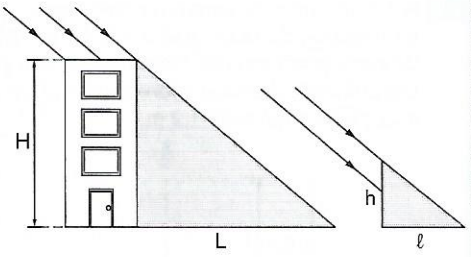
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Fases da Lua.

Ilustração produzida com base em: SEEDS, M. A. *Horizons: exploring the universe*. 5. ed. Belmont: Wadsworth, 1998. p. 27.

Aplicações

1 *(ITA-SP)* Um edifício iluminado pelos raios solares projeta uma sombra de comprimento L = 72 m. Simultaneamente, uma vara vertical de 2,5 m de altura, colocada ao lado do edifício, projeta uma sombra de comprimento $\ell = 3$ m. Calcule a altura do edifício.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

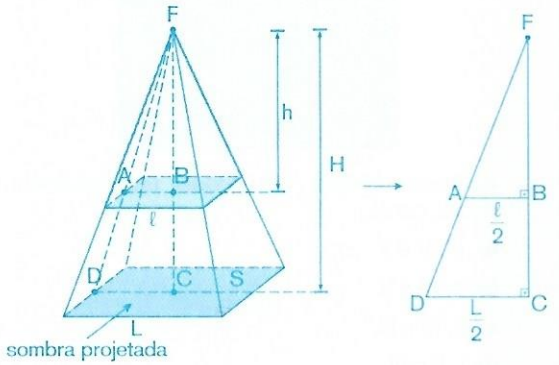
Resolução:

Os raios solares constituem um pincel cilíndrico de luz e as sombras são proporcionais às alturas. Portanto, pela construção geométrica da figura, temos:

$$\frac{H}{h} = \frac{L}{\ell} \Rightarrow \frac{H}{2,5} = \frac{72}{3} \Rightarrow H = 2,5 \cdot \frac{72}{3} \Rightarrow H = 60 \text{ m}$$

2 Uma lâmpada *F*, cujas dimensões são desprezíveis, é fixada no teto de uma sala cuja altura é 6 m. Um quadrado opaco de lado igual a 40 cm é suspenso a 2 m do teto, de modo que suas faces sejam horizontais e o seu centro esteja na mesma vertical que a lâmpada. Calcule a área da sombra projetada no chão da sala. Dados: H = 6 m; h = 2 m; ℓ = 40 cm = 0,4 m

Resolução:



$\Delta FBA \sim \Delta FCD$

$$\frac{\overline{FB}}{\overline{BA}} \; \frac{\overline{FC}}{\overline{CD}} \Rightarrow \frac{\frac{h}{2}}{\frac{\ell}{2}} = \frac{\frac{H}{2}}{\frac{L}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\ell} = \frac{H}{L} \Rightarrow \frac{2}{0,4} = \frac{6}{L} \Rightarrow L = 1,2 \text{ m}$$

Para o cálculo da sombra projetada S, temos:

$S = L^2 = (1,2)^2 \Rightarrow S = 1,44 \text{ m}^2$

Atividades

1 *(Enem-MEC)* A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

a) 30 cm
b) 45 cm
c) 50 cm
d) 80 cm
e) 90 cm

2 *(Feeq-CE)* Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da árvore que, se esta cair, não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado, eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura; os valores encontrados foram 6,0 m e 1,8 m respectivamente.

A distância mínima de cada barraca à árvore deve ser de:

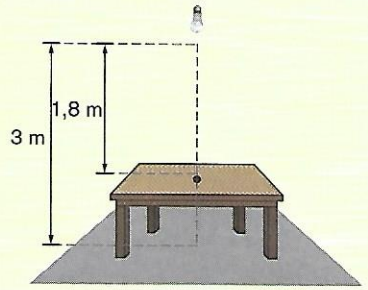
a) 6,0 m
b) 5,0 m
c) 4,0 m
d) 3,0 m
e) n.d.a.

3 *(UCS-RS)* Desde os tempos da antiga Grécia, a Geometria sempre foi uma ciência aplicada, ou seja, empregada para resolver problemas práticos. Dos problemas que os gregos conseguiram resolver, dois merecem referência: o cálculo da distância de um objeto a um observador e o cálculo da altura de uma construção. No primeiro caso, para calcular, por exemplo, a distância de um barco até a costa recorria-se a um artifício. Dois observadores se postavam de maneira que um deles pudesse ver o barco sob um ângulo de 90° com relação à linha da costa e o outro sob um ângulo de 45°. Se a distância entre os observadores fosse igual a 50 metros, a distância entre os barcos e a costa seria de:

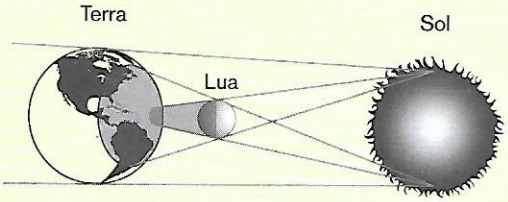
a) $50\sqrt{2}$ m
b) 50 m
c) $10\sqrt{5}$ m
d) 100 m

4 Que tipo de eclipse, solar ou lunar, é mais perigoso de ser observado com os olhos desprotegidos?

5 A 1,8 m acima do centro de uma mesa quadrada de madeira, de lado igual a 1,5 m, é fixada uma lâmpada puntiforme *O*. Determine a área da sombra projetada da mesa sobre o solo, sabendo que a altura da mesa é de 1,2 m.



6 *(UEL-PR)* Durante um eclipse solar, um observador:

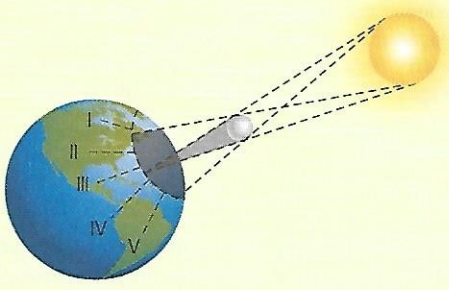


a) no cone de sombra, vê um eclipse parcial.
b) na região de penumbra, vê um eclipse total.
c) na região plenamente iluminada, vê a Lua eclipsada.
d) na região da sombra própria da Terra, vê somente a Lua.
e) na região plenamente iluminada, não vê o eclipse solar.

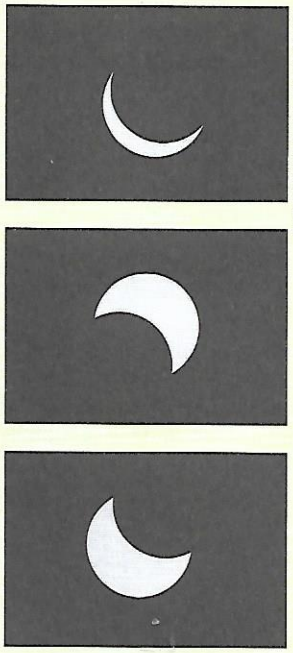
7 *(Vunesp-SP)* No dia 3 de novembro de 1994, no período da manhã, foi observado, numa faixa ao sul do Brasil, o último eclipse solar total do milênio. Supondo retilínea a trajetória da luz, um eclipse pode ser explicado pela participação de três corpos alinhados: um anteparo, uma fonte e um obstáculo.

a) Quais são os três corpos do Sistema Solar envolvidos nesse eclipse?
b) Desses três corpos, qual deles faz o papel: de anteparo, da fonte, de obstáculo?

8 *(Enem-MEC)* A figura a seguir mostra um eclipse solar no instante em que é fotografado em cinco diferentes pontos do planeta.



Três dessas fotografias estão reproduzidas abaixo.

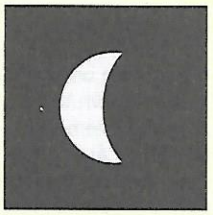


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

As fotos poderiam corresponder, respectivamente, aos pontos:

a) III, V e II.
b) II, III e V.
c) II, IV e III.
d) I, II e III.
e) I, II e V.

9 *(Enem-MEC)* No Brasil, verifica-se que a Lua, quando está na fase cheia, nasce por volta das 18 horas e se põe por volta das 6 horas. Na fase nova ocorre o inverso: a Lua nasce às 6 horas e se põe às 18 horas, aproximadamente. Nas fases crescente e minguante, ela nasce e se põe em horários intermediários. Sendo assim, a Lua na fase ilustrada na figura abaixo poderá ser observada no ponto mais alto de sua trajetória no céu por volta de:

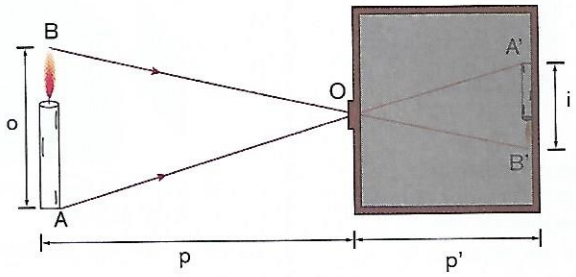


a) meia-noite.
b) três horas da madrugada.
c) nove horas da manhã.
d) meio-dia.
e) seis horas da tarde.

Câmara escura de orifício

Outra consequência do princípio da propagação retilínea da luz é a conjugação de imagens num dispositivo conhecido como câmara escura.

Trata-se de um dispositivo muito simples, composto basicamente de uma caixa fechada de paredes opacas e com um pequeno orifício numa das paredes, pelo qual penetram os raios luminosos provenientes de um objeto luminoso ou iluminado. Veja o exemplo da vela **AB** na frente do orifício **O** de uma câmara escura de um ambiente escurecido, como mostra a figura.



A vela emite luz em todas as direções, motivo pelo qual podemos observá-la de qualquer lugar do ambiente. Ela também emite luz na direção do orifício da câmara escura. Concentremo-nos apenas nesses raios de luz.

Desse modo, os raios de luz provenientes da vela cruzam o orifício e, por se propagarem em linha reta, atingem a parede oposta da câmara escura, formando uma imagem A'B' invertida em relação à fonte AB. Caso a parede onde a imagem é projetada seja constituída por um meio translúcido, como vidro fosco ou papel vegetal, é possível identificar perfeitamente a imagem invertida a olho nu.

Pela montagem da figura, é possível identificar a formação de dois triângulos opostos pelo vértice (orifício *O* da câmara). Sendo assim, pela semelhança dos triângulos AOB e A'B'O, podemos escrever:

$$\frac{\overline{AB}}{p} = \frac{\overline{A'B'}}{p'}$$

sendo **p** a distância entre o objeto de comprimento **o** e o orifício *O* e **p'** a distância entre o orifício *O* e a imagem de comprimento **i** formada no fundo da câmara escura. Assim, podemos escrever:

$$\frac{o}{p} = \frac{i}{p'} \text{ ou } \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Aplicação

Com uma câmara escura de orifício, obtém-se uma imagem do Sol, conforme o esquema da figura ao lado.

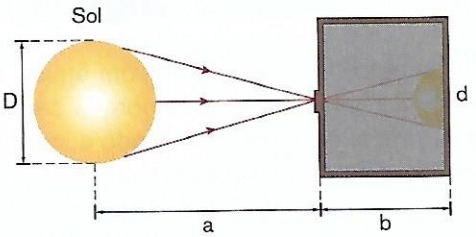
São dados:

Distância do Sol à Terra = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m (a)

Distância do orifício ao anteparo = 1,0 m (b)

Diâmetro da imagem = 9,0 mm (d)

Determine o diâmetro D do Sol.



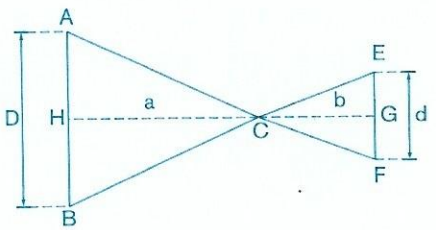
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

$\Delta ABC \sim \Delta FEC$

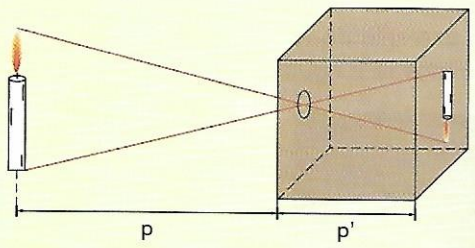
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HC}} = \frac{\overline{FE}}{\overline{CG}} \Rightarrow \frac{D}{1{,}5 \cdot 10^{11}} = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = 13{,}5 \cdot 10^{8} \text{ m ou } D = 1{,}35 \cdot 10^{9} \text{ m}$$



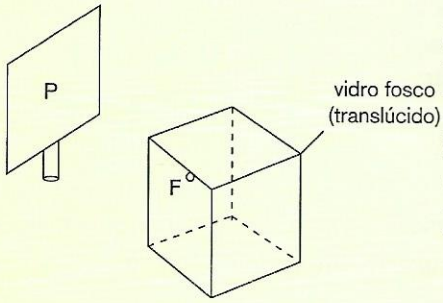
Atividades

1 A figura a seguir representa, esquematicamente, uma câmara escura fornecendo uma imagem de um objeto colocado diante dela.



Sabendo-se que a distância do objeto ao orifício de entrada da câmara vale p = 3 m, que a distância do orifício à parede posterior da câmara vale p' = 40 cm e que a altura do objeto é 15 cm, determine a altura da imagem.

2 *(Fempar-PR)* Uma câmara escura é uma caixa fechada, sendo uma de suas paredes feita de vidro fosco, como mostra o desenho. No centro da parede oposta, há um pequeno orifício **F**. Quando colocamos diante dele, a certa distância, um objeto luminoso (por exemplo, a letra **P**), vemos formar-se sobre o vidro fosco uma imagem desse objeto.

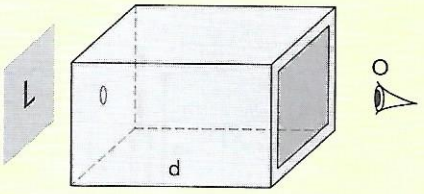


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A alternativa que melhor representa esta imagem é:

a) p b) d c) b d) q e) ρ

3 *(Fuvest-SP)* Um aparelho fotográfico rudimentar é constituído por uma câmara escura com orifício em uma face e um anteparo de vidro fosco na face oposta. Um objeto luminoso em forma de **L** encontra-se a 2 m do orifício, e sua imagem no anteparo é 5 vezes menor que seu tamanho natural.



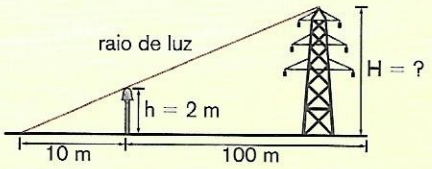
a) Esboce a imagem vista pelo observador **O** indicado na figura.

b) Determine a largura **d** da câmara.

4 *(Cefet-CE)* Uma pessoa se encontra a 10 metros de uma câmara escura. Sua imagem, projetada na parede posterior da câmara, tem comprimento de 20 cm. Se a pessoa se aproximar 2 metros da câmara, qual será a variação percentual no tamanho da sua imagem?

5 Segundo a Óptica geométrica, nos meios homogêneos e transparentes, a luz se propaga em linha reta (princípio da propagação retilínea da luz). Esse princípio pode ser empregado para determinar grandes alturas de prédios, de montanhas etc. A imagem a seguir mostra, de acordo com esse princípio, as sombras, projetadas no solo, de um poste de luz e de uma torre elétrica.

A partir dos dados da imagem, calcule a altura da torre.



3. Alguns fenômenos com a luz

Imagine um lago calmo com água límpida. Ao observá-lo da margem, é possível enxergar seu fundo. Se isso acontece, é porque seguramente a luz proveniente do Sol conseguiu atravessar a água, refletir no terreno do fundo e incidir em nossos olhos. Se entrarmos num bote e formos até o meio do lago, por causa de sua profundidade não mais conseguiremos ver o fundo, indicando que a luz que penetrou na água foi absorvida por ela. Mas é curioso observar que nesse lugar podemos ver nossa própria imagem refletida na superfície da água.

Essa situação nos mostra que a luz, ao incidir numa superfície, pode se comportar das seguintes formas:

1ª) ser refletida, ou seja, a luz não consegue atravessar a superfície que faz fronteira do meio em que incide e retorna, como é a situação em que vemos nossa imagem refletida na superfície da água;

2ª) ser refratada, ou seja, atravessar o meio se ele for transparente, como acontece quando vemos o fundo do lago em sua margem;

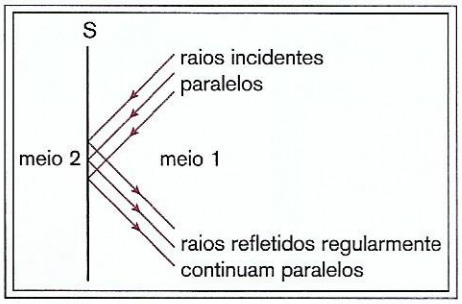
3ª) ser absorvida, ou seja, nós não conseguimos ver nada, como o que acontece com a luz ao percorrer grandes profundidades de água. O fundo dos oceanos, por exemplo, é plena escuridão.

Dessa maneira, consideremos um feixe de raios paralelos propagando-se num meio 1 e incidindo sobre a superfície *S* que separa esse meio de outro meio 2.

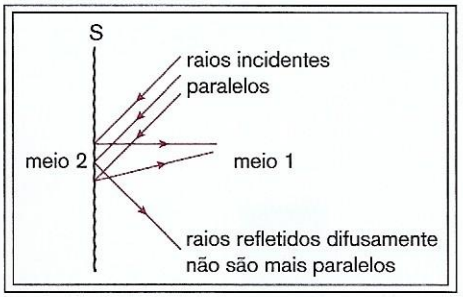
O fenômeno que consiste no retorno do feixe de raios ao meio de incidência é chamado **reflexão da luz**. Há dois tipos de reflexão da luz.

Na **reflexão regular**, um feixe de raios paralelos, ao incidir na superfície plana e especular *S*, retorna ao meio da incidência, mantendo o paralelismo.

Na **reflexão difusa**, cada um dos raios incidentes numa superfície irregular *S* retorna ao meio em diferentes direções, sem manter o paralelismo. É graças à reflexão difusa que podemos enxergar os objetos não luminosos. O livro que você está lendo agora reflete a luz que incide sobre ele de forma difusa.



Reflexão regular.



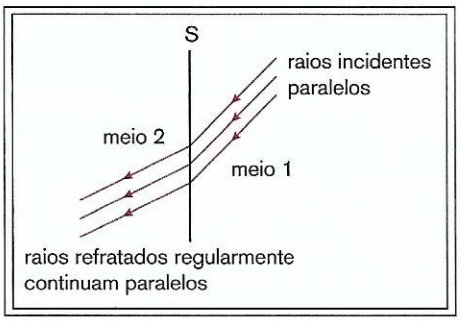
Reflexão difusa.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

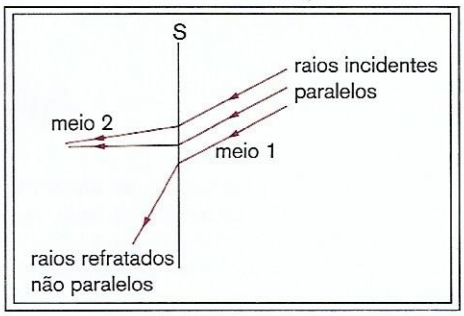
Se o feixe de raios paralelos atravessar a superfície *S*, passando do meio 1 para o meio 2, dizemos que ocorreu a **refração da luz**. Assim como na reflexão, a refração pode ser regular ou difusa.

Na **refração regular**, o meio 2 é transparente e os raios refratados são paralelos. É o caso, por exemplo, da luz passando do ar para a água.

Se o meio 2 é translúcido, os raios refratados deixam de ser paralelos e ocorre a **refração difusa**. É o caso, por exemplo, do vidro leitoso que envolve o filamento de uma lâmpada incandescente.



Refração da luz.

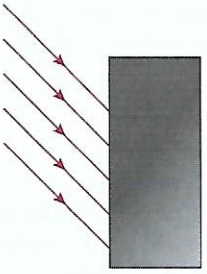


Refração difusa da luz.

No caso de o feixe incidente de raios paralelos não se propagar no meio 2 nem retornar ao meio 1, é porque houve **absorção** da luz pela superfície *S*. Esse fenômeno é responsável pelo aquecimento da superfície *S* em virtude da transformação da energia absorvida em energia térmica.

De modo geral, os fenômenos da reflexão, da refração e da absorção ocorrem simultaneamente, podendo um deles prevalecer sobre os demais:

- numa superfície metálica, prevalece a reflexão regular;
- numa parede clara, prevalece a reflexão difusa;
- numa superfície de separação entre dois meios transparentes, prevalece a refração regular;
- num corpo escuro, prevalece a absorção.

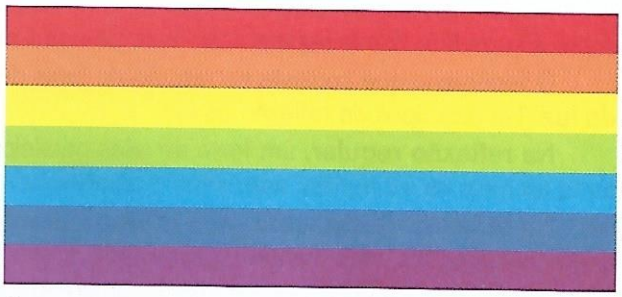


Absorção da luz.

4. A cor dos corpos

Como vimos, a luz branca emitida pelo Sol é formada por várias luzes monocromáticas, das quais se destacam sete cores principais:

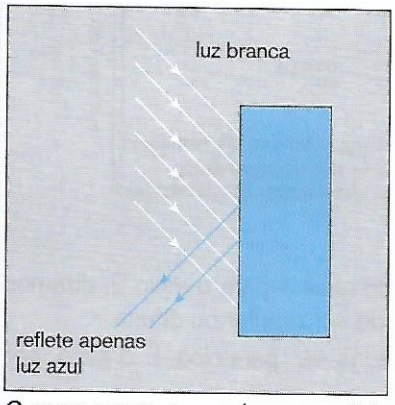
A cor de um corpo iluminado é determinada pela seletividade com que ele absorve e reflete difusamente a luz incidente. Por exemplo, um corpo iluminado pela luz branca apresenta-se verde se refletir difusamente a luz verde e absorver as demais.



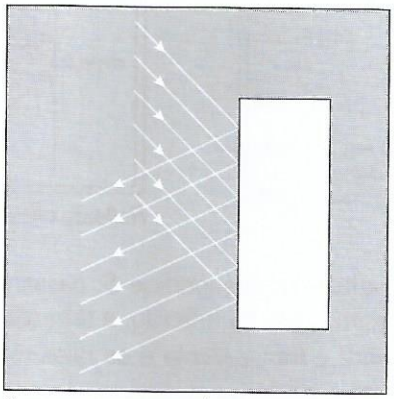
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O espectro da luz branca é composto de: vermelho, laranja, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

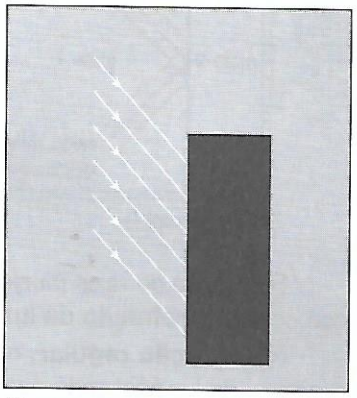
Os esquemas a seguir representam corpos iluminados com luz branca.



O corpo nos parece azul porque reflete difusamente a componente azul da luz branca e absorve todas as demais.



O corpo nos parece branco, pois reflete difusamente todas as componentes da luz branca que incidem sobre ele.



O corpo nos parece negro porque absorve todas as componentes da luz branca, sem nada refletir.

Aplicações

1 *(UFMG)* Durante o dia, uma pessoa se encontra numa sala em frente a uma janela de vidro plano transparente e, através dela, vê a paisagem do lado de fora. À noite, a pessoa, estando no mesmo local com a luz da sala acesa, olha para a janela, vê sua imagem refletida assim como a imagem de todo o ambiente da sala, mas não vê mais a paisagem externa. Usando conceitos de óptica, explique esse fato.

Resolução:

Tanto durante o dia como durante a noite, a luz do interior é sempre refletida, absorvida e transmitida pelo vidro da janela. Durante o dia, a intensidade de luz transmitida através do vidro do exterior para o interior é maior que a intensidade da luz interna refletida pelo vidro. Por isso, a pessoa percebe com maior nitidez as imagens do exterior que a sua própria imagem refletida pelo vidro. Durante a noite, a pessoa observa com melhor nitidez a sua imagem refletida pelo vidro do que as imagens do exterior. Isso ocorre porque a intensidade de luz transmitida do exterior para o interior é muito menor do que a intensidade de luz refletida pelo vidro, já que a iluminação exterior diminui consideravelmente. Logo, a pessoa perceberá com maior nitidez a imagem do interior que a do exterior.

2 Considere dois corpos *A* e *B*, constituídos por pigmentos puros. Expostos à luz branca, o corpo *A* se apresenta vermelho e o corpo *B* se apresenta branco. Se levarmos *A* e *B* a um quarto escuro e os iluminarmos com luz azul, com que cor se apresentarão?

Resolução:

O corpo A, ao ser iluminado pela luz branca, reflete de maneira difusa a luz vermelha e absorve as demais. Assim, ao ser iluminado por luz azul, ele se apresentará negro. O corpo B é branco porque reflete de maneira difusa todas as cores. Logo, ao ser iluminado por luz azul, vai se apresentar azul.

Atividades

1 *(FGV-SP)* O professor pede aos grupos de estudo que apresentem à classe suas principais conclusões sobre os fundamentos para o desenvolvimento do estudo da Óptica Geométrica.

Grupo **I** Os feixes de luz podem apresentar-se em raios paralelos, convergentes ou divergentes.

Grupo **II** Os fenômenos de reflexão, refração e absorção ocorrem isoladamente e nunca simultaneamente.

Grupo **III** Enquanto num corpo pintado de preto fosco predomina a absorção, em um corpo pintado de branco predomina a difusão.

Grupo **IV** Os raios luminosos se propagam em linha reta nos meios homogêneos e transparentes.

São corretas as conclusões dos grupos:

a) I e III, apenas.
b) II e IV, apenas.
c) I, III e IV, apenas.
d) II, III e IV, apenas.
e) I, II, III e IV.

2 *(UEA-AM)* Num dia claro, uma pessoa passa diante dos vidros semiespelhados da fachada de um banco e consegue ver nitidamente sua imagem, sem perceber nenhuma imagem do interior do banco. Ao entrar no estabelecimento, percebe que, olhando o mesmo vidro, tem uma boa imagem do que acontece fora do banco, mas não vê sua própria imagem refletida. Isso ocorre porque:

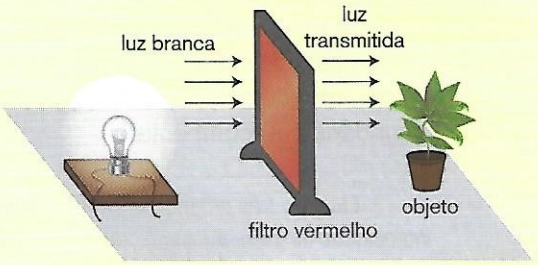
a) nessa situação a luz se propaga apenas de fora para dentro do banco.
b) nessa situação a luz se propaga apenas de dentro para fora do banco.
c) a luz externa que incide no vidro sofre somente refração.
d) a luz externa que incide no vidro sofre refração.
e) a luz externa que incide no vidro não sofre reflexão nem refração.

3 Num quarto escuro, uma bandeira do Brasil é iluminada por uma luz monocromática amarela.

Determine as cores que apresentam, respectivamente, o retângulo, o losango, o círculo e a faixa central da bandeira.

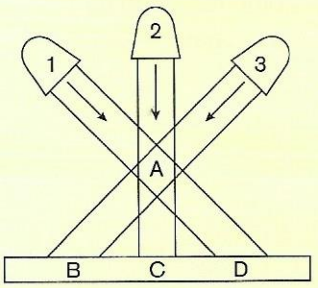
4 *(PUC-SP)* Por que um corpo opaco tem, por exemplo, cor verde? Se esse corpo estiver num ambiente iluminado somente por luz monocromática vermelha, com que aparência será observado por nós?

5 A figura mostra uma fonte de luz branca (lâmpada). À sua direita, um filtro vermelho.



a) Qual é a cor da luz transmitida? Justifique sua resposta com base no texto.
b) À direita do filtro vermelho encontra-se um objeto, *O*, verde. Qual é a cor desse objeto, quando iluminado pela luz transmitida? Justifique sua resposta com base no texto.

6 *(Efoa-MG)* Três feixes de luz, de mesma intensidade, podem ser vistos atravessando uma sala, como mostra a figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O feixe **1** é vermelho, o **2** é verde e o **3** é azul. Os três feixes se cruzam na posição **A** e atingem o anteparo nas regiões **B**, **C** e **D**. As cores que podem ser vistas nas regiões **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente, são:

a) branco, branco, branco, branco.
b) branco, vermelho, verde, azul.
c) amarelo, azul, verde, vermelho.
d) branco, azul, verde, vermelho.
e) amarelo, vermelho, verde, azul.

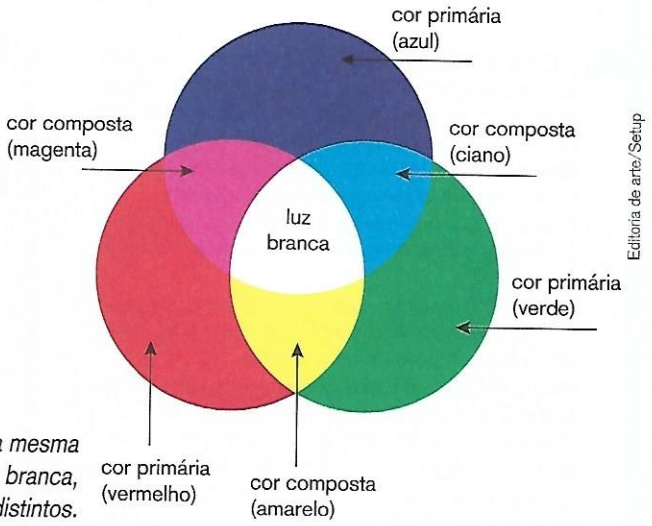
Misturando luzes coloridas

Se você espirrar algumas gotículas de água na superfície de um monitor de televisão ou de computador ligados e aproximar bem os olhos dessas gotas de água sobre a tela, vai se surpreender com o que verá.

Você perceberá que a tela toda é composta de fileiras de pequenos pontos luminosos coloridos, cujas cores identificadas são vermelho, verde e azul. Trata-se do sistema de cores RGB, sigla para Red-Green-Blue (vermelho-verde-azul, em inglês), empregado em todos os equipamentos que produzem imagens eletrônicas.

Pela combinação de intensidades dessas três cores é possível produzir todas as demais.

Qualquer outra cor pode ser produzida variando-se a intensidade luminosa, entre 0% e 100% dessas três cores combinadas. Por esse motivo, o vermelho, o verde e o azul são chamados de cores primárias. Como amarelo, magenta e ciano são produzidos pela combinação duas a duas das cores primárias, recebem a denominação de cores secundárias ou compostas.



Editoria de arte/Setup

Quando três projetores incidem com a mesma intensidade as luzes primárias sobre uma tela branca, as regiões superpostas produzem efeitos distintos.

Pense e Responda

• Uma televisão colorida funciona empregando apenas três luzes coloridas. Explique como isso acontece.

Temos como resultado da superposição de máxima intensidade das cores primárias:

Vermelho + verde + azul = branco

Vermelho + verde = amarelo

Vermelho + azul = magenta

Verde + azul = ciano

É possível ainda obter o branco pela superposição de apenas duas cores: uma cor secundária superposta à cor primária que não entrou em sua composição.

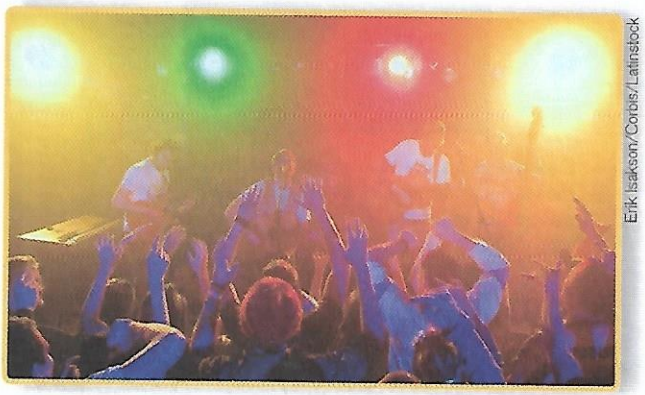
Amarelo + Azul = Branco = (Vermelho + Verde + Azul)

Magenta + Verde = Branco = (Vermelho + Azul + Verde)

Ciano + Vermelho = Branco = (Vermelho + Azul + Verde)

Quando duas luzes coloridas são superpostas, produzindo o branco, elas são chamadas de cores complementares.

Dizemos então que a luz amarela é a complementar da luz azul, a magenta é a complementar da verde e a luz ciano é a complementar da vermelha.



Erik Isakson/Corbis/Latinstock

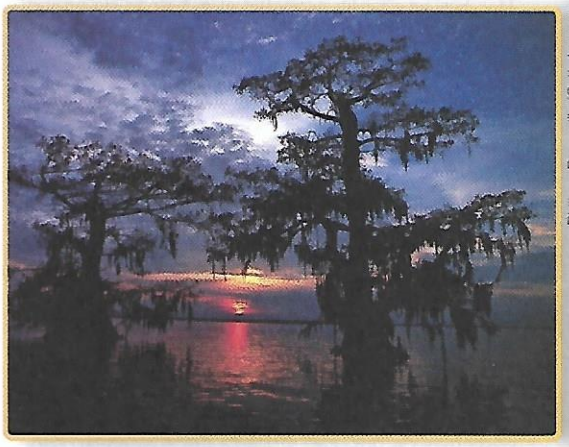
A superposição de cores faz do espetáculo um visual bonito.

A cor do céu

Você já deve ter se perguntado por que durante o dia o céu parece azul, ou porque o horizonte no pôr do sol e no alvorecer fica avermelhado. Seguramente, isso tem a ver com a luz proveniente do Sol, uma vez que de noite não observamos nenhum desses fenômenos.

Quando a luz branca proveniente do Sol entra em nossa atmosfera e atinge as moléculas do ar, ela sofre o que chamamos de espalhamento.

A cor azul possui características que a fazem interagir mais intensamente com as moléculas do ar da alta atmosfera, provocando mudança na direção de propagação. Logo, se a luz do Sol incide perpendicularmente na atmosfera, a componente azul, ao interagir com as moléculas do ar, se espalha para todas as direções, iluminando a atmosfera com o azul característico. As demais cores atravessam a atmosfera sem grande espalhamento e, juntando-se novamente com o azul refletido pelo céu, iluminam todo o ambiente terrestre com a luz branca. Se a Terra não possuísse atmosfera, não haveria espalhamento e o céu nos pareceria negro, como acontece em volta da Lua. O fato de não haver luz para ser espalhada durante a noite explica sua escuridão.



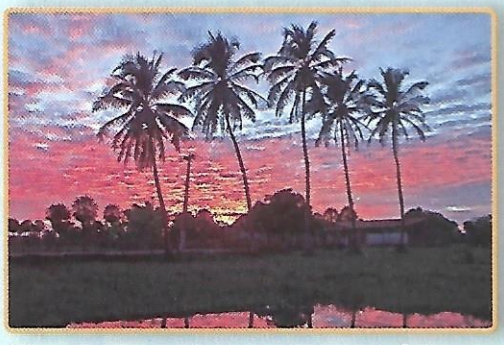
Philippe Bourseille/Getty Images

Pôr do sol. As diferentes cores sofrem espalhamento na atmosfera.

Saiba mais sobre...

O CÉU AO NASCER DO SOL E AO ENTARDECER

O avermelhado do céu ao amanhecer e ao entardecer também pode ser explicado pelo processo de espalhamento. Quando o Sol é visto no horizonte, a luz por ele emitida percorre na atmosfera um caminho maior até chegar aos nossos olhos. Nesse caminho maior, o azul e outras cores são fortemente espalhados para direções aproximadamente perpendiculares à sua propagação, sobrando predominantemente o amarelo e o vermelho, que são pouco espalhados. Assim, a luz vermelha, que é a menos espalhada e, portanto, a que é mais bem transmitida, atravessa a espessa camada da atmosfera predominando sobre as outras cores, razão pela qual o pôr do sol é avermelhado.



Paiá Zuppani/Pulsar

A luz vermelha predomina no nascer do Sol. Parnaíba, PI, 2008.

Numa cidade como a capital de São Paulo, onde a atmosfera contém um número grande de partículas em suspensão maiores (poeira e poluição) do que as moléculas de nitrogênio e de oxigênio, o espalhamento é praticamente o mesmo para todas as cores. Isso torna o azul do céu bem mais claro, com aspecto esbranquiçado.

Alexandre Tokitaka/Pulsar

Céu esbranquiçado na cidade de São Paulo, 2008.

Aplicação

Por que as carnes expostas num balcão de açougue não devem ser iluminadas com luz avermelhada?

Porque a carne, sendo vermelha reflete mais do que absorve a luz vermelha. Desse modo, uma carne escurecida e imprópria para consumo teria uma aparência de carne fresca e saudável. Seria uma forma de alterar a aparência da carne.

Atividades

1 Como se poderiam mirar os holofotes de um palco para fazer que a cor das roupas amarelas dos atores parecessem negras?

2 Após uma chuva forte, quando a maior parte das partículas de poluição e poeira em suspensão são retiradas da atmosfera, que aspecto adquire o céu?

3 "As dimensões de um corpo visto por um olho dependem do ângulo visual de que é visto por um observador." O ângulo visual é o ângulo formado pelo segmento de reta que liga o olho de uma pessoa e a parte superior de um objeto e o segmento de reta que une o olho à parte inferior do mesmo corpo.

Sabendo disso, uma agência de propaganda, preocupada em divulgar um novo produto nas prateleiras de um supermercado, definiu que seu público-alvo são as mulheres, cuja estatura média é de 1,60 m, com a metade do ângulo visual de uma dessas clientes sendo de 20,5° e ela andando em média a 1,20 m das prateleiras. Qual deve ser a mínima e a máxima altura que esse produto terá nas prateleiras para que a pessoa possa vê-lo sem abaixar ou levantar a cabeça? (Dados: sen 20,5° = 0,351; cos 20,5° = 0,936; tg 20,5° = 0,375.)

Mais Atividades

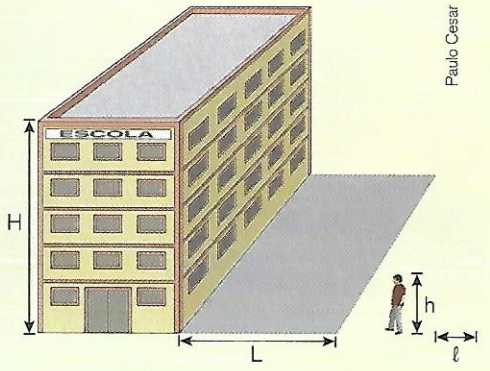
1 Admita que o Sol subitamente "morresse", ou seja, sua luz deixasse de ser emitida. Passadas 24 horas, o que um eventual sobrevivente veria, olhando para o céu sem nuvens?

2 Uma pessoa numa sala escura olha através de uma vidraça e pode ver claramente uma outra pessoa que está no exterior da casa, exposto à luz solar, enquanto a pessoa de fora não pode enxergar a pessoa dentro da sala. Explique.

3 *(PUC-SP)* [...] Os eclipses totais da Lua ocorrem a cada 18 anos, mas só são visíveis a aproximadamente $\frac{1}{3}$ da superfície terrestre. Assim, para um mesmo ponto da Terra, eclipses totais acontecem a cada 54 anos.

Explique como o eclipse total da Lua acontece, esquematizando a situação. Que propriedade da luz possibilita que esse tipo de fenômeno ocorra?

4 *(PUC-SP)* A um aluno foi dada a tarefa de medir a altura do prédio da escola que frequentava. O aluno, então, pensou em utilizar seus conhecimentos de Óptica Geométrica e mediu, em determinada hora da manhã, o comprimento das sombras do prédio e dele próprio projetadas na calçada (L e ℓ, respectivamente).



Paulo Cesar

Facilmente, chegou à conclusão de que a altura do prédio da escola era de cerca de 22,1 m. As medidas por ele obtidas para as sombras foram L = 10,4 m e ℓ = 0,80 m. Qual é a altura do aluno?

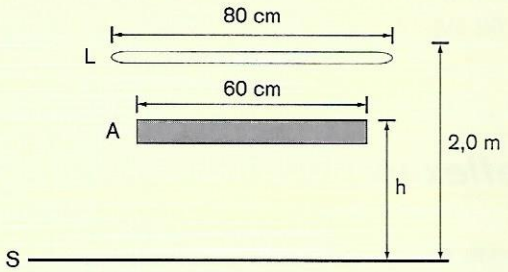
5 *(Fuvest-SP)* Um poste está a 5 m do orifício de uma câmara escura e a imagem que se forma no fundo da câmara mede 4,0 cm. Para se obter a imagem do poste com 5,0 cm de altura, a câmara deve se:

a) afastar 1,0 m do poste.
b) afastar 4,0 m do poste.
c) aproximar 2,0 m do poste.
d) aproximar 4,0 m do poste.
e) aproximar 1,0 m do poste.

6 *(Mack-SP)* Um estudante interessado em comparar a distância da Terra à Lua com a distância da Terra ao Sol, costumeiramente chamada unidade astronômica (uA), implementou uma experiência da qual pôde tirar algumas conclusões. Durante o dia, verificou que em uma das paredes de sua sala de estudos havia um pequeno orifício, pelo qual passava a luz do Sol, proporcionando na parede oposta a imagem do astro. Numa noite de lua cheia, observou que pelo mesmo orifício passava a luz proveniente da Lua e a imagem do satélite da Terra tinha praticamente o mesmo diâmetro da imagem do Sol. Como, através de outra experiência, ele havia concluído que o diâmetro do Sol é cerca de 400 vezes o diâmetro da Lua, a distância da Terra à Lua é de aproximadamente:

a) $1,5 \cdot 10^{-3}$ uA
b) $2,5 \cdot 10^{-3}$ uA
c) 0,25 uA
d) 2,5 uA
e) 400 uA

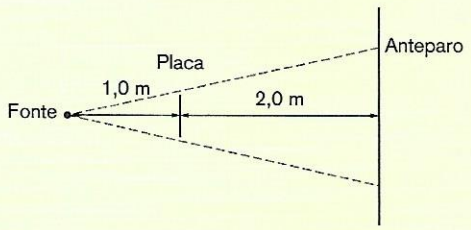
7 *(UEL-PR)* A figura a seguir representa uma fonte extensa de luz L e um anteparo opaco A dispostos paralelamente ao solo (S):



O valor mínimo de h, em metros, para que sobre o solo não haja formação de sombra, é:

a) 2,0.
b) 1,5.
c) 0,80.
d) 0,60.
e) 0,30.

8 *(PUC-MG)* Entre uma fonte pontual de luz e um anteparo, coloca-se uma placa quadrada de lado 10 cm, paralela ao anteparo. A fonte e o centro da placa estão numa mesma reta perpendicular ao anteparo, conforme ilustrado na figura a seguir.



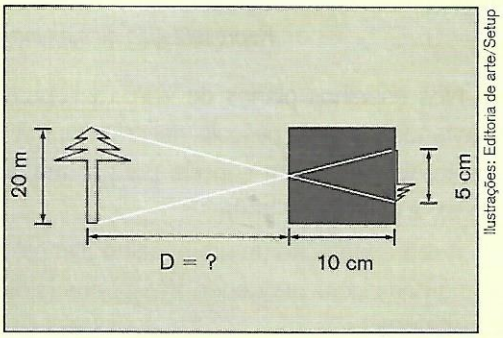
A placa está a 1,0 m da fonte e a 2,0 m do anteparo. A área da sombra projetada sobre o anteparo é de:

a) 100 cm^2
b) 200 cm^2
c) 300 cm^2
d) 900 cm^2

9 *(Uneb-BA)* Um disco opaco de 20 cm de raio dista 0,50 m de uma fonte puntiforme luminosa. Uma tela é colocada 1,50 m atrás do disco, de forma que a reta que passa pela fonte e pelo centro do disco é perpendicular à tela e esta é paralela ao disco. O diâmetro da sombra do disco projetada na tela, em cm, vale:

a) 10
b) 20
c) 40
d) 80
e) 160

10 *(UEL-PR)* Pinhole, do inglês "buraco de agulha", é uma câmera fotográfica que não dispõe de lentes. Consegue-se uma imagem em um anteparo quando a luz, proveniente de um objeto, atravessa um pequeno orifício.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

De acordo com os conhecimentos em ótica geométrica e com os dados contidos no esquema a seguir, determine a distância D, do orifício da câmera (pinhole) até a árvore.

a) 2 m
b) 4 m
c) 40 m
d) 50 m
e) 200 m

11 *(PUC-SP)* Por que um corpo opaco tem, por exemplo, cor verde? Se esse corpo estiver num ambiente iluminado somente por luz monocromática vermelha, com que aparência será observado por nós?

12 *(FERJ-SC)* A blusa de uma moça é branca com listras azuis, quando exposta à luz solar. À noite, numa boate iluminada apenas com luz vermelha, esta blusa é vista:

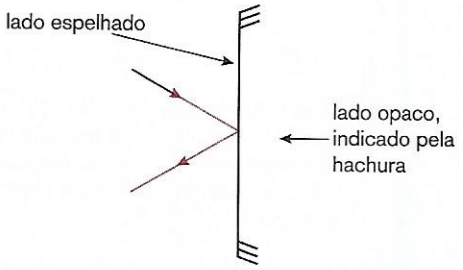
a) preta com listras azuis.
b) azul com listras brancas.
c) vermelha com listras brancas.
d) vermelha com listras pretas.
e) branca com listras vermelhas.

13 O que se aquece mais rápido quando exposto à luz solar: um pedaço de vidro incolor ou de vidro vermelho? Por quê?

14 Qual é a cor resultante da superposição, em iguais intensidades, de luzes vermelha, verde e azul? E da luz azul com a verde?

CAPÍTULO 23 – REFLEXÃO DA LUZ

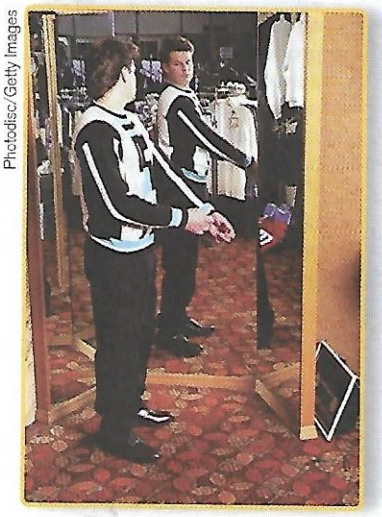
Vimos que a reflexão da luz ocorre quando ela incide em uma superfície e retorna ao meio de incidência. É o que acontece numa superfície metálica brilhosa. Quando a superfície refletora, sendo plana e polida, tem alto poder refletor, ela é considerada um espelho plano.



Representação de espelho plano.

Nos espelhos planos de vidro, a superfície refletora é produzida depositando-se uma película de prata numa de suas faces. O vidro, portanto, é apenas um suporte para o que verdadeiramente produz a reflexão: a película de prata.

A representação de um espelho plano é feita como na figura acima, marcada com pequenos traços paralelos diagonais na superfície não refletora.



Photodisc/Getty Images

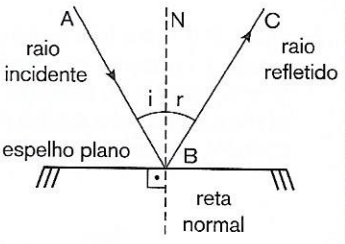
Espelho plano. A superfície do vidro recebe uma película de prata que garante a reflexão.

1. Leis da reflexão

Viajando de ônibus, metrô ou trem lotado numa noite escura ou atravessando um túnel escuro, podemos avistar pela reflexão nos vidros as pessoas que estão próximas de nós dentro do veículo, sem a necessidade de nos mover muito. O mais interessante é que, se num gesto de cordialidade você acenar para alguém que só é visível pelo reflexo no vidro, essa pessoa, pela reflexão no vidro, notará seu aceno. Isso significa que ela também pode vê-lo.

Consideremos um raio de luz incidindo num espelho plano conforme o esquema da figura ao lado.

Os ângulos do raio incidente (i) e refletido (r) são medidos em relação à linha perpendicular ao plano do espelho. Essa linha imaginária, que passa pelo ponto onde o raio incidente sofre reflexão, é chamada **normal** (N).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Com base nisso, o fenômeno da reflexão fundamenta-se em duas leis:

1ª lei: o raio incidente (AB), a normal (N) e o raio refletido (BC) estão situados num mesmo plano (AB, N e BC são coplanares).

2ª lei: o ângulo de reflexão **r** é igual ao ângulo de incidência **i**.

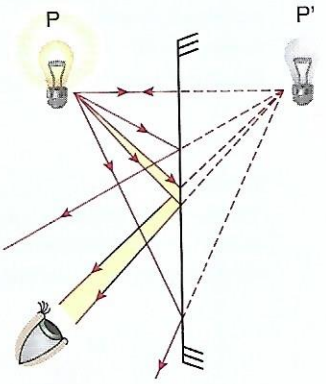
$$i = r$$

Aplicando as duas leis da reflexão, podemos explicar a formação das imagens nos espelhos.

2. Formação de imagens nos espelhos planos

Apesar de a luz ser emitida em todas as direções a partir de um objeto luminoso ou iluminado, em nosso estudo vamos nos concentrar apenas em alguns raios de luz que incidem sobre o espelho.

Sendo assim, suponha um ponto P luminoso localizado em frente a um espelho plano. Aplicando as leis da reflexão, podemos determinar os raios refletidos pelo espelho provenientes de P.

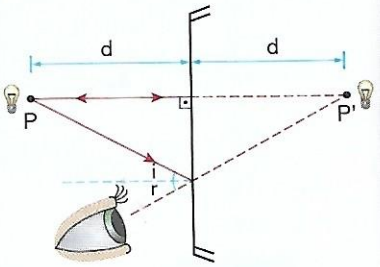


Se prolongarmos para a região atrás do espelho todos os raios refletidos, veremos que eles convergem para um único ponto: P'.

A intersecção dos prolongamentos dos raios refletidos determina o ponto P', que é simétrico de P em relação ao espelho.

Da figura, podemos perceber que um feixe de luz proveniente de P chega aos olhos de um observador depois de ser refletido no espelho.

O ponto P', determinado pela intersecção dos prolongamentos dos raios refletidos na superfície do espelho, denomina-se ponto imagem virtual; o ponto P é denominado ponto objeto real, pois os raios de luz partem efetivamente de P.



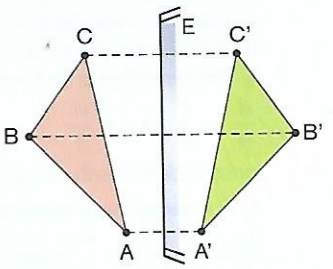
Observe na figura a simetria entre o objeto e a sua imagem em relação ao espelho.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resumidamente, para o espelho plano, temos:

- o objeto e a sua imagem são simétricos em relação ao espelho;
- ponto objeto real: intersecção efetiva dos raios de luz;
- ponto imagem virtual: intersecção dos prolongamentos dos raios de luz;
- o objeto e a respectiva imagem têm naturezas contrárias, isto é, se o objeto é real, a imagem é virtual, e vice-versa.

No caso de um objeto extenso, como na figura ao lado, a cada um dos seus pontos objeto A, B, C... o espelho conjuga pontos imagem simétricos A', B', C'... que formam a imagem do objeto extenso com as seguintes características:



- objeto e imagem têm o mesmo tamanho;
- a distância do objeto ao espelho é igual à distância da imagem ao espelho;
- a imagem é direita em relação ao objeto, pois não fica de cabeça para baixo, como no caso da câmara escura;
- objeto e imagem são enantiomorfas, pois têm formas iguais que não se superpõem.

Pense e Responda

• Por que palavras impressas na parte da frente de alguns veículos estão escritas ao contrário, como mostra a foto?

Manuel Lourenço/Olhar Imagem

Aplicações

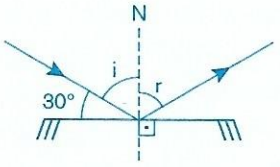
1 Um raio de luz incide num espelho plano, formando com a sua superfície um ângulo de 30°. Determine os ângulos de incidência e de reflexão correspondentes.

Resolução:

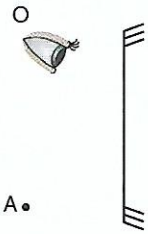
Inicialmente, traçamos a reta normal N e os ângulos de incidência e reflexão.

Assim: $i + 30° = 90° \Rightarrow i = 60°$.

Como $r = i$, temos: $r = 60°$.



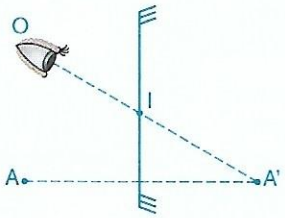
2 Um observador vê o ponto *A* por reflexão. Trace um raio de luz proveniente de *A* que atinja o observador *O*.

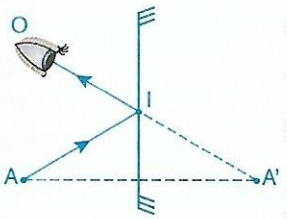


Resolução:

Primeiramente, traçamos o simétrico de A em relação ao espelho, obtendo o ponto A'. Ligando os pontos O e A', determinamos no espelho o ponto de incidência I do raio de luz.

Por último, traçamos um raio que parte de A, incide no ponto I e é refletido para o ponto O.





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3 Com os olhos a uma altura *h* do chão, uma pessoa de altura *H* está de frente a um espelho vertical. Determine:

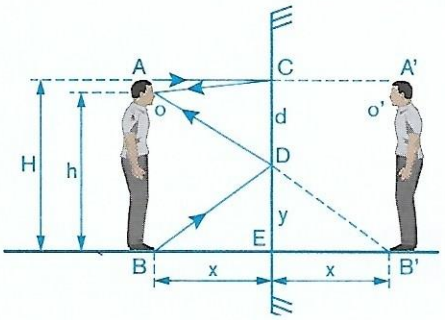
a) a menor altura *d* do espelho que permite que a pessoa enxergue toda a sua imagem.

b) nas condições do item anterior, a distância *y* entre a borda inferior do espelho e o chão.

Resolução:

Na figura, traçamos os raios provenientes do alto da cabeça e dos pés da pessoa que após reflexão no espelho atingem o olho O da pessoa.

Na figura, a menor altura do espelho para que a pessoa se enxergue por completo é d e a distância entre a borda inferior do espelho e o chão é y.



a) Por semelhança entre os triângulos OCD e OA'B':

$$\frac{d}{H} = \frac{x}{2x} \Rightarrow d = \frac{H}{2}$$

independentemente da distância da pessoa ao espelho.

b) Por semelhança entre os triângulos OBB' e DEB':

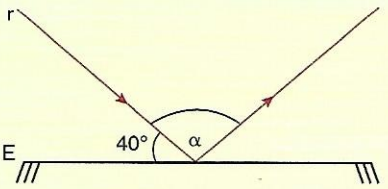
$$\frac{y}{h} = \frac{x}{2x} \Rightarrow y = \frac{h}{2}$$, *independentemente da distância da pessoa ao espelho.*

Atividades

1 *(UFRGS-RS)* O ângulo entre um raio de luz que incide em um espelho plano e a normal à superfície do espelho (conhecido como ângulo de incidência) é igual a 35°. Para esse caso, o ângulo entre o espelho e o raio refletido é igual a:

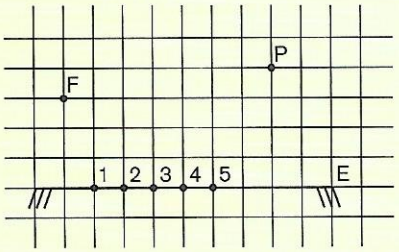
a) 20° **b)** 35° **c)** 45° **d)** 55° **e)** 65°

2 *(UERN)* O esquema representa um raio de luz *r* que incide num espelho plano *E* sendo refletido. Nessa reflexão, o ângulo α indicado no esquema vale, em graus:



a) 50 **b)** 60 **c)** 70 **d)** 80 **e)** 100

3 *(Unifor-CE)* Uma fonte de luz pontual *F* está em frente a um espelho plano *E* conforme esquema. De acordo com o esquema, um raio de luz proveniente dessa fonte que, refletido no espelho, passe pelo ponto *P*, deve incidir no ponto:



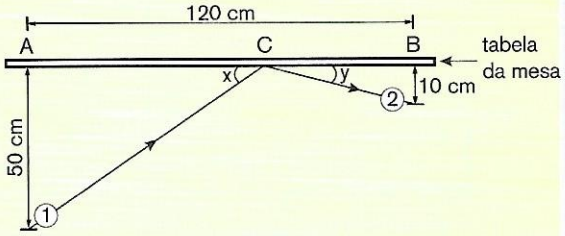
a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

4 *(Vunesp-SP)* Um estudante veste uma camiseta em cujo peito se lê a inscrição UNESP.

a) Reescreva essa inscrição, na forma que sua imagem aparece para o estudante, quando ele se encontra frente a um espelho plano.

b) Suponha que a inscrição esteja a 70 cm do espelho e que cada letra da camiseta tenha 10 cm de altura. Qual a distância entre a inscrição e sua imagem? Qual a altura de cada letra da imagem?

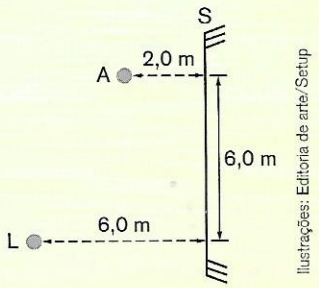
5 *(Uni-Rio-RJ)* Num jogo de bilhar, um dos jogadores, encontrando-se numa situação de sinuca, deseja marcar o ponto *C* sobre a tabela da mesa de forma que a bola 1 descreva a trajetória mostrada na figura.



a) Determine a razão $\frac{x}{y}$.

b) Determine a distância entre o ponto *A* e o ponto *C*.

6 *(Fuvest-SP)* A figura a seguir representa um objeto *A* colocado a uma distância de 2,0 m de um espelho plano *S*, e uma lâmpada *L* colocada à distância de 6,0 m do espelho.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Desenhe o raio emitido por *L* e refletido por *S* que atinge *A*. Explique a construção.

b) Calcule a distância percorrida por esse raio.

Campo visual de um espelho plano

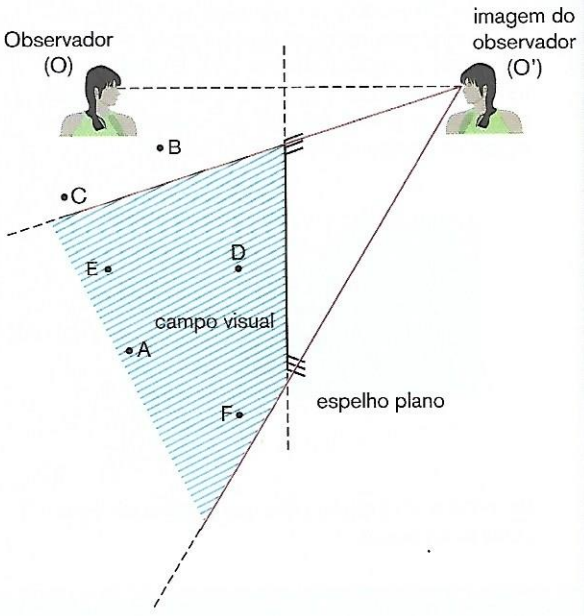
A região do espaço que pode ser vista por um observador pela reflexão da luz num espelho plano denomina-se **campo visual**.

O campo visual de um espelho depende do tamanho e da posição do espelho, além da posição ocupada pelo observador em relação ao espelho.

Considere o observador *O* na figura ao lado diante de um espelho plano e alguns pontos objetos A, B, C, D e F.

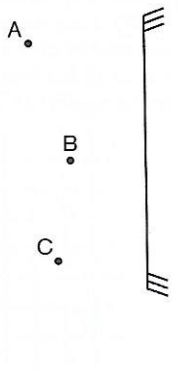
A determinação do campo visual é feita ligando-se o ponto imagem O' do observador com as bordas do espelho.

Dessa forma, o observador em questão poderá visualizar as imagens dos pontos que estiverem na região do campo visual.



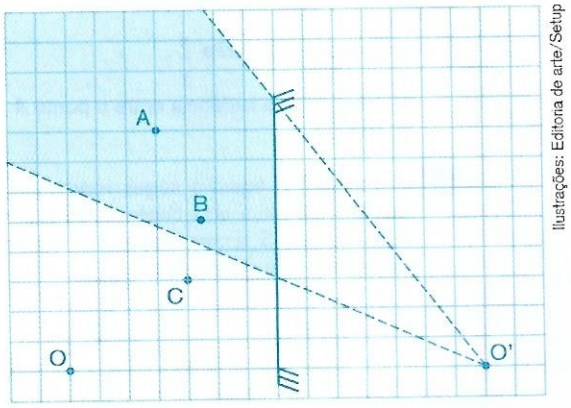
Aplicação

Um observador *O* está diante do espelho plano indicado na figura. Quais pontos ele poderá ver por reflexão no espelho?



Resolução:

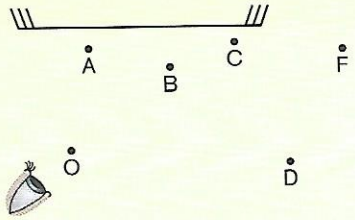
O observador vê, por reflexão no espelho, todos os pontos que se encontram dentro do campo visual do espelho. A região sombreada na figura é o campo visual do espelho em relação ao observador. Logo, ele observa por reflexão apenas os pontos A e B.



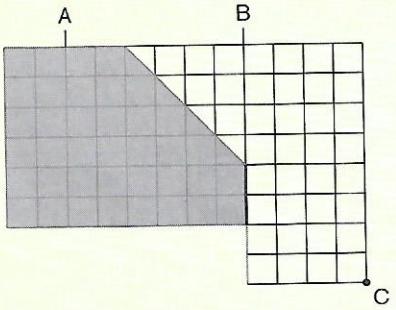
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 Um observador *O* está olhando para o espelho plano *E* da figura. Quais dos pontos objeto *A*, *B*, *C*, *D* e *F* ele poderá ver por reflexão no espelho?



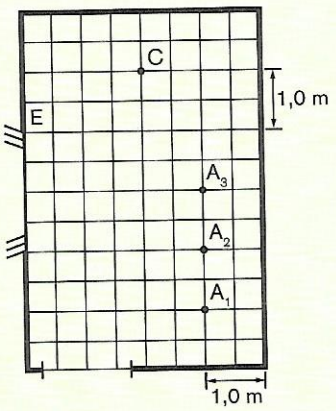
2 *(Fuvest-SP)* Uma câmera de segurança *C*, instalada em uma sala, representada em planta na figura, "visualiza" a região clara indicada. Desejando aumentar o campo de visão da câmera, foi colocado um espelho plano, retangular, ocupando toda a região da parede entre os pontos *A* e *B*.



Desenhe a nova região clara que passa a ser visualizada pela câmera.

3 *(Unifor-CE)* O esquema a seguir representa a planta baixa de uma loja de instrumentos ópticos que tem 4,0 m de frente por 6,0 m da frente aos fundos. Nessa loja, três atendentes trabalham sentadas nas posições A_1, A_2 e A_3 e o gerente permanece em pé junto ao caixa na posição *C*. Como se observa no esquema, em frente às atendentes está um enorme espelho plano vertical *E*, fixado na parede e com 2,0 m de largura, que vai do chão até o teto.

Quando a loja não tem clientes, o gerente, de seu posto no ponto *C*, pode ver no espelho a imagem somente:



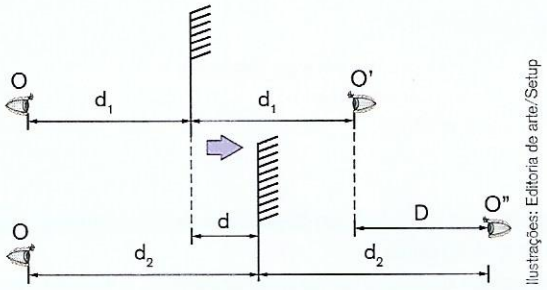
a) da atendente em A_1.
b) da atendente em A_2.
c) da atendente em A_3.
d) das atendentes em A_2 e em A_3.
e) das atendentes em A_1 e em A_2.

Translação de um espelho plano

Ao nos aproximar ou nos afastar de um espelho, nossa imagem realiza exatamente o mesmo movimento, dando-nos a impressão de que ela se aproxima ou se afasta de nós duas vezes mais rápido do que nós em relação ao espelho. Se chamarmos de $\mathbf{v_o}$ a velocidade do objeto (você) em relação ao espelho e $\mathbf{v_i}$ a velocidade de sua imagem em relação ao objeto, matematicamente podemos escrever:

$$v_i = 2\,v_o$$

Esse efeito é mais que esperado, uma vez que nossa imagem no espelho é simétrica a nós, ou seja, se nos posicionamos a 1 m do espelho, nossa imagem formada vai se localizar a 1 m do espelho também. Se nos afastamos para 2 m do espelho, nossa imagem também ficará a 2 m do espelho. Tanto faz se quem se move é a pessoa ou o espelho, pois a imagem é sempre e irremediavelmente simétrica, ou seja, ela estará posicionada à mesma distância que nós do espelho. Veja a figura abaixo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Se um espelho plano sofre um deslocamento **d**, a imagem de um objeto projetada nele sofrerá um deslocamento **2d**. Você conseguiria mostrar isso matematicamente?

Matematicamente, temos que:

$D = 2d_2 - 2d_1 \Rightarrow D = 2(d_2 - d_1)$ (I)

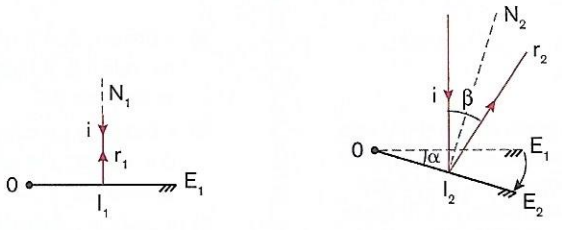
$d = d_2 - d_1$ (II)

Substituindo (II) em (I), obtemos:

$$D = 2d$$

Rotação de um espelho plano

Girando o espelho de um ângulo α com certa velocidade, a imagem de um objeto parece mover-se duas vezes mais rapidamente, como o que ocorria na translação. A nova posição da imagem estará deslocada de $\beta = 2\alpha$ de sua posição anterior, ou seja, executa o dobro do giro do espelho.



Se o espelho gira de um ângulo α, passando da posição E_1 para E_2, o raio refletido gira de um ângulo $\beta = 2\alpha$.

Portanto, se um espelho plano sofre uma rotação de um ângulo $\boldsymbol{\alpha}$, o raio refletido e a imagem de um ponto objeto fixo sofrerão um deslocamento angular $\boldsymbol{\beta}$ igual ao dobro do ângulo de rotação $\boldsymbol{\alpha}$ sofrido pelo espelho.

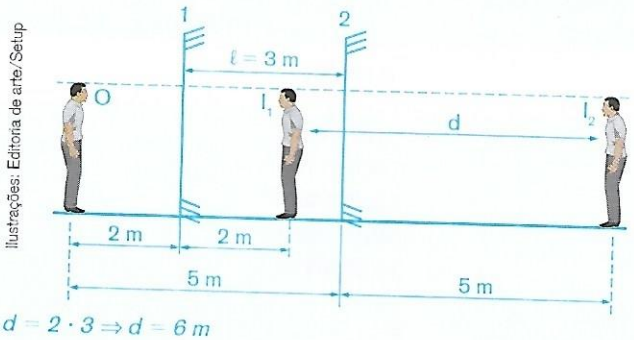
$$\beta = 2\alpha$$

Aplicações

1 Uma pessoa está a 2 m de um espelho plano vertical observando a sua imagem conjugada. Se o espelho, mantendo-se na vertical, for afastado 3 m da pessoa, que deslocamento sofrerá a imagem?

Resolução:

Na figura, considere ℓ o deslocamento do espelho e d o deslocamento da imagem.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sendo $d = 2\ell \Rightarrow d = 2 \cdot 3 \Rightarrow d = 6$ m

2 Um motociclista a 20 km/h vê no espelho retrovisor de sua moto a imagem de um semáforo. Determine o módulo da velocidade da imagem do semáforo em relação:

a) a uma pessoa encostada no semáforo.

b) ao motociclista.

Resolução:

a) A velocidade da imagem v_i em relação a um observador fixo é o dobro da velocidade do espelho v_e:

$v_i = 2\,v_e \Rightarrow v_i = 2 \cdot 20 \Rightarrow v_i = 40$ km/h

b) Como o espelho e a imagem deslocam-se no mesmo sentido, o módulo da velocidade da imagem em relação ao espelho é dado pela diferença entre os módulos das velocidades em relação ao solo:

$v_i' = v_i - v_e \Rightarrow v_i' = 40 - 20 \Rightarrow v_i' = 20$ km/h

Atividades

1 *(FUC-MT)* Uma pessoa inicialmente encostada em um espelho plano começa a se afastar do mesmo a uma velocidade **v** de 3 m/s. Após 15 s, qual é a distância entre essa pessoa e sua imagem?

a) 15,0 m c) 45,0 m e) 180,0 m

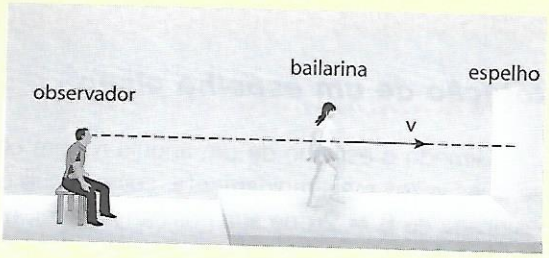
b) 22,5 m d) 90,0 m

2 *(FUC-MT)* Referente ao teste anterior, qual é a velocidade com que essa pessoa se afasta de sua imagem?

a) 12,0 m/s. c) 4,5 m/s. e) 1,5 m/s.

b) 6,0 m/s. d) 3,0 m/s.

3 *(UFMS)* Um grande espelho plano serve como pano de fundo em um palco de teatro, durante a apresentação de uma dança. A bailarina se coloca entre o espelho e o público, que assiste à dança. Um observador do público está em uma posição da qual, num dado momento, vê a imagem refletida da bailarina no espelho e vê também a bailarina na mesma linha de seus olhos (veja a figura). Nesse momento, a bailarina se aproxima do espelho com velocidade **v** com relação ao palco. Se a bailarina vê sua própria imagem e também a do observador refletida no espelho, é correto afirmar que:



a) o observador percebe que a imagem da bailarina, refletida no espelho, aproxima-se dele com velocidade 2v.

b) a bailarina percebe que a imagem do observador, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade 2v.

c) a bailarina percebe que sua própria imagem, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade 2v.

d) a imagem refletida da bailarina no espelho é uma imagem real.

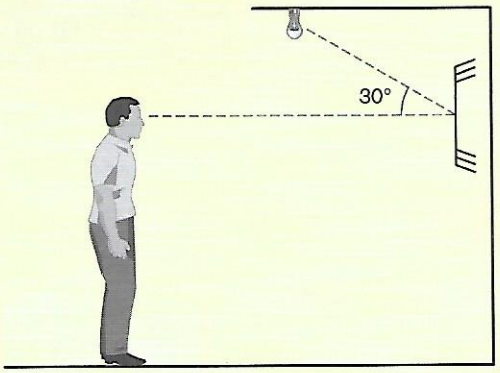
e) a distância da bailarina até o espelho é o dobro da distância da bailarina até sua imagem refletida.

4 Um espelho plano fornece uma imagem de certo objeto situado a uma distância igual a 30 cm do espelho. Deslocando o espelho 10 cm e afastando-o do objeto com velocidade de 5 cm/s, determine:

a) a distância entre a antiga e a nova imagem;

b) a velocidade da imagem em relação ao objeto.

5 *(UFRRJ)* Considere a situação esquematizada a seguir, na qual um pequeno espelho plano se encontra disposto verticalmente, bem em frente ao rosto de uma pessoa.

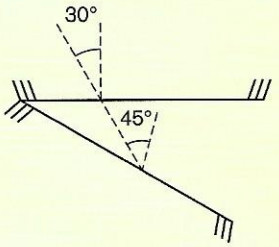


Para que essa pessoa consiga ver a imagem da lâmpada no teto, sem precisar se abaixar, o espelho deve ser girado de:

a) 60° c) 15° e) 45°

b) 30° d) 90°

6 Um raio de luz incide sobre um espelho plano formando com a normal ao espelho um ângulo de 30°. Gira-se, então, o espelho em torno de um eixo fixo e ortogonal ao raio incidente até atingir uma posição na qual tal raio incidente forme com a normal ao espelho um ângulo de 45°.

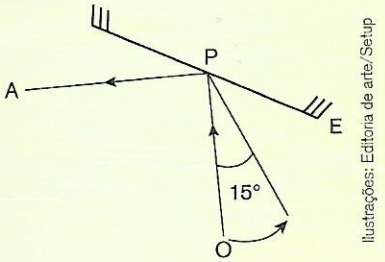


Determine:

a) o ângulo de giro do raio refletido;

b) o ângulo de giro do espelho.

7 *(UFRJ)* Um experimento muito simples pode ser realizado para ilustrar as leis da reflexão da luz. Inicialmente, um monitor posiciona uma pessoa num ponto **A** de um pátio, de forma que, por meio de um espelho plano vertical **E**, a pessoa possa ver um pequeno objeto luminoso **O**. Em seguida, o monitor faz um giro de 15°, horizontalmente, no objeto, em torno do ponto de incidência **P**, como mostra a figura. Todos os raios luminosos considerados estão em um mesmo plano horizontal.



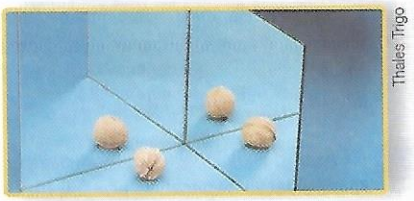
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Calcule quantos graus se deve girar o espelho, em torno do ponto **P**, para que o objeto possa ser novamente visualizado pela pessoa que permanece fixa no ponto **A**, olhando na mesma direção.

Associação de espelhos planos

Quando a luz refletida por um espelho plano atinge a superfície refletora de outro espelho próximo, dizemos que eles formam uma associação de espelhos, dando origem à multiplicação de imagens a partir de um mesmo objeto.

Na foto ao lado, aparecem as três imagens formadas pela associação de dois espelhos perpendiculares entre si.



Thales Trigo

Espelhos planos perpendiculares entre si.

A quantidade de imagens formadas é dada por:

$$N = \frac{360°}{\alpha} - 1 \Rightarrow N = \frac{360°}{90°} - 1 = 4 - 1 = 3$$

Logo, ocorre a formação de três imagens para qualquer posição do objeto colocado entre os dois espelhos, formando um ângulo de 90° entre si.

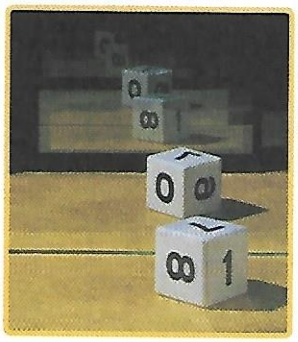
Em alguns casos, é possível calcular o número **N** de imagens formadas numa associação de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo α pela fórmula:

$$N = \frac{360°}{\alpha} - 1$$

Essa fórmula é válida nos casos em que:

- $\frac{360°}{\alpha}$ é um número par $\Rightarrow$ o objeto pode ficar em qualquer posição entre os dois espelhos.
- $\frac{360°}{\alpha}$ é um número ímpar $\Rightarrow$ o objeto está no plano bissetor de α.

No caso em que os espelhos planos são paralelos entre si, o número de imagens formadas de um objeto é infinito. Cada imagem de um espelho faz o papel de um novo objeto para o outro espelho, e assim sucessivamente.

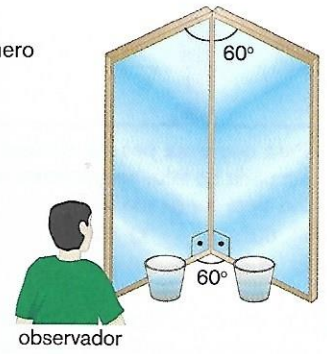


Sérgio Dotta Jr./The Next

Infinitas imagens são formadas a partir de um objeto colocado entre dois espelhos planos paralelos entre si.

Aplicação

Colocam-se dois copos entre dois espelhos planos angulares. Determine o número máximo de copos que pode ser visto pelo observador *O*.



Resolução:

Número de imagens que os espelhos conjugam de cada copo:

$$N = \frac{360°}{\alpha} - 1 \Rightarrow N = \frac{360°}{60°} - 1 \Rightarrow N = 6 - 1 \Rightarrow N = 5 \text{ imagens}$$

Portanto, o observador pode ver no máximo 10 imagens. Considerando os dois copos vistos diretamente, o observador vê um total de 12 copos.

Atividades

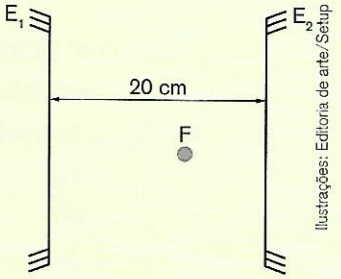
1 *(Unifenas-MG)* O armário do banheiro de minha casa possui duas portas espelhadas, as quais têm as dobradiças no mesmo lugar. Como uma gira em sentido horário e a outra, em sentido anti-horário, abri as duas e coloquei a cabeça entre elas, para tentar observar minha orelha. Percebi então que 5 imagens de meu rosto foram formadas. Nesta situação, o ângulo entre as duas portas é igual a:

a) 30° c) 60° e) 90°
b) 45° d) 72°

2 *(Unicamp-SP)* Dois espelhos planos e quase paralelos estão separados por 5,0 m. Um homem se coloca de frente a um dos espelhos, a uma distância de 2,0 m. Ele observa uma sequência infinita de imagens, algumas de frente e outras de costas.

a) Faça um esquema mostrando o homem, os espelhos e as quatro primeiras imagens que o homem vê.
b) Indique no esquema as imagens de frente e de costas com as iniciais **F** e **C**.
c) Quais são as distâncias entre as imagens consecutivas?

3 *(UFF-RJ)* Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2, estão frente a frente separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa **F**, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2.
b) A distância calculada no item a depende da posição de **F** em relação a E_1 e E_2?

4 *(UCB-DF)* Um cinegrafista precisa de uma cena onde sejam vistos 24 pássaros. Entretanto, conseguiu apenas 3 pássaros. Em um determinado momento, um de seus auxiliares lembra-se de que, com a ajuda de espelhos, eles podem conseguir aumentar o número de imagens. Utilizando 2 espelhos planos e sabendo que o número de imagens **N** formadas por dois espelhos planos, que fazem entre si um ângulo α, pode ser dado pela expressão $N = \frac{360°}{\alpha} - 1$, julgue as conclusões do cinegrafista e seus auxiliares, convencionando (V) para as verdadeiras e (F) para as falsas:

a) (***) Para o cinegrafista conseguir as 24 imagens entre os dois espelhos, o ângulo deve ser de 45°.

b) (***) Cada pássaro, nestas circunstâncias, formará 7 imagens.

c) (***) Considerando que os pássaros estão equidistantes dos 2 espelhos, a expressão $N = \frac{360°}{\alpha} - 1$ é válida quando $\frac{360°}{\alpha}$ é um número par.

d) (***) Quando o quociente entre $\frac{360°}{\alpha}$ for um número par, os pássaros podem estar em qualquer posição entre os espelhos.

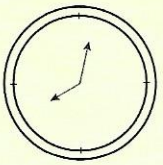
e) (***) A cena vista por um telespectador mostra 24 pássaros, dos quais 21 são imagens.

Mais Atividades

1 *(UMC-SP)* Descreva duas características da imagem de um objeto, fornecida por um espelho plano.

2 Se, diante de um espelho plano, levantarmos o braço direito, que braço veríamos nossa imagem levantar?

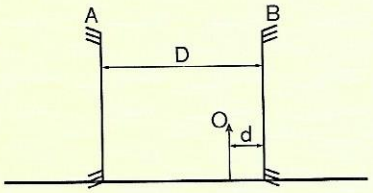
3 *(UFAL)* A figura representa a posição dos ponteiros de um relógio de parede visto através de um espelho plano vertical. Pode-se afirmar que o relógio marca aproximadamente:



a) 8h05min.
b) 3h55min.
c) 4h05min.
d) 12h40min.
e) 11h20min.

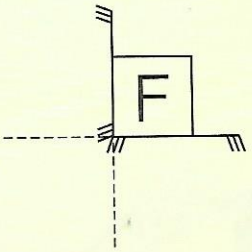
4 *(UFPI)* Dois espelhos planos, paralelos, um defronte ao outro, estão separados por uma distância D = 2,0 m. O objeto **O** está situado entre eles, a uma distância d = 0,50 m de **B**.

A distância que separa as duas primeiras imagens formadas em **A** e a distância que separa as duas primeiras imagens formadas em **B** são respectivamente:

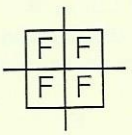


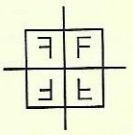
a) 0,50 m e 1,5 m.
b) 1,5 m e 3,5 m.
c) 2,0 m e 4,0 m.
d) 1,0 m e 3,0 m.
e) 2,0 m e 2,0 m.

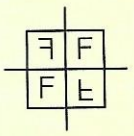
5 *(Fuvest-SP)* A figura **F** indica um ladrilho colocado perpendicularmente a dois espelhos planos, que formam um ângulo reto.

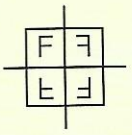


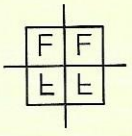
Assinale a alternativa que corresponde às três imagens formadas pelos espelhos.

a) 

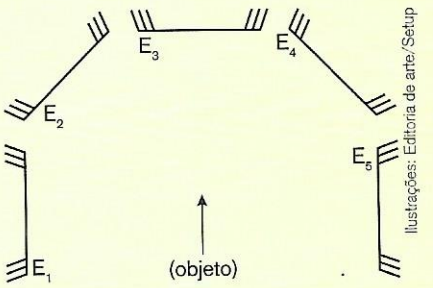
c) 

e) 

b) 

d) 

6 *(Unifesp-SP)* A figura apresenta um objeto e cinco espelhos planos, E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5.

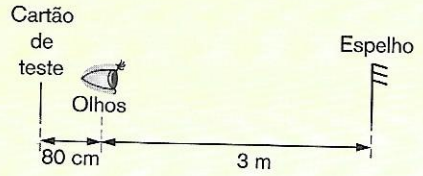


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Assinale a sequência que representa corretamente as imagens do objeto conjugadas nesses espelhos.

a) E_1: ↑ E_2: → E_3: ↓ E_4: ← E_5: ↑
b) E_1: ↑ E_2: ↗ E_3: ↓ E_4: ↖ E_5: ↑
c) E_1: ↑ E_2: ↗ E_3: ↑ E_4: ↖ E_5: ↑
d) E_1: ↑ E_2: ↖ E_3: ↓ E_4: ↗ E_5: ↑
e) E_1: ↓ E_2: → E_3: ↑ E_4: → E_5: ↓

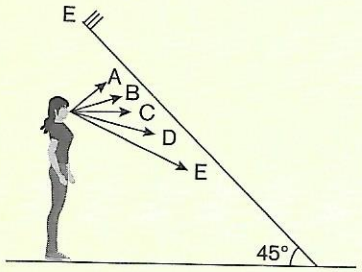
7 *(Mack-SP)* Um oftalmologista coloca um cartão de teste a 80 cm atrás dos olhos de um paciente que olha para um espelho plano vertical que está 3 m à sua frente, como mostra a figura.



A distância entre os olhos do paciente e a imagem do cartão é:

a) 760 cm. c) 600 cm. e) 300 cm.
b) 680 cm. d) 380 cm.

8 *(Fuvest-SP)* Um espelho plano, em posição inclinada, forma um ângulo de 45° com o chão. Uma pessoa observa-se no espelho, conforme a figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A flecha que melhor representa a direção para a qual ela deve dirigir seu olhar, a fim de ver os sapatos que está calçando, é:

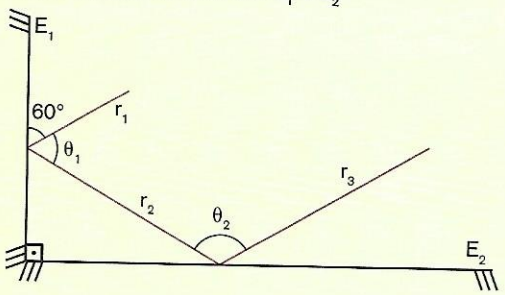
a) A c) C e) E
b) B d) D

9 *(Esam-RN)* Na figura a seguir, considere:

$\mathbf{E_1}$ – espelho plano vertical

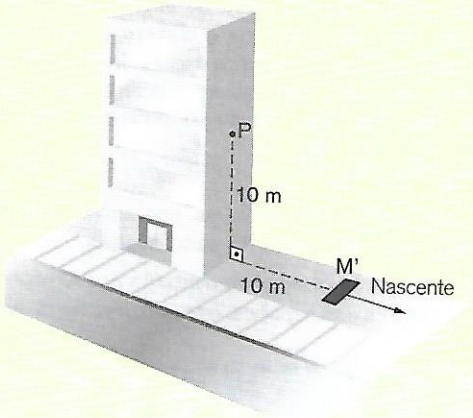
$\mathbf{E_2}$ – espelho plano horizontal

$\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_2}$ e $\mathbf{r_3}$ – segmentos de um raio luminoso que incide sucessivamente em $\mathbf{E_1}$ e $\mathbf{E_2}$



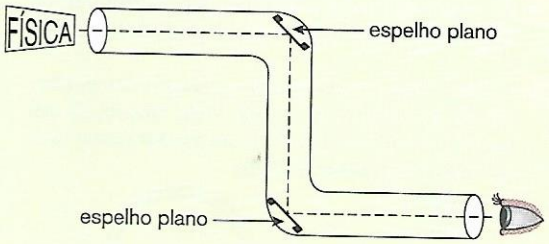
Nas condições indicadas, quanto valem, respectivamente, os ângulos θ_1 e θ_2?

10 *(UFMG)* Em um dia de céu claro, o Sol estava no horizonte (0°) às 6 h da manhã. Às 12 h ele se encontrava no zênite (90°). A que horas a luz do Sol, refletida no espelho **M**, atingiu o ponto **P**?



11 Um periscópio é constituído basicamente por dois espelhos planos, fixos no interior de um tubo, conforme mostra a figura a seguir. Sabendo disso, um estudante utilizou esse instrumento óptico para observar a placa de indicação afixada na porta do laboratório de Física.

Na placa, está escrita a palavra FÍSICA.



Que imagem da palavra o estudante verá?

12 *(UEL-PR)* A dona de uma boutique quer instalar espelhos planos e verticais nos provadores de sua loja, mas deseja que as pessoas possam se ver inteiramente ao se refletirem neles. Sabendo que a estatura média de suas freguesas é de 1,64 m, é correto afirmar que a dona dessa loja deverá adquirir espelhos com altura de, no mínimo:

a) 41 cm c) 62 cm e) 164 cm
b) 54,6 cm d) 82 cm

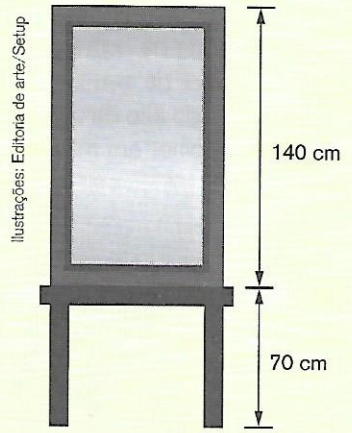
13 *(UFRJ)* Uma pessoa está a 3,5 metros de um espelho plano vertical, observando sua imagem. Em seguida, ela se aproxima até ficar a 1,0 metro do espelho.

Calcule quanto diminuiu a distância entre a pessoa e sua imagem.

14 *(UnB-DF)* Um espelho plano fornece a imagem de um objeto situado a uma distância de 10 cm do espelho. Afasta-se o espelho 20 cm em uma direção normal ao seu plano:

a) Qual é a distância entre a antiga e a nova imagem?
b) Qual é a distância entre o objeto e a nova imagem?

15 (*UERJ*) A filha consegue ver-se de pé, por inteiro, no espelho plano do quarto da mãe. O espelho, mantido na vertical, mede 140 cm de altura e sua base dista 70 cm do chão. A mãe, então, move o espelho 20 cm em direção à filha.



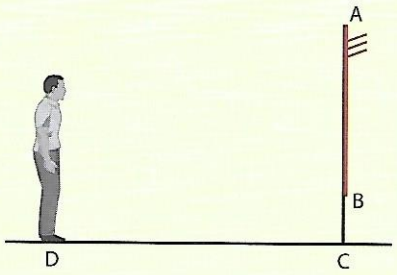
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Calcule, em centímetros:

a) a menor distância entre os olhos da menina e o chão que lhe permite ver-se por inteiro;

b) o quanto a imagem se aproximou da menina após o deslocamento do espelho.

16 (*F.M.ABC-SP*) Um rapaz de 1,80 m de altura vê todo o seu corpo refletido num espelho plano vertical situado a uma distância CD = 3 m. Os olhos do rapaz encontram-se a 1,70 m do solo. O comprimento **AB** mínimo que tem esse espelho e sua posição **BC** em relação ao solo são dados, respectivamente, por:

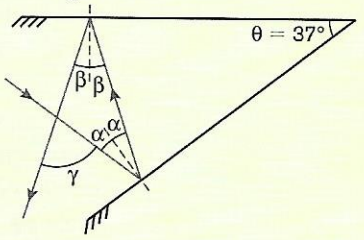


a) 0,80 m e 0,75 m.
b) 0,90 m e 0,85 m.
c) 1,80 m e zero.
d) 1,70 m e 0,10 m.
e) 1,50 m e 0,50 m.

17 (*Unicid-SP*) Quando um homem se aproxima diretamente de um espelho plano com velocidade de 2,4 m/s, ele:

a) se afasta de sua imagem com velocidade de 2,4 m/s.
b) se aproxima de sua imagem com velocidade de 2,4 m/s.
c) se aproxima de sua imagem com velocidade de 4,8 m/s.
d) mantém a velocidade de 1,2 m/s.
e) mantém uma distância constante de sua imagem.

18 (*UFPE*) Considere um raio de luz contido em um plano perpendicular aos dois espelhos planos, conforme a figura abaixo.



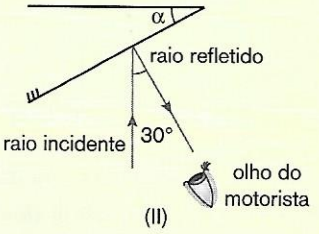
O raio refletido formará o ângulo γ como feixe incidente, cujo valor independe do ângulo α. Calcule o valor de γ, em graus, considerando que $\theta = 37°$.

19 (*UFRJ*) A figura I mostra, visto de cima, um carro que se desloca em linha reta, com o espelho plano retrovisor externo perpendicular à direção de seu movimento.

O motorista gira o espelho até que os raios incidentes na direção do movimento do carro formem um ângulo de 30° com os raios refletidos pelo espelho, como mostra a figura II.

Em quantos graus o motorista girou o espelho?

(I)

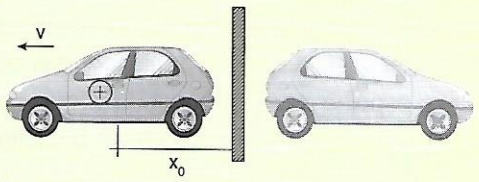


(II)

20 (*Alfacastelo-SP*) O balé russo Bolshoi, em uma de suas apresentações, deparou-se com um problema. A peça que iria apresentar necessitava de 42 bailarinas e o diretor artístico só contava com 7 bailarinas e dois espelhos planos. Associando os dois espelhos, o ângulo α necessário para obter a cena desejada é igual a:

a) 8° b) 45° c) 60° d) 72° e) 90°

21 (*Ufop-MG*) Um motorista dentro de um carro, inicialmente em repouso, encontra-se a uma distância x_0 de um espelho plano, conforme mostrado na figura desta questão.



Responda:

a) Qual a distância entre a imagem do motorista e o motorista?

b) Se o carro se afasta do espelho com velocidade constante $\vec{v}$, qual a velocidade da imagem em relação ao automóvel?

c) Escreva uma equação que represente a distância entre o carro e sua imagem em função do tempo.

CAPÍTULO 24 – ESPELHOS ESFÉRICOS

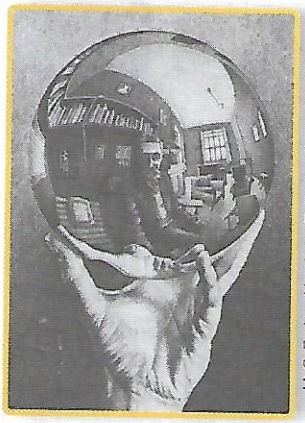
Você já reparou como fica sua imagem refletida numa colher de sopa metálica? Algo que parece tão simples se torna mais surpreendente quando você vira a colher para olhar a imagem refletida pela outra face: ela fica invertida em relação à primeira. Da próxima vez que for tomar sopa, antes da primeira colherada faça essa constatação.

Olhando pelo lado fundo da colher, chamado côncavo, sua imagem refletida na colher posicionada a 30 cm de distância fica de ponta-cabeça. Mas se você aproximar muito a colher de seu olho, verá que a imagem passa a ficar de pé. Virando a colher, ou seja, vendo sua imagem pelo lado alto da colher, chamado convexo, sua imagem fica sempre de pé, independentemente da distância da colher em relação a você.

Essa observação revela um ramo da Óptica: os espelhos esféricos.

Denomina-se espelho esférico qualquer calota esférica com as faces polidas.

Quando a superfície espelhada é a parte interna da calota, o espelho é denominado espelho esférico **côncavo**. Quando a superfície espelhada é a parte externa da calota, o espelho é denominado espelho esférico **convexo**. Uma colher metálica possui ambas as faces polidas, podendo ser usada como espelho côncavo ou convexo embora não rigorosamente esféricos.



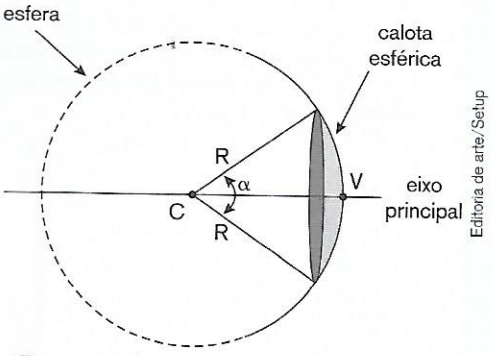
M. C. Escher. *Hand with Reflecting Sphere* (Self-Portrait in Spherical Mirror), 1935. Litografia. Coleção particular

Famosa imagem criada pelo artista holandês Maurits Cornelis Escher, representando um espelho esférico.

1. Elementos geométricos dos espelhos esféricos

Vamos tomar como modelo de estudo uma calota esférica espelhada. A partir desse modelo de espelho esférico, vamos definir os principais elementos geométricos.

- Centro de curvatura **C**: é o centro da esfera que deu origem à calota.
- Raio de curvatura **R**: é o raio da esfera.
- Vértice do espelho **V**: é o polo da calota esférica.
- Eixo principal: é a reta que passa por **C** e por **V**.
- Ângulo α: ângulo de abertura do espelho.



Editoria de arte/Setup

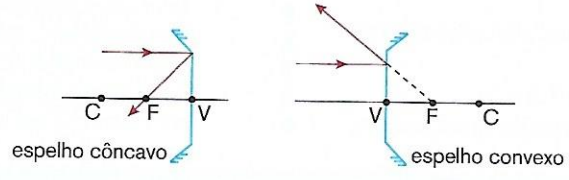
Elementos de um espelho esférico.

Condições de nitidez de Gauss

Para que os espelhos esféricos sejam capazes de fornecer um ponto imagem nítido de cada ponto objeto, é necessário que, na prática, certas condições sejam satisfeitas. São elas:

- o espelho deve ter pequeno ângulo de abertura ($\alpha < 10°$);
- os raios incidentes devem ser próximos e pouco inclinados em relação ao eixo principal.

Por causa das dificuldades da representação de espelhos esféricos com ângulo de abertura inferior a 10°, de acordo com as condições de nitidez de Gauss, é comum empregar as representações a seguir para os espelhos esféricos.

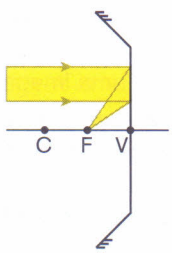


Foco principal de um espelho esférico

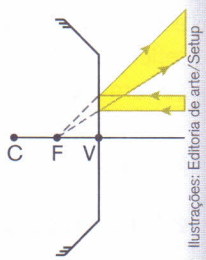
Se um feixe de raios paralelos ao eixo principal incide sobre um espelho esférico côncavo, ao se refletir, todos os raios convergem no ponto **F** situado no eixo principal denominado foco principal. Esse foco é classificado como real, pois se situa na frente do espelho.

Se o espelho for convexo, os raios de um feixe paralelo refletem-se no espelho de modo que os seus prolongamentos coincidam num ponto **F** situado no eixo principal, denominado foco principal. Como esse foco está na intersecção do prolongamento dos raios de luz que divergem após a reflexão, formando-se atrás do espelho, ele é classificado como foco virtual.

Para os espelhos esféricos de Gauss, o foco principal **F** é um ponto imagem real (forma-se antes do espelho) se o espelho é côncavo, e um ponto de imagem virtual (forma-se atrás do espelho) se o espelho é convexo.



Espelho côncavo: sistema convergente → foco real



Espelho convexo: sistema divergente → foco virtual

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

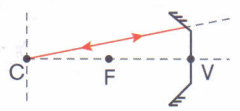
Nos espelhos esféricos, o foco principal **F** está sempre localizado no ponto médio do segmento **CV**. A distância **FV** chama-se distância focal e é representada pela letra **f**.

$$f = \frac{R}{2}$$

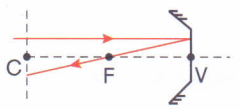
Raios luminosos particulares

Para construir a imagem de um objeto conjugado por um espelho esférico, utilizam-se alguns raios luminosos particulares cuja direção é indicada pelas leis da reflexão.

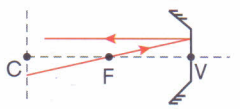
Observe o comportamento desses raios de luz ao incidir num espelho **côncavo**:



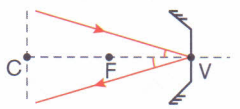
Todo raio de luz, que incide passando pelo centro de curvatura, reflete-se sobre si mesmo.



Todo raio de luz, que incide paralelamente ao eixo principal, reflete-se passando pelo foco.

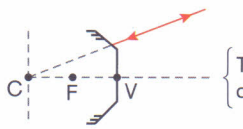


Todo raio de luz, que incide no espelho passando pelo foco, reflete-se paralelamente ao eixo principal.

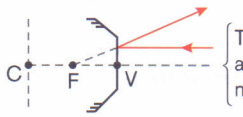


Todo raio de luz, que incide no vértice, reflete-se simetricamente em relação ao eixo principal.

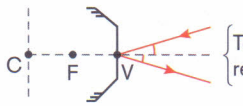
Observe o comportamento desses raios de luz ao incidir num espelho **convexo**:



Todo raio de luz, que incide perpendicular à superfície, ou seja, em direção ao centro de curvatura, reflete-se sobre si mesmo.



Todo raio de luz, que incide paralelamente ao eixo principal, reflete-se em direção ao ponto de foco. A condição contrária também é válida: todo raio de luz, que incide no espelho em direção ao ponto de foco, reflete-se paralelamente ao eixo principal.



Todo raio de luz, que incide sobre o vértice do espelho, reflete-se simetricamente em relação ao eixo principal.

2. Construção geométrica das imagens

Para a determinação geométrica das imagens, basta utilizar dois dos raios particulares apresentados.

Quando o objeto e sua imagem pertencem ao mesmo semiplano (acima ou abaixo) do eixo principal, diz-se que a imagem é direita em relação ao objeto. Caso contrário, diz-se que é invertida em relação ao objeto. Nesse caso, é produzida uma imagem na frente do espelho pela intersecção efetiva de raios refletidos. Se colocarmos uma tela na posição da imagem, a imagem aparece na tela. Quando a imagem se forma em uma tela, trata-se de uma imagem real.

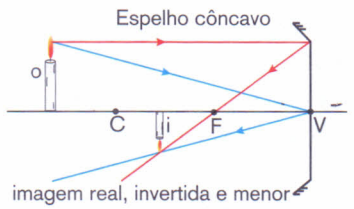
O tamanho de um objeto **o** e de sua respectiva imagem **i** é medido perpendicularmente ao eixo principal do espelho e a imagem formada poderá ser maior, menor ou igual ao tamanho do objeto.

■ Formação da imagem no espelho côncavo

1º caso: objeto extenso (vela) além do centro de curvatura

Características da imagem **i**:

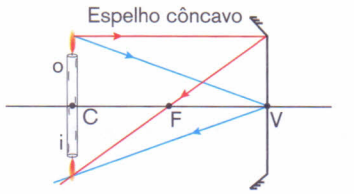
- real
- invertida
- menor



2º caso: objeto extenso (vela) sobre o centro de curvatura

Características da imagem **i**:

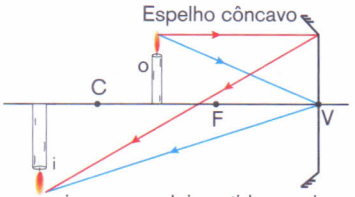
- real
- invertida
- de mesmo tamanho



3º caso: objeto extenso (vela) entre o centro de curvatura e o foco principal

Características da imagem **i**:

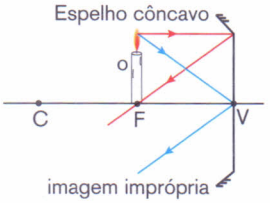
- real
- invertida
- maior



4º caso: objeto extenso (vela) sobre o foco principal

Características da imagem **i**:

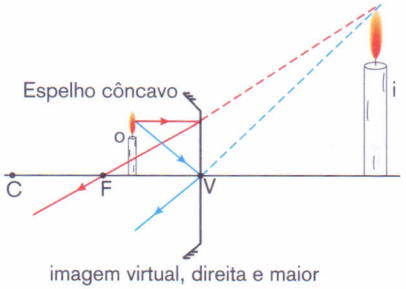
- imprópria, pois a imagem se formaria "no infinito" (fora do alcance do olho do observador)
- os raios refletidos são paralelos entre si



5º caso: objeto extenso entre o foco principal e o vértice

Características da imagem **i**:

- virtual
- direita
- maior



Podemos concluir assim que:

- as características da imagem conjugada por um espelho esférico côncavo dependem da distância do objeto em relação ao espelho;
- as imagens reais se formam do mesmo lado da superfície espelhada (na frente do espelho), ou seja, formam-se do lado em que se encontra o objeto, enquanto as imagens virtuais se formam atrás do espelho, ou seja, do lado oposto.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Formação da imagem no espelho convexo

As características da imagem de um objeto real **o** colocado na frente de um espelho convexo independem da distância do objeto em relação ao espelho, e a imagem é sempre virtual, direita e menor que o objeto e localizada entre V e F.

Características da imagem **i**:

- virtual
- direita
- menor

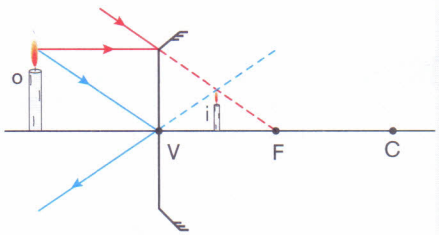


imagem virtual, direita e menor

Aplicações

1 Um ponto luminoso **O** está colocado no eixo de um espelho esférico côncavo de raio **R**. Construa a imagem desse ponto quando ele se encontra:

a) no centro de curvatura do espelho;

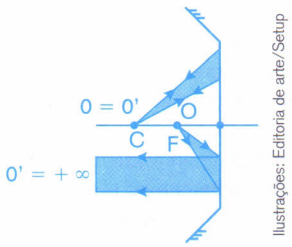
b) no foco do espelho.

Resolução:

Dos infinitos raios luminosos que partem de O selecionamos apenas dois para refletirem no espelho.

Justificativa das construções:

a) Todo raio que incidir no espelho passando na direção do centro de curvatura se refletirá sobre si mesmo. Logo: 0 ≡ 0'≡ C.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

b) Todo raio que incidir no espelho passando na direção do foco principal se refletirá paralelamente ao eixo principal. Como os raios refletidos são paralelos, a imagem se forma no "infinito".

2 Na figura, **AB** é um objeto real e **A'B'** sua imagem conjugada por um espelho esférico.

a) Qual o tipo de espelho esférico?

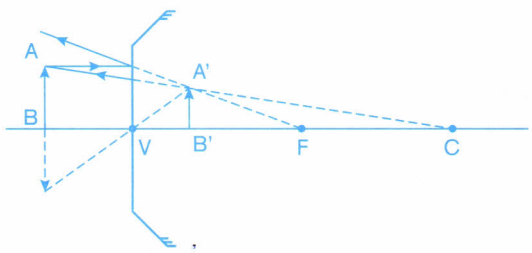
b) Obtenha graficamente a posição do centro de curvatura e do vértice.

Resolução:

a) Como a imagem é direita e menor, o espelho é convexo.

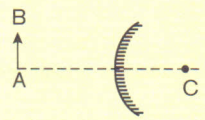
b) A reta que passa por A e A' corta o eixo principal, determinando C.

O vértice é encontrado unindo A' com o extremo do objeto invertido. Observe na figura que o prolongamento do raio refletido passando por A' determina no eixo principal o foco F.

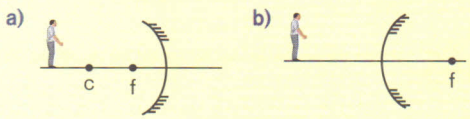


Atividades

1 *(PUC-MG)* Usando apenas dois raios notáveis, determine graficamente a imagem do objeto **AB** formada pelo espelho convexo esférico de centro de curvatura **C**.



2 *(UFG-GO)* Duas pessoas encontram-se em frente aos espelhos indicados.



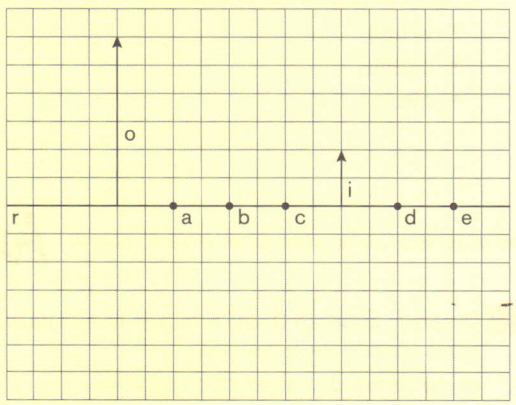
Faça um diagrama para localizar as imagens das pessoas e indique o tipo da imagem (real ou virtual), seu tamanho em relação ao objeto e sua posição (direita ou invertida).

3 *(UFPR)* Mãe e filha visitam a "Casa dos Espelhos" de um parque de diversões. Ambas se aproximam de um grande espelho esférico e côncavo. O espelho está fixo no piso de tal forma que o ponto focal **F** e o centro de curvatura **C** do espelho ficam rigorosamente no nível do chão. A criança para em pé entre o ponto focal do espelho e o vértice do mesmo.

A mãe pergunta à filha como ela está se vendo e ela responde:

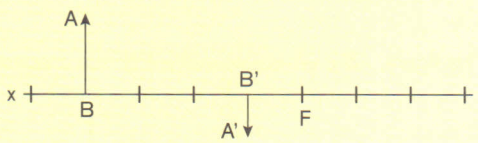
a) Estou me vendo maior e em pé.
b) Não estou vendo imagem alguma.
c) Estou me vendo menor e de cabeça para baixo.
d) Estou me vendo do mesmo tamanho.
e) Estou me vendo em pé e menor.

4 *(UFAL)* O esquema abaixo representa o eixo principal **r** de um espelho esférico, um objeto real e a respectiva imagem virtual conjugada pelo espelho. Considerando os pontos **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, é correto afirmar que o espelho é:



a) côncavo e seu vértice encontra-se em **d**.
b) côncavo e seu foco encontra-se em **c**.
c) côncavo e seu centro encontra-se em **e**.
d) convexo e seu vértice encontra-se em **c**.
e) convexo e seu foco encontra-se em **e**.

5 *(FEI-SP)* O esquema abaixo representa um objeto **AB** e sua imagem **A'B'** obtida em relação a um espelho côncavo de eixo **x** e foco **F**. Determine, graficamente, o centro de curvatura **C**, o vértice **V** e o raio de curvatura **R** do espelho. (Escala: 100 cm por divisão.)



3. Estudo analítico dos espelhos esféricos

Para identificar as características das imagens formadas nos espelhos esféricos, vamos utilizar o referencial de Gauss, que é constituído por dois eixos perpendiculares entre si com origem no vértice do espelho esférico.

O eixo das abscissas tem:

origem: vértice do espelho;

direção: a do eixo principal;

sentido: contrário ao da luz incidente.

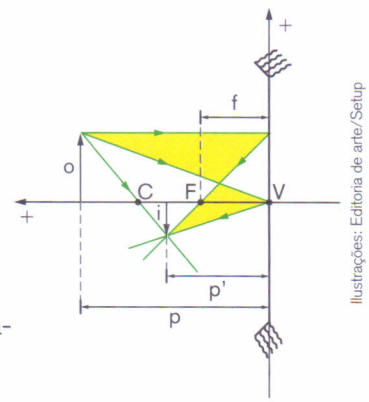
O eixo das ordenadas tem:

origem: vértice do espelho;

direção: perpendicular ao eixo principal;

sentido: de baixo para cima.

A figura ao lado mostra a simbologia adotada para as coordenadas do objeto e da imagem.



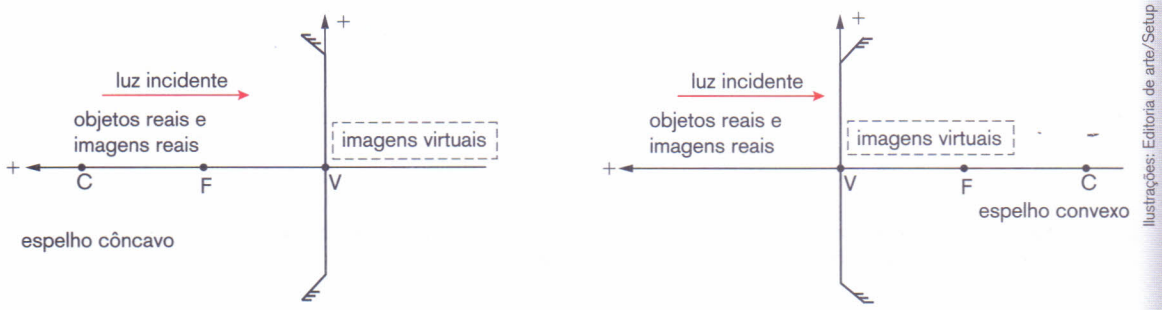
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Fórmula de Gauss

Fórmula de Gauss, nome dado a **função dos pontos conjugados**, relaciona a abscissa do objeto **p**, a abscissa da imagem **p'** e a abscissa **f** do foco principal.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

em que: **p** e **p'** são, respectivamente, as abscissas do objeto e da imagem. Conclui-se, portanto, que seus valores são positivos quando a natureza é real, e negativos quando a natureza é virtual. Veja o esquema a seguir.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Indicando-se por **o** e **i**, respectivamente, as ordenadas do objeto e da imagem, percebe-se que seus valores são positivos quando estão acima do eixo principal e negativos quando estão abaixo do eixo principal. Considerando o referencial de Gauss, temos:

objeto real: $p > 0$	imagem real: $p' > 0$ imagem virtual: $p' < 0$
imagem real: $p' > 0$	imagem virtual: $p' < 0$
espelho côncavo: $f > 0$	espelho convexo: $f < 0$

Aumento linear transversal (A)

O aumento linear transversal **A** é a razão entre as ordenadas da imagem **(i)** e do objeto **(o)** com suas respectivas abscissas.

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Pense e Responda

- É comum o uso de espelhos esféricos convexos como retrovisores de motos e autos, entradas e saídas de garagens e portas dos elevadores.
- Explique a principal vantagem e a desvantagem desses espelhos em relação aos espelhos planos em condições idênticas.

Photodisc/Getty Images

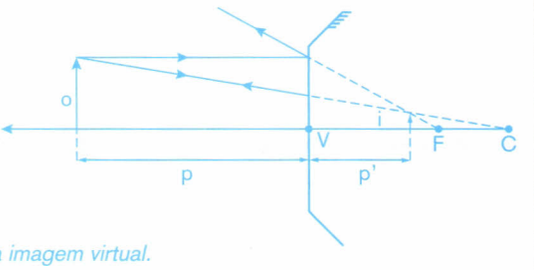
Aplicações

1 Um objeto de 8 cm de altura está localizado a 60 cm de um espelho esférico convexo de 40 cm de raio.

a) Qual a distância da imagem ao espelho?

b) Qual a altura da imagem?

c) Calcule o aumento linear transversal.



Resolução:

Dados: $o = 8$ cm; $p = 60$ cm; $R = -40$ cm; $f = -20$ cm.

O sinal (−) deve-se ao espelho ser convexo.

a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'}$

$-\frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -15$ cm. *O sinal (−) significa imagem virtual.*

b) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{8} = \frac{15}{60} \Rightarrow i = 2$ cm

c) $A = \frac{i}{o} = \frac{2}{8} \Rightarrow A = \frac{1}{4}$

2 A distância entre um objeto e a imagem que lhe conjuga um espelho côncavo é de 80 cm. A imagem é invertida e cinco vezes maior que o objeto. Calcule o raio de curvatura do espelho.

Resolução:

Como a imagem é invertida e cinco vezes maior, o objeto está localizado entre C e F, como ilustra a construção geométrica. Logo: $i = -5o$.

Sendo 80 cm a distância entre objeto e imagem, da figura temos: $p' - p = 80$ cm.

$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{-5o}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = 5p$

$p' - p = 80 \Rightarrow 5p - p = 80 \Rightarrow p = 20$ cm

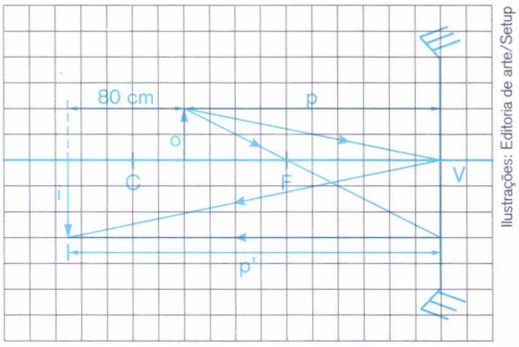
$p' = 5p = 5 \cdot 20 \Rightarrow p' = 100$ cm

Cálculo de f:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{100} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{5+1}{100} \Rightarrow f = \frac{50}{3}$ cm

Cálculo de R: $R = 2f = 2 \cdot \frac{50}{3} \Rightarrow R = \frac{100}{3}$ cm



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(Unifesp-SP)* Suponha que você é estagiário de uma estação de televisão e deve providenciar um espelho que amplie a imagem do rosto dos artistas para que eles próprios possam retocar a maquilagem. O toucador limita a aproximação do rosto do artista ao espelho a, no máximo, 15 cm. Dos espelhos a seguir, o único indicado para essa finalidade seria um espelho esférico

a) côncavo, de raio de curvatura 5,0 cm.

b) convexo, de raio de curvatura 10 cm.

c) convexo, de raio de curvatura 15 cm.

d) convexo, de raio de curvatura 20 cm.

e) côncavo, de raio de curvatura 40 cm.

2 *(Vunesp-SP)* Um estudante compra um espelho retrovisor esférico convexo para sua bicicleta. Se ele observar a imagem de seu rosto conjugada com esse espelho, vai notar que ela é sempre

a) direita, menor que o seu rosto e situada na superfície do espelho.

b) invertida, menor que o seu rosto e situada atrás da superfície do espelho.

c) direita, menor que o seu rosto e situada atrás da superfície do espelho.

d) invertida, maior que o seu rosto e situada atrás na superfície do espelho.

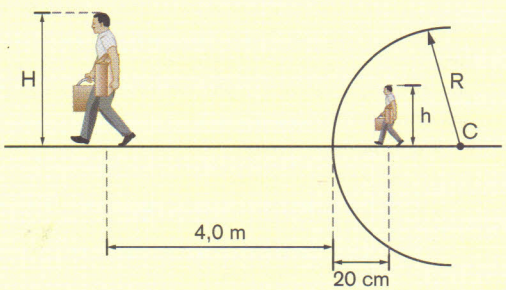
e) direita, maior que o seu rosto e situada atrás da superfície do espelho.

3 *(Unicamp-SP)* Para espelhos esféricos nas condições de Gauss, a abscissa do objeto ao espelho, **p**, a abscissa da imagem ao espelho, **p'**, e o raio de curvatura do espelho, **R**, estão relacionados através da equação $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$.

O aumento linear transversal do espelho esférico é dado por $A = -\frac{p'}{p}$, onde o sinal de A representa a orientação da imagem, direita quando positivo e invertida, quando negativo. Em particular, espelhos convexos são úteis por permitir o aumento do campo de visão e por essa razão são frequentemente empregados em saídas de garagens e em corredores de supermercados. A figura mostra um espelho esférico convexo de raio de curvatura **R**. Quando uma pessoa está a uma distância de 4,0 m da superfície do espelho, sua imagem virtual se forma a 20 cm deste, conforme mostra a figura. Usando as expressões fornecidas acima, calcule o que se pede.

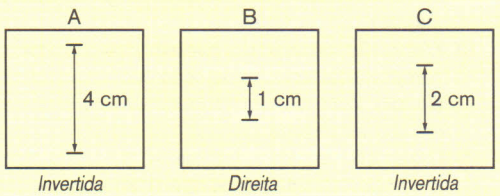
a) O raio de curvatura do espelho.

b) O tamanho h da imagem, se a pessoa tiver H = 1,60 m de altura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4 *(PUC-MG)* Usando uma vela, de 2 cm de altura, um estudante de Física, com um espelho esférico côncavo, de distância focal 5 cm, afirmou ter projetado sobre um anteparo três imagens, duas invertidas e outra direita, em relação ao objeto. O desenho que se segue ilustra as imagens.



Em seguida, salientou:

I. No anteparo **A**, a imagem foi obtida colocando-se a vela entre o centro de curvatura e o foco.

II. No anteparo **B**, a vela foi colocada a uma distância de 15 cm de espelho.

III. No anteparo **C**, a vela estava sobre o centro de curvatura.

Indique:

a) se todas as afirmativas estão corretas.

b) se todas as afirmativas são falsas.

c) se apenas as afirmativas I e II estão corretas.

d) se apenas as afirmativas I e III estão corretas.

e) se apenas as afirmativas II e III estão corretas.

5 *(UEPB)* O espelho esférico foi estudado pelo matemático grego Euclides (325 a.C. a 265 a.C.) em sua obra *Catroptics*, datada de 300 a.C., [...] o nome Euclides está intrinsecamente ligado à geometria. Ao postular a propagação em linha reta dos raios luminosos, ele tornou a óptica uma simples divisão da geometria. (Ricardo Barthem, *Temas atuais de Física*: *a luz*, Editora Livraria da Física, p. 5, São Paulo, 2005).

Os espelhos esféricos são aplicados tecnologicamente em uma variedade de instrumentos e objetos. No caso dos espelhos convexos, estes são utilizados como espelhos retrovisores de veículos, nas saídas das garagens de prédios e nas portas de certos elevadores. Considerando que um destes espelhos tem 20 cm de distância focal, e conjuga uma imagem a 4 cm do seu vértice, a distância do objeto ao espelho é de:

a) −3,3 cm c) −5 cm e) −4 cm

b) +3,3 cm d) +5 cm

6 *(UFU-MG)* Considere o filamento de uma lâmpada, de *0,5 cm* de altura, que se encontra a *10 cm* de um espelho (em seu eixo).

Esse filamento tem sua imagem projetada sobre uma parede a *3 m* de distância desse espelho.

Determine

a) o tipo da imagem (real, virtual, ou imprópria). Explique.

b) o tipo do espelho (plano, côncavo, ou convexo). Explique.

c) a altura da imagem. Explique se a imagem é invertida ou não.

d) a distância focal do espelho.

7 *(UFRJ)* Para evitar acidentes de trânsito, foram instalados espelhos convexos em alguns cruzamentos. A experiência não foi bem-sucedida porque, como os espelhos convexos fornecem imagens menores, perde-se completamente a noção de distância. Para perceber esse efeito, suponha que um objeto linear seja colocado a 30 m de um espelho convexo de 12 m de raio de curvatura, perpendicularmente a seu eixo principal.

a) A que distância do espelho convexo seria vista a imagem desse objeto?

b) Se substituíssemos o espelho convexo por um espelho plano, a que distância desse espelho seria vista a imagem daquele objeto?

Mais Atividades

1 É possível, em um dia de Sol, acender um palito de fósforo com um espelho esférico? Explique.

2 Uma pessoa observa a imagem virtual de seu rosto refletida numa concha de cozinha semiesférica perfeitamente polida em ambas as faces. Como é vista a imagem em cada face? E a imagem real do rosto produzida na face côncava pode ser vista?

3 Uma imagem real pode ser projetada sobre uma tela? E uma imagem virtual pode? Justifique.

4 *(UPE-PE)* O espelho convexo, pelo fato de possuir um campo visual maior, está sendo utilizado nas guaritas de condomínios, nos supermercados, dentre outros locais, com o objetivo de ampliar a área de observação para uma maior vigilância pelos seguranças. A imagem vista através deste espelho está situada entre o

Cordelia Molloy/SPL/Latinstock

a) foco e o centro de curvatura do espelho e é real.
b) centro de curvatura e o vértice do espelho e é real.
c) foco e o centro de curvatura do espelho e é virtual.
d) foco e o vértice do espelho e é virtual.
e) foco e o vértice do espelho e é real.

5 A respeito do aumento linear transversal, grandeza adimensional definida pela relação i/o, o que se pode concluir se:

a) $A = +\frac{1}{2}$

b) $A = -2$

6 *(Ence-UERJ-Cefet-URFJ)* Do lado externo da porta de um elevador, existe, fixo, um espelho convexo que permite ao ascensorista acompanhar a movimentação de um passageiro de 1,6 m de altura que se encontra a 3,0 m do vértice do espelho. O raio de curvatura do espelho é igual a 4,0 m.

Com base nesses dados, calcule:

a) a distância entre o passageiro e a sua imagem fornecida por esse espelho;
b) a altura da imagem do referido passageiro.

7 *(Uespi-PI)* Um estudante posiciona um objeto a 1 cm de um espelho esférico côncavo, de distância focal igual a 0,5 cm. A imagem que ele observa é:

a) real e localizada a 0,5 cm do espelho.
b) virtual e localizada a 0,5 cm do espelho.
c) real e localizada a 1 cm do espelho.
d) virtual e localizada a 1 cm do espelho.
e) real e localizada a 2 cm do espelho.

8 *(UECE)* Um estudante, para enxergar melhor sua incipiente barba, resolveu comprar um espelho esférico côncavo capaz de aumentar duas vezes a imagem de seu rosto, quando ele se coloca a 50 cm do espelho. O raio de curvatura deste espelho, em cm, deve ser igual a:

a) 100 b) 67 c) 200 d) 33

9 *(UFPA)* Ao tentar comprar um espelho odontológico, um odontólogo obtém as seguintes informações técnicas, fornecidas por um vendedor: o espelho **A** é côncavo e possui raio de curvatura igual a 6 cm, enquanto o espelho **B** difere de **A** apenas pelo raio de curvatura que é igual a 4 cm.

A ampliação, no entanto, parâmetro de extrema importância para o profissional de odontologia, depende da distância do espelho ao dente. Para fins de comparação, o odontólogo considera que os espelhos são colocados a 1,0 cm do dente a ser observado. Então, após alguns cálculos, ele decide comprar o de maior ampliação. Qual o espelho comprado pelo odontólogo? Justifique sua resposta com os cálculos necessários.

10 *(UFPel-RS)* Um objeto de 6 cm de altura é colocado perpendicularmente ao eixo principal e a 24 cm do vértice de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura 36 cm.

Baseado em seus conhecimentos sobre óptica geométrica, a altura e natureza da imagem são, respectivamente,

a) 2 cm; virtual e direita.
b) 12 cm; real e invertida.
c) 18 cm; virtual e direita.
d) 18 cm; real e invertida.
e) 2 cm; virtual e invertida.

11 *(Ufla-MG)* É comum ver estampada em espelhos retrovisores de carros mais novos a advertência "*Objetos estão mais próximos do que aparentam*".

Assinale a alternativa que descreve corretamente os motivos dessa advertência.

a) Esses são espelhos côncavos, que ampliam o campo visual (em comparação com os espelhos planos), mas formam imagens reais e maiores que os objetos.
b) Esses são espelhos convexos, que ampliam o campo visual (em comparação com os espelhos planos), mas formam imagens virtuais e menores que os objetos.
c) Esses são espelhos côncavos, que diminuem o campos visual (em comparação com os espelhos planos), mas formam imagens virtuais e menores que os objetos.
d) Esses são espelhos convexos, que aumentam o campo visual (em comparação com os espelhos planos), mas formam imagens reais e menores que os objetos.
e) Esses são espelhos convexos, que aumentam o campo visual (em comparação com os espelhos planos), mas formam imagens virtuais e maiores que os objetos.

12 *(UCS-RS)* Uma moça e um rapaz que não se conheciam estavam em uma loja de roupas escolhendo o que comprar. Curiosamente, foi no momento em que ambos estavam olhando para lados opostos, e, portanto, não se vendo diretamente, que perceberam a presença um do outro. Isso aconteceu porque na frente de cada um havia um espelho. O rapaz, ao perceber a imagem da moça fornecida por um espelho côncavo, e ela, ao perceber a imagem dele fornecida por um espelho convexo, se apaixonaram. Pode-se concluir que

a) ambos se apaixonaram pelas imagens um do outro, menores do que o normal e de cabeça para baixo.
b) ambos se apaixonaram pelas imagens um do outro, maiores do que o normal e de cabeça para baixo.
c) ambos se apaixonaram pelas imagens um do outro, em tamanho normal e de cabeça para baixo.
d) ele se apaixonou pela imagem dela, menor e de cabeça para baixo, e ela pela imagem dele, menor e direita.
e) ele se apaixonou pela imagem dela, menor e direita, e ela pela imagem dele, maior e de cabeça para baixo.

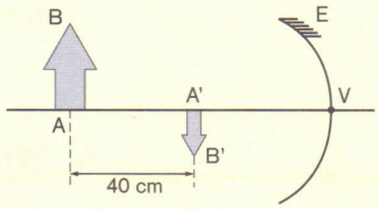
13 *(UFU-MG)* No quadro abaixo, são apresentadas as características das imagens formadas por espelhos côncavo e convexo, para diferentes posições do objeto relativas ao espelho.

Posição do objeto relativa do espelho	Característica da imagem formada	
	Espelho côncavo	Espelho convexo
além do centro de curvatura	real, menor e invertida	virtual, menor e direita
entre o foco e o centro de curvatura	real, maior e invertida	virtual, menor e direita
entre o foco e o vértice do espelho	virtual, maior e direita	virtual, menor e direita

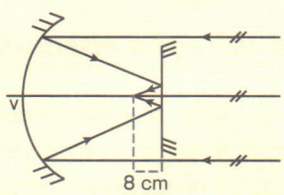
É correto afirmar que:

a) o espelho convexo é adequado para se fazer barba, já que sempre forma imagem maior e direita, independente da posição do objeto;
b) o espelho convexo é adequado para uso como retrovisor lateral de carro, desde que sua distância focal seja maior que o comprimento do carro, pois só nessa situação a imagem formada será direita e menor;
c) o espelho côncavo é adequado para o uso como retrovisor lateral de carro, já que sempre forma imagem direita, independente da posição do objeto;
d) o espelho côncavo é adequado para se fazer barba, desde que o rosto se posicione, de forma confortável, entre o foco e o centro de curvatura;
e) o espelho côncavo é adequado para se fazer barba, desde que a distância focal seja tal que o rosto possa se posicionar, de forma confortável, entre o foco e o vértice.

14 *(Faap-SP)* Considere a figura abaixo e determine o raio de curvatura do espelho esférico E, sabendo-se que o tamanho do objeto AB é o triplo de sua imagem A'B'.

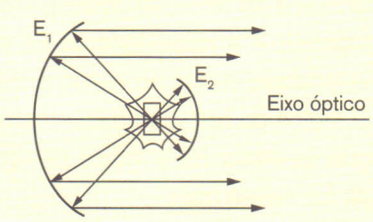


15 *(UFRJ)* Um espelho côncavo de 50 cm de raio e um pequeno espelho plano estão frente a frente. O espelho plano está disposto perpendicularmente ao eixo principal do côncavo. Raios luminosos paralelos ao eixo principal são refletidos pelo espelho côncavo; em seguida, refletem-se também no espelho plano e tornam-se convergentes num ponto do eixo principal distante 8 cm do espelho plano, como mostra a figura.



Calcule a distância do espelho plano ao vértice **V** do espelho côncavo.

16 *(UFJF-MG)* Um holofote é construído com um sistema óptico formado por dois espelhos esféricos E_1 e E_2, como mostrado na figura, com o objetivo de fazer que os raios luminosos saiam paralelos ao eixo óptico.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Com base na figura a localização da lâmpada do farol deve ser:

a) nos focos de E_1 e de E_2.
b) no centro de curvatura de E_1 e no foco de E_2.
c) no foco de E_1 e no centro de curvatura de E_2.
d) nos centros de curvatura de E_1 e de E_2.
e) em qualquer lugar entre E_1 e E_2.

CAPÍTULO 25 – REFRAÇÃO DA LUZ

Vimos que sempre que a luz muda de meio de propagação, como do ar para a água e vice-versa, do vidro para o ar e vice-versa, ocorre uma mudança na velocidade de propagação. Esse fenômeno é a refração. Excluindo o caso da incidência normal, a maneira como a refração se manifesta para um observador é pelo desvio da luz. Por exemplo, na situação de uma colher imersa num copo com água, ela parece estar com o cabo quebrado, quando na verdade é a refração da luz que causa esse efeito.

Neoimagem

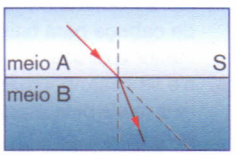
Observe a descontinuidade do cabo da colher, percebido dessa forma em função da refração luminosa.

1. O fenômeno da refração

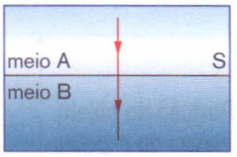
O esquema ao lado representa uma situação possível na refração da luz ao passar do meio *A* para o meio *B* através da superfície *S*.

A menos que o raio incidente seja perpendicular à superfície *S*, a luz muda a direção de propagação ao ir do meio *A* para o meio *B*.

Para caracterizar essa variação de velocidade de propagação em função do meio, define-se para cada meio homogêneo e transparente a grandeza chamada índice de refração, que é representado pela letra **n**.



A luz sofre um desvio ao mudar o meio onde ela se propaga.



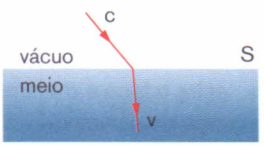
Na incidência perpendicular não ocorre desvio da luz.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Índice de refração absoluto

Define-se índice de refração absoluto **n** de um meio, para determinada luz monocromática, como o quociente entre a velocidade **c** da luz no vácuo e a velocidade **v** da luz no meio considerado.

$$n = \frac{c}{v}$$



Vale ressaltar que:

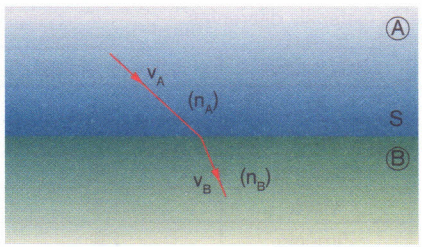
- O índice de refração é adimensional.
- O índice de refração corresponde a uma comparação entre a velocidade da luz no meio considerado e a velocidade da luz no vácuo, isto é, o índice de refração indica quantas vezes a velocidade da luz no vácuo é maior que a velocidade da luz no meio considerado.
- O índice de refração é inversamente proporcional à velocidade de propagação da luz, isto é, quanto maior for o índice de refração de um meio, menor será a velocidade de propagação da luz nesse meio.
- No vácuo: $c = v \Rightarrow n_{vácuo} = 1$.
- No ar, $n_{ar} \simeq 1$, pois a velocidade de propagação da luz no ar é muito próximo de c.
- Para qualquer outro meio material $n > 1$, pois $v < c$.

Para indicar entre dois meios de propagação aquele que tem maior ou menor índice de refração, usa-se o termo **refringência**.

O meio que possui maior índice de refração possui maior refringência e vice-versa. Portanto, refringência é a medida do índice de refração absoluto.

Índice de refração relativo

Consideremos dois meios transparentes homogêneos *A* e *B*, por exemplo o ar e o vidro, sendo:
n_A: índice de refração absoluto do meio *A*;
n_B: índice de refração absoluto do meio *B*;
v_A: velocidade de propagação da luz no meio *A*;
v_B: velocidade de propagação da luz no meio *B*.



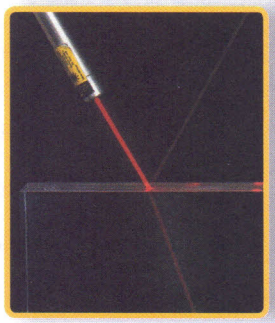
Editoria de arte/Setup

Sabemos que: $n_A = \frac{c}{v_A}$ (1) e $n_B = \frac{c}{v_B}$ (2)

Dividindo (2) por (1): $\frac{n_B}{n_A} = \frac{\frac{c}{v_B}}{\frac{c}{v_A}} \Rightarrow \boxed{\frac{n_B}{n_A} = \frac{v_A}{v_B}}$

O quociente $\frac{n_B}{n_A} = n_{B,A}$ denomina-se índice de refração relativo do meio *B* em relação ao meio *A*.

Assim, podemos concluir que a luz tem velocidade diferenciada para cada meio. Quando a luz passa de um meio para outro, sofre alteração em sua velocidade. Podemos afirmar então que a refração luminosa é a passagem da luz de um meio para outro, caracterizada pela variação da velocidade sofrida pela luz ao mudar de meio.


Fotos: Sérgio Dotta Jr/The Next

Observe, no arranjo experimental mostrado, que a luz sofre refração ao atravessar o bloco transparente. Note também que a refração é acompanhada da reflexão na face do bloco.

Pense e Responda

- Por que a parte imersa de um bastão de vidro mergulhado no tetracloroetileno (C_2Cl_4) nos parece invisível?

Aplicações

1 A velocidade de propagação da luz num vidro é de $1,5 \cdot 10^8$ m/s. Calcule o índice de refração desse vidro.

Resolução:

Da definição de índice de refração absoluto de um meio, podemos escrever:

$c = 3 \cdot 10^5$ km/s ou $3 \cdot 10^8$ m/s

$$n_{meio} = \frac{c}{v} \Rightarrow n_{vidro} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} \Rightarrow n_{vidro} = 2$$

2 A velocidade de propagação da luz amarela num bloco de vidro é $\frac{2}{3}$ da velocidade de propagação da luz no vácuo. Na água, é $\frac{3}{4}$ da velocidade de propagação da luz no vácuo. Determine o índice de refração do vidro em relação à água.

Resolução:

Dados: $v_{vidro} = \frac{2c}{3}$ *e* $v_{água} = \frac{3c}{4}$

$$n_{vidro,\ água} = \frac{n_{vidro}}{n_{água}} = \frac{v_{água}}{v_{vidro}} \Rightarrow n_{vidro,\ água} = \frac{\frac{3c}{4}}{\frac{2c}{3}} \Rightarrow n_{vidro,\ água} = \frac{9}{8}$$

Atividades

1 O índice de refração de um meio material é definido como a razão da velocidade da luz no vácuo e da velocidade da luz nesse meio: $n = \frac{c}{v}$. A tabela a seguir relaciona o índice de refração para seis meios materiais diferentes.

Meio material	Índice de refração
Ar	1,0
Água	1,3
Glicerina	1,4
Vidro	1,5
Zircônio	1,9
Diamante	2,5

Sendo c = 300 000 km/s, considere as afirmações:

I) O ar é o meio onde a luz apresenta a menor velocidade.

II) A glicerina é o meio onde a luz tem a maior velocidade.

III) A velocidade da luz no vidro é 300 000 km/s.

IV) No zircônio a luz viaja mais rápido do que na água.

V) A velocidade da luz no diamante é 300 000 km/s.

Quais dessas afirmações são verdadeiras?

2 Na substância **A**, a velocidade da luz é de 250 000 km/s; em uma substância **B**, 200 000 km/s e no vácuo, 300 000 km/s.

a) Qual o índice de refração absoluto do meio **A**?

b) Qual o índice de refração relativo do meio **A** em relação ao meio **B**?

3 *(UFBA)* A luz reduz sua velocidade em 25% ao penetrar numa placa de vidro. Sabendo-se que a velocidade da luz no vácuo é de 300 000 km/s, determine o índice de refração do vidro e a velocidade da luz nesse meio.

4 *(Belas Artes-SP)* Mediu-se o módulo da velocidade da luz amarela de sódio propagando-se num sólido e obteve-se o valor $2{,}00 \cdot 10^8$ m/s. Qual o índice de refração absoluto desse sólido, para a luz de sódio? Usar velocidade da luz no vácuo igual a $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s.

a) O índice de refração absoluto do meio vale 1,50.

b) O índice de refração absoluto do meio vale 2,00.

c) O índice de refração absoluto do meio vale 2,50.

d) n.d.a.

2. Leis da refração luminosa

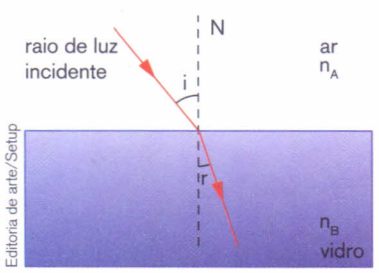
Considere um raio de luz monocromática propagando-se de um meio *A* e que incide obliquamente na superfície de separação com um meio *B*. O raio de luz incidente forma com a normal, no ponto de incidência, o ângulo de incidência **i**, e o raio refratado forma com a normal o ângulo de refração **r**.

A refração da luz é regida por duas leis:

1ª lei: o raio incidente, o raio refratado e a reta normal são coplanares.

2ª lei ou lei de Snell-Descartes: para cada luz monocromática e para cada par de meios, existe uma razão constante entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n_{B,A} = \frac{n_B}{n_A} \quad \text{ou} \quad n_A \cdot \text{sen } i = n_B \cdot \text{sen } r$$



Editoria de arte/Setup

Frans Hals, 1649. Óleo sobre tela, Museu do Louvre, Paris

René Descartes (1596-1650), filósofo e matemático francês.

Com base na lei de Snell-Descartes, podemos tirar algumas conclusões. Considere o esquema ao lado, em que a luz se propaga do meio *A* para o meio *B*, sendo: $\mathbf{n_A < n_B}$:

$n_A \cdot \text{sen } i = n_B \cdot \text{sen } r \Rightarrow n_A < n_B \Rightarrow \text{sen } i > \text{sen } r \Rightarrow i > r$

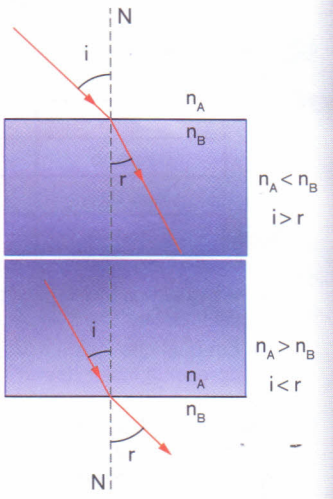
1ª conclusão: ao passar de um meio menos refringente para outro mais refringente, o raio de luz se aproxima da normal.

Agora, considere o esquema em que a luz se propaga de outro meio *A* para outro meio *B*, sendo $\mathbf{n_A > n_B}$:

$n_A \cdot \text{sen } i = n_B \cdot \text{sen } r$

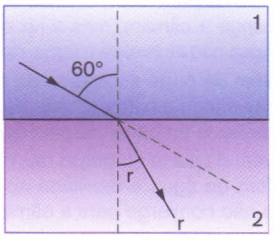
$n_A > n_B \Rightarrow \text{sen } i < \text{sen } r \Rightarrow i < r$

2ª conclusão: ao passar de um meio mais refringente para outro menos refringente, o raio de luz se afasta da normal.



Aplicação

Um raio de luz passa do meio **1** para o meio **2**, conforme indica a figura:



Sabendo que o meio **1** é o ar ($n_1 = 1$) e $n_2 = \sqrt{3}$, calcule:

a) a medida do ângulo **r**;

b) a velocidade da luz no meio **2**;

c) o desvio sofrido pelo raio de luz incidente.

Resolução:

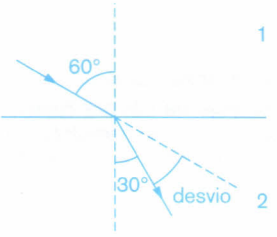
a) Dados: $i = 60°$, $n_2 = \sqrt{3}$, $\text{sen } 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Para o cálculo de r, apliquemos a lei de Snell-Descartes:

$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r \Rightarrow n_1 \cdot \text{sen } 60° = n_2 \cdot \text{sen } r \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \text{sen } r \Rightarrow \text{sen } r = \dfrac{1}{2} \Rightarrow r = 30°$

b) $\dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{v_2}{v_1} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{v_2}{300\,000} \Rightarrow v_2 = 100\,000\sqrt{3}$ *km/s*

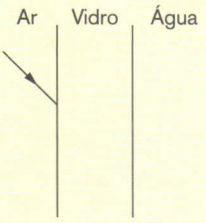


c) Para o cálculo do desvio, temos:

desvio = 60° − 30° = 30°

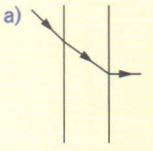
Atividades

1 *(UFMG)* Esta figura mostra um feixe de luz incidindo sobre uma parede de vidro a qual está separando o ar da água.

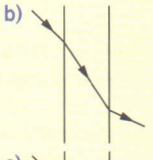


Os índices de refração são 1,00 para o ar, 1,50 para o vidro e 1,33 para a água. A alternativa que melhor representa a trajetória do feixe de luz passando do ar para a água é:

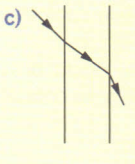
a)



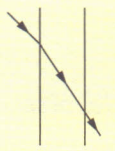
b)



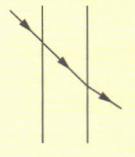
c)



d)



e)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

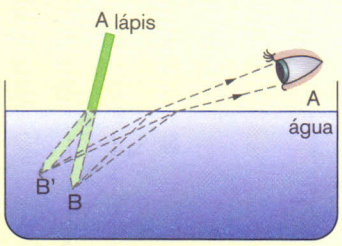
2 A tabela a seguir fornece o índice de refração absoluto de alguns materiais para certa luz monocromática.

ar	1,000292
benzeno	1,502
quartzo	1,5442
diamante	2,423

a) Em qual dos meios a luz se propaga com maior velocidade?
b) Em qual dos meios a luz proveniente do vácuo apresenta maior desvio?

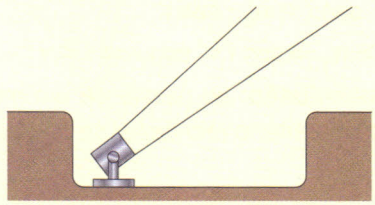
3 *(Vunesp-SP)* Nas fotos da prova de nado sincronizado, tiradas com câmaras submersas na piscina, quase sempre aparece apenas a parte do corpo das nadadoras que está sob a água; a parte superior dificilmente se vê. Se essas fotos são tiradas exclusivamente com iluminação natural, isso acontece porque a luz que:
a) vem da parte submersa do corpo das nadadoras atinge a câmara, mas a luz que vem de fora da água não atravessa a água, devido à reflexão total;
b) vem da parte submersa do corpo das nadadoras atinge a câmara, mas a luz que vem de fora da água é absorvida pela água;
c) vem da parte do corpo das nadadoras que está fora da água é desviada ao atravessar a água e não converge para a câmara, ao contrário da luz que vem da parte submersa;
d) emerge da câmara ilumina a parte submersa do corpo das nadadoras, mas a parte de fora da água não, devido ao desvio sofrido pela luz na travessia da superfície;
e) emerge da câmara ilumina a parte submersa do corpo das nadadoras, mas a parte de fora da água não é iluminada devido à reflexão total ocorrida na superfície.

4 *(UFSC)* A figura abaixo mostra um lápis de comprimento AB, parcialmente imerso na água e sendo observado por um estudante.

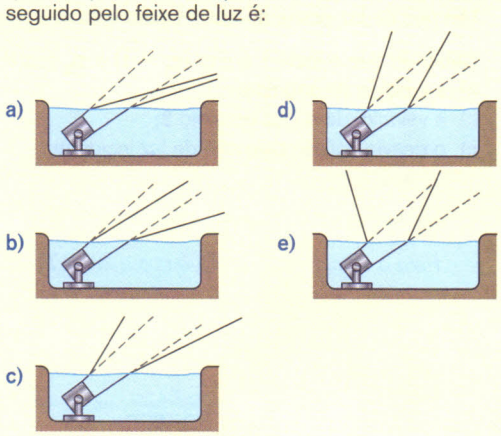


Indique a(s) proposição(ões) correta(s) e dê a sua soma.
01. O estudante vê o lápis "quebrado" na interface ar-água, sendo o fenômeno explicado pelas leis da reflexão.
02. O estudante vê o lápis "quebrado" na interface ar-água porque o índice de refração da água é maior do que o do ar.
04. O feixe luminoso proveniente do ponto **B** ao passar da água para o ar se afasta da normal, sofrendo desvio.
08. O observador vê o lápis "quebrado" na interface ar-água porque a luz sofre dispersão ao passar do ar para a água.
16. O ponto **B'**, visto pelo observador, é uma imagem virtual.

5 *(UFSCar-SP)* Um canhão de luz foi montado no fundo de um laguinho artificial. Quando o lago se encontra vazio, o feixe produzido corresponde ao representado na figura.

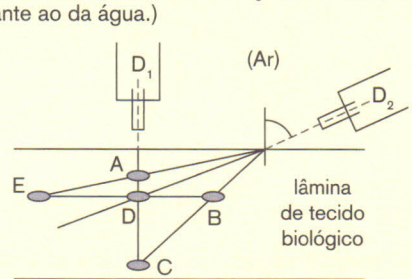


Quando cheio de água, uma vez que o índice de refração da luz na água é maior que no ar, o esquema que melhor representa o caminho a ser seguido pelo feixe de luz é:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

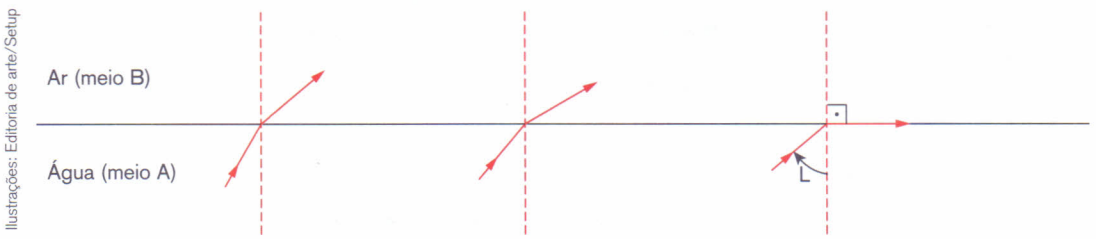
6 *(Fuvest-SP)* Dois sistemas ópticos, D_1 e D_2, são utilizados para analisar uma lâmina de tecido biológico a partir de direções diferentes. Em uma análise, a luz fluorescente, emitida por um indicador incorporado a uma pequena estrutura, presente no tecido, é captada, simultaneamente, pelos dois sistemas, ao longo das direções tracejadas. Levando-se em conta o desvio da luz pela refração, dentre as posições indicadas, aquela que poderia corresponder à localização real dessa estrutura no tecido é:
(Suponha que o tecido biológico seja transparente à luz e tenha índice de refração uniforme, semelhante ao da água.)



a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

Ângulo limite – reflexão total

Ao passar de um meio mais refringente para outro meio menos refringente, um raio de luz se refrata afastando-se da normal. Considere como exemplo um raio de luz passando da água (meio *A*) para o ar (meio *B*).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Na figura representativa, observe que os raios refratados se afastam cada vez mais da normal à medida que ocorre um aumento do ângulo de incidência até chegar a uma situação limite em que o ângulo de refração é 90°. Nessa situação, em que o ângulo de incidência no meio mais infringente corresponde a um ângulo de refração de 90° denomina-se **ângulo limite L** de incidência.

De acordo com a lei de Snell-Descartes:

$n_A \cdot \text{sen } i = n_B \cdot \text{sen } r \Rightarrow n_A \cdot \text{sen } L = n_B \cdot \text{sen } 90°$

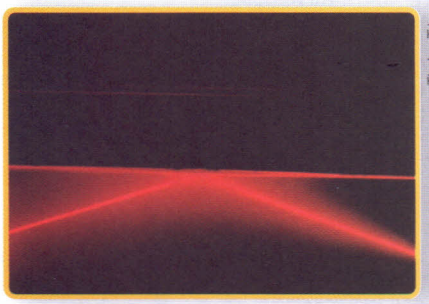
Como sen 90° = 1, temos:

$$\text{sen } L = \frac{n_B}{n_A} = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

No caso de a incidência ocorrer por um ângulo superior ao ângulo limite, não haverá refração e a luz incidente será totalmente refletida. Esse fenômeno é denominado **reflexão total**.

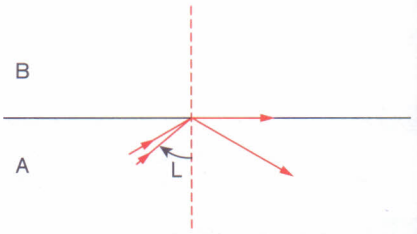
Na reflexão total, são satisfeitas as seguintes condições:

- a luz deve se propagar do meio mais refringente para o meio menos refringente;
- o ângulo de incidência deve ser maior que o ângulo limite: $i > L$.



Thales Trigo

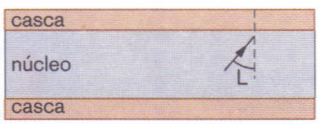
No arranjo experimental, parte da luz incidente na superfície saindo paralela a esta (situação limite) e outra parte sofrendo reflexão total.



Sendo $i > L$, o raio de luz sofre reflexão total.

Aplicações

1 (*Fatec-SP*) Uma fibra óptica é uma estrutura cilíndrica feita de vidro, constituída, basicamente, de dois materiais diferentes que compõem o núcleo e a casca, como pode ser visto em corte na figura a seguir.



Sua propriedade de guiamento dos feixes de luz está baseada no mecanismo da reflexão interna total da luz que ocorre na interface núcleo-casca. Designando por $n_{núcleo}$ e n_{casca} os índices de refração do núcleo e da casca, respectivamente, analise as afirmações abaixo, que discutem as condições para que ocorra a reflexão interna total da luz.

I. $n_{núcleo} > n_{casca}$

II. Existe um ângulo **L**, de incidência na interface núcleo-casca, tal que

$$\text{sen } L = \frac{n_{casca}}{n_{núcleo}}.$$

III. Raios de luz com ângulos de incidência $\theta > L$ sofrerão reflexão interna total, ficando presos dentro do núcleo da fibra.

Quais dessas afirmações são verdadeiras?

Resolução:

Para que ocorra o fenômeno da reflexão total da luz, no interior da fibra óptica, duas condições devem ser satisfeitas:

1. A luz deve propagar-se do meio mais refringente para o meio menos refringente ($n_{núcleo} > n_{casca}$).

2. O ângulo de incidência da luz deve ser superior ao ângulo limite de incidência para o dioptro núcleo-casca ($i > L$).

O ângulo-limite de incidência, para o diptro núcleo-casca, é dado por:

$$sen\ L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} \Rightarrow sen\ L = \frac{n_{casca}}{n_{núcleo}}$$

Portanto, as afirmações I, II e III estão corretas.

2 Um ponto luminoso encontra-se no fundo de um tanque de profundidade igual a 1 m, contendo um líquido de índice de refração 2. Determine o raio da região circular luminosa formada na superfície do líquido.

Resolução:

Somente um feixe cônico de abertura angular 2L consegue passar para o ar, isto é, a luz sai pela superfície através de uma região circular de raio 2r. No contorno dessa região, os raios incidem com ângulo igual ao ângulo limite. Os raios que incidem segundo um ângulo maior que o limite sofrem reflexão total.

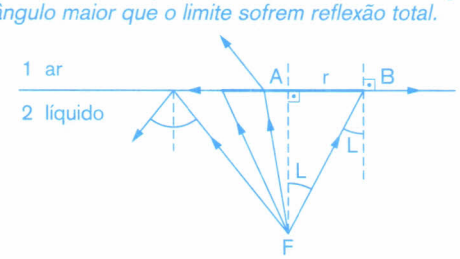
$$n_2 \cdot sen\ L = n_1 \cdot sen\ 90°$$

$$2 \cdot sen\ L = 1 \cdot 1$$

$$sen\ L = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 30°$$

No ΔFAB, temos:

$$tg\ 30° = \frac{r}{1} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{r}{1} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{3}\ m$$

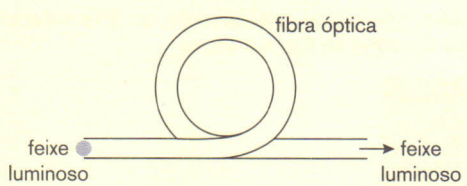


Atividades

1 Para uma luz monocromática, o índice de reflexão absoluto de um líquido é $\sqrt{2}$. Determine o ângulo limite da luz ao se propagar do líquido para o ar.

2 É possível impedir que a luz emitida por uma fonte luminosa colocada no fundo de uma piscina se propague no ar?

3 *(UFRN)* Uma fibra óptica, mesmo encurvada, permite a propagação de um feixe luminoso em seu interior, de uma extremidade a outra, praticamente sem sofrer perdas (veja a figura):



Representação esquemática da propagação.

A explicação física para o fato acima descrito é a seguinte:

Como o índice de refração da fibra óptica, em relação ao índice de refração do ar, é:

a) baixo, ocorre a reflexão interna total;

b) alto, ocorre a reflexão interna total;

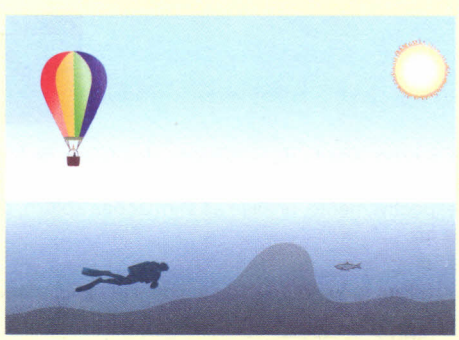
c) alto, a refração é favorecida, dificultando a saída do feixe pelas laterais;

d) baixo, a refração é favorecida, dificultando a saída do feixe pelas laterais.

4 *(Ecmal-AL)* Se o ângulo limite para uma luz que se propaga de um líquido para o ar é igual a 30°, então o índice de refração desse líquido é:

a) 5 **b)** 4 **c)** 3 **d)** 2 **e)** 1

5 *(UFMG)* Na figura, vê-se uma mergulhadora nadando, durante um dia ensolarado, no fundo de um lago de águas calmas e transparentes. Nesse mesmo lago, também há um peixe passando atrás de uma rocha. Sobrevoando o lago, há um balão.

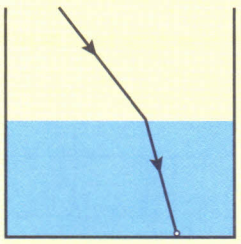


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando essas informações, responda:

Qual dos três objetos – peixe, Sol e balão – a mergulhadora poderá enxergar de onde está? Indique, na figura, a direção aproximada em que a mergulhadora verá esse(s) objeto(s). Justifique sua resposta.

6 *(UFPel-RS)* Um raio de luz monocromática vermelha propaga-se no ar, penetra na água e vai incidir sobre o diamante de um anel perdido no fundo de um aquário, como mostra a figura abaixo. Para a luz considerada, os índices de refração absolutos das substâncias envolvidas são $n_{ar} = 1{,}0$, $n_{água} = 1{,}3$ e $n_{diamante} = 2{,}4$.

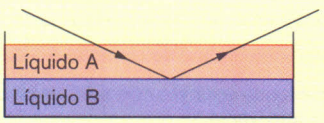


Considerando a situação proposta, responda às seguintes perguntas e justifique suas respostas.

a) A velocidade de propagação da luz na água é maior, menor ou igual à velocidade da luz no ar?

b) Poderá ocorrer reflexão total do raio de luz que incide no diamante do anel?

7 *(UFG-GO)* Deseja-se realizar uma experiência de reflexão total na interface entre dois líquidos imiscíveis, usando um feixe de luz monocromática que incide de cima para baixo, como ilustrado na figura.



Dispõe-se dos seguintes líquidos:

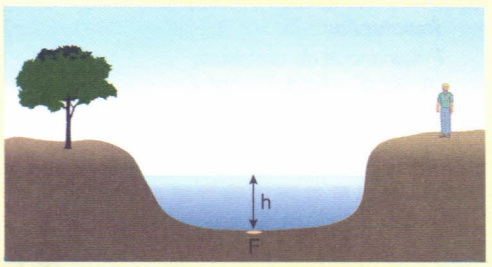
Líquido	Índice de refração (n)	Densidade ρ (g/cm³)
1	1,33	1,00
2	1,50	0,87
3	1,40	1,25
4	1,45	0,80

Com base nesses dados, pode-se concluir que os líquidos **A** e **B** são, respectivamente,

a) 1 e 2 c) 2 e 3 e) 3 e 4

b) 1 e 3 d) 2 e 4

8 *(UFF-RJ)* Um lago artificial, de profundidade h = 80 cm, contém um líquido (mistura de água com produtos químicos transparentes). Para embelezá-lo, colocou-se no fundo uma fonte puntiforme de luz monocromática **F** conforme ilustra a figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Um observador nota que a luz emerge formando um grande círculo sobre a superfície do líquido.

Considerando que os índices de refração do ar e do líquido são, respectivamente, 1,0 e $\sqrt{2}$, e sabendo que a velocidade da luz no ar é de $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, determine:

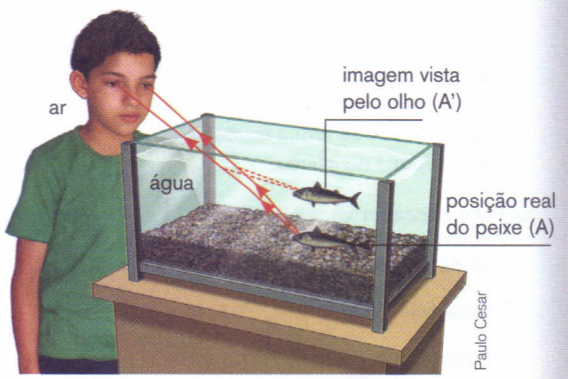
a) A velocidade de propagação da luz no líquido.

b) O diâmetro do maior círculo que poderá ser formado sobre a superfície do líquido.

Dioptro plano

Dioptro plano é um sistema constituído por dois meios transparentes de refringências diferentes, com uma superfície plana de separação. Todos os exemplos vistos até aqui foram de dioptros planos. Vamos agora tirar mais uma interessante propriedade deles.

Consideremos o dioptro plano constituído pelo sistema ar-água, um aquário, representado na figura ao lado. Vamos estudar a situação em que o objeto, um peixe, está situado na água e o observador no ar.



Paulo Cesar

Esse esquema representa uma pessoa no ar (observador) enxergando um peixe (objeto) localizado na água. Observe que a imagem do peixe é virtual e mais próxima da superfície.

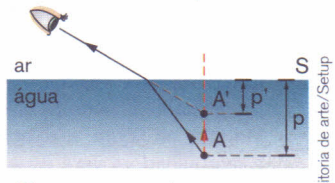
Para pequenos ângulos de incidência, isto é, quando o objeto é observado em incidência praticamente perpendicular, vale a equação:

$$\frac{n_{observador}}{n_{objeto}} = \frac{p'}{p}$$

em que:

p: distância do objeto à superfície

p': distância da imagem à superfície



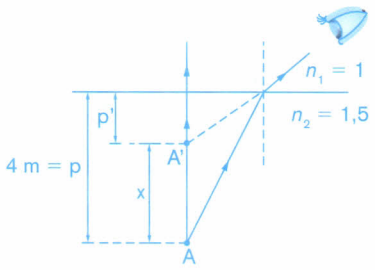
Observe que a imagem do peixe A' é virtual e mais próxima da superfície S.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Dessa forma, podemos concluir que, na situação em que o observador está no meio menos refringente, ele verá a imagem do objeto mais próxima da separação dos meios e, na situação em que ele estiver no meio mais refringente, a imagem se mostrará mais distante.

Aplicação

Um tanque tem 6,0 m de profundidade e está cheio de um líquido de índice de refração igual a 1,5. Uma pessoa olha numa direção normal à superfície do líquido. Determine, para essa pessoa, a elevação aparente da profundidade do tanque.



Resolução:

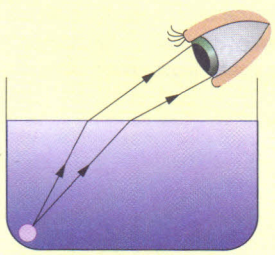
Pelos dados do problema:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{1,5} = \frac{p'}{6,0} \Rightarrow p' = 4\ m$$

Elevação aparente: $x = p - p' \Rightarrow x = 6 - 4 \Rightarrow x = 2\ m$

Atividades

1 *(Cefet-BA)* A figura abaixo mostra a trajetória de raios luminosos que partem de um pequeno objeto colocado dentro da água e atingem a retina de um observador.



A imagem vista pelo observador:

a) é real e se forma abaixo do objeto.
b) é virtual e se forma abaixo do objeto.
c) é real e se forma acima do objeto.
d) é virtual e se forma acima do objeto.
e) se forma no infinito.

2 Um pescador vê um peixe num lago. O peixe encontra-se a 2 m da superfície livre da água e os olhos do pescador estão a 1,80 m dessa mesma superfície. $\left(\text{Dados: } n_{ar} = 1;\ n_{água} = \frac{4}{3}.\right)$

Determine:

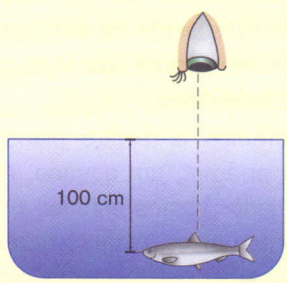
a) a profundidade aparente em que o pescador vê o peixe;
b) a altura aparente em que o peixe vê os olhos do pescador.

3 Um mergulhador, que se encontra dentro da água de um lago cujo índice de refração é $\frac{4}{3}$, olha para um pássaro que está voando a 60 m de altura em relação à superfície.

a) Qual a altura aparente do pássaro?
b) Qual a elevação aparente do pássaro?

4 *(UECE)* Um peixe encontra-se a 100 cm da superfície da água, na mesma vertical que passa pelo olho do observador, como é mostrado na figura a seguir. O índice de refração da água é $\frac{4}{3}$.

A imagem do peixe, conjugada pelo dioptro água-ar e vista pelo observador, é:



a) real, situada na água, à profundidade de 75 cm.

b) virtual, situada no ar, 20 cm acima da superfície da água.

c) virtual, situada na água, à profundidade de 75 cm.

d) real, situada na água, à profundidade de $\frac{4}{3}$ m.

5 *(UEL-PR)* Do alto de uma árvore à beira de um lago, um menino enxerga um peixe a uma profundidade aparente de 1,0 m. Se o índice de refração da água é n = 1,3, a profundidade real do peixe é, em metros:

a) 0,3 b) 0,7 c) 1,0 d) 1,3 e) 2,3

6 *(UFRJ)* Temos dificuldade em enxergar com nitidez debaixo da água porque os índices de refração da córnea e das demais estruturas do olho são muito próximos do índice de refração da água $\left(n_{água} = \frac{4}{3}\right)$. Por isso usamos máscaras de mergulho, o que interpõe uma pequena camada de ar ($n_{ar} = 1$) entre a água e o olho. Um peixe está a uma distância de 2,0 m de um mergulhador.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Suponha o vidro da máscara plano e de espessura desprezível. Calcule a que distância o mergulhador vê a imagem do peixe. Lembre-se que para ângulos pequenos sen (a) > tg (a).

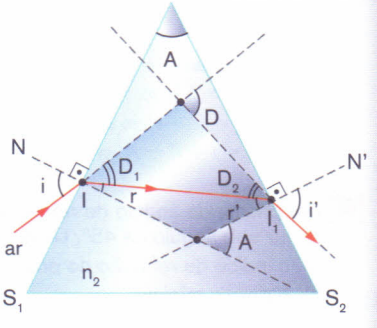
Prisma óptico

Photodisc/Getty Images

Na confecção de binóculos potentes, de periscópios usados em submarinos e de máquinas fotográficas, em vez de espelhos para desviar a luz dentro desses aparelhos usam-se prismas ópticos.

Prisma óptico é todo meio homogêneo, transparente e limitado por duas superfícies planas não paralelas. Sua finalidade principal é desviar convenientemente os raios de luz que incidem sobre uma das faces. É importante destacar que o funcionamento dos prismas é baseado nas leis da refração, empregadas conforme a geometria de cada prisma e atendendo a cada finalidade.

Consideremos um prisma de ângulo de refringência **A** e índice de refração absoluto $\mathbf{n_2}$ imerso no ar (n = 1). Sobre uma das faces incide um raio de luz monocromática, formando um ângulo **i** com a normal.



i: ângulo de incidência na 1ª face
r: ângulo de refração na 1ª face
r': ângulo de incidência na 2ª face
i': ângulo de refração na 2ª face ou ângulo de emergência
D_1: desvio angular na 1ª face $\Rightarrow D_1 = i - r$
D_2: desvio angular na 2ª face $\Rightarrow D_2 = i' - r'$
D: desvio angular total; ângulo formado pelas direções de incidência e de emergência da luz no prisma.
A: ângulo de abertura ou ângulo de refrigência

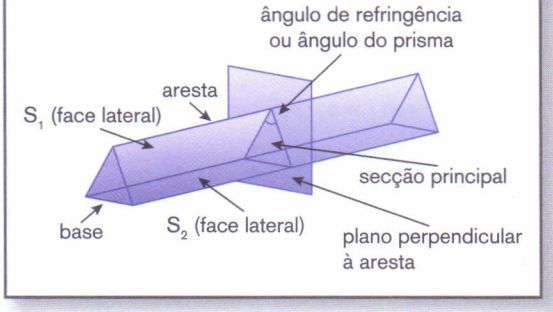
Equações do prisma

a) Abertura **A**

Sendo as normais perpendiculares às faces do prisma, o ângulo formado por elas é também **A**. Como o ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes, temos:

$$A = r + r'$$

Elementos do prisma



b) Desvio angular total **D**

Da mesma forma, temos: $D = D_1 + D_2 \Rightarrow D = (i - r) + (i' - r') \Rightarrow D = i + i' - (r + r')$

$$D = i + i' - A$$

Aplicações

1 Um prisma de vidro tem índice de refração $\sqrt{2}$ e ângulo de abertura 75°. Um raio de luz monocromática, propagando-se no ar, incide numa das faces do prisma sob ângulo de 45° com a normal. Calcule o:

a) ângulo de refração na 1ª face;

b) desvio angular na 1ª face;

c) ângulo de incidência na 2ª face;

d) ângulo de refração na 2ª face;

e) desvio angular na 2ª face;

f) desvio angular total.

Dados: $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$, $\text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Resolução:

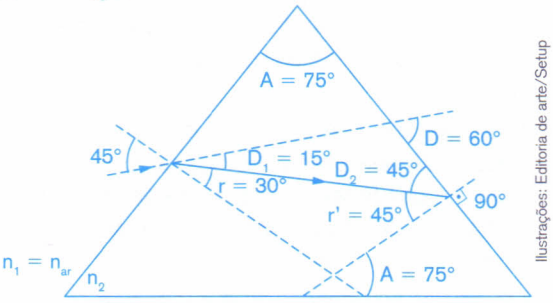
Dados: $A = 75°$; $n_2 = \sqrt{2}$; $n_{ar} = 1$; $i = 45°$

a) $n_{ar} \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r \Rightarrow n_{ar} \cdot \text{sen } 45° = n_2 \cdot \text{sen } r$

$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \text{sen } r \Rightarrow \text{sen } r = \frac{1}{2}$ logo: $r = 30°$

b) $D_1 = i - r \Rightarrow D_1 = 45° - 30° \Rightarrow D_1 = 15°$

c) $A = r + r' \Rightarrow 75° = 30° + r'$ logo: $r' = 45°$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

d) $n_2 \cdot \text{sen } r' = n_{ar} \cdot \text{sen } i' \Rightarrow n_2 \cdot \text{sen } 45° = n_{ar} \cdot \text{sen } i' \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot \text{sen } i'$
$\text{sen } i' = 1$ logo: $i' = 90°$

e) $D_2 = i' - r' \Rightarrow D_2 = 90° - 45° \Rightarrow D_2 = 45°$

f) $D = i + i' - A \Rightarrow D = 45° + 90° - 75°$ logo: $D = 60°$

2 Um prisma de ângulo de refringência 60° apresenta desvio angular mínimo quando sofre a incidência de um raio de luz sob ângulo de 45°. Determine:

a) o índice de refração do prisma;

b) o desvio mínimo.

Dado: $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$

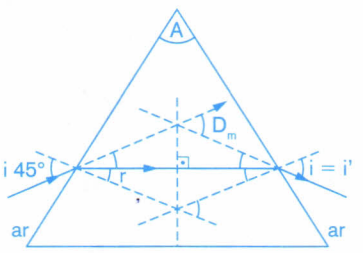
Resolução:

Dados: $A = 60°$; $i = 45°$

a) $A = 2r \Rightarrow 60° = 2r \Rightarrow r = 30°$

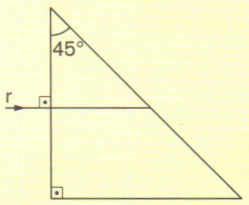
$n_{ar} \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r \Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = \sqrt{2}$

b) $D_m = 2i - A \Rightarrow D_m = 2 \cdot 45° - 60° \Rightarrow D_m = 30°$



Atividades

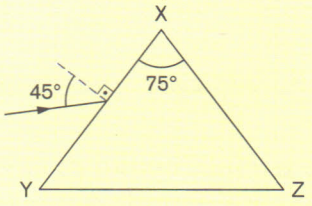
1 *(Unifor-CE)* Um raio de luz r incide na face de um prisma, de material transparente, conforme está indicado no esquema. O ângulo limite de refração para o ar é 41°.



Esse raio de luz vai:

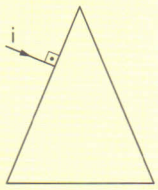
a) passar para o ar na segunda face do prisma, aproximando-se da normal;
b) incidir na segunda face do prisma e refletir formando um ângulo de reflexão igual a 45°;
c) incidir na segunda face do prisma e refletir sobre si mesmo;
d) incidir na segunda face do prisma e refletir formando um ângulo de reflexão igual a 22,5°;
e) passar para o ar na segunda face do prisma, afastando da normal.

2 Um raio luminoso monocromático penetra na face **XY** de um prisma de vidro, imerso no ar, conforme a figura a seguir. O índice de refração absoluto do prisma e do ar valem, respectivamente, $\sqrt{2}$ e 1.

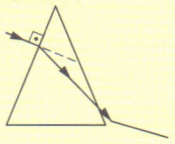
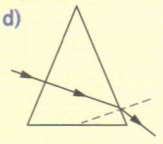
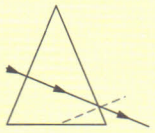
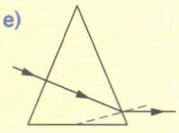
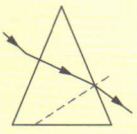


a) Qual o desvio angular na 1ª face?
b) Qual o ângulo de emergência?
c) Determine o desvio angular total sofrido pelo raio incidente.

3 *(UFF-RJ)* Um raio luminoso I, propagando-se no ar, incide perpendicularmente na face de um prisma triangular de vidro, conforme indica a figura abaixo.



Indique a opção que apresenta uma possível trajetória para o raio luminoso, após penetrar no prisma.

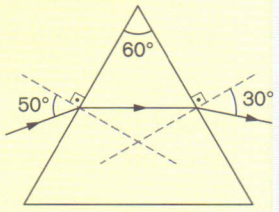
a) 
d) 
b) 
e) 
c) 

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4 *(UEL-PR)* A figura ao lado representa um raio de luz que atravessa um prisma.

O desvio sofrido por esse raio de luz, em graus, vale:

a) 20 d) 60
b) 30 e) 90
c) 50

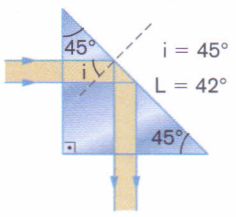


Prismas de reflexão total

Os prismas de reflexão total têm a finalidade de mudar a direção de propagação da luz, fazendo que, dentro do prisma, a luz sofra uma ou mais reflexões totais. Os mais comuns são aqueles cuja seção principal é um triângulo retângulo isósceles, de vidro, com índice de refração 1,6, e o ângulo limite, quando imerso no ar, é igual a 42°.

Prisma de Amici

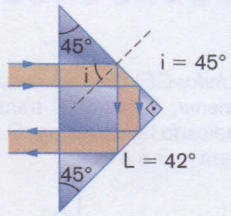
Os raios incidentes penetram no prisma, pois são perpendiculares à face de entrada. Dentro do prisma, eles incidem na face oblíqua com ângulo maior do que o ângulo limite. Após a reflexão total, os raios emergem perpendicularmente à face inferior. O desvio sofrido pela luz entre a incidência e a emergência é de 90°.



Os raios incidentes sofrem desvio de 90°.

Prisma de Porro

Neste caso os raios experimentam duas reflexões totais e emergem na mesma direção, porém com sentidos opostos aos raios incidentes. Com esse prisma, a luz é desviada em 180°.



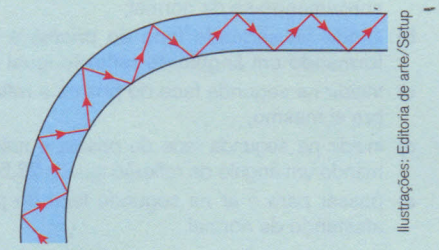
Os raios incidentes sofrem desvio de 180°.

Saiba mais sobre...

O FUNCIONAMENTO DA FIBRA ÓPTICA

O fenômeno da reflexão total permite que a luz siga uma trajetória curva em uma guia (um tubo) de qualquer forma geométrica.

Uma vez dentro do tubo, a luz incidirá na face interna das paredes em um ângulo superior ao limite e ficará aprisionada seguindo todas as curvas, até a saída na abertura final.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Trajetória da luz dentro de uma fibra óptica.

As fibras ópticas são fios transparentes, muito finos e flexíveis, capazes de "canalizar" a luz sem muitas perdas. As fibras ópticas mais conhecidas são as de vidro entubado em agulhas longas e finas; elas são geralmente agrupadas em pequenos maços.

Entre as aplicações mais significativas, podemos citar seu emprego na área da medicina para transmitir um feixe de luz *laser* na cirurgia dos olhos.

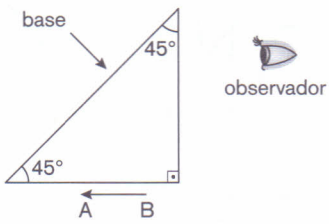
Utilizando as fibras ópticas, podem-se reproduzir, no terminal oposto ao de entrada, imagens de desenhos ou de coisas, permitindo a exploração e o controle de zonas de um ambiente inacessível à observação direta.

Photodisc/Getty Images

A luz "canalizada" não atravessa a superfície lateral da fibra óptica, emergindo apenas na sua extremidade.

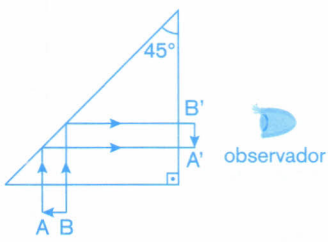
Aplicações

1 Na figura abaixo, estão representados um prisma retangular, cujos ângulos da base são iguais a 45°, um objeto **AB** e o olho de um observador. Por conta do fenômeno da reflexão total, os raios de luz provenientes do objeto são refletidos na base do prisma, que funciona como um espelho plano. Obtenha a imagem **A'B'** vista pelo observador do objeto **AB**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

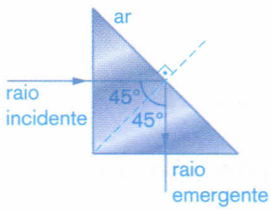
Resolução:



Note que a orientação da imagem é diferente da orientação do objeto.

2 Determine, para o raio incidente esquematizado, o valor do índice de refração do prisma a partir do qual ocorre a reflexão total na face hipotenusa.

Dados: $\text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $n_{ar} = 1$



Resolução:

O ângulo sob o qual o raio incide na segunda face do prisma deve ser maior que o ângulo limite. Assim, $45° > L \Rightarrow \text{sen } 45° > \text{sen } L$. Então:

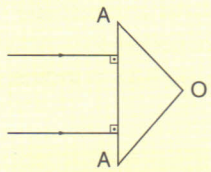
$$\text{sen } 45° > \frac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{n_p}, \text{ pois sen } L = \frac{1}{n_p}. \text{ Portanto, } n_p > \sqrt{2}.$$

Resposta: $n_p > \sqrt{2}$

Atividades

1 *(UFSCar-SP)* O prisma da figura está colocado no ar e o material de que é feito tem um índice de refração igual a $\sqrt{2}$. Os ângulos **A** são iguais a 30°. Considere dois raios de luz incidentes perpendiculares à face maior.

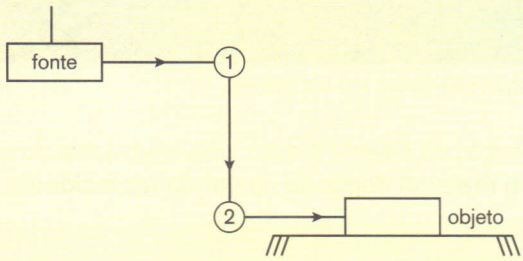


a) Calcule o ângulo com que os raios emergem do prisma.

b) Qual deve ser o índice de refração do material do prisma para que haja reflexão total nas faces OA?

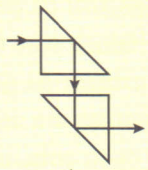
2 *(UFF-RJ)* Considere a situação da figura a seguir, em que se tem uma fonte de luz *laser*, monocromática, sendo utilizada para iluminar o objeto.

Para que o trajeto do raio luminoso seja o indicado, prismas retos, representados por (1) e (2), são ali colocados.

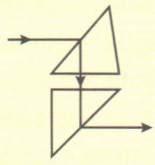


Assinale a alternativa que melhor representa as posições corretas desses prismas.

a)

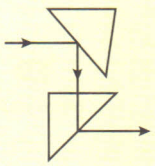


b)

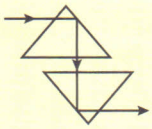


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

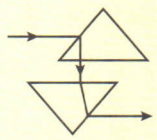
c)



d)

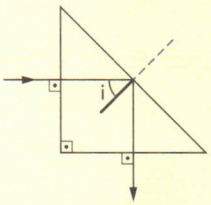


e)

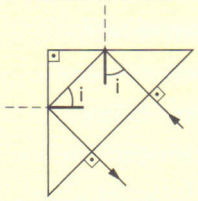


3 *(UniCEUB-DF)* A figura a seguir representa dois prismas de reflexão total:

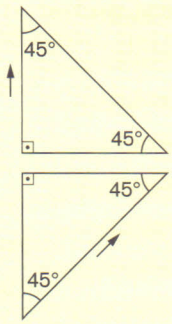
Prisma de Amici



Prisma de Porro



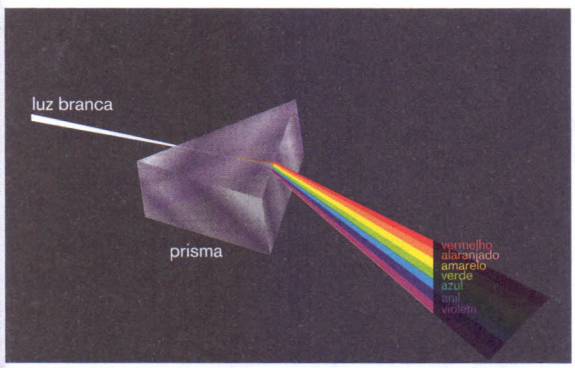
Em razão do fenômeno da reflexão total nos prismas citados, indique, respectivamente, as imagens das setas refletidas por eles nas situações abaixo.



a) → e ↘
b) ← e ↗
c) ↑ e ↓
d) ↓ e ↖
e) ← e ↙

Dispersão da luz

A dispersão da luz consiste na decomposição da luz branca nas cores presentes no arco-íris. Fazendo incidir luz branca (luz do Sol) na face de um prisma óptico (num dos cantos de um aquário com água, por exemplo), veremos emergir da face oposta do prisma um pincel de luz colorido com as cores na seguinte ordem:



Dispersão da luz em um prisma.

A faixa luminosa colorida em que a luz branca se subdivide foi denominada, por Isaac Newton, como **espectro visível**.

A experiência permite constatar que a luz vermelha é a que sofre menor desvio e a luz violeta é a que mais se desvia. Os diferentes desvios decorrem das diferentes velocidades de propagação nos meios materiais transparentes. A luz vermelha sofre o menor desvio porque no interior do prisma sua velocidade de propagação é maior que da violeta. Como o índice de refração **n** de um meio material transparente é inversamente proporcional à velocidade de propagação **v** da luz desse meio, podemos concluir que o índice de refração do material é maior para a luz violeta do que para a luz vermelha, ou seja, o **índice de refração de um material depende da cor da luz incidente**.

$$v_{vermelha} > v_{violeta} \Rightarrow n_{vermelha} < n_{violeta}$$

A manifestação mais espetacular da dispersão da luz é o arco-íris. Quando a luz solar penetra numa gota de água, parte da luz é refratada para o interior da gota, sendo então refletida na superfície interna e novamente refratada para o exterior da gota. Assim como acontece num prisma, a primeira refração dispersa a luz nas suas componentes e a segunda acentua a dispersão realizada na primeira superfície.

Na primeira refração, em cada gota, a luz violeta é a mais desviada, enquanto a luz vermelha é a menos desviada.

Na configuração final do arco-íris, observamos no anel mais externo a luz vermelha e no anel mais interno a luz violeta. As outras cores são percebidas nos anéis intermediários.

No arco-íris, milhões de gotas como estas produzem o espectro da luz solar.

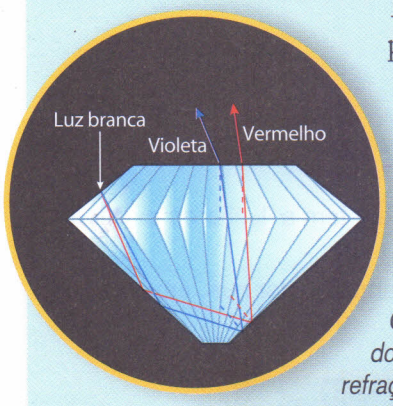
Saiba mais sobre...

O BRILHO DO DIAMANTE

O diamante, material com o maior índice de dureza na natureza, tem índice de refração 2,4 e ângulo limite menor do que qualquer outro material, cerca de 24,5°, que varia ligeiramente para cores diferentes. Lapidada com 58 faces, a pedra preciosa recebe o nome de brilhante.

Depois de lapidada, a maior parte da luz que entra na pedra preciosa é totalmente refletida internamente por muitas vezes, antes de finalmente incidir sobre uma face com ângulo inferior a 24,5°, de maneira que se refrata, emerge e apresenta uma grande dispersão.

Como resultado da reflexão total e da dispersão da luz branca, o diamante apresenta um lampejar de *flashes* coloridos.

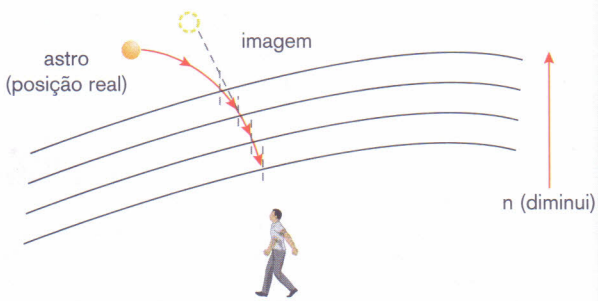


Os raios que incidem na superfície interna com ângulos maiores do que o ângulo limite sofrem reflexão interna total e emergem, por refração, pela superfície superior do diamante.

Refração da luz na atmosfera

Por vezes, num mesmo meio de propagação pode haver diferenças de densidade, provocando modificações na forma como a luz se propaga. É o que pode ocorrer, por exemplo, na atmosfera, onde se formam camadas de ar superpostas com densidades diferentes entre si. Em situações como essas, o desvio da luz também pode ocorrer, pois, quando varia a densidade do meio de propagação, varia também o índice de refração do meio.

O índice de refração dessas camadas de ar diminui com o aumento da altitude. Por isso, um raio de luz proveniente de um astro ao atravessar a atmosfera segue uma trajetória curvilínea e, ao ser observado da Terra, é visto não propriamente em sua posição real, mas numa posição aparente produzida pela refração da luz na atmosfera.



Um raio de luz proveniente do astro sofre sucessivas refrações nas camadas de ar, aproximando-se da normal, e sua imagem se apresenta numa posição mais elevada.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Por causa da refração atmosférica, o Sol pode ser visto depois que ultrapassa a linha do horizonte, no poente.

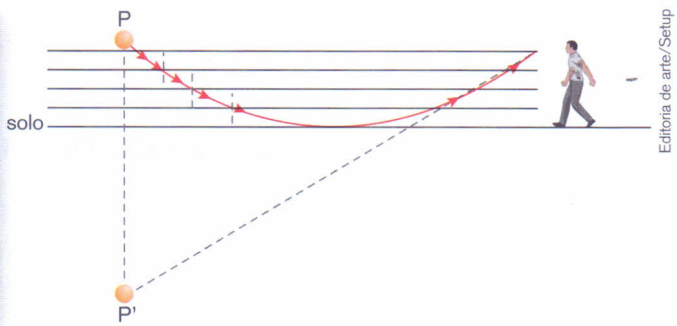
As miragens ocorrem em virtude desse desvio da luz por camadas de ar com diferentes densidades. O caso mais comum é a observação da aparente existência de água próxima ao solo muito quente.

Miragem é uma expressão genérica para designar ilusões ópticas provocadas principalmente por efeitos atmosféricos. Portanto, não é, como muita gente erroneamente pensa, um delírio mental.

A densidade e o índice de refração de um meio de propagação da luz diminuem com o aumento da temperatura. Em dias quentes, as camadas de ar nas proximidades do solo são mais quentes que as camadas superiores.

Portanto, os raios de luz provenientes de pontos elevados atravessam camadas de ar de índice de refração cada vez menores, afastando-se das normais.

Damien Lovegrove/SPL/Latinstock



Editoria de arte/Setup

Deserto no Egito, onde se observa ao fundo uma miragem de solo molhado.

A incidência alcança o ângulo limite e há reflexão total. Um observador, recebendo os raios refratados, vê o ponto *P* no simétrico *P'* e a imagem invertida.

Como o observador vê o objeto e a imagem ao mesmo tempo, ele tem a ilusão de existir água no solo refletindo a luz.

Esse fenômeno ocorre com frequência nos desertos e explica, também, por que, em dias quentes, nas estradas, temos a impressão de que elas estão molhadas.

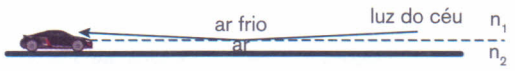
Jon Van de Grift/Visuals Unlimited/Imageplus

A aparência molhada da pista se deve à refração e reflexão total da luz vinda do céu ao atravessar as camadas de ar com diferentes temperaturas e, portanto, diferentes índices de refração.

Aplicação

(Unicamp-SP) Ao vermos miragens, somos levados a pensar que há água no chão de estradas. O que vemos é, na verdade, a reflexão da luz do céu por uma camada de ar quente próxima ao solo. Isso pode ser explicado por um modelo simplificado como o da figura abaixo, onde n representa o índice de refração. Numa camada próxima ao solo, o ar é aquecido diminuindo assim seu índice de refração n_2.

Considere a situação na qual o ângulo de incidência é de 84°. Adote $n_1 = 1{,}010$ e use a aproximação sen 84° = 0,995.



a) Qual deve ser o máximo valor de n_2 para que a miragem seja vista? Dê a resposta com três casas decimais.

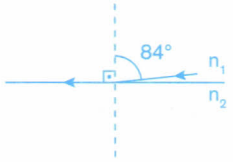
b) Em qual das camadas (1 ou 2) a velocidade da luz é maior? Justifique sua resposta.

Resolução:

a) Tratando-se de um fenômeno de reflexão total, conclui-se que o meio 1 é mais refringente que o 2 ($n_1 > n_2$). O valor máximo de n_2, para a situação apresentada, é obtido admitindo-se que 84° correspondam ao ângulo limite de incidência (L).

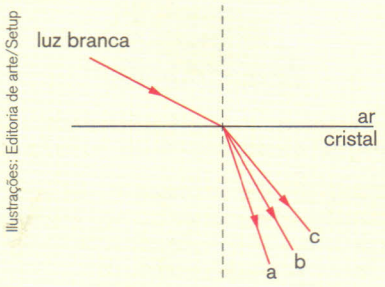
$n_1 \text{ sen } 84° = n_2 \text{ sen } 90° \Rightarrow 1{,}010 \cdot 0{,}995 = n_2 \cdot 1 \Rightarrow n_2 = 1{,}005$

b) Como o índice de refração absoluto de um meio é dado por $n_2 = \frac{c}{v}$ (c: velocidade da luz no vácuo e v: velocidade da luz no meio) e sendo $n_1 > n_2$, concluímos que $v_1 < v_2$. Portanto, a velocidade da luz é maior na camada 2.



Atividades

1 *(UMC-SP)* Quando um feixe de luz branca incide sobre a superfície de separação do ar com um cristal, como na figura, a luz se dispersa porque o índice de refração do cristal depende da cor (ou da frequência) da luz componente da luz branca.

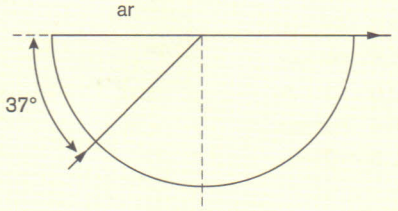


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sendo $n_1 = 1{,}26$; $n_2 = 1{,}35$ e $n_3 = 1{,}60$, respectivamente, os índices de refração do cristal para as cores vermelha, amarela e azul, podemos afirmar sobre a cor dos raios refratados da figura que:

a) a é azul, b é vermelho e c é amarelo;
b) a é azul, b é amarelo e c é vermelho;
c) a é vermelho, b é azul e c é amarelo;
d) a é vermelho, b é amarelo e c é azul;
e) a é amarelo, b é azul e c é vermelho.

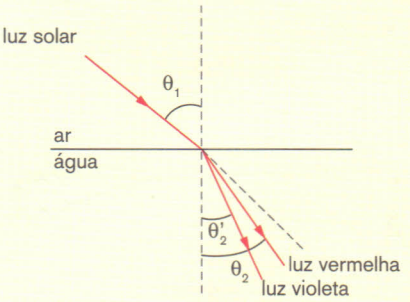
2 *(OBF)* Em uma experiência de laboratório de física um feixe estreito de luz foi direcionado para incidir normalmente à superfície curva de uma peça semicilíndrica feita de um material transparente e considerado opticamente homogêneo e isótropo. O trajeto do raio luminoso que caracteriza o feixe está representado no desenho.



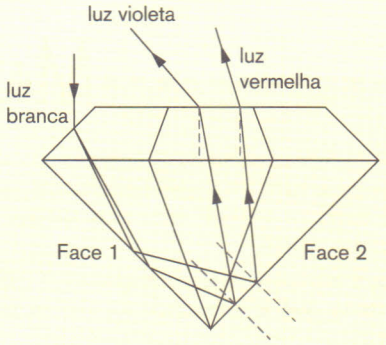
O índice de refração do material do semicilindro em relação ao ar é um valor próximo de:

a) 1,2 **c)** 1,7 **e)** 1,5
b) 1,3 **d)** 1,4

3 *(PUC-SP)* Quando a luz solar "branca" atinge a superfície de separação entre dois meios, por exemplo, ar e água, o desvio sofrido por cada uma de suas cores é desigual, sendo que, na água, a luz vermelha é a que menos se desvia e a luz violeta a que se desvia mais (ver figura). Qual das duas componentes se desloca na água com maior velocidade? Justifique.



4 *(PUC-SP)* A figura mostra a trajetória de um feixe de luz branca que incide e penetra no interior de um diamante.



Sobre a situação fazem-se as seguintes afirmações:

I. A luz branca ao penetrar no diamante sofre refração e se dispersa nas cores que a constituem.

II. Nas faces 1 e 2 a luz incide num ângulo superior ao ângulo limite (ou crítico) e por isso sofre reflexão total.

III. Se o índice de refração absoluto do diamante, para a luz vermelha, é 2,4 e o do ar é 1, certamente o ângulo limite nesse par de meios será menor que 30°, para a luz vermelha.

Em relação a essas afirmações, pode-se dizer que:

a) são corretas apenas I e II.
b) são corretas apenas II e III.
c) são corretas apenas I e III.
d) todas são corretas.
e) nenhuma é correta.

5 *(Ufop-MG)* A partir dos fenômenos da reflexão, da refração e da dispersão da luz, explique a formação do arco-íris, que ocorre durante e após a chuva. Procure ilustrar a resposta com desenhos representando os raios de luz.

6 *(PUCCamp-SP)* Os raios de luz provenientes de uma estrela **E**, ao atravessar a atmosfera, sofrem desvios, dando-nos a impressão de que a estrela está mais alta **E'** do que realmente está (figura 1). Também, por isso, pode-se observar a imagem do Sol **S'** mesmo depois que ele **S** se pôs no horizonte ou antes de nascer (figura 2).

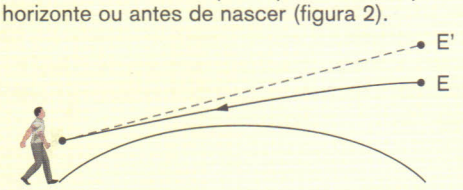


Figura 1

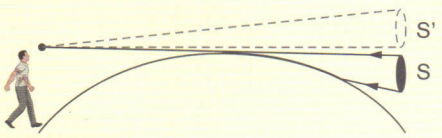
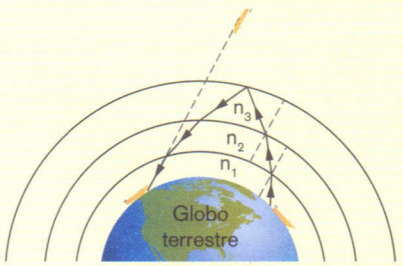


Figura 2

Esses fatos ocorrem, principalmente, devido à:

a) variação de índice de refração do ar com a altitude.
b) variação de índice de refração do ar com a longitude.
c) variação de índice de refração do ar com a latitude.
d) dispersão da luz ao atravessar a atmosfera.
e) forma esférica da Terra e à atração gravitacional sofrida pela Lua.

7 *(UFRJ)* Sob certas condições atmosféricas, ocorre o fenômeno do "espelhismo": após sucessivas refrações nas diversas camadas atmosféricas, a luz que vem das proximidades da superfície da Terra acaba por sofrer reflexão total. Assim, é possível que uma pessoa, em um navio, veja a imagem do outro navio "flutuando" no ar, como ilustra a figura a seguir, na qual se considerou, por simplicidade, a atmosfera constituída apenas por algumas camadas, cada qual com índice de refração constante.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Coloque em ordem crescente os índices de refração n_1, n_2 e n_3 das camadas representadas na figura.

8 *(PUCCamp-SP)* Os tamanhos do Sol e da Lua são aparentemente maiores quando próximos ao horizonte do que na posição acima de nossas cabeças. Isso é explicado pelo fato de:

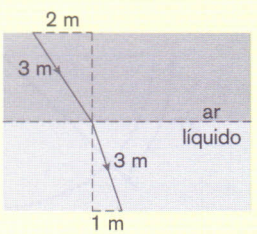
a) o índice de refração do ar atmosférico aumentar com a sua densidade;
b) a luz atravessar mais rapidamente os meios densos;
c) a luz se propagar do meio mais refringente para o menos refringente;
d) a luz proveniente do astro no horizonte sofrer reflexão total na atmosfera;
e) transparência do ar variar com a cor da luz incidente.

Mais Atividades

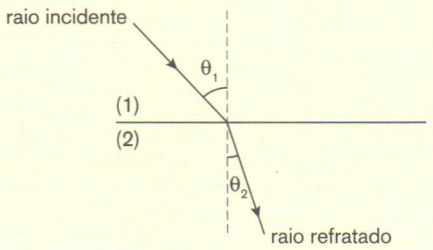
1 *(UFPA)* Um feixe de luz contínuo e monocromático incide do ar para um líquido transparente, conforme o diagrama a seguir, onde as distâncias estão dadas em metros.

Sendo a velocidade da luz no ar igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, conclui-se que a velocidade da luz, no líquido, será:

a) $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s
b) $1{,}5 \cdot 10^8$ m/s
c) $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s
d) $0{,}5 \cdot 10^8$ m/s
e) $2{,}5 \cdot 10^8$ m/s

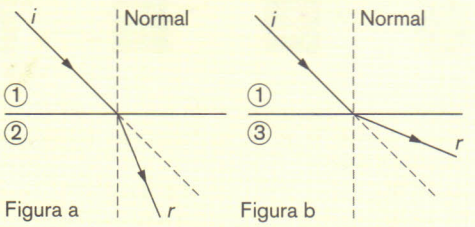


2 *(UEPG-PR)* A figura abaixo representa um raio luminoso que passa de um meio para outro. Sobre este evento físico, considerando $\theta_1 > \theta_2$, v_1 e v_2, respectivamente, as velocidades de propagação da luz no meio 1 e no meio 2, assinale o que for correto.



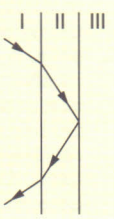
01) A densidade do meio 1 é maior que a densidade do meio 2.
02) A luz incide de um meio menos refringente para um meio mais refringente.
04) A razão $\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2}$ = constante somente se $n_1 \geqslant 2$.
08) Relativamente ao meio 2, o índice de refração do meio 1 é dado por $n_{1,2} = \frac{v_1}{v_2}$.
16) Os índices de refração absolutos dos meios 1 e 2 são dados respectivamente por $\frac{c}{v_1}$ e $\frac{c}{v_2}$.

3 *(Fuvest-SP)* As figuras *a* e *b* indicam os raios de luz incidentes *i* e retratado na interface entre o meio (1) e os meios (2) e (3), respectivamente.



a) Represente graficamente a refração de um raio de luz que passa do meio 2 para o meio 3.
b) Um desses três meios é o vácuo. Qual deles? Justifique.

4 *(UFMG)* A figura mostra a trajetória de um feixe de luz que vem de um meio I, atravessa um meio II, é totalmente refletido na interface dos meios II e III e retorna ao meio I.



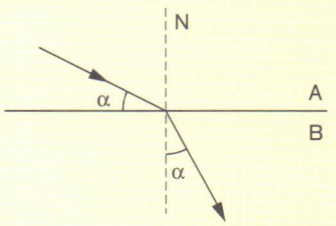
Sabe-se que o índice de refração do ar é menor que o da água e que o da água é menor que o do vidro.

Nesse caso, é correto afirmar que os meios I, II e III podem ser, respectivamente:

a) ar, água e vidro.
b) vidro, água e ar.
c) água, ar e vidro.
d) ar, vidro e água.

5 *(UFPel-RS)* A figura a seguir representa um raio luminoso propagando-se do meio **A** para o meio **B**. Sabendo-se que a velocidade da luz, no meio **A**, é 240 000 km/s e que o ângulo α vale 30°, e dado $\text{sen } 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$;

$\text{sen } 60° = \cos 30° = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

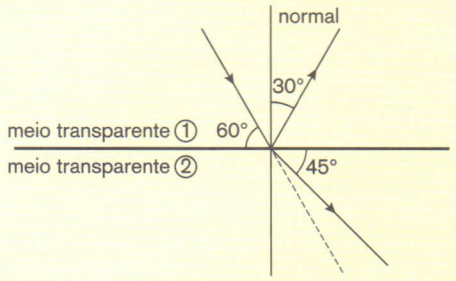


Calcule:

a) o índice de refração relativo do meio **A** em relação ao meio **B**.
b) a velocidade de propagação da luz no meio **B**.

6 *(Unimontes-MG)* Um raio de luz propagando-se em um meio transparente 1, cujo índice de refração é 1,5, atinge a superfície de um meio transparente 2, sofrendo reflexão e refração, como mostra a figura a seguir.

Dados:
$\text{sen } 30° = \cos 60° = 0{,}5$
$\text{sen } 60° = \cos 30° = 0{,}87$
$\text{sen } 45° = \cos 45° = 0{,}71$
(velocidade da luz no meio 1)
$c_1 = 2{,}00 \cdot 10^8$ m/s

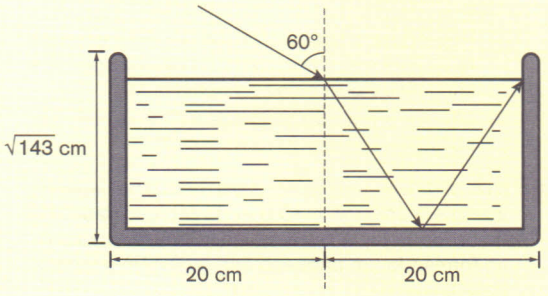


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A velocidade da luz, em m/s, no meio transparente 2, é, aproximadamente,

a) $2{,}00 \cdot 10^8$.
b) $2{,}84 \cdot 10^8$.
c) $3{,}00 \cdot 10^8$.
d) $1{,}50 \cdot 10^8$.

7 *(IME-RJ)* Um raio de luz monocromática incide em um líquido contido em um tanque, como mostrado na figura. O fundo do tanque é espelhado, refletindo o raio luminoso sobre a parede posterior do tanque exatamente no nível do líquido.



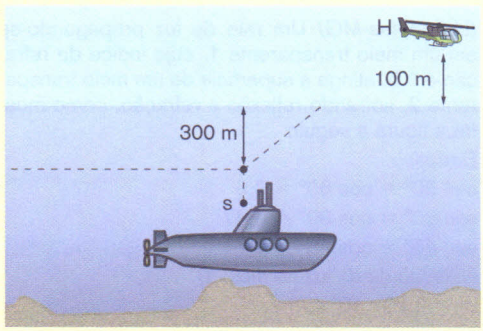
O índice de refração do líquido em relação ao ar é:

a) 1,35
b) 1,44
c) 1,41
d) 1,73
e) 1,33

8 *(Mack-SP)* Um mergulhador que se acha a 2 m de profundidade da água, cujo índice de refração é $\frac{4}{3}$, olha para um pássaro que está voando a 12 m de altura. Para esse mergulhador a altura aparente do pássaro é:

a) 16 m
b) 9 m
c) 12 m
d) 6 m
e) 8 m

9 Um helicóptero H está a 100 m do nível do mar e seu piloto vê um submarino S a uma distância aparente de 300 m, conforme a figura.

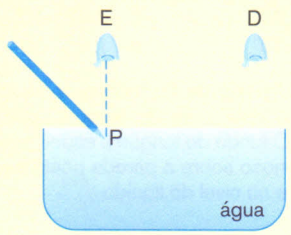


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O índice de refração da água do mar é $\frac{3}{2}$.

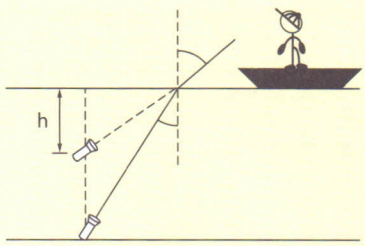
a) Qual a profundidade real a que se encontra o submarino?
b) Qual a altura aparente em que o piloto do submarino vê o helicóptero?

10 *(Unicamp-SP)* Considere um lápis enfiado na água, um observador com seu olho esquerdo **E** na vertical que passa pelo ponto **P** na ponta do lápis e seu olho direito **D** no plano do lápis e do **E**.



a) Reproduza a figura no caderno e desenhe os raios luminosos que saem da extremidade **P** e atingem os dois olhos do observador.
b) Marque a posição na imagem **P'** vista pelo observador.

11 *(ITA-SP)* Um pescador deixa cair uma lanterna acesa em um lago a 10,0 m de profundidade. No fundo do lago, a lanterna emite um feixe luminoso formando um pequeno ângulo θ com a vertical (veja a figura).

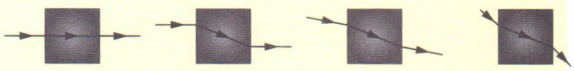


Considere: tg θ ≃ sen θ ≃ θ e o índice de refração da água n = 1,33. Então, a profundidade aparente h vista pelo pescador é igual a:

a) 2,5 m
b) 5,0 m
c) 7,5 m
d) 8,0 m
e) 9,0 m

12 *(UFBA)* De pé sobre uma canoa, um pescador vê um peixe a aproximadamente 30 cm da superfície imóvel do lago, através de um feixe luminoso perpendicular a essa superfície. Considerando-se que o índice de refração da água é $\frac{4}{3}$ e o do ar é 1, calcule, em cm, a que profundidade exata se encontra o peixe em relação à superfície do lago.

13 *(UFPB)* As figuras abaixo representam secções retas de um cubo de vidro que tem uma de suas faces atingida por um raio de luz monocromática, proveniente do ar. As trajetórias do raio luminoso, também representadas, estão no plano dessas figuras.

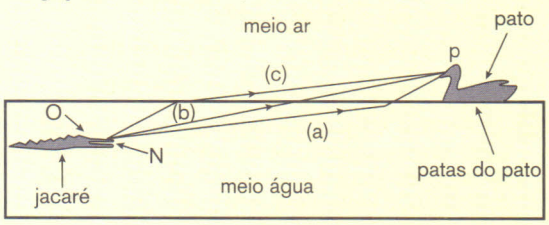


I II III IV

Sabendo-se que o índice de refração do vidro é maior do que o do ar, as trajetórias fisicamente possíveis são:

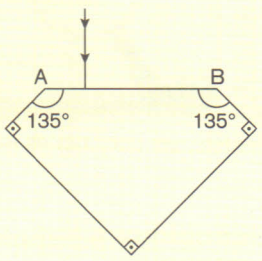
a) I e III
b) I e IV
c) II e III
d) II e IV
e) III e IV

14 *(UFMS)* A figura mostra um jacaré, imerso na água, o qual avança lentamente com velocidade constante e horizontal, para abocanhar um pato que flutua em repouso na superfície de um lago. Os olhos do jacaré estão no ponto *O* atrás do ponto *N* que corresponde ao nariz dele. Enquanto os olhos do pato estão no ponto *P*. Considere todos esses pontos contidos no plano da página. Os três caminhos a, b, e c, mostrados na figura, representam raios de luz que saem do ponto *N* (nariz do jacaré) e chegam até o ponto *P* (olhos do pato). Considere a água transparente, parada e mais refringente que o ar. Com relação à propagação retilínea da luz, é correto afirmar:



01. O caminho (c) pode representar um raio de luz que sai de N e chega até o ponto P.
02. O pato vê a imagem do ponto N, mais próximo que a distância real que esse ponto se encontra do dele.
04. Como as patas do pato estão imersas na água, a posição da imagem das patas, vista pelo jacaré, coincide com a posição real das patas na água.
08. A velocidade da luz na água é maior que a velocidade da luz no ar.
16. Para acontecer a reflexão total de um raio de luz que sai do ponto N, e esse ponto tornar-se invisível para o pato, o jacaré deverá aproximar-se do pato.

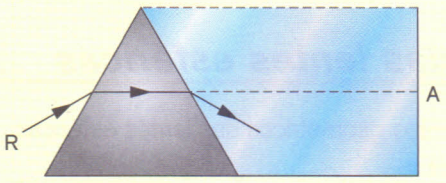
15 *(Fuvest-SP)* A figura ilustra um raio de luz proveniente do ar, penetrando perpendicularmente na face **AB** de um diamante lapidado, com índice de refração 2,4. (Dado: velocidade da luz no ar = $3 \cdot 10^8$ m/s)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Qual é a velocidade da luz no interior do diamante?
b) Represente a trajetória do raio até sair do diamante.

16 *(Efoa-MG)* Um tanque é construído com uma das paredes laterais feita de um prisma equilátero de vidro (veja a figura abaixo).



O tanque está cheio com água e um raio de luz, R, incide no prisma, se refratando como mostrado na figura. Sem alterar o ângulo de incidência do raio R no prisma, desejamos fazer com que o raio refratado atinja o ponto A na parede do tanque oposta ao prisma. Podemos fazer isto se substituirmos a água por:

a) um líquido com um índice de refração menor que o da água;
b) um líquido com um índice de refração maior que o da água e menor que o do vidro;
c) um líquido com um índice de refração maior que o do vidro;
d) ar apenas, retirando toda a água;
e) um líquido com um índice de refração igual ao do vidro.

17 *(PUC-SP)* Um raio de luz monocromática incide perpendicularmente em uma das faces de um prisma equilátero e emerge de forma rasante pela outra face. Considerando $\sqrt{3} = 1{,}73$ e supondo o prisma imerso no ar, cujo índice de refração é 1, o índice de refração do material que constitui o prisma será, aproximadamente:

a) 0,87
b) 1,15
c) 2,00
d) 1,41
e) 2,82

18 *(PUC-MG)* Observe a figura. Como você explicaria a curvatura da luz mostrada nela, levando em conta a lei da refração?

19 *(UFG-GO)* Considere um estreito feixe de luz branca incidindo sobre um bloco de vidro. A refração desse feixe no vidro dá origem a um espectro colorido, no qual se observam as seguintes cores, na ordem decrescente de suas velocidades de propagação: vermelho, laranja, amarelo, verde, azul, anil e violeta. O feixe violeta refratado é, então, direcionado a um prisma. Nesse fenômeno:

a) a dispersão da luz branca ocorre, porque o índice de refração do bloco de vidro é diferente para cada uma das cores.
b) o desvio da luz violeta é menor do que o desvio da luz vermelha, quando ambas emergem do bloco de vidro.
c) o feixe violeta, ao passar pelo prisma, dará origem a um novo espectro colorido.
d) se a secção principal do prisma for um triângulo retângulo isósceles, e o feixe violeta incidir perpendicularmente sobre uma das faces, será observada a reflexão interna total. Nesse caso, considere que o ângulo limite é igual a 48°.

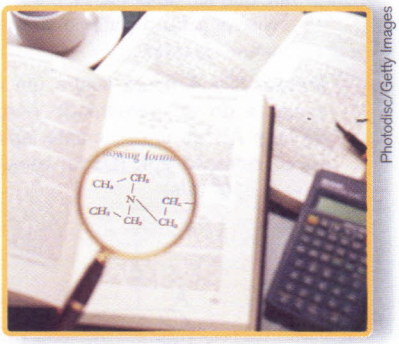
CAPÍTULO 26 – LENTES ESFÉRICAS

A correção de defeitos da visão, como miopia, hipermetropia e astigmatismo, é feita com lentes apropriadas para cada situação. A tecnologia das lentes de contato, além de prática, apresenta a vantagem estética de dispensar o uso dos óculos. Nossos olhos também possuem lentes, cuja função é concentrar os raios luminosos que entram pela pupila para que incidam sobre a retina.

Uma lente, portanto, é constituída de material transparente com uma geometria apropriada para desviar os raios luminosos em cada finalidade. Neste capítulo, usaremos os conhecimentos sobre refração da luz aplicados às lentes com geometria esférica.

Photodisc/Getty Images

Ray Evans/Alamy/Otherimages



Photodisc/Getty Images

Observe exemplos de utilização das lentes em nosso cotidiano: a lente de contato, um conjunto de lentes de uma máquina fotográfica e uma lupa.

Lente esférica é um sistema óptico constituído por três meios homogêneos e transparentes, separados entre si por duas superfícies esféricas ou por uma superfície esférica e outra plana.

Quando a lente está imersa no ar, a luz é refratada ao penetrar na lente. Ao atravessá-la, a luz é refratada uma segunda vez e volta a se propagar no ar. As duas refrações podem mudar a direção dos raios luminosos, produzindo imagens ampliadas ou reduzidas sem grandes deformações.

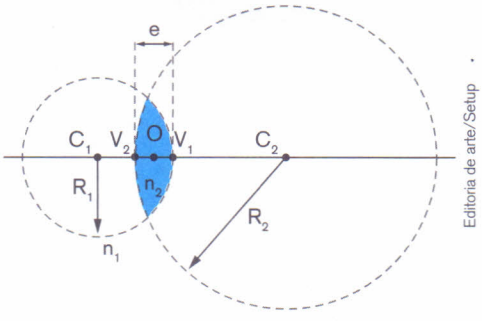
Em nossos estudos, consideraremos o meio externo às lentes sempre o mesmo, geralmente o ar. Vale ressaltar que as lentes são normalmente constituídas de vidro, acrílico ou cristal.

1. Elementos geométricos das lentes esféricas

Para organizar este estudo, devemos definir os elementos geométricos das lentes esféricas.

Consideremos a representação de uma lente biconvexa de índice de refração n_2, imersa no ar, de índice de refração n_1.

- C_1 e C_2 são os centros de curvatura das faces.
- R_1 e R_2 são os raios de curvatura das faces da lente.
- A reta C_1C_2 é o eixo principal.
- V_1 e V_2 são os vértices das faces.
- *e* é a espessura da lente (distância entre V_1 a V_2).
- *O* é o centro óptico da lente.



Editoria de arte/Setup

2. Classificação das lentes

Comparando com a espessura da lente, as bordas podem ser finas ou espessas e as faces podem ser côncava, convexa ou plana.

Ao nominar uma lente, deve-se enunciar em primeiro lugar a face de maior raio de curvatura.

Do ponto de vista do comportamento óptico, as lentes podem ser classificadas em dois grupos: **convergentes** e **divergentes**.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

biconvexa | plano-convexa | côncava-convexa | bicôncava | plano-côncava | convexa-côncava

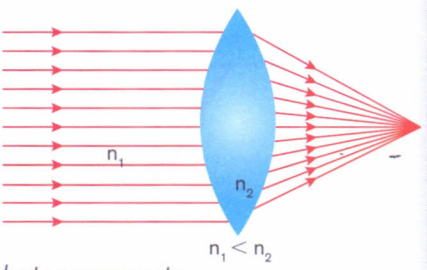
Quanto ao formato das suas faces, as lentes recebem denominações diferentes. Perceba que existe um grupo de lentes com bordas delgadas e outro com bordas espessas.

Quando um feixe de luz paralelo incide numa lente, podemos destacar dois casos:

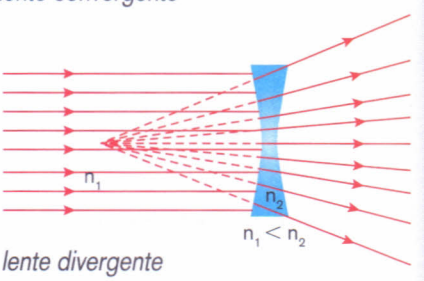
1º caso: quando a lente faz convergir num ponto o feixe de luz paralelo incidente, ela é denominada lente convergente.

2º caso: quando o feixe diverge ao emergir da lente, ela é denominada lente divergente.

Uma mesma lente pode ser convergente ou divergente, dependendo dos índices de refração da lente e do meio externo. Se $n_2 > n_1$, as lentes de bordas finas são convergentes e as de bordas espessas, divergentes. O contrário, se $n_2 < n_1$.

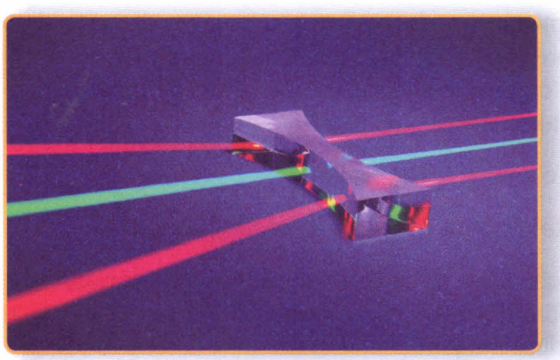


lente convergente

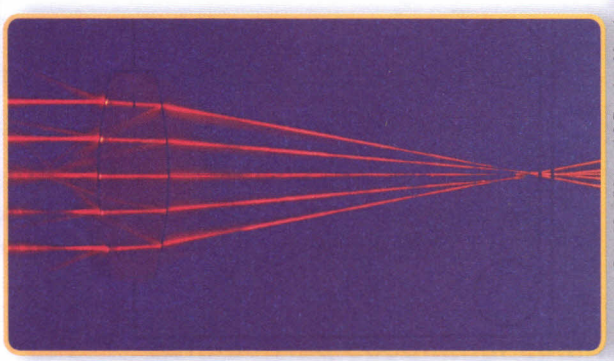


lente divergente

SPL/Latinstock



No arranjo experimental, um feixe de raios paralelos incidindo em uma lente bicôncava que se comporta como divergente.



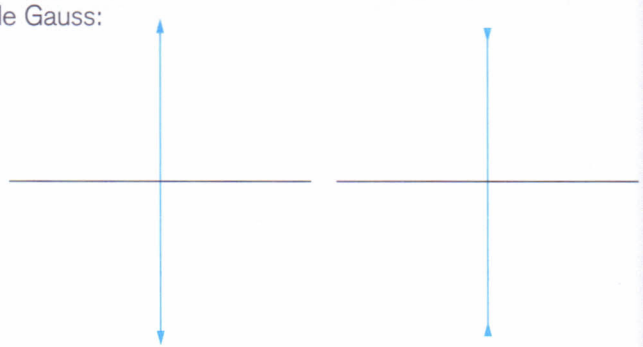
Scientifica/Maynard & Boucher/Visuals Unlimited/Imageplus

Neste arranjo experimental, um feixe de raios paralelos incide em uma lente biconvexa que se comporta como convergente.

Para que as imagens formadas pelas lentes sejam bem nítidas e sem deformações, devem ser obedecidas as seguintes condições de nitidez de Gauss:

- a espessura das lentes precisa ser desprezível em relação ao raio de curvatura das faces.
- os raios de luz devem incidir nas lentes próximo ao eixo principal e ser pouco inclinados.

Para simplificar as figuras, a representação esquemática das lentes delgadas é indicada ao lado:

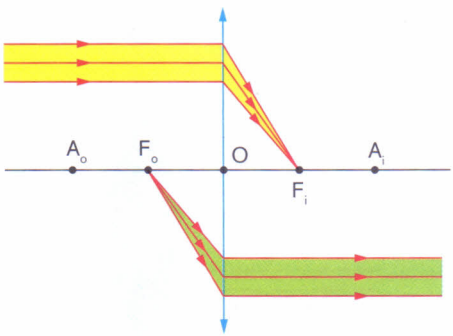


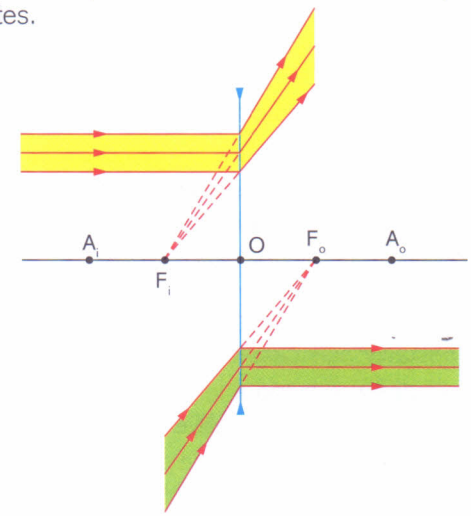
lente convergente *lente divergente*

Focos principais de uma lente esférica

Toda lente tem dois focos principais: o **foco principal objeto F_o** e o **foco principal imagem F_i**. Numa lente delgada, eles são simétricos em relação ao centro óptico. Isso se verifica mesmo que as faces esféricas da lente tenham raios de curvatura diferentes.

Considere estes esquemas:





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

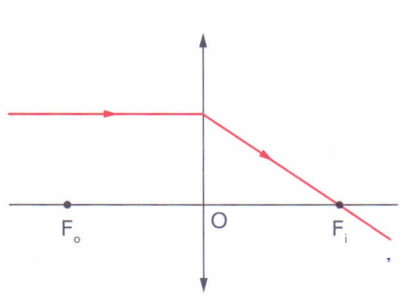
Para os esquemas, vamos definir:

- Foco principal objeto F_o é o ponto do eixo principal cuja imagem é imprópria. Os raios luminosos procedentes desse foco, ao atravessarem a lente convergente, emergem paralelos ao eixo principal. Na lente convergente, o F_o é real; na divergente, é virtual.
- Foco principal imagem F_i é o ponto do eixo principal onde se forma a imagem de um objeto impróprio. Os raios que chegam paralelos ao eixo principal, tanto nas lentes convergentes como nas divergentes, se concentram (efetivamente ou em prolongamento) em F_i sobre o eixo principal. Esse foco é real para as lentes convergentes e virtual para as divergentes.
- Distância focal objeto **f** é a distância de F_o até o centro óptico da lente.
- Distância focal imagem **f'** é a distância de F_i até o centro óptico da lente.
- Pontos antiprincipais A_o e A_i são pontos simétricos entre si, situam-se sobre o eixo principal cujas distâncias em relação à lente são iguais ao dobro das respectivas distâncias focais, sendo A_o o ponto antiprincipal objeto e A_i o ponto antiprincipal imagem.

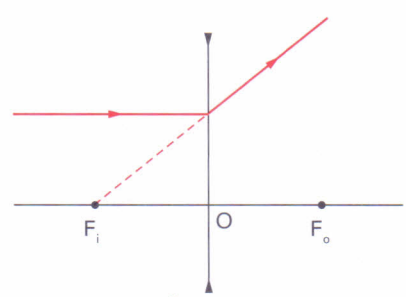
Raios luminosos particulares

Assim como fizemos com os espelhos esféricos, vamos apresentar o comportamento dos raios particulares que atravessam uma lente esférica delgada.

- Todo raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal emerge da lente numa direção que passa pelo foco principal imagem F_i.

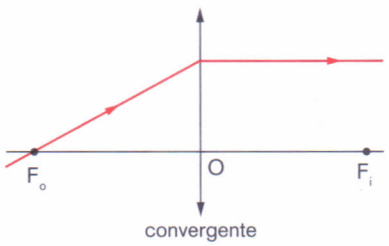


convergente

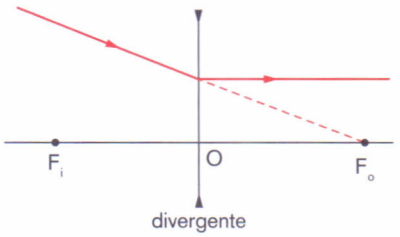


divergente

- Todo raio de luz que incide numa direção que passa pelo foco principal objeto $\mathbf{F_o}$ emerge da lente paralelamente ao eixo principal.

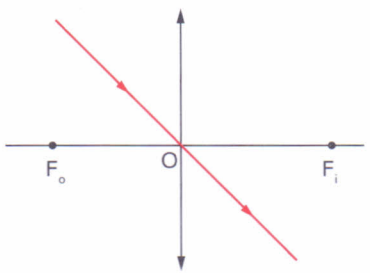


convergente

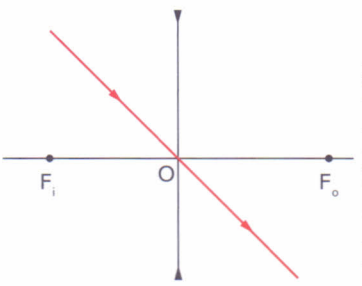


divergente

- Todo raio de luz que incide numa direção que passa pelo centro óptico da lente não sofre desvio ao atravessar a lente.



convergente



divergente

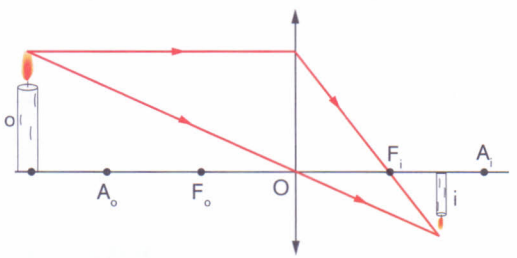
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3. Construção geométrica de imagens

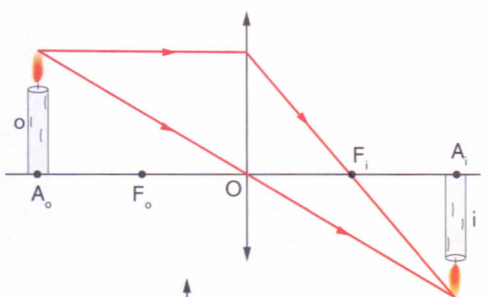
Para a determinação geométrica de imagens, basta utilizar dois dos raios particulares estudados.

1º caso: lentes convergentes

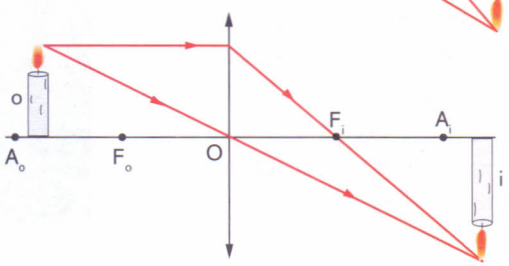
a) Objeto extenso (vela) além do ponto antiprincipal objeto.
Imagem **i**:
- real
- invertida
- menor



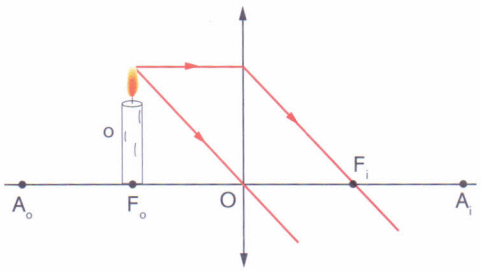
b) Objeto extenso (vela) sobre o ponto antiprincipal objeto.
Imagem **i**:
- real
- invertida
- igual



c) Objeto extenso (vela) entre o ponto antiprincipal objeto e o foco principal objeto.
Imagem **i**:
- real
- invertida
- maior

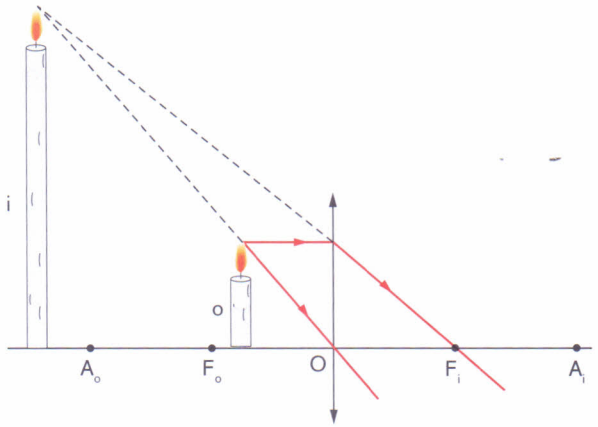


d) Objeto extenso (vela) sobre o foco principal objeto.
Imagem **i**:
- imprópria



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

e) Objeto extenso entre o foco principal objeto e o centro óptico.
Imagem **i**:
- virtual
- direita
- maior

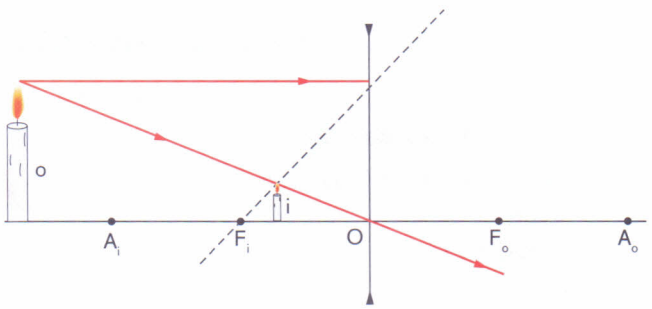


As características da imagem conjugada por uma lente esférica dependem da posição do objeto em relação à lente.

2º caso: lentes divergentes

A imagem de um objeto real (vela), fornecida por uma lente divergente, independe da posição do objeto, é sempre virtual, direita e menor que o objeto, e situada entre F_i e O.

Imagem **i**:
- virtual
- direita
- menor



Pense e Responda

• Olho mágico é um dispositivo de segurança residencial constituído simplesmente de uma lente esférica. Colocado na porta de residências, por exemplo, permite que se veja o visitante que está próximo à porta, como se vê na foto. Dê as características dessa imagem.

LWA-Dann Tardif/Corbis/Latinstock

Aplicação

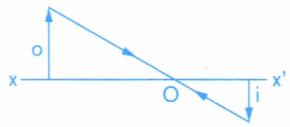
Na figura, **o** e **i** são, respectivamente, um objeto real e sua correspondente imagem oferecida por uma lente esférica delgada de eixo principal $\overline{XX'}$.

a) Determine, graficamente, o centro óptico e os focos dessa lente.

b) A lente em questão é convergente ou divergente? Justifique.

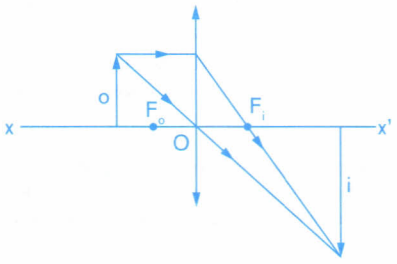
Resolução:

a)



Ligando a extremidade do objeto com a extremidade da imagem, determinamos no eixo principal o centro óptico O.

O raio que parte do objeto e incide na lente paralelamente ao eixo principal ao emergir passa pela imagem. Ao cortar o eixo principal, determina o foco. F_o é simétrico a F_i em relação à lente.

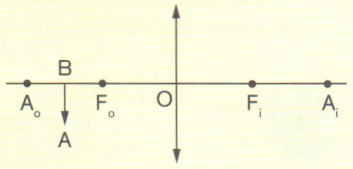


b) Podemos concluir que a lente é convergente porque a imagem é invertida, e ainda porque esse segundo raio traçado aproxima-se do eixo principal.

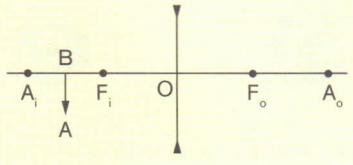
Atividades

1 Em seu caderno, construa a imagem do objeto **AB** indicado nas figuras:

a)

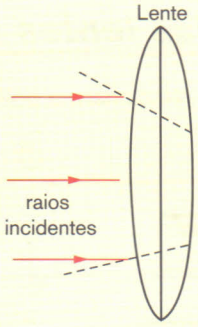


b)

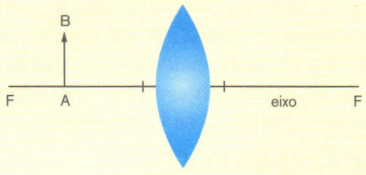


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 *(UFJF-MG)* Considere raios de luz paralelos, vindos de uma fonte muito distante, através do ar, incidindo sobre uma lente, cujo índice de refração é 1,5. Na figura ao lado são mostrados alguns raios incidentes (linhas cheias) e a normal nos pontos de incidência (linhas tracejadas). Descreva as trajetórias dos raios dentro e fora da lente (após atravessá-la). Justifique a sua resposta baseando-se na lei de Snell-Descartes.



3 Um objeto real **AB** está posicionado em relação a um dos focos **F** de uma lente **L** delgada convergente, conforme mostra figura a seguir.



É correto afirmar que

01) a imagem do objeto é real e invertida.
02) a imagem do objeto é virtual e direita.
04) a imagem do objeto é ampliada.
08) a imagem do objeto é reduzida.
16) a imagem do objeto é virtual, invertida e reduzida.

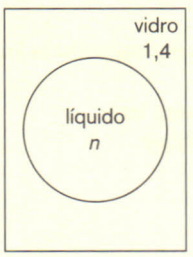
4 *(UFPel-RS)* É comum as crianças, brincando com uma lente, em dias de Sol, atearem fogo em papéis ou em pedaços de madeira, ao concentrarem a luz do Sol nesses materiais.

Considerando essa situação:

a) Qual o tipo de lente utilizada?
b) Represente, através de um esboço gráfico, onde se forma a imagem do Sol.
c) Dê as características dessa imagem.

5 *(Fuvest-SP)* Um objeto decorativo consiste de um bloco de vidro transparente, de índice de refração igual a 1,4, com a forma de um paralelepípedo, que

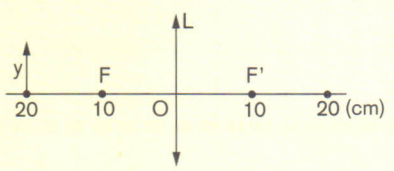
tem, em seu interior, uma bolha, aproximadamente esférica, preenchida com um líquido, também transparente, de índice de refração n. A figura ao lado mostra um perfil do objeto.



Nessas condições, quando a luz visível incide perpendicularmente em uma das faces do bloco e atravessa a bolha, o objeto se comporta, aproximadamente, como

a) uma lente divergente, somente se $n > 1{,}4$.
b) uma lente convergente, somente se $n > 1{,}4$.
c) uma lente convergente, para qualquer valor de n.
d) uma lente divergente, para qualquer valor de n.
e) se a bolha não existisse, para qualquer valor de n.

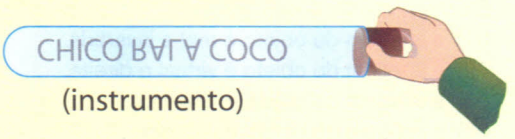
6 *(UFPI)* A figura representa um objeto **y** diante de uma lente delgada convergente cujos focos são **F** e **F'**. Pode-se afirmar que a imagem desse objeto será:



a) virtual, invertida, maior que **y**.
b) virtual, invertida, menor que **y**.
c) real, direita, menor que **y**.
d) real, invertida, igual a **y**.
e) real, direita, maior que **y**.

7 *(UEPB)* Um estudante curioso, a fim de testar a inversão de imagens, encheu um tubo de ensaio com água, vedou-o com uma rolha e, utilizando-se da expressão CHICO RALA COCO, impressa num cartão, percebeu que, ao afastar o instrumento do cartão, obteve uma nova expressão, conforme apresentado na figura abaixo.

CHICO RALA COCO

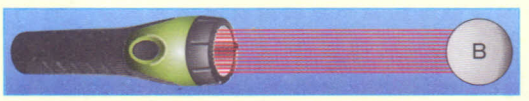


(instrumento)

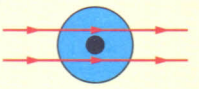
Com base em sua análise e conhecimentos em fenômenos ópticos, esta observação do estudante acontece porque

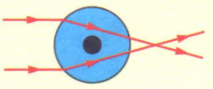
a) a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como uma lente, refrata-se, e apenas a palavra RALA da imagem da expressão impressa no cartão é invertida.
b) a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como uma lente, refrata-se, porém não há inversão alguma da imagem da expressão impressa no cartão.
c) a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como uma lente, refrata-se, e assim a imagem da expressão impressa no cartão é invertida.
d) a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como um espelho, inverte a imagem da expressão impressa no cartão.
e) a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como um espelho, inverte apenas a palavra RALA da imagem da expressão impressa no cartão.

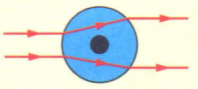
8 *(UERJ)* No interior de um tanque de água, uma bolha de ar **B** é iluminada por uma lanterna também imersa na água, conforme mostra a figura abaixo:

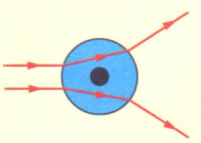


A trajetória de dois raios luminosos paralelos que incidem na bolha está mais bem ilustrada em:

a)


c)


b)


d)


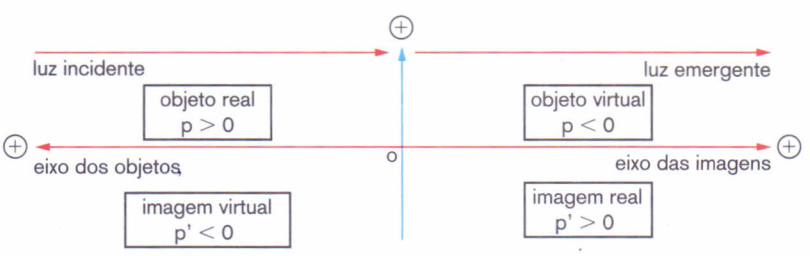
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4. Estudo analítico das lentes esféricas

Nesta seção, vamos estabelecer equações que relacionam a posição, o tamanho e a natureza da imagem em relação ao objeto.

Convenção de sinais

O referencial de Gauss é constituído por um par de eixos perpendiculares entre si com origem no centro óptico da lente.



O eixo das abscissas corresponde ao próprio eixo principal, e sua orientação é:

- eixo dos objetos: contrário ao da luz incidente
- eixo das imagens: o mesmo que o da luz emergente

O eixo das ordenadas tem origem no centro óptico da lente, é perpendicular ao eixo principal e tem sentido de baixo para cima.

De acordo com essa convenção:

- lente convergente: $f > 0$
- lente divergente: $f < 0$
- **i** e **o** têm o mesmo sinal ⇒ imagem direita em relação ao objeto
- **i** e **o** têm sinais contrários ⇒ imagem invertida em relação ao objeto
- objeto real: $p > 0$
- imagem real: $p' > 0$
- imagem virtual: $p' < 0$

As imagens virtuais produzidas por lentes ficam do mesmo lado que o objeto, e as imagens reais ficam do lado oposto.

Equações das lentes esféricas

As equações são as mesmas dos espelhos esféricos.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad \text{(equação de Gauss)}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \quad \text{(equação do aumento linear transversal)}$$

Observe que:

$A > 0$: **o** e **i** têm mesmo sinal ⇒ imagem direita

$A < 0$: **o** e **i** têm sinais opostos ⇒ imagem invertida

Aplicação

Um objeto real de 30 cm de altura está colocado a 24 cm de uma lente convergente de distância focal $f = 6$ cm.

a) Qual é a posição da imagem?

b) Qual é a altura da imagem?

c) Qual o aumento linear transversal?

Resolução:

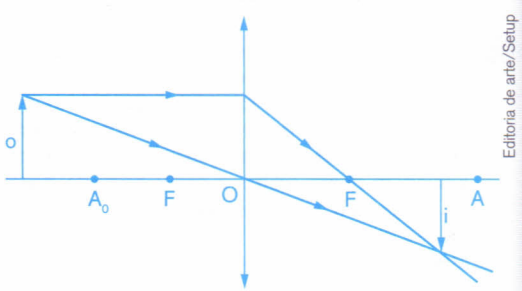
a) Dados: $p = 24$ cm, $o = 30$ cm e $f = 6$ cm.

$p = 24$ cm, portanto, o objeto está à esquerda de A_o.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{24} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 8 \text{ cm}$$

$$b)\ \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{30} = -\frac{8}{24} \Rightarrow i = -10 \text{ cm} \Rightarrow |i| = 10 \text{ cm}$$

$$c)\ A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{10 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} \Rightarrow A = -\frac{1}{3}$$



Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(PUC-SP)* Suponha que Bidu, para resolver o problema da amiga, que só tem 6 mm de altura, tenha utilizado uma lente delgada convergente de distância focal 12 cm, colocada a 4 cm da formiguinha. Para o elefante, a altura da formiga, em cm, parecerá ser de

a) 0,6
b) 0,9
c) 1,2
d) 1,5
e) 1,8

2 *(UFPR)* Um estudante usando uma lupa sob a luz do sol consegue queimar uma folha de papel devido à concentração dos raios do sol em uma pequena região. Ele verificou que a maior concentração dos raios solares ocorria quando a distância entre o papel e a lente era de 20 cm. Com a mesma lupa, ele observou letras em seu relógio e constatou que uma imagem nítida delas era obtida quando a lente e o relógio estavam separados por uma distância de 10 cm. A partir dessas informações, considere as seguintes afirmativas:

1. A distância focal da lente vale f = 20 cm.
2. A imagem das letras formada pela lente é invertida e virtual.
3. A lente produz uma imagem cujo tamanho é duas vezes maior que o tamanho das letras impressas no relógio.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
b) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
c) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
d) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
e) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.

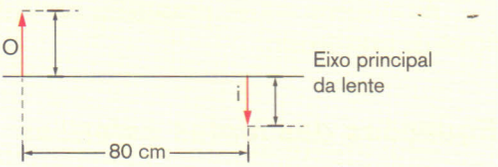
3 Olho mágico é um dispositivo de segurança residencial. Colocado na porta de apartamentos, permite que se veja o visitante que está no *hall* de entrada. Quando um visitante está a 50 cm da porta, um desses dispositivos forma, para o observador dentro do apartamento, uma imagem três vezes menor e direita do rosto do visitante.

a) Qual o tipo de lente usada no olho mágico?
b) Qual a distância focal dessa lente?

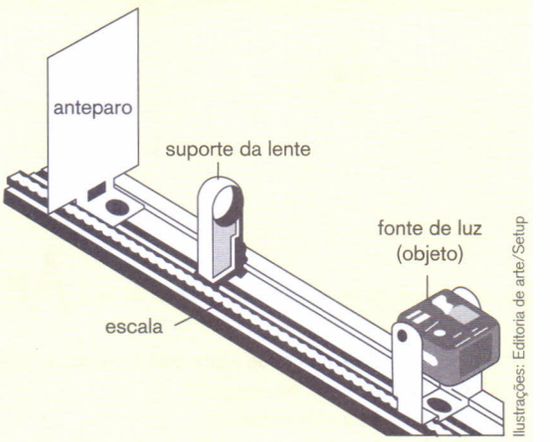
4 *(UFSCar-SP)* Uma estudante observa um lustre de lâmpadas fluorescentes acesas no teto da sala de aula através de uma lente convergente delgada. Para isso, ela coloca a lente junto aos seus olhos, afastando-a lentamente. Ela nota que a imagem desse lustre, a partir de certa distância, começa a aparecer invertida e nítida. A partir daí, se ela continuar a afastar a lente, a imagem desse lustre, que se localizava:

a) entre a lente e o olho da estudante, mantém-se nessa região e sempre é invertida;
b) entre a lente e o olho da estudante, mantém-se nessa região, mas muda de orientação;
c) na superfície da lente, mantém-se na superfície e sempre é invertida;
d) entre a lente e o lustre, mantém-se nessa região, mas muda de orientação;
e) entre a lente e o lustre, mantém-se nessa região e sempre é invertida.

5 *(UFC-CE)* A figura abaixo mostra um objeto real, **O**, e sua imagem também real, **i**, separados por 80 cm. A imagem é formada por uma lente delgada e convergente, que não aparece na figura. O objeto tem 2,4 cm de altura e está colocado perpendicular ao eixo principal da lente (veja figura). A imagem, invertida, tem uma altura de 1,6 cm. Calcule a distância entre o objeto e o centro óptico da lente.



6 *(Unifesp-SP)* A figura representa um banco óptico didático: coloca-se uma lente no suporte e varia-se a sua posição até que se forma no anteparo uma imagem nítida da fonte (em geral uma seta luminosa vertical). As abscissas do anteparo, da lente e do objeto são medidas na escala, que tem uma origem única.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Represente graficamente no caderno de respostas (sem valores numéricos) a situação correspondente ao esquema da figura, em que apareçam: o objeto (seta luminosa da fonte); a lente e seus dois focos; a imagem e pelo menos dois raios de luz que emergem do objeto, atravessem a lente e formem a imagem no anteparo.
b) Nessa condição, determine a distância focal da lente, sendo dadas as posições dos seguintes componentes, medidas na escala do banco óptico: anteparo, na abscissa 35 cm; fonte, na abscissa 95 cm.

Vergência das lentes esféricas

Vergência ou convergência **C** de uma lente é o inverso de sua distância focal.

$$C = \frac{1}{f}$$

Uma lente é tanto mais potente quanto maior for a sua vergência, isto é, produz um desvio maior na luz incidente.

No SI, a vergência de uma lente é medida em m^{-1} cuja denominação é dioptria (di). Em medicina é frequente o emprego da palavra grau em lugar de dioptria.

Lente convergente ($f > 0$) $\Rightarrow C > 0$
Lente divergente ($f < 0$) $\Rightarrow C < 0$

Aplicação

Uma lente possui vergência −4 di. Determine:
a) o tipo de lente;
b) sua distância focal.

Resolução:

a) Como a lente possui vergência negativa, a sua distância focal também é negativa. Logo, a lente é divergente.

b) A vergência de uma lente é dada por $C = \frac{1}{f}$. *Então:* $-4\ di = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -\frac{1}{4}\ m \Rightarrow f = -25\ cm$.

Atividades

1 *(Faap-SP)* Um estudante usa uma lente biconvexa de 20 di para olhar uma flor que está a 4 cm da lente. Determine de quanto a lente aumenta a imagem da flor.

2 Os oftalmologistas costumam receitar óculos com lentes convergentes ou divergentes em função da potência ou grau da lente. O grau da lente é dado em dioptrias. Determine o grau, em dioptrias, de uma lente convergente de distância focal igual a 40 cm.

3 *(UEL-PR)* Com a finalidade de caracterizar uma lente convergente, um aluno colocou-a perpendicularmente aos raios solares, verificando a formação de uma imagem nítida do Sol a 0,4 m da lente. Qual é a distância focal, em m, e a convergência dessa lente, em di?

a) 0,8 e 1,25
b) 0,4 e 2,50
c) 0,6 e 1,20
d) 0,4 e 4,00
e) 1,0 e 1,0

4 *(Mack-SP)* Uma lente esférica delgada de convergência 10 di é utilizada para obter a imagem de um objeto de 15 cm de altura. A distância, a que o objeto deve estar do centro óptico da lente, para se obter uma imagem invertida de 3 cm de altura, é de

a) 60 cm
b) 50 cm
c) 42 cm
d) 24 cm
e) 12 cm

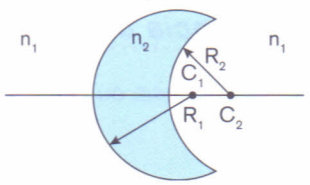
Fórmula dos fabricantes de lentes

Respeitando as convenções de sinais já estabelecidas, os fabricantes de lentes utilizam uma fórmula para determinar a distância focal de uma lente, conhecida como equação de Edmond Halley.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Em que:

- **f**: distância focal da lente
- n_1: índice de refração do meio exterior
- n_2: índice de refração da lente
- R_1 e R_2: raios de curvatura das faces



Quando uma das faces for plana (**R** muito grande, isto é, $R_2 \to \infty \Rightarrow \frac{1}{R_2} = 0$), a equação dos fabricantes é simplificada, tendo somente um termo para a face curva.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \cdot \frac{1}{R_1}$$

Para os sinais de R_1 e R_2, adota-se a seguinte convenção:

- face côncava: $R < 0$ (raio de curvatura negativo)
- face convexa: $R > 0$ (raio de curvatura positivo)

Aplicação

Uma lente côncavo-convexa tem raios iguais, respectivamente, a 40 cm e 20 cm. O índice de refração da lente é 2. Sabendo que ela está imersa no ar, determine:

a) sua distância focal;

b) sua convergência em dioptrias;

c) a posição da imagem de um objeto colocado a 30 cm dessa lente.

Resolução:

a) A lente é côncavo-convexa ($R_{côncava} > R_{convexa}$).

Dados: $R_1 = -40$ cm (côncava), $R_2 = 20$ cm (convexa), $n_2 = 2$, $n_1 = n_{ar} = 1$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \left(\frac{2}{1} - 1\right) \cdot \left(-\frac{1}{40} + \frac{1}{20}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{40} + \frac{1}{20} \Rightarrow f = 40 \text{ cm}$$

b) $f = 40$ cm $= 0{,}4$ m. Então: $C = \frac{1}{f} \Rightarrow C = \frac{1}{0{,}4} \Rightarrow C = 2{,}5$ di

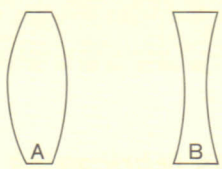
c) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{40} - \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{3-4}{120} \Rightarrow p' = -120$ cm

Atividades

1 *(Vunesp-SP)* É possível improvisar uma objetiva para a construção de um microscópio simples pingando uma gota de glicerina dentro de um furo circular de 5,0 mm de diâmetro, feito com um furador de papel em um pedaço de folha de plástico. Se apoiada sobre uma lâmina de vidro, a gota adquire a forma de uma semiesfera. Dada a equação dos fabricantes de lentes para lentes imersas no ar, $C = \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, e sabendo que o índice de refração da glicerina é 1,5, a lente plano-convexa obtida com a gota terá vergência **C**, em unidades do **SI**, de

a) 200 di.
b) 80 di.
c) 50 di.
d) 20 di.
e) 10 di.

2 *(UEPG-PR)* Sobre duas lentes, **A** e **B**, desenhadas abaixo, ambas feitas com vidro *crown* (índice de refração igual a 1,51), assinale o que for correto.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

01) A lente **A** é sempre convergente, independentemente do meio em que se encontre imersa.
02) O foco imagem da lente **B** é virtual quando ela está imersa no ar.
04) Para projetar a imagem ampliada de um objeto sobre uma parede branca, é necessário um dispositivo dotado somente da lente **B**.

08) A lente **A** pode ampliar a imagem de um objeto imerso no ar.

16) A associação das duas lentes aumenta a distância focal da lente **A**.

Dê como resposta a soma dos números correspondentes às afirmações corretas.

3 *(FMTM-MG)* A face convexa de uma lente de vidro plano-convexa possui um raio de curvatura de 6,0 cm. Sendo o índice de refração do vidro igual a 1,5, a distância focal da lente será, em cm, igual a:

a) 1,5 c) 8,0 e) 12,0
b) 6,0 d) 10,5

4 *(Mack-SP)* A figura **I** ilustra uma lente constituída de material de índice de refração absoluto 1,5 imersa no ar, cujo índice de refração absoluto é 1,0. As faces dessa lente possuem raios de curvatura respectivamente iguais a R_1 e R_2. A figura **II** nos mostra o esquema da mesma lente, com um objeto real colocado à sua frente, a uma distância de 10 cm de seu centro óptico.

Figura I

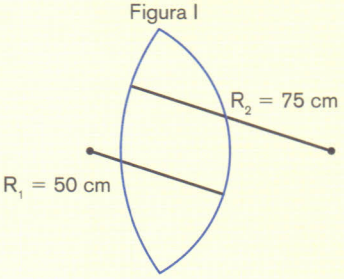
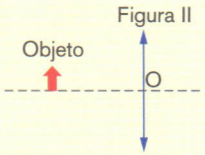


Figura II



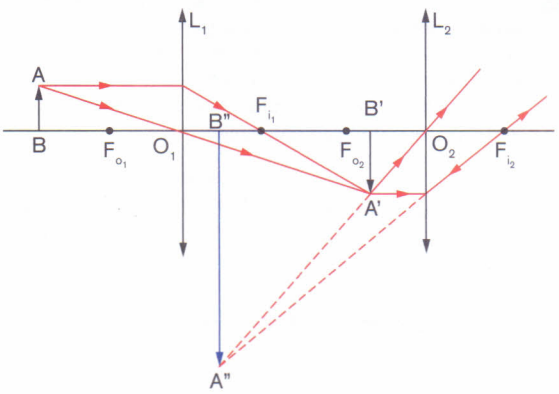
A imagem conjugada desse objeto é:

a) virtual, direita e menor que o objeto.
b) virtual, direita e maior que o objeto.
c) real, direita e maior que o objeto.
d) real, invertida e maior que o objeto.
e) imprópria.

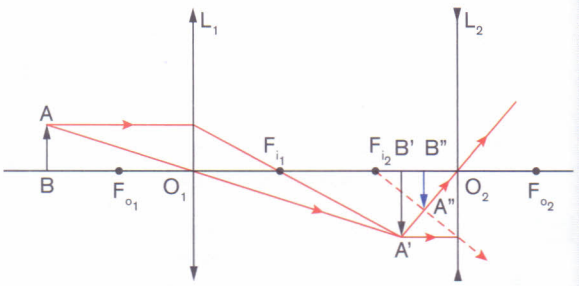
Associação de lentes esféricas

Conforme já vimos, para sistemas ópticos, duas lentes formam uma associação quando a luz emergente da primeira incide na segunda. Sistemas assim são largamente empregados em microscópios ópticos, telescópios e outros aparelhos destinados a aumentar nossa capacidade visual.

1º caso: associação convergente-convergente



2º caso: associação convergente-divergente

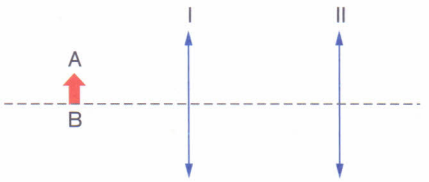


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Podemos concluir que a lente L_1 conjuga do objeto *AB* uma imagem *A'B'*, e esta funciona como objeto para a lente L_2, fornecendo como imagem final *A"B"*.

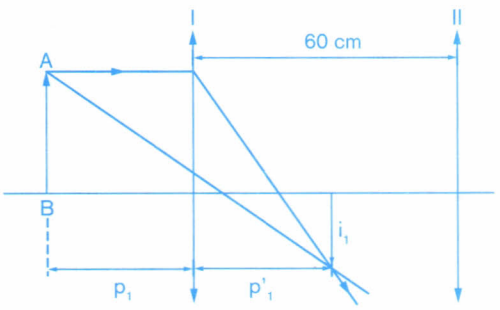
Aplicação

Um sistema óptico é formado de duas lentes **I** e **II**, de distâncias focais 10 cm e 15 cm, com eixos ópticos coincidentes e separadas 60 cm. Determine a localização da imagem final de um objeto **AB** colocado a 20 cm da lente **I**.



Resolução:

Primeiro, vamos determinar a posição da imagem formada pela lente I.



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'_1} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{p'_1} = \frac{2-1}{20} \Rightarrow p'_1 = 20\ cm$$

A distância entre as lentes é 60 cm, a imagem i_1 está a uma distância d da lente II.

$d = 60\ cm - 20\ cm = 40\ cm$

A imagem i_1 faz o papel de objeto para a lente II: $p_2 = 40\ cm$.

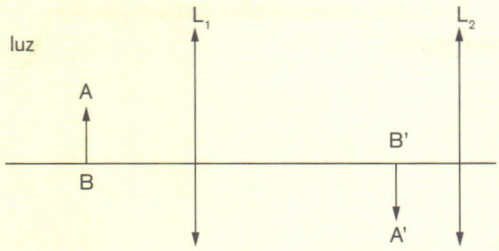
Por último, vamos calcular a abscissa p'_2 da imagem final.

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{15} - \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{p'_2} = \frac{8-3}{120} \Rightarrow p'_2 = 24\ cm$$

Portanto, a imagem final está a 24 cm da lente II.

Atividades

1 Um objeto está situado a 5 cm de uma lente convergente L_1, cuja distância focal é 4 cm. Uma segunda lente convergente, idêntica à anterior, é colocada a 2 cm de distância da imagem **A'B'**. A figura ilustra o esquema.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) A que distância de L_1 encontra-se L_2?

b) Qual a amplificação do sistema L_1L_2?

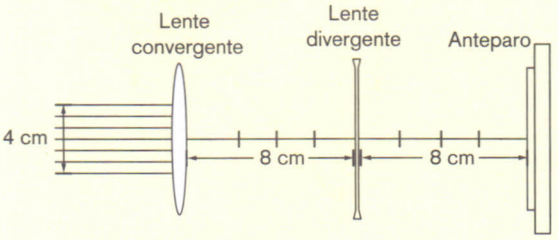
2 *(UFF-RJ)* Uma lente telefoto consiste em um conjunto formado por uma lente convergente L_1, de distância focal $f_1 = 3{,}5$ cm, colocada 2 cm à esquerda de uma lente divergente L_2, de distância focal $f_2 = -1{,}8$ cm.

a) Na figura a seguir, que representa o eixo principal das lentes L_1 e L_2, esboce um esquema da lente da telefoto, considerando L_1 e L_2 perpendicularmente ao eixo e L_1 sobre o ponto **O** (origem). Indique, também, a posição dos focos de cada lente, identificando cada um deles.

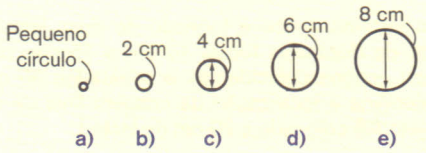
b) Determine a posição da imagem, em relação a L_2, de um objeto situado à esquerda da telefoto e infinitamente afastado.

3 *(Unisa-SP)* Um objeto luminoso é colocado a 60 cm de uma lente convergente, de 20 cm de distância focal. Uma segunda lente convergente, de 30 cm de distância focal, é colocada a 80 cm da primeira lente, tendo seus eixos principais coincidentes. A que distância, da segunda lente, fica a imagem final formada pelo sistema?

4 *(Fuvest-SP)* Um sistema de duas lentes, sendo uma convergente e outra divergente, ambas com distâncias focais iguais a 8 cm, é montado para projetar círculos luminosos sobre um anteparo. O diâmetro desses círculos pode ser alterado, variando-se a posição das lentes.



Em uma dessas montagens, um feixe de luz, inicialmente de raios paralelos e 4 cm de diâmetro, incide sobre a lente convergente, separada da divergente por 8 cm, atingindo finalmente o anteparo, 8 cm adiante da divergente. Nessa montagem específica, o círculo luminoso formado no anteparo é mais bem representado por:



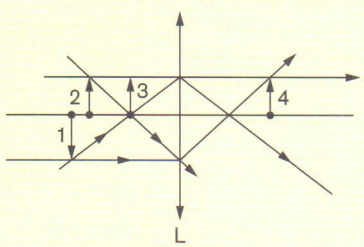
Mais Atividades

1 *(UEPG-PR)* Lente é qualquer meio transparente e isotrópico limitado por dois dioptros esféricos, podendo um deles ser plano. A luz ao atravessar uma lente esférica pode sofrer refração.

Sobre lentes esféricas, assinale o que for correto.

01. Quando o índice de refração do material que constitui a lente é maior que o índice de refração do meio envolvente, todas as lentes esféricas delgadas são convergentes.
02. Um sistema de lentes esféricas delgadas justapostas se comporta como se fosse uma única lente, cuja convergência é igual à soma algébrica das convergências das lentes componentes do sistema.
04. Lentes divergentes têm convergência negativa.
08. Lentes esféricas podem gerar imagens reais ou virtuais de um objeto.
16. Um raio luminoso que passa pelo centro óptico de uma lente esférica delgada não sofre nem desvio angular nem desvio linear.

2 *(Unifor-CE)* No esquema, L representa uma lente delgada convergente e as setas 1, 2, 3 e 4 representam possíveis objetos e imagens.



As setas que podem representar um par conjugado de objeto e respectiva imagem são:

a) 1 e 2. c) 2 e 4. e) 3 e 4.
b) 1 e 4. d) 3 e 2.

3 *(Uespi-PI)* Uma lente convergente de pequena distância focal pode ser usada como lupa, ou lente de aumento, auxiliando, por exemplo, pessoas com deficiências visuais a lerem textos impressos em caracteres pequenos.

Supondo que o objeto esteja à esquerda da lente, é correto afirmar que, para produzir uma imagem maior que o objeto, este deve ser:

a) colocado sobre o foco e a imagem será real;
b) posicionado entre a lente e o foco e a imagem será real;
c) posicionado num ponto à esquerda muito afastado da lente e a imagem será virtual;
d) posicionado num ponto à esquerda do foco, mas próximo deste, e a imagem será virtual;
e) posicionado entre a lente e o foco e a imagem será virtual.

4 *(UFABC-SP)* Sobre uma mesa plana e horizontal, há uma folha de papel parada, na qual está escrita a palavra ÓPTICA. Vista a olho nu, a palavra é lida como mostrado a seguir.

ÓPTICA

Vista através de uma lupa, ela é lida primeiro como mostra a Figura 1 e, movimentando a lupa, ela passa a ser vista como mostra a Figura 2.

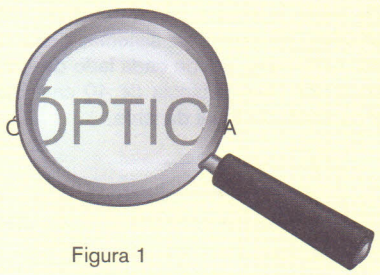


Figura 1

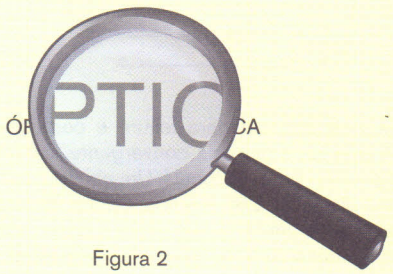


Figura 2

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Para a imagem vista na Figura 1 transformar-se naquela mostrada na Figura 2, a lupa teve de ser aproximada ou afastada da folha de papel? Justifique sua resposta.
b) Considerando que na imagem vista na Figura 2 as letras apareçam 4 vezes maiores do que são na verdade, e que, nessa situação, a lente esteja paralela à mesa e a 9 cm da folha, determine a distância focal da lente. Admita válidas as condições de nitidez de Gauss.

5 *(Vunesp-SP)* Considere as situações seguintes.

I. Você vê a imagem ampliada do seu rosto, conjugada por um espelho esférico.
II. Um motorista vê a imagem reduzida de um carro atrás do seu, conjugada pelo espelho retrovisor, direito.
III. Uma aluna projeta, por meio de uma lente, a imagem do lustre do teto da sala de aula sobre o tampo da sua carteira.

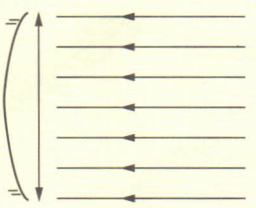
A respeito dessas imagens, em relação aos dispositivos ópticos referidos, pode-se afirmar que

a) as três são virtuais.
b) I e II são virtuais; III é real.
c) I é virtual; II e III são reais.
d) I e real; II e III são virtuais.
e) as três são reais.

6 *(UFAL)* Um objeto de 8 cm de altura está a 30 cm de uma lente esférica delgada. A imagem desse objeto é real e tem 4 cm de altura. Analise as afirmações a seguir.

01) A distância focal da lente é −15 cm.
02) A lente é convergente.
04) A imagem é invertida.
08) A distância da imagem à lente é de 15 cm.
16) A distância entre o objeto e a imagem é de 35 cm.

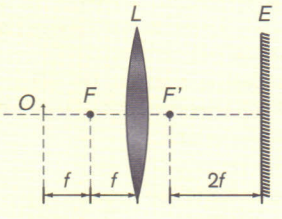
7 *(UFRJ)* Uma lente delgada é colocada na frente de um espelho esférico côncavo, de modo que o foco do espelho coincide com um dos focos da lente, como ilustra a figura. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente e, após possíveis refrações e reflexões, afasta-se do sistema, deixando dois pontos luminosos, um de cada lado da lente e separados por uma distância de 40 cm. Calcule o valor da distância focal da lente.



8 Uma lupa utilizada para leitura é confeccionada com uma lente delgada convergente, caracterizada por uma distância focal f. Um objeto é colocado a uma distância 0,8f, medida a partir da lente. Se uma letra de um texto tem altura 1,6 mm, determine o tamanho da letra observado pelo leitor.

9 *(UFPR)* Numa aula de laboratório de óptica, deseja-se determinar a distância focal de uma lente convergente. Utilizando uma vela, cuja chama tem altura de 5 cm, o professor propõe um procedimento experimental. A vela é colocada inicialmente a certa distância da lente, tendo a imagem da sua chama projetada num anteparo, invertida e com 15 cm de altura. Em seguida, sem mover a lente, desloca-se a vela de 1,5 cm, distanciando-a ainda mais da lente. Move-se então o anteparo até obter-se uma nova imagem projetada, que é invertida e tem altura de 10 cm nessa situação. Com base nesses dados, determine a distância focal dessa lente.

10 *(Ufop-MG)* A figura mostra um objeto O em forma de seta, colocado à distância 2f de uma lente convergente L. E é um espelho plano colocado a 3f, à direita da lente.



Marque a afirmativa correta.

a) A imagem formada pelo espelho E será menor, invertida em relação a O e real.

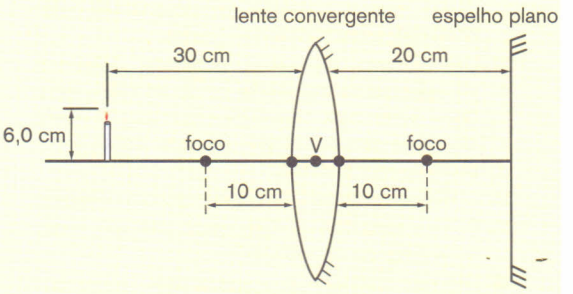
b) A imagem formada pela lente terá o mesmo tamanho do objeto e será direita.

c) A imagem formada pelo espelho terá o mesmo tamanho do objeto, será real e invertida.

d) A imagem formada pelo espelho estará a 4f da lente L.

e) A imagem formada pelo espelho será virtual, invertida com relação ao objeto, do mesmo tamanho que o objeto e colocada a 5f da lente.

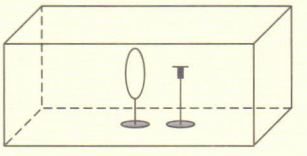
11 *(UFRJ)* A figura a seguir mostra uma lente convergente de distância focal 10 cm frente a um espelho plano paralelo à lente. O espelho encontra-se a uma distância de 20 cm do vértice V da lente. Do outro lado da lente, uma vela de 6,0 cm de altura encontra-se a uma distância de 30 cm do vértice da lente.



a) Calcule a distância entre a vela e sua imagem formada pelo espelho plano.

b) Calcule a altura da imagem da vela formada pelo espelho plano.

12 *(Unifesp-SP)* Dentro de um aquário sem água são colocados uma lente delgada convergente e um parafuso, posicionado frontalmente à lente, ambos presos a suportes, conforme a figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Nessas condições, a imagem conjugada pela lente é direita e tem o dobro do tamanho do objeto.

a) Calcule a razão $\frac{f}{p}$, entre a distância focal da lente e a distância do objeto ao centro óptico da lente.

b) Preenchido totalmente o aquário com água, a distância focal da lente aumenta para 2,5 vezes a distância focal na situação anterior, e a lente mantém o comportamento óptico convergente. Para as mesmas posições da lente e do objeto, calcule o aumento linear transversal para a nova imagem conjugada pela lente.

13 *(Uesc-BA)* Um objeto real de altura igual a 10,0 cm, colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de uma lente e situado a 20,0 cm do centro óptico, conjuga uma imagem virtual de altura igual a 2,0 cm.

Sabendo-se que uma fonte extensa de luz é colocada à esquerda dessa lente e de acordo com o referencial de Gauss, é correto afirmar:

a) A lente é convergente.

b) A imagem é invertida.

c) A abscissa focal é igual a −5,0 cm.

d) O aumento linear da lente é igual a 0,5.

e) A abscissa da imagem é igual a 4,0 cm.

14 *(UFU-MG)* Convergência (C) de uma lente é o inverso da distância focal (f), ou seja, $C = \frac{1}{f}$. Para f em metros, a unidade de convergência é a dioptria, comumente chamada de grau.

a) Qual a convergência, em dioptrias (em graus), de uma lente de distância focal 40 cm?

b) Que tipo de imagem será formada para um objeto real colocado a 20 cm de distância de uma lente convergente de 10 dioptrias? Faça o traçado dos raios principais para localizar a imagem.

c) Seja um objeto colocado a 50 cm de uma lente cuja convergência é −2 dioptrias. Qual o tipo desta lente, e em que posição será vista a imagem?

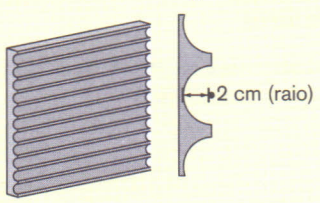
15 *(Unifesp-SP)* Tendo-se em vista que as lentes são, na prática, quase sempre usadas no ar, a equação dos fabricantes de lentes costuma ser escrita na forma: $C = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$. Nessas condições, pode-se afirmar que a convergência de uma lente plano-convexa de índice de refração n = 1,5 e cujo raio de face convexa é R = 20 cm é:

a) 0,50 di c) 1,5 di e) 2,5 di
b) 1,0 di d) 2,0 di

16 *(Unifor-CE)* Uma lente divergente, cuja vergência é de −5,0 di, conjuga a um objeto real uma imagem quatro vezes menor.
Nestas condições, a distância do objeto à lente, em cm, vale

a) 60 c) 40 e) 20
b) 50 d) 30

17 *(FGV-SP)* Do lado de fora, pelo vitrô do banheiro, um bisbilhoteiro tenta enxergar seu interior.



Frustrado, o xereta só conseguiu ver as múltiplas imagens de um frasco de xampu, guardado sobre o aparador do boxe, a 36 cm de distância do vidro. De fato, mal conseguiu identificar que se tratava de um frasco de xampu, uma vez que cada uma de suas imagens, embora com a mesma largura, tinha a altura, que no original é de 20 cm, reduzida a apenas:

a) 0,5 cm. c) 1,5 cm. e) 2,5 cm.
b) 1,0 cm. d) 2,0 cm.

Informações: suponha válidas as condições de estigmatismo de Gauss e que os índices de refração do vidro e do ar sejam, respectivamente, 1, 5, e 10.

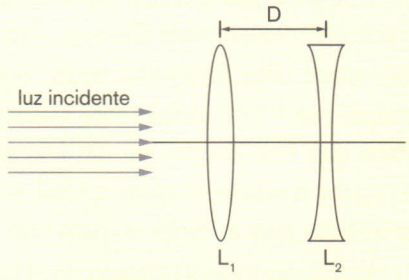
18 *(FMTM-MG)* Em uma régua de acrílico transparente, pingou-se uma gota-d'água. Devido às forças que agem sobre a água, a gota tomou a forma de uma pequena lente plano-convexa de raio de curvatura 3 mm.
Dados: índice de refração da água = 1,3; índice de refração do ar = 1,0.
Se a régua tem espessura de 2 mm, quando ela é colocada sobre um texto escrito, olhando-se através da gota, uma letra terá suas dimensões aumentadas em:

a) 25% c) 75% e) 150%
b) 50% d) 100%

19 *(Unir-RO)* Uma lente biconvexa tem raios de curvatura iguais a 0,5 metros. O índice de refração do material da lente em relação ao meio é 1,5. Quais as características da imagem de um objeto real a 1 m de distância do centro da lente?

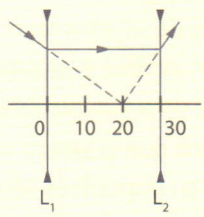
a) igual, invertida e real
b) maior, direta e real
c) menor, invertida e virtual
d) igual, direta e virtual
e) maior, invertida e virtual

20 *(UFPE)* Duas lentes delgadas (L_1 e L_2), sendo a primeira convergente e a segunda divergente, ambas de distância focal igual a 10 cm, estão separadas pela distância D = 2,0 cm.



Determine a distância à direita de L_2, em centímetros, na qual a luz incidente de raios paralelos será focalizada.

21 *(UFPI)* A figura representa um raio de luz atravessando duas lentes L_1 e L_2, com eixos principais coincidentes, separadas de 30 cm.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Podemos afirmar que as distâncias focais de L_1 e L_2, em módulo, são de:

a) 10 cm e 20 cm. d) 20 cm e 20 cm
b) 10 cm e 30 cm. e) 20 cm e 30 cm.
c) 20 cm e 10 cm.

CAPÍTULO 27 – INSTRUMENTOS ÓPTICOS

1. Instrumentos de projeção

Os instrumentos de projeção fornecem imagens reais. A imagem deve ser real porque será projetada num anteparo. Como exemplos, temos o projetor de filmes e a máquina fotográfica a imagem projetada é menor que o objeto.

Máquina fotográfica

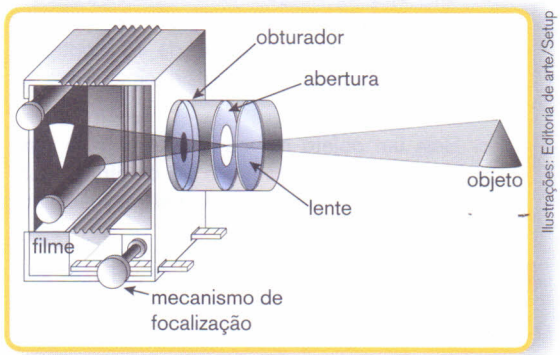
A máquina fotográfica é um dispositivo óptico que, de um objeto real, fornece uma imagem real sobre uma chapa fotográfica.

Os principais componentes de uma máquina fotográfica são:

- lente ou objetiva: sistema convergente de lentes;
- diafragma ou abertura: sistema que regula a quantidade de luz que entra na máquina fotográfica;
- obturador: que intercepta ou deixa entrar os raios luminosos;
- disparador: dispositivo que, acionado, abre o obturador durante um intervalo de tempo suficiente para que a chapa fique sensibilizada;
- película fotossensível (filme ou chapa).

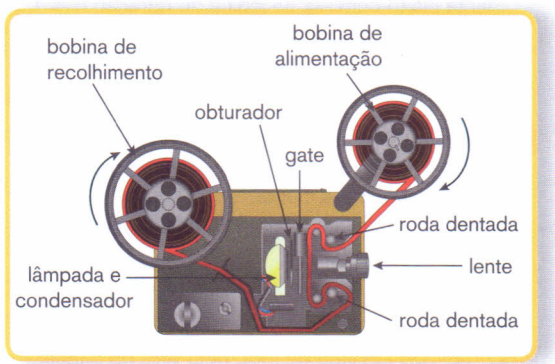
Para obter uma fotografia nítida, é necessário que a imagem se forme exatamente sobre o plano do filme. Para que isso ocorra, há um mecanismo que permite regular a distância entre o filme e a objetiva, deslocando esta para a frente ou para trás.

O princípio do funcionamento da máquina fotográfica se baseia na formação de imagens com lentes e obedece à equação de Gauss para as lentes.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Na figura, um objeto em forma de pirâmide, cuja imagem é projetada no filme pela lente objetiva.



Os componentes principais de um projetor de filmes.

Ilustração produzida com base em: WRIGHT, M.; PATEL, M. *Como funciona – Scientific American*. Visor, 2000. p. 100.

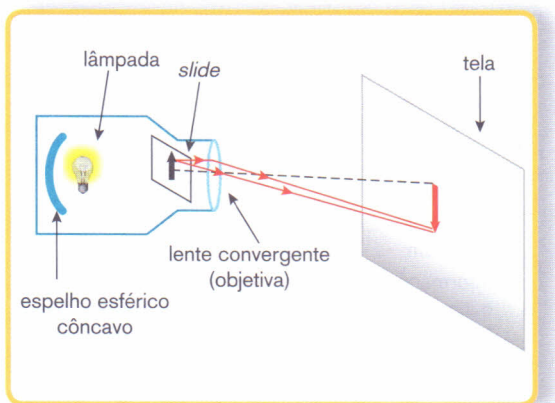
Projetores de filmes e de slides

Os projetores são aparelhos formados por sistemas ópticos que, de objetos reais e planos, conjugam imagens reais, invertidas e ampliadas que podem ser projetadas sobre uma tela ou anteparo.

Os aparelhos que projetam objetos transparentes chamados *slides* ou diapositivos são os diascópios, entre eles estão os projetores de *slides* e filmes.

Os principais componentes do projetor de *slides* simples são:

- espelho côncavo: recebe parte da luz proveniente da lâmpada situada no foco do espelho e a reflete para um sistema de lentes;



- fonte de luz: lâmpada de alta potência;
- porta-*slide*: dispositivo onde se coloca o *slide* a ser projetado;
- objetiva: sistema convergente que conjuga uma imagem real na tela;
- tela: anteparo no qual é projetada a imagem do *slide*.

Aplicação

Um projetor cinematográfico possui objetiva com distância focal de 20 cm. O anteparo se encontra a 10 m de distância da objetiva. Determine a distância do filme ao centro óptico da objetiva.

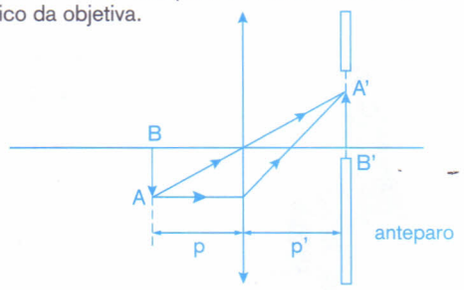
Resolução:

Dados: $f = 20\ cm = 0{,}2\ m$, $p' = 10\ m$

Colocamos o filme invertido no projetor para que a imagem fique para cima.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{0{,}2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{p} = 5 - \frac{1}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{49}{10} \Rightarrow p = \frac{10}{49}\ m$$

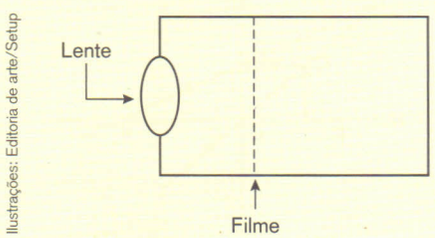


Atividades

1 *(UFSCar-SP)* Numa máquina fotográfica, a distância da objetiva ao filme é de 25 mm. A partir das especificações dadas a seguir, assinale a que corresponde a uma lente que poderia ser a objetiva dessa máquina:

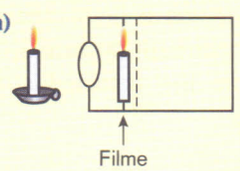
a) convergente, de convergência +4,0 di.
b) convergente, de convergência +25 di.
c) convergente, de convergência +40 di.
d) divergente, de convergência −25 di.
e) divergente, de convergência −4,0 di.

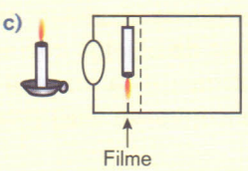
2 *(UFMG)* Rafael, fotógrafo lambe-lambe, possui uma câmara fotográfica que consiste em uma caixa com um orifício, onde é colocada uma lente. Dentro da caixa, há um filme fotográfico, posicionado a uma distância ajustável em relação à lente. Essa câmara está representada esquematicamente, nesta figura:

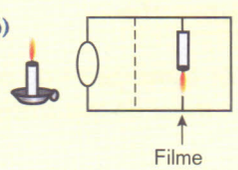


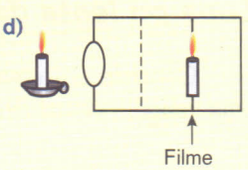
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para produzir a imagem nítida de um objeto muito distante, o filme deve ser colocado na posição indicada pela linha tracejada. No entanto, Rafael deseja fotografar uma vela que está próxima a essa câmara. Para obter uma imagem nítida, ele, então, move o filme em relação à posição descrita. Indique a alternativa cujo diagrama melhor representa a posição do filme e a imagem da vela que é projetada nele.

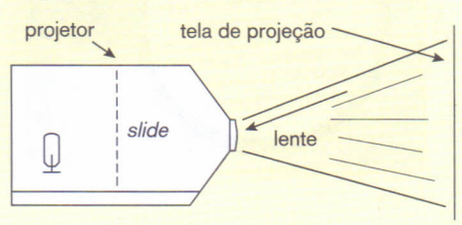
a)


c)


b)


d)


3 *(UFV-MG)* A figura representa um projetor de *slides* contendo um *slide* (objeto) fortemente iluminado pela lâmpada, uma lente de 100 mm de distância focal, a 102 mm do objeto, e uma tela de projeção (local de formação da imagem).

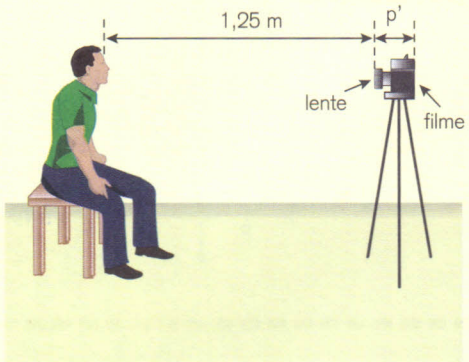


Nestas condições, calcule:

a) a distância ideal entre a tela e a lente;

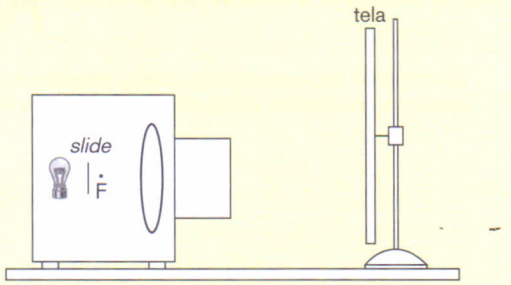
b) a razão entre o tamanho da imagem e do objeto.

4 *(ITA-SP)* O sistema de lentes de uma câmara fotográfica pode ser entendido como uma fina lente convergente de distância focal igual a 25,0 cm. A que distância da lente deve estar o filme, para receber a imagem de uma pessoa sentada a 1,25 m da lente?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

5 *(Vunesp-SP)* Um projetor rudimentar, confeccionado com uma lente convergente, tem o objetivo de formar uma imagem real e aumentada de um *slide*. Quando esse *slide* é colocado bem próximo do foco da lente e fortemente iluminado, produz-se uma imagem real, que pode ser projetada em uma tela, como ilustrado na figura.



A distância focal é de 5 cm e o *slide* é colocado a 6 cm da lente. A imagem projetada é real e direita. Calcule:

a) a posição, em relação à lente, onde se deve colocar a tela, para se ter uma boa imagem;

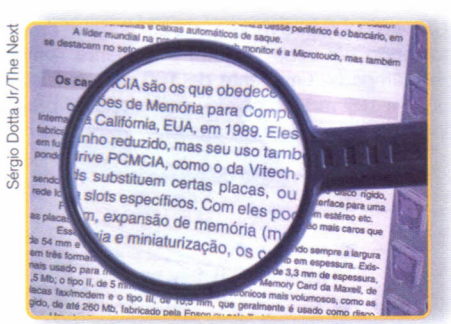
b) a ampliação lateral (aumento linear transversal).

2. Instrumentos de observação

Os instrumentos de observação fornecem uma imagem final virtual de um objeto. Lupas e microscópios são instrumentos de observação que ampliam a imagem de objetos que se encontram próximos. Lunetas, telescópios e binóculos são instrumentos que nos auxiliam a enxergar detalhes de objetos que se encontram distantes. Esses instrumentos, em função do tipo de lentes que utilizam e da maneira como são associadas, formam uma imagem final do objeto, como se ele se encontrasse mais próximo.

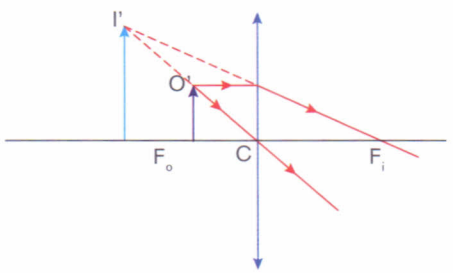
Lupa ou lente de aumento

Consiste em uma lente convergente de pequena distância focal que, de um objeto real, fornece uma imagem virtual direita e maior do que o objeto.



Sérgio Dotta Jr./The Next

Lupa.



A imagem formada pela lupa é de natureza virtual, maior que o objeto e direita.

Microscópio composto

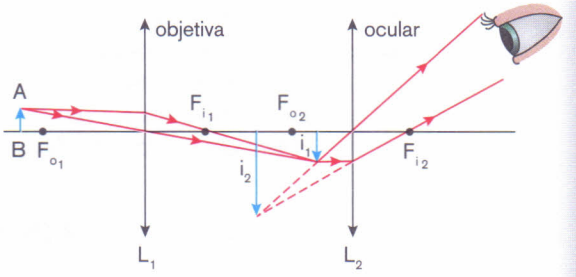
É utilizado para a observação de objetos de pequenas dimensões para os quais se deseja um aumento muito grande.

O microscópio composto consta de duas lentes convergentes, associadas coaxialmente (sobre o mesmo eixo principal) e colocadas cada uma numa extremidade de um tubo fechado. Uma delas, denominada objetiva, de pequena distância focal, da ordem de milímetros, é colocada na extremidade inferior do tubo, próxima ao objeto; a outra, denominada ocular (que nada mais é do que uma lupa), fica na parte superior do tubo. Com a ocular, observamos a imagem fornecida pela objetiva. A imagem final é virtual, invertida e maior que o objeto.

Hemera

Microscópio composto.

Acompanhe, no esquema representativo, que o objeto deve estar situado um pouco além do foco da objetiva L_1. A primeira imagem deve cair entre o foco e a lente L_2 (ocular). Essa imagem serve de objeto para a ocular L_2, dando origem à imagem final que será virtual, invertida e maior em relação ao primeiro objeto.



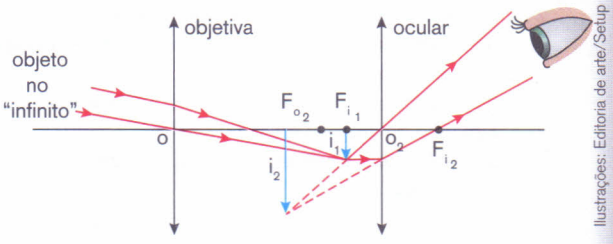
O aumento linear transversal do microscópio composto é igual ao produto dos aumentos lineares transversais da objetiva e da ocular.

$$A_{microscópio} = A_{objetiva} \cdot A_{ocular}$$

Luneta

É utilizada para a observação de objetos localizados a grandes distâncias, como cometas, planetas e estrelas. A luneta astronômica é formada por duas lentes convergentes. A objetiva, cuja distância focal é da ordem de alguns metros, e a ocular.

No esquema apresentado, como o objeto está a grande distância, a imagem **i** se forma no plano focal da objetiva, entre o foco objeto e o centro óptico da ocular. Essa imagem serve de objeto para a ocular que forma a imagem final i_2, virtual, invertida e maior que o objeto para a ocular.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para luneta astronômica, temos o aumento angular nominal dado por:

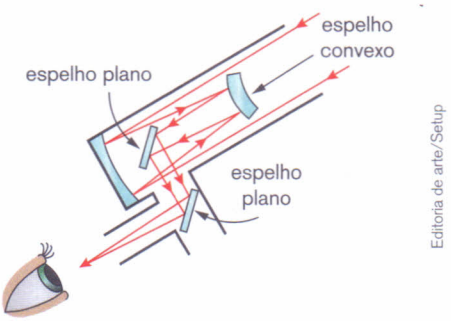
$$A_n = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

em que:

A_n: aumento angular nominal f_{ob}: foco da objetiva f_{oc}: foco da ocular

Telescópio

Instrumento óptico que se destina a observar objetos distantes. Ele difere da luneta astronômica pela objetiva. No telescópio, a objetiva é um espelho côncavo de grande distância focal, enquanto na luneta astronômica é uma lente.



Editoria de arte/Setup

Observe os raios de luz chegando ao telescópio praticamente paralelos, incidindo num espelho côncavo primeiro e depois num convexo. Em seguida, eles são desviados para o olho do observador por dois espelhos planos.

Aplicações

1 Um observador se coloca a 5 cm do centro óptico de uma lupa de distância focal de 8 cm. Um objeto de altura de 6 cm é colocado a 2 cm da lupa.
Determine:

a) a posição da imagem;
b) o tamanho da imagem;
c) o aumento linear transversal.

Resolução:

Dados: $f = 8\ cm$, $o = 6\ cm$, $p = 2\ cm$

a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} \Rightarrow p' = -\frac{8}{3}\ cm$

b) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{6} = -\frac{\left(-\frac{8}{3}\right)}{2} \Rightarrow i = 8\ cm$

c) $A = \frac{i}{o} = \frac{8}{6} \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

2 A objetiva de um microscópio tem distância focal de 8 mm e a ocular tem distância focal de 18 mm. Um objeto de 2 mm de altura está a 8,4 mm da objetiva e a distância que separa as duas lentes é de 180 mm. Determine:

a) a que distância da objetiva se formará a primeira imagem do objeto;
b) o tamanho desta imagem;
c) a que distância da ocular se formará a imagem final;
d) o tamanho da imagem final;
e) o aumento linear transversal do microscópio.

Resolução:

Dados: $f_{ob} = 8\ mm$; $f_{oc} = 18\ mm$; $p_1 = 8{,}4\ mm$; $d = 180\ mm$

a) Cálculo de p_1'

$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{8{,}4} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = 168\ mm$

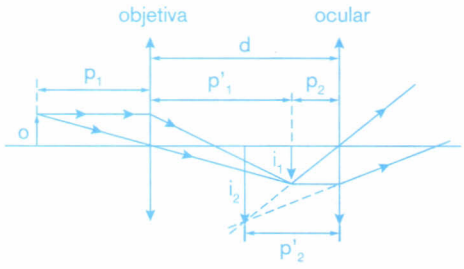
b) Cálculo de i_1

$$\frac{i_1}{o} = -\frac{p'_1}{p_1} \Rightarrow \frac{i_1}{2} = -\frac{168}{8,4} \Rightarrow i_1 = -40 \text{ mm}$$

c) Cálculo de p'_2

$$p_2 = d - p'_1 = 180 - 168 = 12 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{18} = \frac{1}{12} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow p'_2 = -36 \text{ mm}$$



d) Cálculo de i_2

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{p'_2}{p_2} \Rightarrow \frac{i_2}{-40} = -\frac{(-36)}{12} \Rightarrow i_2 = -120 \text{ mm}$$

e) Cálculo de $A_{microscópio}$

$$A_{microscópio} = A_{objetiva} \cdot A_{ocular} = \frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{i_1} \Rightarrow A_{microscópio} = \frac{-40}{2} \cdot \frac{-120}{-40} = -60 \text{ ou } |A| = 60$$

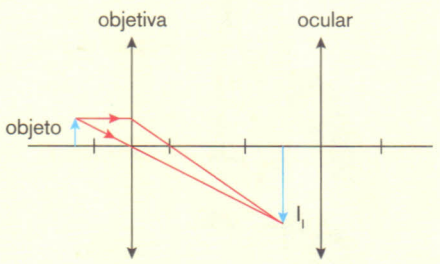
Atividades

1 *(Unama-PA)* A necessidade de ter instruções contidas nas minúsculas letras impressas em bulas de remédios obriga o dono da casa a usar uma lupa ou lente de aumento.

a) Qual o tipo de lente e a natureza da imagem obtida nessa situação?

b) Com determinada lente, podem-se obter diferentes ampliações, variando-se a distância da lente ao texto. Para obter ampliação máxima, dentro dos limites de nitidez da imagem, a lente deve ficar próxima ou distante do texto? Justifique.

2 *(Vunesp-SP)* Em uma aula sobre óptica, o professor explica aos seus alunos o funcionamento básico de um microscópio óptico composto, que pode ser representado por duas lentes convergentes, a objetiva e a ocular. Quando o objeto a ser visualizado é colocado próximo à objetiva, uma imagem ampliada I_I é formada entre a ocular e o foco da ocular, como esquematizado na figura. Esta imagem é, então, ampliada pela ocular, gerando a imagem I_{II}, vista pelo observador.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sendo assim:

a) copie a figura em seu caderno de respostas e complete-a com os raios de luz que mostrem a formação da imagem I_{II} gerada pela ocular.

b) classifique como real ou virtual as imagens I_I e I_{II}.

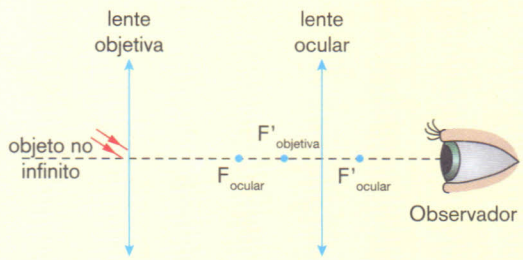
3 *(Cesgranrio-RJ)* Dispondo de três lentes, L_1, L_2 e L_3, um estudante deseja construir um microscópio composto com apenas duas lentes (uma objetiva e a outra ocular). As características das três lentes disponíveis são:

Lente	Tipo	Distância focal
L_1	Convergente	+2,0 cm
L_2	Convergente	+10,0 cm
L_3	Divergente	−5,0 cm

Escolha, dentre as opções abaixo, a objetiva e a ocular que devem ser utilizadas.

	Objetiva	Ocular
a)	L_1	L_2
b)	L_1	L_3
c)	L_2	L_1
d)	L_2	L_3
e)	L_3	L_1

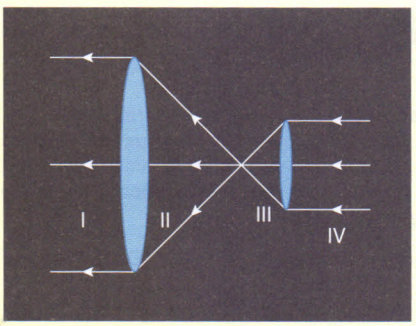
4 *(UFF-RJ)* A utilização da luneta astronômica de Galileu auxiliou a construção de uma nova visão do Universo. Esse instrumento óptico, composto por duas lentes — objetiva e ocular —, está representado no esquema a seguir.



Considere a observação de um astro no "infinito" por meio da luneta astronômica de Galileu. Nesse caso, as imagens do objeto formadas pelas lentes objetiva e ocular são, respectivamente:

a) real e direita em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.
b) real e invertida em relação ao astro; virtual e invertida em relação à imagem da objetiva.
c) virtual e invertida em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
d) virtual e direita em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
e) real e invertida em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.

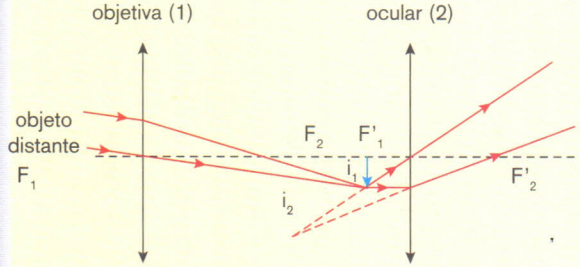
5 *(UEL-PR)* A figura a seguir ilustra um telescópio refrator simples, composto por duas lentes biconvexas delgadas. Com base na figura e nos conhecimentos de óptica geométrica, assinale a alternativa correta.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Lentes bicôncavas podem convergir os raios de luz da região **I**, diminuindo assim o tamanho da imagem.
b) Lentes bicôncavas podem divergir os raios de luz da região **II**, tornando-os paralelos.
c) Os raios de luz que emergem na região **IV** produzirão uma imagem se projetados em uma tela (anteparo).
d) Lentes biconvexas podem divergir os raios de luz da região **III**, tornando-os paralelos.
e) Uma lente divergente deve ser utilizada para focar os raios de luz que emergem na região **IV** sobre um anteparo.

6 *(PUCCamp-SP)* O esquema abaixo mostra a formação da imagem em uma luneta astronômica.



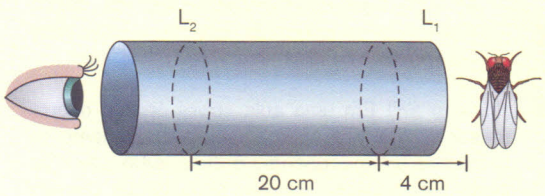
Numa certa luneta as distâncias focais da objetiva e da ocular são de 60 cm e 30 cm, respectivamente, e a distância entre elas é de 80 cm. Nessa luneta a imagem final de um astro distante se formará a:

a) 30 cm da objetiva
b) 30 cm da ocular
c) 40 cm da objetiva
d) 60 cm da objetiva
e) 60 cm da ocular

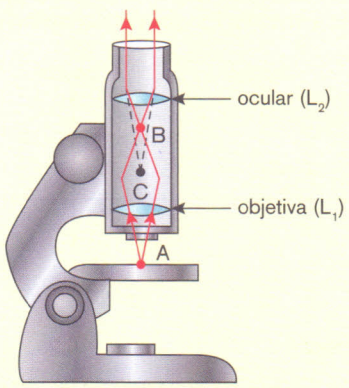
7 Colando duas lentes de óculos às extremidades de um tubo de papelão, um experiente astrônomo improvisou uma luneta. Uma das lentes, L_1, tem distância focal de 200 cm, enquanto a outra, L_2, distância focal de 20 cm.

a) Esquematize a luneta indicando as funções (ocular e objetiva) de cada uma das lentes.
b) Determine o aumento dessa luneta.

8 *(UECE)* Um estudante construiu um microscópio usando um tubo plástico de PVC e duas lentes convergentes L_1 e L_2, cujas distâncias focais medem, respectivamente, $f_1 = 3$ cm e $f_2 = 10$ cm. As lentes distam 20 cm uma da outra, conforme ilustra a figura. Uma mosca, colocada a 4 cm da lente L_1, é observada com esse microscópio. Determine a ampliação linear com que o observador verá a imagem da mosca.



9 O esquema a seguir mostra a trajetória de dois raios luminosos no interior de um microscópio composto.



Nesse esquema, classifique os pontos **A**, **B** e **C** como objeto ou imagem (real ou virtual) em relação à lente objetiva ou à lente ocular.

3. O olho humano

O órgão receptor do sentido da visão é o bulbo ocular, que é aproximadamente esférico com um diâmetro aproximado de 22 mm. Ao bulbo ocular prendem-se três pares de músculos destinados a orientá-lo e sua parede é formada de três camadas:

- **esclera**: camada exterior opaca e esbranquiçada. Na parte anterior, a esclera é mais abaulada e transparente, formando a **córnea**.
- **corioide**: camada pigmentada e vascularizada, sua função é a irrigação sanguínea do bulbo ocular.
- **retina**: membrana nervosa na qual estão localizadas as células sensitivas da visão. Essas células comunicam-se com o centro da visão do cérebro pelo **nervo óptico**.

Atrás da córnea existe um diafragma regulável chamado **pupila** e uma **lente** (cristalino) convergente deformável. Veja a figura ao lado, que representa um corte esquemático do olho humano.

A **pupila** é um orifício, por onde entra a luz, localizado num disco chamado **íris**, que é a estrutura que confere a coloração aos olhos: azul, verde, castanho etc.

A **lente**, por sua vez, está suspensa pelos músculos ciliares. A contração desses músculos faz a lente se tornar mais ou menos convergente.

Entre a córnea e a lente, na câmara anterior, existe um líquido denominado **humor aquoso**. Entre a lente e a retina, na câmara posterior, existe outro líquido, denominado **humor vítreo**.

Na retina, encontramos a "mancha amarela". No centro da mancha amarela, existe uma depressão da ordem de $\frac{1}{4}$ mm chamada "fóvea central". Essa região corresponde ao início do nervo óptico e, justamente aí, a retina não apresenta receptores visuais. Nesse local em que não há formação de imagens, temos o ponto cego.

Photodisc/Getty Images

Thaís Falcão

A íris e a pupila são apenas algumas partes visíveis dessa complexa estrutura que é o olho humano.

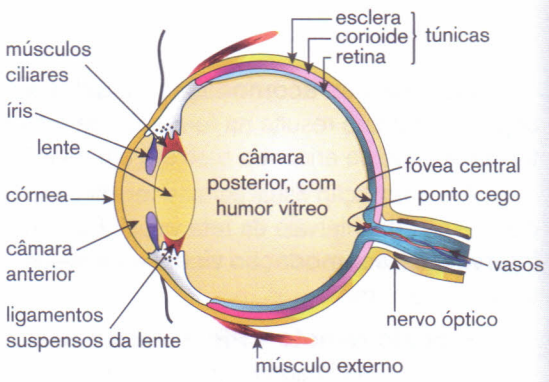
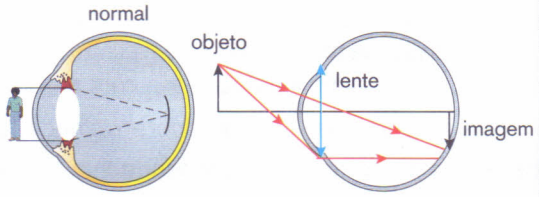


Ilustração produzida com base em: CUTNELL, J. D.; JOHNSON, K. W. *Física*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 2. p. 300.



Observe, na figura, a imagem formada pela lente (projetada nitidamente sobre a retina de um olho normal) e o seu respectivo esquema.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Acomodação visual

O bulbo ocular pode ser comparado com um sistema óptico formado por uma lente delgada convergente cujo centro óptico se localiza a aproximadamente 20 mm de distância da retina.

O eixo óptico do bulbo ocular é a reta que passa pelo seu centro geométrico e pelo centro da pupila. O centro óptico difere um pouco do eixo visual que passa pelo centro da pupila e pela fóvea central. O tamanho da imagem projetada na retina depende do ângulo visual do objeto.

Para que um objeto seja visto distintamente, é necessário que se forme uma imagem nítida dele sobre a retina. Como a retina ocupa uma posição fixa no bulbo ocular, conclui-se que a imagem de

qualquer objeto se forma sempre no mesmo lugar. Porém, enxergamos objetos situados a alguns centímetros até objetos situados a distâncias enormes. Isso é possível porque a distância focal da lente varia. Essa focalização do olho é conseguida por meio de movimentos da lente e dos músculos ciliares que se prendem à lente.

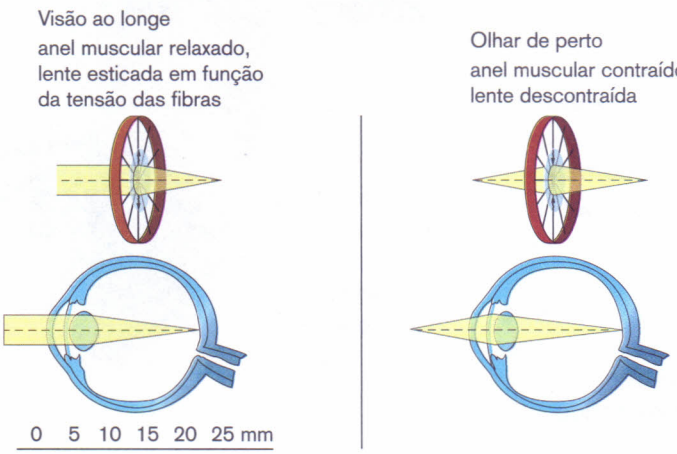
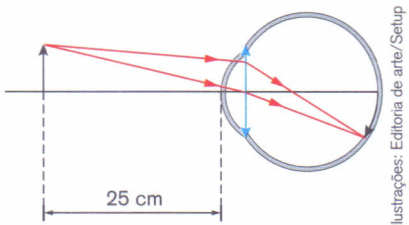


Ilustração produzida com base em: CUTNELL, J. D.; JOHNSON, K. W. *Física*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 2. p. 301.

Observe na figura a lente e duas situações distintas. À esquerda, preparada pelos músculos ciliares para observar objetos relativamente distantes; à direita, para observar objetos mais próximos do olho.

Denomina-se **acomodação visual** o ajuste automático da vergência do olho para a distância do objeto visado que resulta na formação de uma imagem nítida sobre a retina, independentemente da distância em que se encontra o objeto em relação ao olho.

A acomodação visual permite ver nitidamente objetos compreendidos em certo intervalo da reta visual. Esse intervalo é denominado **intervalo de acomodação visual** e vai desde um ponto remoto até um ponto próximo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Observe o esquema da formação da imagem sobre a retina, de um objeto distante 25 cm do olho.

- **ponto remoto – PR**: é o ponto objeto ao qual o olho conjuga uma imagem nítida sobre a retina sem esforço algum de acomodação. O ponto remoto pode ser real, virtual ou impróprio.
- **ponto próximo – PP**: é o ponto objeto ao qual o olho conjuga uma imagem nítida sobre a retina com um esforço máximo de acomodação. A distância do ponto próximo ao centro óptico do olho é denominada distância mínima da visão distinta. A posição do ponto próximo varia de indivíduo para indivíduo e num mesmo indivíduo varia com a idade.

À medida que um indivíduo envelhece, a distância mínima da visão distinta aumenta. Isso se deve ao fato de a lente ir perdendo sua flexibilidade.

Adaptação visual

O diâmetro da pupila pode variar de 1,5 mm a 2 mm, quando a iluminação é muito intensa, e de 8 mm a 10 mm, quando a iluminação é muito fraca. A função da íris é regular o diâmetro da pupila em função da quantidade de luz que entra no olho. Esse movimento de contração e dilatação da íris denomina-se **adaptação visual**.

À medida que o olho recebe fluxo luminoso crescente, ocorrem nele dois fenômenos: a pupila diminui e a retina se torna menos sensível.

Os receptores visuais são de duas espécies: cones e bastonetes.

Os cones são responsáveis pela visão colorida. A mancha amarela contém predominantemente cones. Na fóvea central, há exclusivamente cones, em número aproximado de 10 mil. O olho possui cerca

de 7 milhões de cones e 120 milhões de bastonetes. Na fóvea central, cada cone é ligado a uma fibra nervosa. Fora da fóvea, vários cones podem estar ligados à mesma fibra nervosa.

Os bastonetes, por sua vez, destinam-se à visão noturna. São insensíveis às diferenças de cor e são os principais responsáveis pela adaptação visual.

A substância responsável pela sensibilidade dos bastonetes é chamada púrpura visual ou rodopsina. Essa substância desaparece sob luz muito intensa e se regenera sob luz muito fraca. A regeneração da rodopsina depende da presença da vitamina *A*, e a sua ausência acarreta a impossibilidade de adaptação do olho à visão noturna.

4. Defeitos da visão

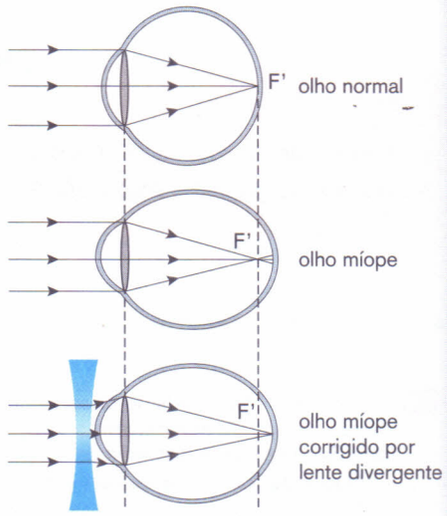
Os principais defeitos da visão são miopia, hipermetropia, presbiopia, astigmatismo e estrabismo.

Miopia

O olho míope é mais alongado que o olho normal, causando a convergência dos raios luminosos antes da retina. A pessoa portadora de miopia não enxerga distintamente objetos distantes e a imagem se forma antes da retina. Ao mesmo tempo, para objetos próximos, a nitidez da imagem é perfeita.

Como não há defeito na lente, a acomodação se realiza normalmente, acarretando uma aproximação do ponto próximo, o qual passa a ocupar uma distância menor que 25 cm.

A correção da **miopia** é feita mediante o uso de lentes **divergentes**.

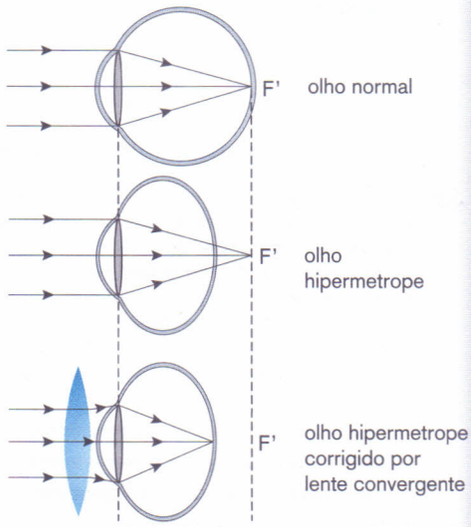


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Hipermetropia

O olho hipermetrope se caracteriza por ser menos alongado que o olho normal. Ele apresenta uma menor distância entre a retina e a lente, quando comparado ao olho normal. A imagem forma-se depois da retina. Realizando um esforço de acomodação, o hipermetrope pode diminuir a distância focal e "trazer" a imagem sobre a retina.

Com o máximo esforço de acomodação, o ponto próximo está além dos 25 cm. A correção da **hipermetropia** é feita mediante o uso de lentes **convergentes**.



Presbiopia ou vista cansada

A vista presbiope apresenta redução no intervalo de acomodação. Com o passar dos anos, a lente de uma pessoa enrijece e os músculos ciliares que realizam o trabalho de acomodação perdem sua elasticidade, diminuindo o intervalo de acomodação. Esse defeito é comum em pessoas que passam dos 40 anos. A presbiopia pode sobrepor-se à miopia ou à hipermetropia.

A presbiopia com a miopia se caracteriza por intervalo de acomodação pequeno e próximo da vista. Quando ela vem acompanhada da hipermetropia, caracteriza-se por um intervalo de acomodação pequeno e longe da vista.

A correção da **presbiopia** é feita mediante o uso de lentes **convergentes**.

Astigmatismo

O astigmatismo é um defeito proveniente da imperfeição da simetria do sistema óptico em torno do eixo óptico. Esse defeito pode resultar da imperfeição na curvatura da córnea e às vezes da lente.

A correção do **astigmatismo** é feita mediante o uso de lentes **cilíndricas**, cujo raio de curvatura compensa a deficiência do diâmetro da córnea.

Estrabismo

O estrabismo consiste na impossibilidade de dirigir simultaneamente as retas visuais de ambos os olhos sobre o ponto visado.

A correção do **estrabismo** é feita com lentes **prismáticas** que desviam os raios luminosos provenientes dos objetos de modo que as imagens se situem sobre as linhas visuais dos dois olhos.

Pense e Responda

• Por que as pessoas mais velhas que não usam óculos leem os livros segurando-os numa posição mais afastada dos olhos do que as pessoas mais jovens?

Aplicações

1 *(Unifesp-SP)* Um estudante observa que, com uma das duas lentes iguais de seus óculos, consegue projetar sobre o tampo da sua carteira a imagem de uma lâmpada fluorescente localizada acima da lente, no teto da sala. Sabe-se que a distância da lâmpada à lente é de 1,8 m e desta ao tampo da carteira é de 0,36 m.

a) Qual a distância focal dessa lente?

b) Qual o provável defeito de visão desse estudante? Justifique.

Resolução:

a) Da equação da conjugação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{1,8} + \frac{1}{0,36} \Rightarrow f = 0,30\ m$$

b) Como a lente utilizada é convergente ($f > 0$), o provável defeito de visão do estudante é a hipermetropia.

2 *(PUC-SP)* Certo professor de Física deseja ensinar a identificar três tipos de defeitos visuais apenas observando a imagem formada através dos óculos de seus alunos, que estão na fase da adolescência. Ao observar um objeto através do primeiro par de óculos, a imagem aparece diminuída. O mesmo objeto observado pelo segundo par de óculos parece aumentado e apenas o terceiro par de óculos distorce as linhas quando girado. Através da análise das imagens produzidas por esses óculos podemos concluir que seus donos possuem, respectivamente,

a) miopia, astigmatismo e hipermetropia.

b) astigmatismo, miopia e hipermetropia.

c) hipermetropia, miopia e astigmatismo.

d) hipermetropia, astigmatismo e miopia.

e) miopia, hipermetropia e astigmatismo.

Primeiro par de óculos: imagem diminuída	Segundo par de óculos: imagem aumentada	Terceiro par de óculos, quando movimentado: imagem distorcida

Editoria de arte/Setup

Resolução:

Como a primeira imagem é diminuída e direita, temos uma lente divergente, utilizada na correção de miopia.

Na segunda situação, a imagem aumentada só pode ser obtida por uma lente convergente, utilizada para correção de hipermetropia.

Na terceira situação, a imagem distorcida é gerada por uma lente cilíndrica, empregada na correção de astigmatismo.

Resposta: alternativa e.

Atividades

1 *(UCDB-MS)* Um estudante sofre de miopia e sua namorada de hipermetropia. O estudante e sua namorada terão suas visões corrigidas usando óculos cujas lentes são, respectivamente:

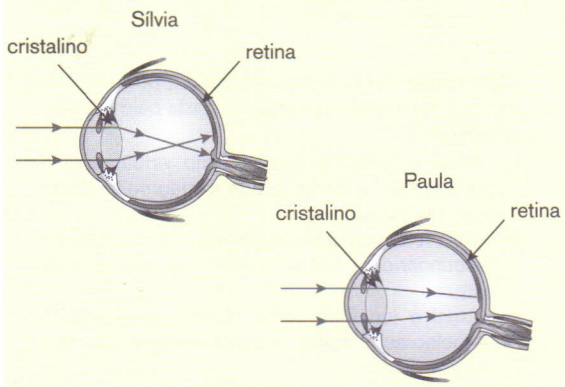
a) biconvexas e cilíndricas;
b) bicôncavas e cilíndricas;
c) plano-convexas e prismáticas;
d) convergentes e divergentes;
e) divergentes e convergentes.

2 *(Faci-SP)* Um jovem estudante, com deficiência visual, para ler um livro, necessita aproximá-lo, demasiadamente, de seu rosto. Em sala de aula não consegue ler o que está escrito adiante no quadro-negro. A alternativa que melhor se enquadra na situação é:

a) O estudante tem hipermetropia.
b) O estudante tem presbiopia.
c) O estudante tem miopia.
d) O estudante tem emetropia.

3 *(Vunesp-SP)* Uma pessoa apresenta deficiência visual, conseguindo ler somente se o livro estiver a uma distância de 75 cm. Qual deve ser a distância focal dos óculos apropriados para que ela consiga ler, com o livro colocado a 25 cm de distância? Esquematize numa figura o traçado dos raios.

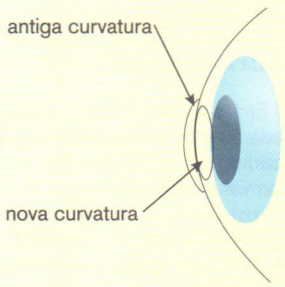
4 *(UFMG)* Após examinar os olhos de Sílvia e de Paula, o oftalmologista apresenta suas conclusões a respeito da formação de imagens nos olhos de cada uma delas, na forma de diagramas esquemáticos, como mostrado nestas figuras:



Com base nas informações contidas nessas figuras, é correto afirmar que:

a) apenas Sílvia precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes divergentes.
b) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes convergentes e Paula, lentes divergentes.
c) apenas Paula precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes convergentes.
d) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes divergentes e Paula, lentes convergentes.

5 *(UFABC-SP)* Segundo pesquisas recentes, 20% da população brasileira é míope. Pode-se corrigir a miopia com o uso de óculos, lentes de contato ou cirurgicamente. A cirurgia a *laser* consiste em esculpir e modelar a curvatura da córnea com a tecnologia do *laser* frio, chamado Excimer Laser. O epitélio do olho (camada superficial sobre a córnea) é raspado para receber o *laser*. As células da córnea são pulverizadas com a aplicação do *laser*, e a córnea é aplanada, tornando-se menos curva. O epitélio, com o tempo, se regenera.

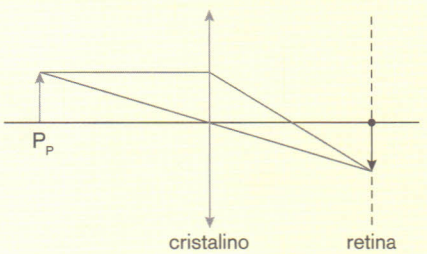


O fato de a córnea ter sido aplanada corrige a miopia porque

a) seu índice de refração fica menor, causando menos desvio nos raios luminosos.
b) seu índice de refração fica maior, causando mais desvio nos raios luminosos.
c) diminuindo a curvatura da córnea, o globo ocular torna-se menos convergente.
d) diminuindo a curvatura da córnea, o globo ocular torna-se mais convergente.
e) a córnea, mais fina, permite a entrada de mais luz no globo ocular.

6 *(Unicamp-SP)* O olho humano só é capaz de focalizar a imagem de um objeto (fazer com que ela se forme na retina) se a distância entre o objeto e o cristalino do olho for maior que a de um ponto conhecido como ponto próximo, P_P (ver figura abaixo). A posição do ponto próximo normalmente varia com a idade.

Uma pessoa, aos 25 anos, descobriu, com auxílio do seu oculista, que o seu ponto próximo ficava a 20 cm do cristalino. Repetiu o exame aos 65 anos e constatou que só conseguia visualizar com nitidez objetos que ficavam a uma distância mínima de 50 cm. Considere que para essa pessoa a retina está sempre a 2,5 cm do cristalino, sendo que este funciona como uma lente convergente de distância focal variável.



a) Calcule as distâncias focais mínimas do cristalino dessa pessoa aos 25 e aos 65 anos.
b) Se essa pessoa, aos 65 anos, tentar focalizar um objeto a 20 cm do olho, a que distância da retina se formará a imagem?

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Mais Atividades

1 *(OBF)* Uma lupa é uma lente convergente usada (normalmente) para formar, por exemplo, imagens ampliadas de palavras com letras pequenas, para que possam ser mais bem percebidas.

a) Explique qual a posição das palavras, em relação a uma lente convergente, para que ela funcione como lupa. Justifique.

b) Se a lupa for colocada dentro da água, ela aumentará ou diminuirá seu poder de ampliação, comparada a quando ela está no ar? Justifique.

2 *(PUC-MG)* Embora nossa máquina fotográfica seja simples, cada um dos seus constituintes apresenta múltiplas características. Tamanha complexidade não nos permitiria aqui aprofundar as características de cada estrutura ocular. Com o perdão da ironia, foquemos nossa atenção apenas no cristalino. É essa estrutura que ajusta o foco da imagem na retina, por contração e relaxamento dos músculos ciliares. A imagem chega de "cabeça para baixo", e o cérebro vira a imagem, em um processo de aprendizado que ocorre nos primeiros dias após o nascimento.

(*Carta Capital na Escola*, ago. 2006.)

Responda a esta questão assinalando a opção correta.

O cristalino do olho funciona como:

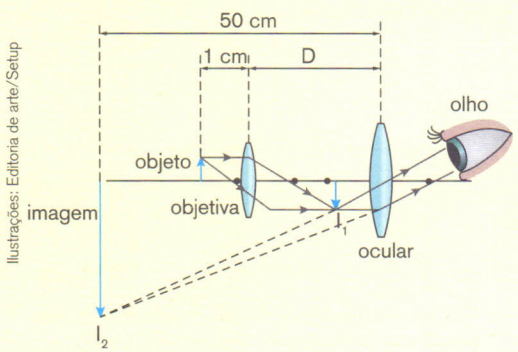
a) um espelho côncavo, pois inverte a imagem e a projeta na retina.

b) uma lente convergente, projetando sobre a retina uma imagem virtual direita.

c) uma lente convergente e projeta uma imagem real invertida.

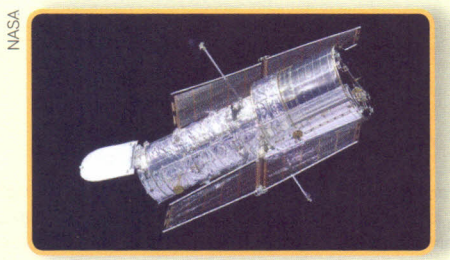
d) um conjunto de lentes e espelho, formando uma imagem virtual invertida.

3 *(UFPE)* Um microscópio é composto de duas lentes convergentes. A lente que fica mais próxima do objeto é chamada objetiva e aquela através da qual se observa a imagem é a ocular. A imagem I_1, formada pela objetiva, funciona como um objeto para a ocular (vide figura). Quando o objeto é colocado a 1,0 cm da objetiva, a imagem final que se observa é 100 vezes maior do que o objeto e se encontra a 50 cm da lente ocular. Se a ampliação devida à lente objetiva é 20 vezes, determine a distância **D** entre as lentes em cm.



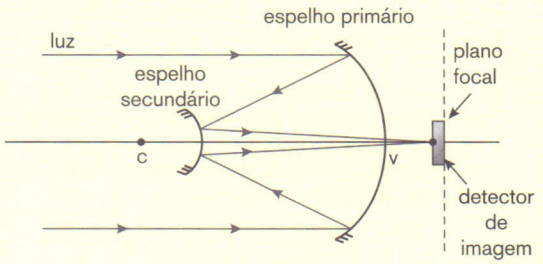
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4 *(UFF-RJ)* O telescópio refletor Hubble foi colocado em órbita terrestre de modo que, livre das distorções provocadas pela atmosfera, tem obtido imagens espetaculares do universo.



NASA

O Hubble é constituído por dois espelhos esféricos, conforme mostra a figura a seguir. O espelho primário é côncavo e coleta os raios luminosos oriundos de objetos muito distantes, refletindo-os em direção a um espelho secundário, convexo, bem menor que o primeiro. O espelho secundário, então, reflete a luz na direção do espelho principal, de modo que esta, passando por um orifício em seu centro, é focalizada em uma pequena região onde se encontram os detectores de imagem.



Com respeito a este sistema óptico, pode-se afirmar que a imagem que seria formada pelo espelho primário é:

a) virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser virtual;

b) real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser virtual;

c) virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser real;

d) real e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser real;

e) real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser real.

5 *(FGV-SP)* Em plena aula, o professor de Física descobriu acertadamente o motivo pelo qual um de seus alunos tinha que usar óculos. De posse dos óculos desse aluno, verificou que ambas as lentes possuíam bordos mais espessos que seus centros. Em seguida, olhando através de cada lente e voltando sua atenção a um friso horizontal na parede, girou-as paralelamente à parede, constatando que para ambas o friso visto através das lentes não sofria qualquer inclinação.

Naturalmente, as lentes em questão eram

a) cilíndricas e convergentes.

b) cilíndricas e divergentes.

c) esféricas e convergentes.

d) esféricas e divergentes.

e) parabólicas e convergentes.

6 *(UFV-MG)* A figura 1 ilustra um olho míope e a figura 2, um olho hipermetrope, ambos focalizando um objeto no infinito. A correção destes dois defeitos de visão é feita pelo uso de lentes de contato ou de óculos com lentes convergentes ou divergentes, conforme o caso (não necessariamente em correspondência com a sequência das figuras). Outro defeito da visão, que surge com a idade, é a presbiopia (figura 3), que consiste na incapacidade do cristalino de focalizar na retina um objeto próximo do olho.

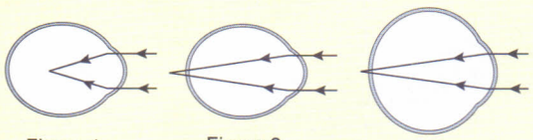


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Se uma pessoa míope ou hipermetrope se tornar também presbiope, então a lente que usa deverá ser alterada para:

a) menos divergente, se hipermetrope.

b) mais convergente, se míope.

c) mais divergente, se hipermetrope.

d) menos convergente, se míope.

e) menos divergente, se míope.

7 *(Cefet-MG)* Duas pessoas **A** e **B** usam óculos permanentes e, diante delas, podemos notar que:

- os olhos e o rosto da pessoa **A**, vistos através das lentes de seus óculos, nos parecem maiores do que são na realidade;
- os olhos e o rosto da pessoa **B**, vistos através das lentes de seus óculos, nos parecem menores do que são na realidade.

Podemos deduzir, então, que:

a) a pessoa **A** possui o defeito da miopia.

b) a pessoa **B** possui o defeito da hipermetropia.

c) ambos os óculos podem ser usados como lupa.

d) os óculos da pessoa **A** podem ser usados para projetar imagens de objetos numa tela.

e) os óculos da pessoa **B** podem ser usados para concentrar a luz solar, para queimar papéis.

8 *(UEPA)* Ao mergulhar na água, uma pessoa passa a enxergar uma imagem desfocada das coisas a sua volta. Como evoluímos para enxergar no ar, o formato e os índices de refração das partes do olho são tais que o olho normal refrata precisamente a luz que vem do ar para focalizar a imagem da retina. Por outro lado, a refração da luz que vem da água para o olho é diferente da que ocorre quando estamos no ar, o que faz com que enxerguemos fora de foco quando estamos na água. Neste caso, a distância focal do sistema do olho é diferente da normal, como também acontece em um olho com um defeito como a miopia, a hipermetropia ou a presbiopia. Sabendo que o índice de refração da água é maior do que o do ar, é correto afirmar que, em um olho dentro d'água, a imagem só seria focalizada em um ponto:

a) após a retina, como na miopia.

b) antes da retina, como na hipermetropia.

c) antes da retina, como na presbiopia.

d) após a retina, como na hipermetropia.

e) antes da retina, como na miopia.

9 *(PUCCamp-SP)* José fez exame de vista e o médico oftalmologista preencheu a receita abaixo.

		Lente Esférica	Lente Cilíndrica	Eixo
Para longe	OD	−0,50	−2,00	140°
	OE	−0,75		
Para perto	OD	2,00	−2,00	140°
	OE	1,00		

Pela receita, conclui-se que o olho:

a) direito apresenta miopia, astigmatismo e "vista cansada";

b) direito apresenta apenas miopia e astigmatismo;

c) direito apresenta apenas astigmatismo e "vista cansada";

d) esquerdo apresenta apenas hipermetropia;

e) esquerdo apresenta apenas "vista cansada".

10 *(Unifesp-SP)* As figuras mostram o Nicodemus, símbolo da Associação Atlética dos estudantes da Unifesp, ligeiramente modificado: foram acrescentados olhos na 1ª figura e óculos transparentes na 2ª.

figura 1 figura 2

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Supondo que ele esteja usando os óculos devido a um defeito de visão, compare as duas figuras e responda: Qual pode ser esse provável defeito? As lentes dos óculos são convergentes ou divergentes?

b) Considerando que a imagem do olho do Nicodemus com os óculos seja 25% maior que o tamanho real do olho e que a distância do olho à lente dos óculos seja de 2 cm, determine a vergência das lentes usadas pelo Nicodemus, em dioptrias.

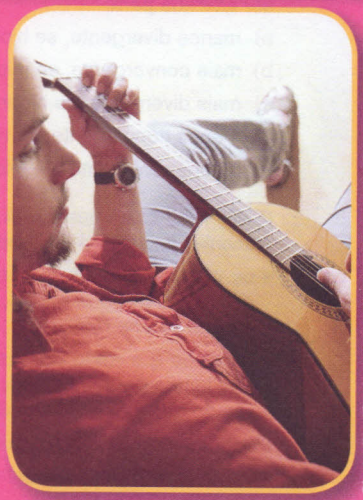
Rob Walls/Alamy/Otherimages

UNIDADE X
Ondulatória

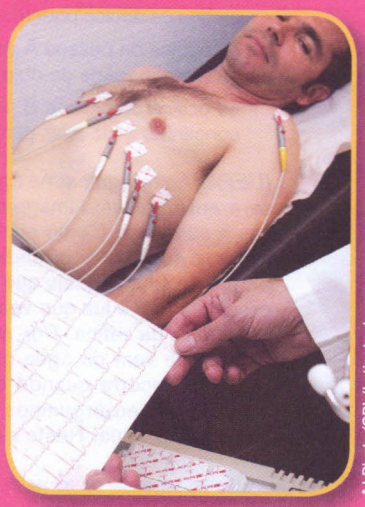
Os fenômenos periódicos são comuns em nossa vida, sendo possível encontrá-los em diversos movimentos, como um ventilador, a roda de um carro, na subida e descida da maré de determinada região. As ondas também são fenômenos periódicos.

Nesta unidade trataremos das ondas em geral e particularmente das ondas sonora e acústica. Os batimentos cardíacos, por exemplo, podem ser descritos como contrações cíclicas e coordenadas que num eletrocardiograma se manifestam como ondas.

Ao vibrar um diapasão, produzem-se ondas sonoras numa frequência específica que serve de base para a afinação de instrumentos musicais ou para harmonizar um coral. As vibrações no diapasão ou as oscilações nas cordas do violão são exemplos de movimentos cíclicos chamados harmônicos, pois ocorrem numa frequência bem definida. A caixa oca de madeira do violão entra em ressonância com a vibração das cordas, amplificando o som para os padrões auditivos humanos. De maneira análoga, quando uma mãe impulsiona seu filho no balanço, só consegue amplificar o movimento se o impulso dado também estiver em ressonância com o balanço.



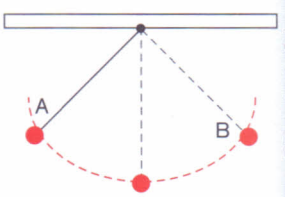
Photodisc/Getty Images



AJ Photo/SPL/Latinstock

CAPÍTULO 28 – MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

1. Movimentos periódicos – período e frequência



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Um movimento que se repete da mesma forma, em intervalos de tempos iguais e sucessivos, é denominado periódico. Na vida cotidiana, esses movimentos são bastante frequentes. Como exemplos, podemos citar as oscilações das cordas de um violão e o movimento de um balanço e de um pêndulo oscilando, entre outros. Assim, os movimentos periódicos são aqueles que possuem a característica de repetir seu ciclo intermitentemente em intervalos de tempos iguais.

O movimento em que o corpo oscila em torno de uma posição de equilíbrio, ora num sentido, ora no outro, é chamado **movimento oscilatório** ou **movimento vibratório**.

Uma oscilação completa é o movimento efetuado pelo corpo num percurso de ida e volta.

O intervalo de tempo decorrido na repetição do movimento é chamado **período T**.

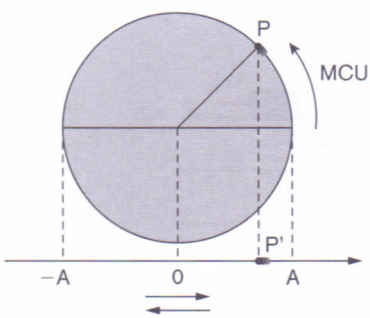
O período do pêndulo representado na figura é o intervalo de tempo necessário para ele efetuar um ciclo completo, ou seja, ir de *A* a *B* e retornar a *A*.

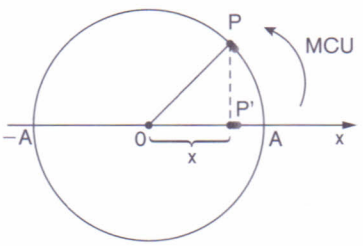
O número de vezes que um movimento é repetido na unidade de tempo é denominado **frequência f**.

$$T = \frac{1}{f}$$

2. Movimento harmônico simples (MHS)

A figura representa uma roda em movimento uniforme munida de um parafuso *P*. Projetando sobre o diâmetro da circunferência a sombra *P'* do parafuso, tem-se que à medida que *P* percorre a semicircunferência superior, *P'* executa um movimento retilíneo de **A** para **−A**. Enquanto **P** percorre a semicircunferência inferior, **P'** executa um movimento retilíneo de **−A** para **A**. Temos então que a projeção de um ponto em MCU de período **T** faz corresponder sobre um eixo um movimento oscilatório de período também **T**.



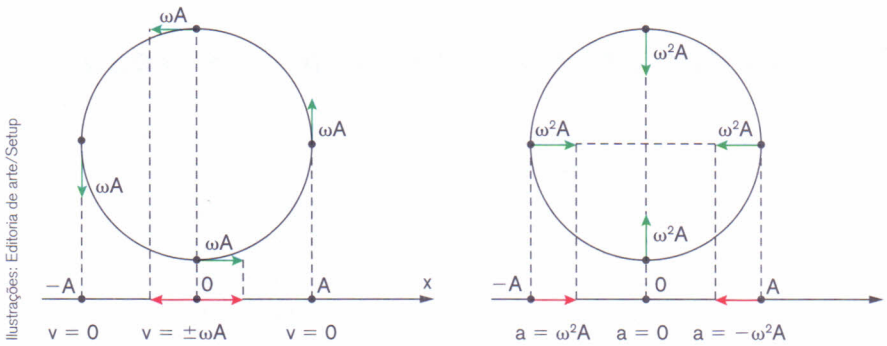


Na figura o ponto *P* realiza um movimento circular de raio **A** e velocidade angular constante **ω**; a projeção *P'* realiza oscilação em torno da posição de equilíbrio *O*.

Na descrição desse movimento, temos que:

- **x** é a **elongação**, que corresponde a abscissa medida a partir da posição de equilíbrio;
- **A** é a **amplitude** do movimento, que corresponde à máxima elongação do movimento;
- **ω** é a **pulsação** (do MHS), que no movimento circular corresponde à velocidade angular.

A velocidade escalar de P' pode ser obtida a partir da projeção da velocidade de P, $v = \omega A$, e a aceleração de P' a partir da projeção da aceleração centrípeta de P, $a_{cp} = \omega^2 A$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Das figuras, podemos fazer as seguintes considerações:

- **Nas extremidades** – pontos de inversão – onde $x = A$ e $x = -A$, a velocidade escalar é nula e a aceleração escalar, em módulo, é dada por:

$$|a| = \omega^2 A$$

- **Na posição de equilíbrio**, onde $x = 0$, a aceleração escalar é nula e a velocidade escalar, em módulo, assume os valores:

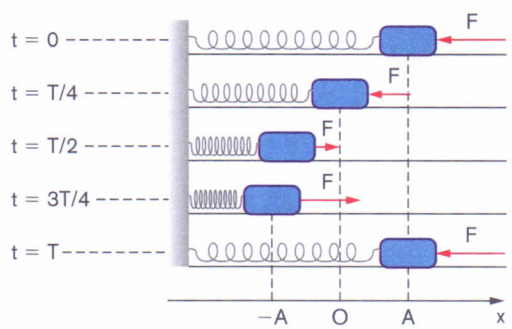
$$|v| = \omega A$$

3. Oscilador harmônico

Para estudar a dinâmica do MHS, usa-se um sistema constituído por um corpo de massa **m** preso a uma mola de constante ***k***, cuja massa é desprezível. Tal sistema recebe o nome de oscilador harmônico.

O oscilador realiza um movimento retilíneo periódico com atrito desprezível no segmento limitado pelas abscissas $x = +A$ e $x = -A$ passando em cada posição, duas vezes (ora num sentido, ora no sentido contrário) pela posição de equilíbrio O.

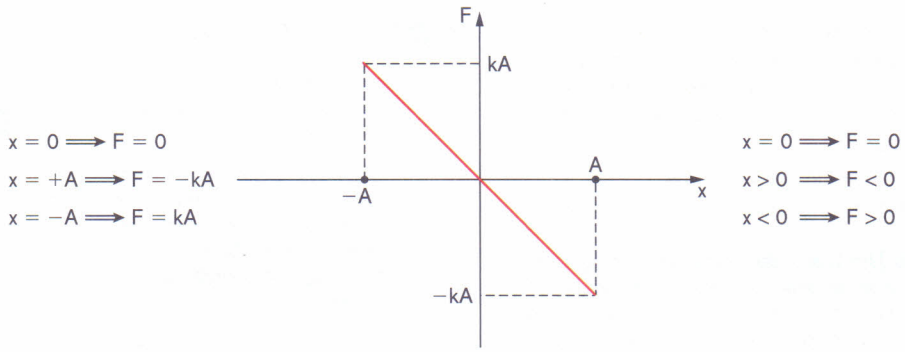
No sistema ilustrado abaixo consideraremos o oscilador harmônico a partir da posição de abscissa máxima e os instantes **t** iguais a frações do período **T**.



Durante o movimento a massa **m** fica sob ação da força resultante, cujo valor algébrico é expresso por $F_{res} = -kx$ que, exceto na posição de equilíbrio O, é sempre dirigida para essa posição. Por esse motivo ela é dita **força restauradora**. O sinal de menos enfatiza esse fato.

Tal força corresponde à reação da força elástica $F_{res} = -kx$ (lei de Hooke) que atua na mola e que é responsável pela sua deformação: alongamento e compressão.

O gráfico da força elástica restauradora em função da elongação está representado a seguir.



Agora podemos afirmar que **um corpo realiza um MHS quando oscila periodicamente em linha reta sob ação de uma força resultante expressa pela relação $F_{res} = -kx$.**

Desprezando as forças dissipativas, o oscilador harmônico é um sistema conservativo. A energia cinética $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ e a energia potencial elástica $\left(\frac{kx^2}{2}\right)$ somadas correspondem à energia mecânica total, que é constante.

$$E_{mec.total} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

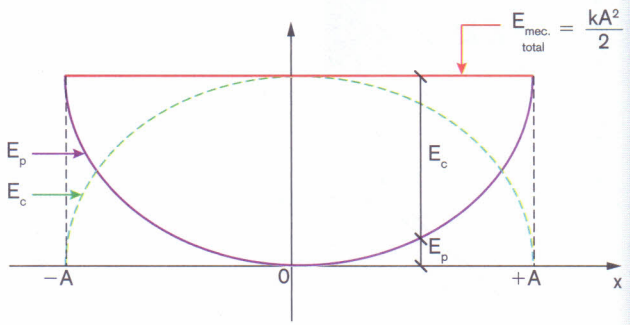


Gráfico da variação de energia mecânica, cinética e potencial ao longo da posição.

Aplicação

Um corpo de massa 10 kg é preso à extremidade livre de uma mola de constante elástica k = 40 N/m. Por meio de uma força, alonga-se a mola 10 cm. Abandonando-se o conjunto, ele começa a oscilar, efetuando um MHS. Desprezando os atritos, calcule:

a) a velocidade máxima do corpo;
b) a aceleração máxima do corpo;
c) a energia cinética e a potencial do corpo quando ele se encontra a meio caminho entre sua posição inicial e a posição de equilíbrio;
d) a energia total do sistema oscilante.

Resolução:

Dados: $m = 10\ kg$, $k = 40\ N/m$, $x = 10\ cm = 0{,}1\ m$

a) E_c será máxima quando $E_p = 0$, pois toda energia potencial terá se convertido em energia cinética.

$$E_c = E_{p\ inicial}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{kx^2}{m} \Rightarrow v = x\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow v = 0{,}1 \cdot \sqrt{\frac{40}{10}} \Rightarrow v = 0{,}2\ m/s$$

b) $|a| = \omega^2 x;\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow |a| = \frac{k}{m}x \Rightarrow |a| = \frac{40}{10} \cdot 0{,}1 \Rightarrow |a| = 0{,}4\ m/s^2$

c) $x = 0{,}05\ m$

$$E_p = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow E_p = \frac{40 \cdot 0{,}05^2}{2} = 0{,}05\ J$$

$$E_c + E_p = E_{p\ inicial}$$

$$E_c + 0{,}05 = \frac{40 \cdot 0{,}1^2}{2} \Rightarrow E_c = 0{,}2 - 0{,}05 \Rightarrow E_c = 0{,}15\ J$$

d) $E_{mec.\ total} = E_p + E_c \Rightarrow E_{mec.\ total} = 0{,}05 + 0{,}15 \Rightarrow$

$$\Rightarrow E_{mec.\ total} = 0{,}2\ J$$

Atividades

1 A lâmina de um barbeador elétrico desloca-se para a esquerda e para a direita, ao longo de uma distância de 20 mm, em movimento harmônico simples, com uma frequência de 120 Hz. Calcule:

a) a amplitude;

b) a velocidade máxima da lâmina;

c) o módulo da aceleração máxima da lâmina.

2 *(UFU-MG)* Um bloco de massa m = 1 kg preso à extremidade de uma mola e apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito oscila em torno da posição de equilíbrio, com uma amplitude de 0,1 m, conforme mostra a figura (a) abaixo. A figura (b) mostra como a energia cinética do bloco varia de acordo com seu deslocamento.

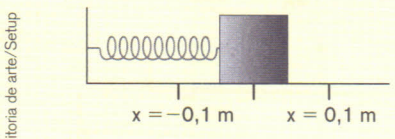


figura (a)

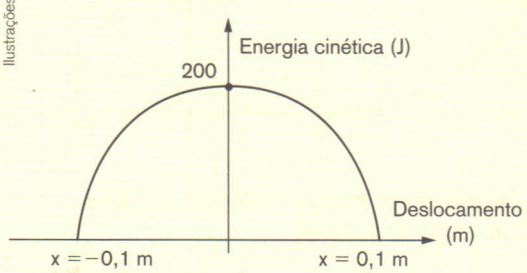


figura (b)

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

É correto afirmar que

a) quando o bloco passa pelos pontos extremos, isto é, em x = ±0,1 m, a aceleração do bloco é nula nesses pontos.

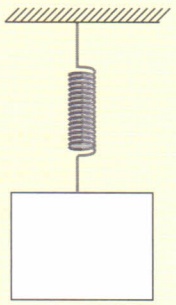
b) o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco na posição +0,1 m é $2{,}0 \cdot 10^3$ N.

c) a constante elástica da mola vale $2{,}0 \cdot 10^4$ N/m.

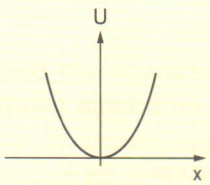
d) a energia potencial do bloco na posição +0,05 m vale 100 J.

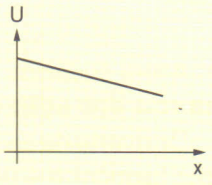
e) na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade do bloco é 20 m/s.

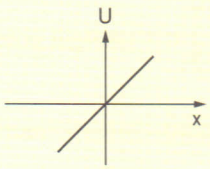
3 *(UFF-RJ)* O sistema da figura é constituído de uma mola ideal e um bloco, estando livre para oscilar verticalmente.

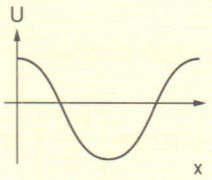


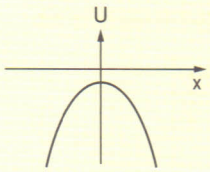
O gráfico que melhor ilustra como a energia potencial da mola (U) varia em função do deslocamento da mesma, em relação à posição de equilíbrio (x), é:

a)


d)


b)


e)


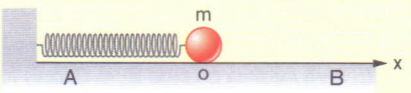
c)


4 *(Esal-MG)* Uma partícula de massa igual a 0,2 kg está oscilando em torno da posição 0, com MHS, conforme mostra a figura. Sabe-se que o tempo gasto para a partícula ir do ponto A ao B é 2,0 s e que a energia mecânica total do sistema vale 40 J. Sendo a constante elástica da mola 20 N/m e supondo desprezíveis todos os tipos de atrito, calcule:

a) a amplitude (A) do MHS;

b) o período do movimento;

c) a intensidade da força elástica para x = A, em módulo.



4. Período do MHS

Considerando um dos limites de oscilação, x = A, temos:

- $F = -kx = -kA$ (1)
- $a = -\omega^2 A$ (2)
- $F_{res} = ma$ (3)

Com uma manipulação algébrica, substituindo as duas primeiras expressões na terceira podemos escrever:

$F_{res} = F$

$ma = -kA$

$m \cdot -\omega^2 A = -kA$

$k = m\omega^2$

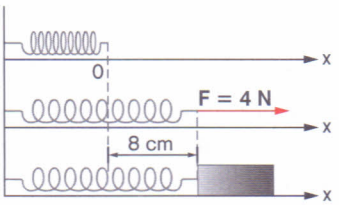
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

O período independe da amplitude do movimento. Ele depende somente da massa **m** do corpo e da constante elástica **k** da mola.

Aplicação

Uma mola horizontal sofre um alongamento de 8 cm de seu estado de equilíbrio quando se aplica uma força de 4 N. Liga-se, então, um corpo de massa igual a 2 kg à sua extremidade, conforme indica a figura.
Abandonando-se o conjunto, o corpo começa a oscilar, efetuando um MHS. Desprezando as forças dissipativas, calcule:

a) a constante elástica da mola;
b) o período do movimento;
c) a amplitude do movimento;
d) a velocidade máxima do corpo vibrante.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Dados: $x = 8\ cm = 8 \cdot 10^{-2}\ m$, $F = 4\ N$, $m = 2\ kg$

a) $F = kx \Rightarrow 4 = k \cdot 8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 50\ N/m$

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{50}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5}\ s$

c) $A = 8\ cm = 8 \cdot 10^{-2}\ m = 0{,}08\ m$

d) $v_{máx} = \omega A \Rightarrow v_{máx} = \frac{2\pi}{T} \cdot A \Rightarrow v_{máx} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow v_{máx} = 0{,}4\ m/s$

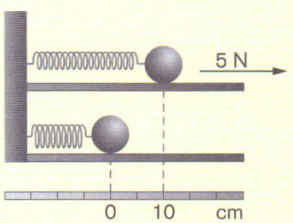
A velocidade máxima ocorre duas vezes na posição de equilíbrio em cada período, +0,4 m/s na ida e −0,4 m/s na volta.

Atividades

1 *(Unitau-SP)* Um objeto de massa M, preso à mola de constante elástica k, executa pequenas oscilações verticais de período T quando o sistema está na superfície da Terra. Se esse sistema for colocado para oscilar na Lua, onde a aceleração da gravidade é $\frac{1}{6}$ da aceleração da gravidade terrestre, podemos afirmar que o período do movimento será:

a) $\frac{1}{6}$ menor que T.
b) $\frac{1}{6}$ maior que T.
c) igual a T.
d) $\frac{1}{36}$ menor que T.
e) $\frac{1}{36}$ maior que T.

2 Um corpo de massa igual a 2 kg está preso na extremidade livre de uma mola helicoidal, segundo uma direção horizontal. Para uma elongação de 10 cm, é necessária uma força de intensidade 5 N. Calcule o período de oscilação e a pulsação desse movimento.



3 *(UFJF-MG)* A figura 1 mostra uma mola de constante elástica k ligada a um corpo de massa M = 0,1 kg. O comprimento natural da mola (sem a massa M pendurada) é L_0 = 50 cm. Ao pendurarmos a massa, a mola se distende até atingir o comprimento L = 60 cm.
(Dados: g = 10 m/s²; π = 3,1.)

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

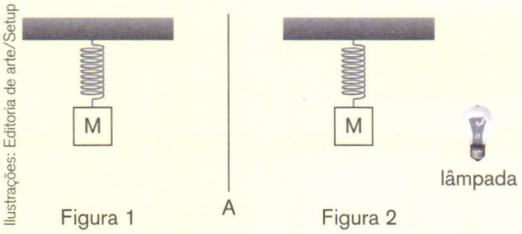


Figura 1 Figura 2

a) Encontre a constante elástica k da mola.

b) Colocando-se o sistema massa-mola para oscilar, encontre o tempo gasto numa oscilação completa.

c) Na figura 2, iluminamos o sistema massa-mola com uma lâmpada estroboscópica fixa que pisca com frequência igual à do sistema, e colocamos um anteparo A do lado oposto, para observarmos a sombra da massa M projetada sobre ele. A sombra observada sobre o anteparo se movimenta? Justifique sua resposta.

5. Pêndulo simples

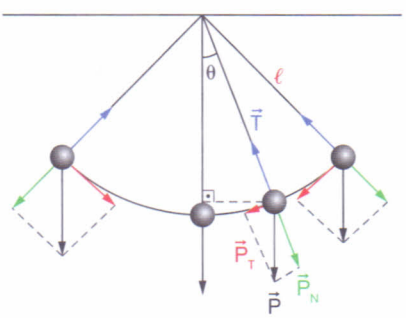
Chama-se pêndulo simples o sistema constituído por uma partícula presa à extremidade de um fio de comprimento ℓ capaz de oscilar livremente em torno de um ponto fixo sob ação do campo gravitacional de intensidade **g**.

As forças que atuam na partícula são a tração $\vec{T}$ exercida pelo fio e o peso $\vec{P}$.

A componente tangencial $\vec{P}_T$ do peso atua como força restauradora do movimento oscilatório periódico do pêndulo. Para pequenos ângulos ($\theta \leq 5°$), o movimento oscilatório do pêndulo pode ser considerado aproximadamente um MHS de período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

O período independe da amplitude e da massa pendular, dependendo somente do comprimento do fio e da aceleração da gravidade do local.



Pense e Responda

• Se um pêndulo é encurtado, seu período aumenta ou diminui? E a sua frequência?

Aplicação

Na Terra, certo pêndulo simples executa oscilações com período de 1 s.

a) Qual o período desse pêndulo, se posto a oscilar na Lua, onde a aceleração da gravidade é seis vezes menor?

b) O que aconteceria com o período desse pêndulo à medida que fosse removido para uma região livre de ações gravitacionais?

Resolução:

Dados: $T = 1\ s;\ g_{Lua} = \frac{1}{6}\ g_{Terra}$

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_T}} \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_T}}$

Elevando-se os membros da igualdade ao quadrado: $1^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{\ell}{g_T} \Rightarrow \ell = \frac{g_T}{4\pi^2}$

Na lua: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_L}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{g_T}{4\pi^2}}{\frac{g_T}{6}}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{6}{4\pi^2}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2\pi} \cdot \sqrt{6} \Rightarrow T = \sqrt{6}\ s$

b) O período tenderia ao infinito, ou seja, não oscilaria.

Atividades

1 *(OBF)* Um menino se pendura por meio de uma corda de 8 m de extensão a um galho de árvore. Nessa situação ele oscila descrevendo um arco de 30 cm de comprimento.

São feitas três afirmações a respeito do evento e que são:

I. se ele passar a oscilar segundo um arco de 60 cm, o período das oscilações dobrará.

II. se o menino tivesse uma massa duas vezes maior do que a que efetivamente tem, o período de oscilação ficaria reduzido à metade.

III. se o comprimento da corda for reduzido à metade, o período de oscilação ficará cerca de duas vezes maior.

Dessas afirmações é possível concluir que:

a) apenas as afirmações I e II são corretas.

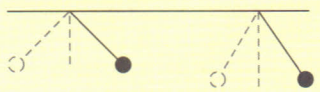
b) apenas a afirmação I é correta.

c) nenhuma das três está correta.

d) somente a afirmação III é correta.

e) apenas as afirmações II e III são corretas.

2 *(UFV-MG)* Considere a figura.



Pêndulo - 1 Pêndulo - 2

Nessa figura, o comprimento do pêndulo 2 possui o dobro do comprimento do pêndulo 1.

Sendo T_1 e T_2 os respectivos períodos dos pêndulos 1 e 2, pode-se afirmar que

a) $T_2 = 2T_2$

b) $T_2 = \sqrt{2}\, T_1$

c) $T_2 = \frac{1}{2} T_1$

d) $T_2 = T_1$

3 *(UFPel-RS)* Uma pessoa exercita-se numa bicicleta ergométrica, pedalando com velocidade angular constante, bem debaixo de uma lâmpada acesa. Um estudante observa o movimento da sombra do pedal da bicicleta no chão e conclui que o movimento apresentado pela sombra é:

a) circular e uniforme.

b) harmônico simples.

c) retilíneo uniforme.

d) de queda livre.

e) retilíneo uniformemente acelerado.

4 *(Uespi-PI)* Um relógio de pêndulo é um dispositivo composto por uma pequena esfera, suspensa por um fio metálico. Sabe-se que tal fio apresenta um determinado coeficiente de dilatação térmica linear. O pêndulo em questão oscila periodicamente sob a ação de forças gravitacionais. Baseados em tais informações, podemos dizer que os relógios de pêndulo:

a) atrasam no verão.

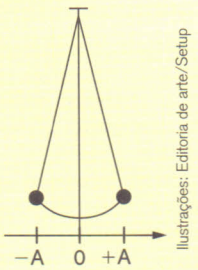
b) adiantam no verão.

c) não sofrem alteração em seus períodos de oscilação, devido às mudanças de temperatura.

d) são os mais precisos, uma vez que seus períodos de oscilação apenas dependem da aceleração da gravidade no local, que é constante.

e) são os mais precisos, uma vez que seus períodos de oscilação apenas dependem da massa da pequena esfera, que é constante.

5 *(Unifesp-SP)* Um estudante faz o estudo experimental de um movimento harmônico simples (MHS) com um cronômetro e um pêndulo simples como o da figura, adotando o referencial nela representado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Ele desloca o pêndulo para a posição +A e o abandona quando cronometra o instante t = 0. Na vigésima passagem do pêndulo por essa posição, o cronômetro marca t = 30 s.

a) Determine o período (T) e a frequência (f) do movimento desse pêndulo.

b) Esboce o gráfico x (posição) × t(tempo) desse movimento, dos instantes t = 0 a t = 3,0 s; considere desprezível a influência de forças resistivas.

6 *(UEPG-PR)* O estudo dos movimentos oscilatórios é extremamente importante para a compreensão de vários fenômenos físicos como o som, a luz, as ondas de rádio, etc. Dos movimentos oscilatórios, o mais simples é o movimento harmônico. Considere um móvel executando um MHS. Quando ele estiver numa posição de elongação máxima, em valores absolutos:

a) sua velocidade é nula, sua aceleração é máxima, sua pulsação é constante, e a força que atua sobre ele é máxima.

b) sua velocidade é máxima, sua aceleração é nula, sua pulsação é nula, e a força que atua sobre ele é nula.

c) sua velocidade é máxima, sua aceleração é máxima, sua pulsação é máxima, e a força que atua sobre ele é máxima.

d) sua velocidade é nula, sua aceleração é nula, sua pulsação é nula, e a força que atua sobre ele é nula.

e) sua velocidade é máxima, sua aceleração é máxima, sua pulsação é constante, e a força que atua sobre ele é máxima.

Mais Atividades

1 *(Ufop-MG)* Dispõe-se de duas molas idênticas de constante elástica k = 1000 N/m de um corpo de massa m = 10 kg. Realizam-se dois experimentos: **experimento 1** – o corpo é suspenso por uma mola; **experimento 2** – o mesmo corpo é suspenso pelas duas molas, uma colocada ao lado da outra. Dado g = 10 m/s².

a) Calcule a deformação das molas em cada experimento.

b) Calcule o trabalho realizado pela força gravitacional sobre as molas em cada um dos experimentos.

c) Se no experimento 1 a mola for distendida de 0,01 m além da posição de equilíbrio e, em seguida, for colocada para oscilar, quais serão a frequência de oscilação do sistema massa-mola e a amplitude de oscilação?

2 *(UFMS)* O *Bungee Jump* é um esporte radical que consiste na queda de grandes altitudes de uma pessoa amarrada numa corda elástica. Considerando desprezível a resistência do ar, é correto afirmar que

01) a velocidade da pessoa é máxima quando a força elástica da corda é igual à força peso que atua na pessoa.

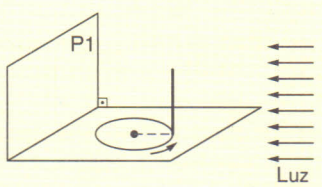
02) a velocidade da pessoa é máxima quando o deslocamento da pessoa, em relação ao ponto que saltou, é igual ao comprimento da corda sob tensão nula.

04) o tempo de movimento de queda independe da massa da pessoa.

08) a altura mínima que a pessoa atinge em relação ao solo depende da massa dessa pessoa.

16) a aceleração resultante da pessoa é nula quando ela atinge a posição mais baixa.

3 *(UECE)* Em 1610 Galileu usou o seu recém-construído telescópio para observar Calisto, uma das luas de Júpiter. Como observava noite após noite, ele mediu a posição de Calisto com relação a Júpiter e verificou que esta lua se movia para frente e para trás, o que lhe sugeria um movimento harmônico simples. Realmente, Calisto não oscila para a frente e para trás; ela se move numa órbita aproximadamente circular em torno de Júpiter. Esta situação pode ser visualizada, observando-se a sombra de uma haste vertical iluminada, fixada na borda de um disco que executa um movimento circular uniforme no plano horizontal, como mostra a figura.



Para um disco de 20 cm de raio, girando com frequência de $\frac{5}{\pi}$ Hz, a máxima aceleração da sombra da haste projetada na parede, P1, em m/s², é:

a) 10 b) 20 c) 30 d) 40

4 Um estudante de Física, morador de uma cidade litorânea, tem em casa um relógio de pêndulo simples que bate o segundo, ou seja, seu período de oscilação é 2,0 s. Ao levar esse relógio para uma cidade serrana, a mais de 1 000 m acima do nível do mar, onde a temperatura é a mesma do litoral mas o peso varia, ele observa que o relógio

a) adianta alguns segundos por dia.

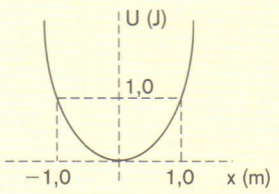
b) atrasa alguns segundos por dia.

c) adianta alguns minutos por dia.

d) atrasa alguns minutos por dia.

e) mantém inalterado seu período de 2,0 s.

5 *(PUC-MG)* Uma partícula de massa 0,50 kg move-se sob a ação apenas de uma força, à qual está associada uma energia potencial U(x), cujo gráfico em função de x está representado na figura adiante.



Esse gráfico consiste em uma parábola passando pela origem. A partícula inicia o movimento a partir do repouso, em x = 2,0 m. Sobre essa situação, é FALSO afirmar que

a) a energia mecânica dessa partícula é 8,0 J.

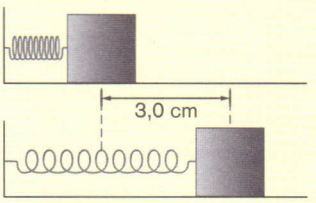
b) a velocidade da partícula, ao passar por x = 0, é 4,0 m/s.

c) em x = 0, a aceleração da partícula é zero.

d) quando a partícula passar por x = 1,0 m, sua energia cinética é 3,0 J.

6 *(UFS-SE)* Um pequeno bloco de massa 200 g, preso a uma mola de constante elástica k = 0,80 π² N/m, está em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito.

O bloco é deslocado 3,0 cm da posição de equilíbrio e, a partir do instante que é abandonado, efetua um movimento harmônico simples.



Analise as afirmações que seguem sobre o sistema mola-bloco.

0 – A energia mecânica do sistema vale 1,6π² J.

1 – A amplitude da oscilação é 6,0 cm.

2 – O período da oscilação vale 1,0 s.

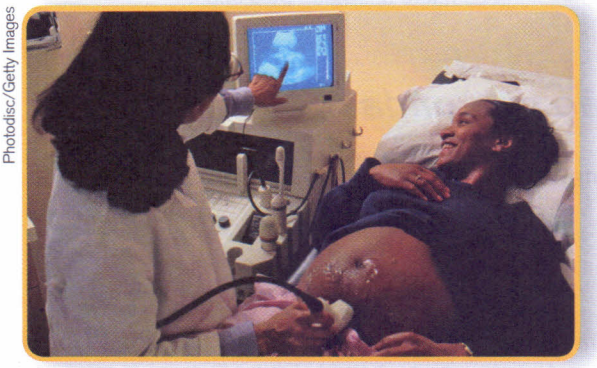
3 – A intensidade da força resultante é constante e igual a 2,4π² N.

4 – A velocidade máxima que o bloco adquire vale 6,0π cm/s.

CAPÍTULO 29 – ONDAS

O conhecimento das propriedades ondulatórias nos permitiu obter imagens a partir das ondas sonoras. Equipamentos projetados para esse fim têm representado grande avanço na Medicina. Os raios X são largamente utilizados em diversos diagnósticos médicos. O exame de ultrassonografia permite visualizar o útero de uma mulher grávida, auxiliando na observação do desenvolvimento do feto para, assim, antecipar possíveis problemas de saúde.

A comunicação entre telefones celulares ocorre por meio de ondas eletromagnéticas na faixa das micro-ondas. As faixas de frequência são previamente determinadas para cada finalidade, a fim de que não haja interferências nas comunicações.



Photodisc/Getty Images

O ultrassom permite a visualização de certas partes do organismo sem prejudicá-lo.

Stockbyte/Getty Images

Ondas eletromagnéticas propagam-se pelo espaço, possibilitando a comunicação entre as pessoas.

Sinais de ondas de rádio permitem a localização das aeronaves durante sua viagem e, com isso, a devida orientação para coordenar os pousos e as decolagens num aeroporto. O radar é um instrumento fundamental para o controle de tráfego aéreo.

1. Pulsos e ondas

O estudo das ondas produziu modelos físicos para descrever a natureza e as propriedades dos fenômenos ondulatórios. Uma onda transporta energia sem transportar matéria na direção de sua propagação.

Imagine que você está segurando uma das extremidade de uma corda e um amigo a outra.

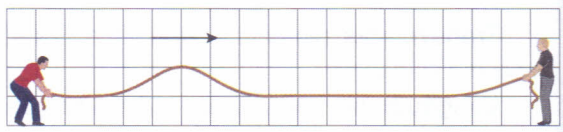
Se você fizer um movimento brusco, para cima e depois para baixo, causará uma perturbação. Uma sinuosidade se deslocará ao longo da corda, se aproximará do amigo e retornará a sua extremidade em virtude da reflexão.

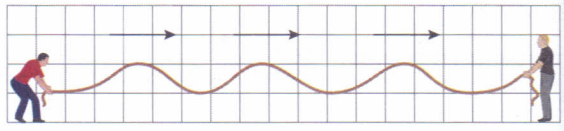
A energia que seu braço transferiu à corda se propaga até a outra extremidade por meio da perturbação causada.

Nesse exemplo, a perturbação denomina-se **pulso**. Uma composição de pulsos denomina-se **onda**; sua mão, que faz o movimento vertical, é a fonte da perturbação e a corda é o meio de propagação dessa onda.

O pulso e a onda se propagam pela corda sem transportar nenhum pedaço da corda na direção de sua propagação.

A perturbação causada pela queda de gotas na água origina um movimento que se propaga pela superfície do líquido com a forma de circunferências concêntricas, afastando-se do ponto de impacto.





Editoria de arte/Setup

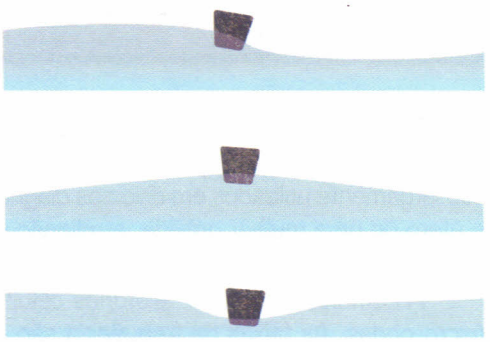
Photodisc/Getty Images

Perturbação provocada pela queda de uma gota de água.

Colocando-se um pedaço de cortiça na água, próximo ao local do impacto da gota na superfície, verifica-se que a onda, ao atingir a cortiça, faz com que ela oscile, subindo, descendo, e apresentando uma oscilação lateral de pequena amplitude, sem ser carregada pela onda.

Essa situação nos mostra que uma onda não transporta matéria. A cortiça se movimenta para cima e para baixo porque ela recebeu energia da onda, sem ser arrastada na direção de sua propagação pela superfície da água.

As ondas se distinguem por sua natureza, pela direção de propagação, por sua forma e pela direção da vibração.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A cortiça oscila vertical e lateralmente, mas não é arrastada pela onda.

2. Classificação das ondas

As ondas podem ser classificadas quanto a **natureza**, pela **direção de propagação** e pela **direção de vibração**.

Quanto à natureza

Ondas mecânicas são aquelas que precisam de um meio material para se propagar. Como exemplo, temos as ondas em cordas, ondas sonoras (som) e as ondas na água. Pela necessidade de um meio material para se propagarem, as ondas mecânicas não se propagam no vácuo.

Ondas eletromagnéticas são geradas por cargas elétricas oscilantes e não necessitam de um meio material para se propagar, podendo portanto propagar-se no vácuo. Por exemplo: ondas de rádio, de televisão, de luz, de radar, raios X, raios *laser* etc.

Quanto à direção de propagação

Unidimensionais são as ondas que se propagam numa só direção, como as ondas em cordas.

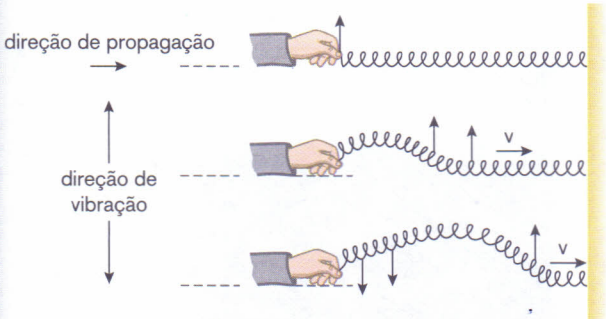
Bidimensionais são aquelas que se propagam num plano, como as ondas na superfície da água em um lago.

Tridimensionais são as que se propagam em todas as direções. Por exemplo: ondas sonoras no ar atmosférico.

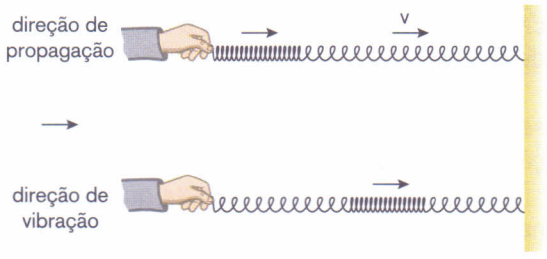
Quanto à direção de vibração

Transversais são ondas cujas vibrações são perpendiculares à direção de propagação, como as ondas em cordas.

Longitudinais são aquelas cujas vibrações coincidem com a direção de propagação, como as ondas sonoras.



Ondas transversais.



Ondas longitudinais.

Pense e Responda

• Uma criança brinca com uma bola ao redor de uma piscina. A bola cai na água e fica flutuando bem no meio da piscina. Para recuperá-la, a criança bate com as mãos na água com as mãos para cima e para baixo, provocando ondulações que se propagam na direção da bola. Ela conseguirá recuperar a bola? Justifique.

3. Velocidade de propagação de uma onda

Em meios homogêneos, as ondas mecânicas propagam-se com velocidade constante. O mesmo ocorre com as ondas eletromagnéticas, que, apesar de não necessitarem de meio para se propagar, também são capazes de se propagar em meios materiais. Quando a propagação se dá em meios homogêneos, a velocidade da onda eletromagnética é constante.

Vamos analisar uma onda material: uma onda mecânica que podemos produzir facilmente. Vejamos o caso das ondas numa corda.

Considere uma corda de massa **m** e comprimento ℓ, sob a ação de uma força de tração **T** (figura 1). Suponha que a mão de uma pessoa, agindo na extremidade livre da corda, realize um movimento vertical, periódico, de sobe e desce. Uma onda transversal se propaga através da corda com velocidade **v** (figura 2).

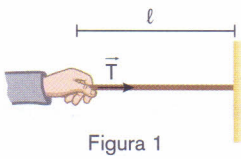


Figura 1

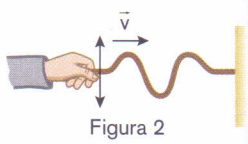


Figura 2

A velocidade de propagação da onda depende da intensidade da força que a traciona e de sua densidade linear. Pode-se demonstrar que a velocidade de propagação de uma onda transvesal numa corda é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

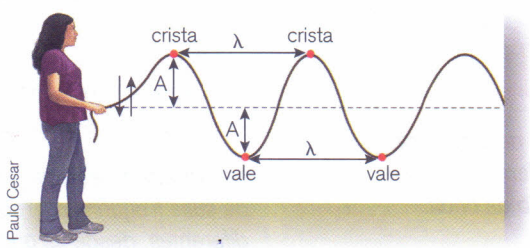
em que:

- v: velocidade de propagação de onda através da corda.
- T: força que traciona a corda.
- $\mu = \frac{m}{\ell}$: densidade linear da corda (em kg/m).

4. Ondas periódicas

Vamos estudar o caso mais simples de onda: a onda unidimensional propagando-se com velocidade constante.

Considere uma pessoa executando periodicamente um movimento vertical de sobe e desce na extremidade livre de uma corda (figura abaixo).



Paulo Cesar

Para facilitar a caracterização de uma onda, atribuímos nomes a algumas de suas partes. A parte mais elevada denomina-se **crista da onda** e a cavidade, ou seja, a parte mais baixa entre duas cristas, chama-se **vale**.

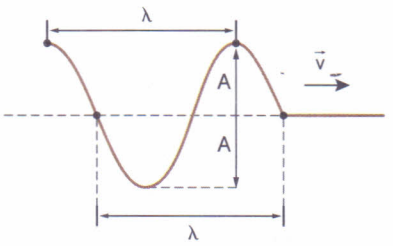
O **período T** de uma onda pode ser definido como o tempo necessário para que duas cristas consecutivas passem pelo mesmo ponto da corda, ou seja, a parte mais baixa.

Por sua vez, a **frequência f** de uma onda é o número de cristas consecutivas ou de vales consecutivos que passam por um mesmo ponto da corda, a cada unidade de tempo.

Entre **T** e **f** vale a relação:

$$f = \frac{1}{T}$$

A distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos é denominada **comprimento de onda**, representada pela letra grega λ (lambda), e **A** é a **amplitude** da onda. No SI, a unidade de medida para o comprimento de onda e para a amplitude é o metro (m).



Como um pulso se propaga com velocidade constante, vale a expressão do movimento uniforme, $s = vt$. Pensando em uma onda, podemos reescrever essa equação fazendo $s = \lambda$ e $t = T$:

$s = vt \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow \lambda = v \cdot \frac{1}{f}$, que resulta na equação:

$$v = \lambda f$$

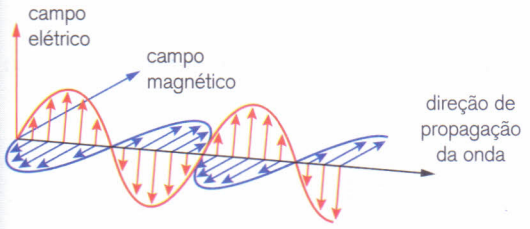
Essa equação vale para qualquer onda periódica (som, ondas na água, luz etc.) e é chamada equação fundamental da Ondulatória.

Se não houver dissipação de energia durante a propagação da onda, a amplitude do MHS dos pontos da corda será igual à amplitude do MHS produzido pela fonte.

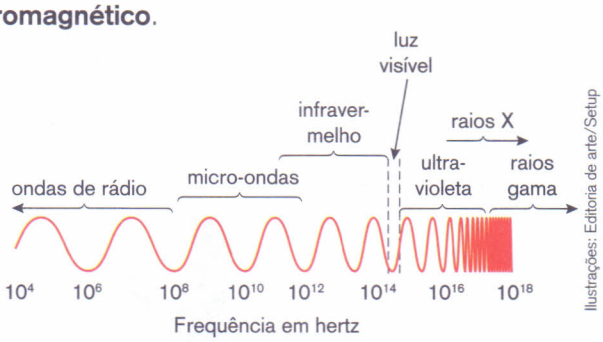
5. Ondas eletromagnéticas

Uma carga elétrica oscilante produz dois campos perpendiculares entre si, um elétrico e outro magnético, ambos perpendiculares à direção de propagação da onda eletromagnética gerada.

No vácuo, toda onda eletromagnética se propaga com uma velocidade de $3 \cdot 10^8$ m/s. Essa velocidade é designada pela letra **c**. Luz, ondas de rádio e de TV, raios X são ondas eletromagnéticas que se diferem por suas frequências. O conjunto de todas as ondas eletromagnéticas, baseado na frequência e no comprimento de onda, constitui o **espectro eletromagnético**.



Os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética são perpendiculares entre si e também à direção de propagação da onda.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No espectro eletromagnético, as ondas, dependendo de suas frequências, recebem classificações diferentes, desde as ondas de rádio até os raios gama.

Aplicações

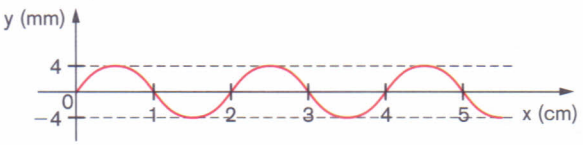
1 A onda da figura a seguir é formada por um vibrador de 3600 rpm.

Determine:

a) o comprimento de onda (λ);

b) a amplitude (A);

c) a velocidade de propagação da onda (v).



Resolução:

a) Do gráfico, observa-se que a repetição se inicia a cada 2 cm. Portanto, $\lambda = 2$ cm.

b) Do gráfico, observa-se que o máximo valor de y é 4 mm. Portanto, a amplitude é $A = 4$ mm.

c) A frequência é $f = 3600$ rpm.

$$f = \frac{3600}{60} \Rightarrow f = 60 \text{ Hz}$$

$$v = \lambda f = 2 \cdot 60 \Rightarrow v = 120 \text{ cm/s}$$

2 Um rádio receptor opera em duas modalidades: em AM, cobre o intervalo de 550 a 1550 kHz e, em FM, de 88 a 108 MHz. A velocidade das ondas eletromagnéticas vale $3 \cdot 10^8$ m/s. Quais são, aproximadamente, o menor e o maior comprimentos de onda que podem ser captados por esse rádio?

Resolução:

Como $v = \lambda f$, o menor comprimento de onda corresponde à maior frequência e o maior comprimento de onda corresponde à menor frequência.

- *menor comprimento de onda ($f = 108 \cdot 10^6$ Hz)*

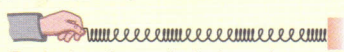
$$v = \lambda f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = \lambda \cdot 108 \cdot 10^6 \Rightarrow \lambda \simeq 2{,}8 \text{ m}$$

- *maior comprimento de onda ($f = 550 \cdot 10^3$ Hz)*

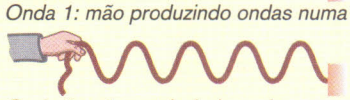
$$v = \lambda f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 550 \cdot 10^3 \Rightarrow \lambda \simeq 545 \text{ m}$$

Atividades

1 *(UEMG)* A figura mostra três ondas diferentes.



Onda 1: mão produzindo ondas numa mola.



Onda 2: mão produzindo ondas numa corda.

Onda 3: pessoa produzindo ondas sonoras no ar.

Assinale a alternativa que classifica corretamente cada um desses movimentos ondulatórios:

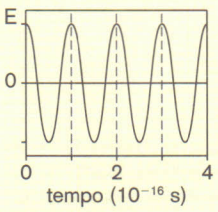
a) Onda 1: transversal; onda 2: longitudinal; onda 3: transversal.

b) Onda 1: transversal; onda 2: longitudinal; onda 3: longitudinal.

c) Onda 1: longitudinal; onda 2: transversal; onda 3: longitudinal.

d) Onda 1: longitudinal; onda 2: transversal; onda 3: transversal.

2 *(Fuvest-SP)* Em um ponto fixo do espaço, o campo elétrico de uma radiação eletromagnética tem sempre a mesma direção e oscila no tempo, como mostra o gráfico a seguir, que representa sua projeção *E* nessa direção fixa; *E* é positivo ou negativo conforme o sentido do campo.



Radiação eletromagnética	Intervalos de frequência
rádio AM	10^6
TV (VHF)	10^8
micro-onda	10^{10}
infravermelha	10^{12}
visível	10^{14}
ultravioleta	10^{16}
raios X	10^{18}
raios gama	10^{20}

Consultando a tabela acima, que fornece os valores típicos de frequência *f* para diferentes regiões do espectro eletromagnético, e analisando o gráfico de *E* em função do tempo, é possível classificar essa radiação como

a) infravermelha.

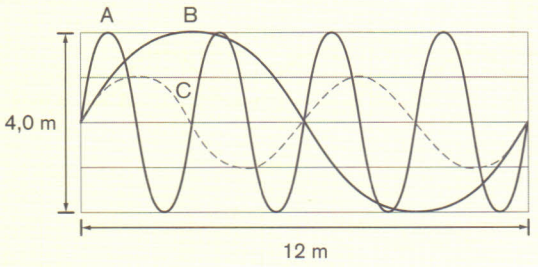
b) visível.

c) ultravioleta.

d) raio X.

e) raio γ.

3 *(UFABC-SP)* Três ondas A, B e C, percorrem, num mesmo meio, uma distância de 12 metros em 2 segundos.

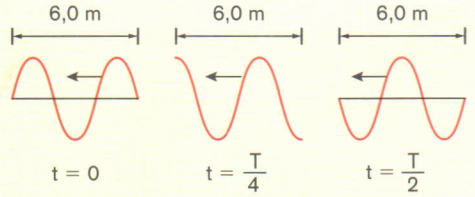


O período da onda A, a velocidade da onda B e a amplitude da onda C são, respectivamente,

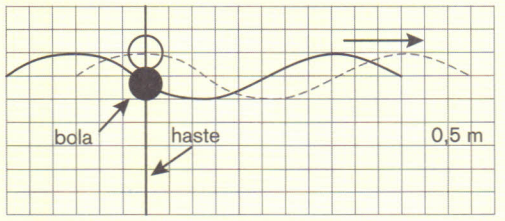
a) 0,5 s, 6,0 m/s e 1,0 m.
b) 0,5 s, 6,0 m/s e 2,0 m.
c) 2,0 s, 2,0 m/s e 1,0 m.
d) 2,0 s, 2,0 m/s e 2,0 m.
e) 4,0 s, 3,0 m/s e 4,0 m.

4 *(UFPE)* A figura mostra três fotografias de uma onda, de período T e velocidade v, que se propaga para a esquerda ao longo de uma corda. As fotos foram tiradas sucessivamente, a intervalos de tempo regulares de 2,0 segundos, nos instantes $t = 0$, $t = \frac{T}{4}$ e $t = \frac{T}{2}$.

Determine a velocidade da onda, em cm/s.



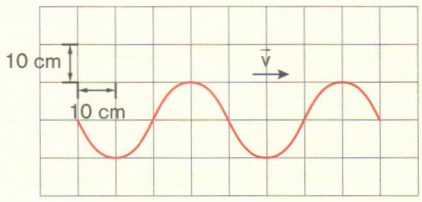
5 Uma boia pode se deslocar livremente ao longo de uma haste vertical, fixada no fundo do mar. Na figura, a curva cheia representa uma onda no instante t = 0 e a curva tracejada a mesma onda no instante t = 0,2 s. Com a passagem dessa onda, a boia oscila.



Nesta situação, o menor valor possível da velocidade da onda e o correspondente período de oscilação da boia valem:

a) 2,5 m/s e 0,2 s
b) 5,0 m/s e 0,4 s
c) 0,5 m/s e 0,2 s
d) 5,0 m/s e 0,8 s
e) 2,5 m/s e 0,8 s

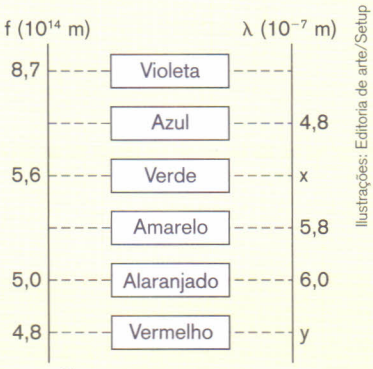
6 *(Fatec-SP)* Uma onda se propaga numa corda da esquerda para a direita, com frequência de 2,0 hertz, como é mostrado na figura.



De acordo com a figura e a escala anexa, é correto afirmar que

a) o período da onda é de 2,0 s.
b) a amplitude da onda é de 20 cm.
c) o comprimento da onda é de 20 cm.
d) a velocidade de propagação da onda é de 80 cm/s.
e) todos os pontos da corda se movem para a direita.

7 *(Unifesp-SP)* O esquema a seguir apresenta valores de frequência (f) e comprimento de onda (λ) de ondas componentes do trecho visível do espectro eletromagnético.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O quociente $\frac{y}{x}$ é igual a

a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{7}{6}$ e) $\frac{3}{2}$

8 *(Unicamp-SP)* Em um forno de micro-ondas, as moléculas de água contidas nos alimentos interagem com as micro-ondas que as fazem oscilar com a frequência de 2,40 GHz ($2{,}40 \cdot 10^9$ Hz). Ao oscilar, as moléculas colidem inelasticamente entre si transformando energia radiante em calor. Considere um forno de micro-ondas de 1 000 W que transforma 50% da energia elétrica em calor. Considere a velocidade da luz $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

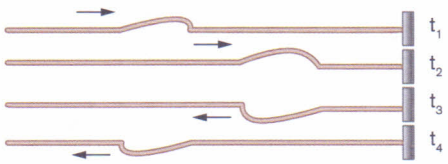
a) Determine o comprimento de onda das micro-ondas.
b) Considere que o forno é uma cavidade ressonante, na qual a intensidade das micro-ondas é nula nas paredes. Determine a distância entre as paredes do forno, na faixa entre 25 e 40 cm, para que a intensidade da radiação seja máxima exatamente em seu centro.
c) Determine o tempo necessário para aquecer meio litro de água de 20 °C para 40 °C. O calor específico da água é 4 000 J/kg °C.

6. Reflexão de um pulso

Considere uma corda com uma de suas extremidades ligada a uma parede. Se você segurar a outra extremidade esticada e produzir um pulso, ele vai se propagar até a parede, mas o que acontece depois?

Se você respondeu que o pulso volta pelo caminho de onde veio, acertou. Esse fenômeno é denominado **reflexão do pulso** e pode ocorrer de duas maneiras conforme a reflexão ocorra com a extremidade fixa ou livre.

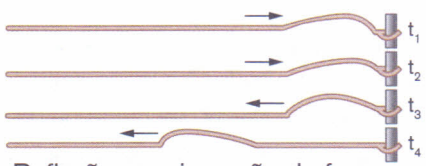
Se a **extremidade é fixa**, o pulso sofre reflexão com inversão de fase, mantendo todas as outras características. Isso significa que, se o pulso incidente sobre a parede tem um "formato" para cima, o pulso refletido terá a mesma forma, mas para baixo, como mostra a figura a seguir.



Reflexão com inversão de fase.

A explicação desse fenômeno é simples. Quando o pulso incidente chega à extremidade fixa na parede, a energia nele contida tende a fazer a parede executar o mesmo movimento dos pontos da corda, ou seja, tenta fazer a parede subir e descer. Como a inércia da parede é muito maior que a da corda, a reação da parede à força aplicada pela corda faz a forma do pulso se inverter, produzindo uma reflexão com inversão de polaridade (dita inversão de fase).

Se a **extremidade é livre**, ou seja, se ela pode oscilar de algum modo pela parede, o pulso sofre reflexão e volta sem inversão de fase. Se o "formato" do pulso incidente for para cima, a forma do pulso refletido também o será. Veja a figura a seguir.

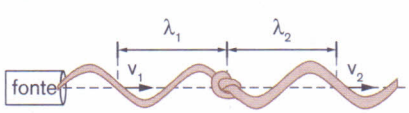


Reflexão sem inversão de fase.

7. Refração de um pulso

Agora, o que aconteceria com um pulso propagando-se numa corda não homogênea, ou seja, que não possui a mesma densidade linear em toda a sua extensão?

Se, propagando-se numa corda de menor densidade, um pulso passa para outra corda de diferente densidade ligada à primeira, dizemos que ele sofreu uma refração. A manifestação física da refração é a modificação da velocidade de propagação de uma onda de um meio para outro.



$v_1 \neq v_2$ e $\lambda_1 \neq \lambda_2$

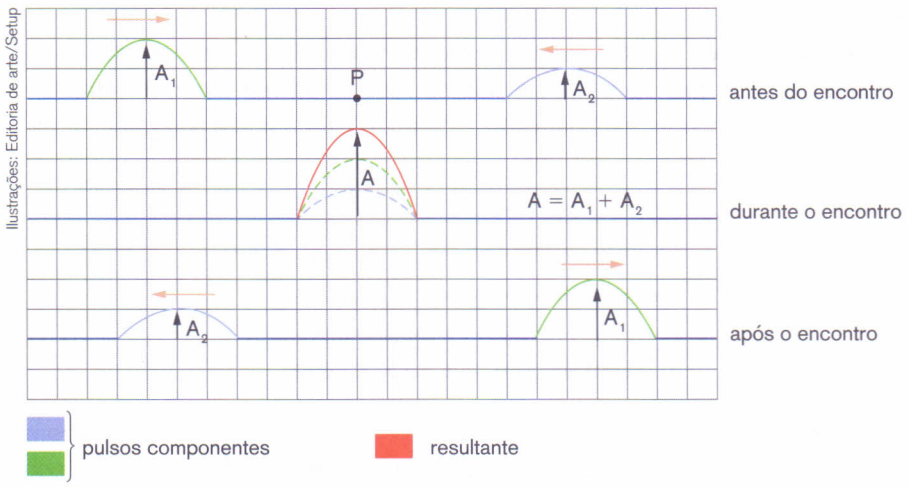
Quando um pulso passa de um meio para outro, a frequência não se modifica ($f_1 = f_2$). A partir disso, podemos escrever:

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \text{ ou } \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

8. Interferência de onda numa corda

Superposição ou interferência de ondas é o encontro ou cruzamento de duas ou mais ondas que se propagam num mesmo meio. Esse fenômeno é regido por dois princípios: o princípio da superposição e o princípio da independência das ondas.

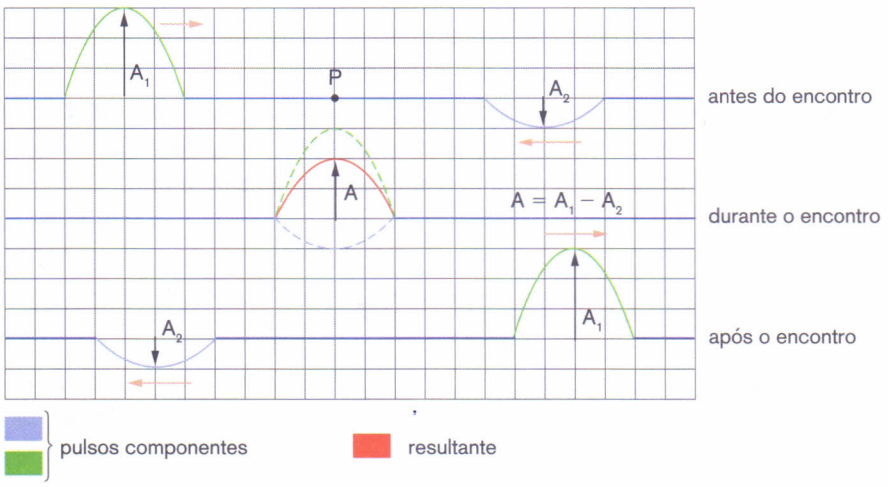
Considere dois pulsos propagando-se numa mesma corda, em sentidos opostos.



Suponha que ambos atinjam o ponto *P* da corda no mesmo instante. O princípio da superposição estabelece que eles causarão nesse ponto uma perturbação igual à soma algébrica das perturbações que cada pulso causaria se tivesse atingido esse ponto individualmente.

Após a superposição, de acordo com o princípio da independência das ondas, elas continuam a se propagar com as mesmas características de antes. Aqui também o princípio da conservação da energia se verifica, considerando que durante a propagação de ambas as ondas não tenha havido dissipação de energia por atritos.

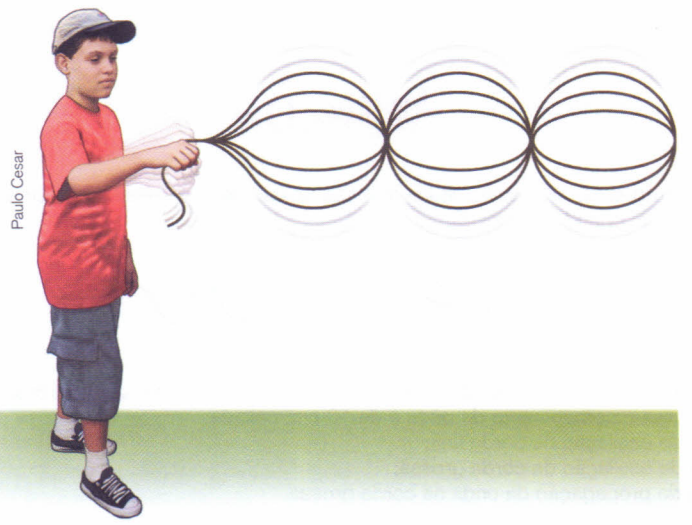
- No caso de superposição em que a amplitude resultante é aumentada, classificamos essa interferência como **construtiva**. É o que acontece quando ambos os pulsos possuem a mesma fase (ambos do mesmo lado em relação à posição de equilíbrio da corda).
- Quando a superposição resulta numa amplitude menor que a amplitude dos pulsos interferentes, dizemos que ocorreu interferência **destrutiva**. Isso ocorre quando suas fases de propagação são invertidas (uma de um lado e outra do lado oposto em relação à posição de equilíbrio da corda).



9. Onda estacionária

Onda estacionária é o resultado da superposição de duas ondas de mesma frequência, mesma amplitude, mesmo comprimento de onda, que se propagam na mesma direção e em sentidos opostos. É um caso particular de superposição de ondas.

Considere uma corda presa numa das extremidades. Fazendo a outra extremidade vibrar periodicamente, originam-se perturbações regulares, que se propagam pela corda. Ao atingirem a extremidade fixa, elas se refletem com sentido de deslocamento contrário ao anterior.


Paulo Cesar

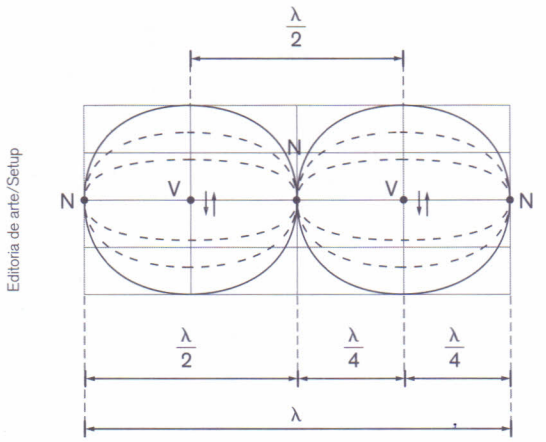
Dessa forma, as perturbações produzidas em uma extremidade se superpõem às outras que estão retornando da parede, originando onda estacionária.

Uma onda estacionária se caracteriza pela amplitude variável de ponto para ponto. Ao longo da corda existem pontos em que a amplitude é máxima, os ventres, que são os pontos onde ocorre interferência construtiva, e pontos que permanecem em repouso, os nós, pontos onde a interferência é destrutiva.

A configuração da onda estacionária não se altera com o tempo. Entretanto, o número de nós e de ventres pode ser alterado mudando-se a frequência de vibração que causa a onda original.

A distância entre dois nós consecutivos e a distância entre dois ventres consecutivos vale $\frac{\lambda}{2}$.

A distância entre um nó e um ventre consecutivo vale $\frac{\lambda}{4}$.

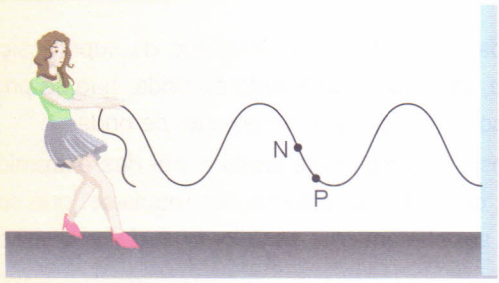


Editoria de arte/Setup

Esquema de uma onda estacionária
V: ventre;
N: nó.

Pense e Responda

• Ana brinca com uma corda presa à parede, produzindo ondas transversais estacionárias, como mostra a figura ao lado. Descreva o movimento dos pontos *P* e *N* da corda.



Aplicações

1 *(UFV-MG)* Duas cordas, de diâmetros diferentes, são unidas pelas extremidades. Uma pessoa faz vibrar a extremidade da corda fina, criando uma onda.

Sabendo que, na corda fina, a velocidade de propagação vale 2,0 m/s e o comprimento de onda é de 20 cm, e que na corda grossa o comprimento de onda é de 10 cm, calcule:

a) a frequência de oscilação da corda fina;
b) a frequência de oscilação da corda grossa;
c) a velocidade de propagação da onda na corda grossa.

Resolução:

a) Corda fina: $v = 2{,}0$ m/s e $\lambda = 20$ cm $= 0{,}2$ m.

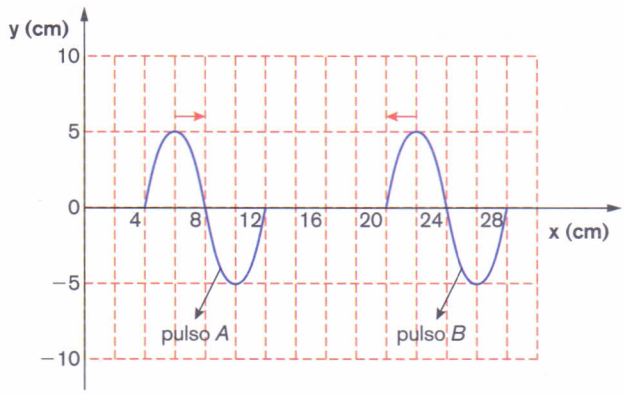
$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 2{,}0 = 0{,}2 \cdot f \Rightarrow f = 10 \text{ Hz}$$

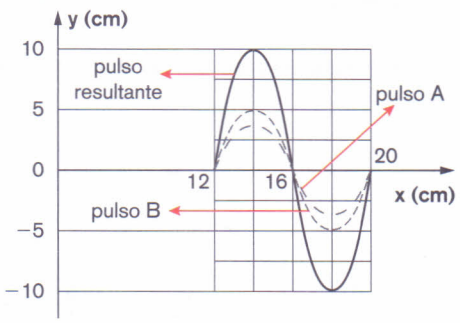
b) Ao passar da corda fina para a grossa, a frequência da onda não se modifica.

c) Corda grossa: $\lambda' = 10$ cm $= 0{,}1$ m.

$$\frac{v}{\lambda} = \frac{v'}{\lambda'} \Rightarrow \frac{2{,}0}{0{,}2} = \frac{v'}{0{,}1} \Rightarrow v' = 1 \text{ m/s}$$

2 A figura mostra dois pulsos que se propagam numa corda, nas direções e nos sentidos indicados, no instante t = 0. O meio é conservativo, e a velocidade de cada pulso vale 2 cm/s.
Que tipo de interferência ocorrerá no instante t = 4 s?





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

No intervalo de 0 a 4 s, os pulsos se deslocam 8 cm cada um. Assim, eles ficam compreendidos entre $x = 12$ cm e $x = 20$ cm. Nessa situação, estão em concordância de fase, ocorrendo então interferência construtiva.

$$A_{resultante} = 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

Atividades

1 *(UFRJ)* Uma onda na forma de um pulso senoidal tem altura máxima de 2,0 cm e se propaga para a direita com velocidade de $1{,}0 \cdot 10^4$ cm/s, num fio esticado e preso a uma parede fixa (figura 1). No instante considerado inicial, a frente de onda está a 50 cm da parede.

figura 1

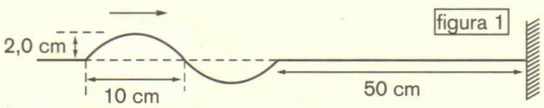
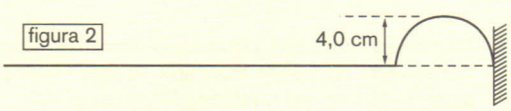


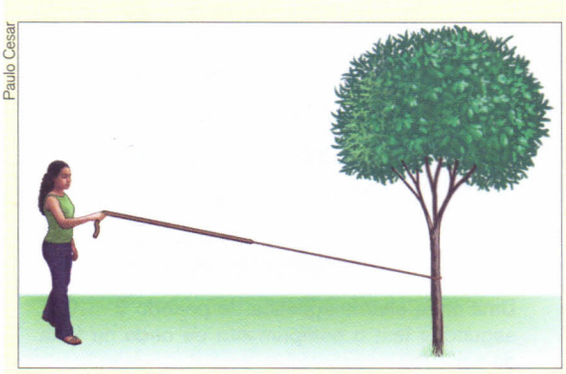
figura 2



Determine o instante em que a superposição da onda incidente com a refletida tem a forma mostrada na figura 2, com altura máxima de 4,0 cm.

2 *(UFMG)* Sabe-se que a velocidade v de propagação de uma onda em uma corda é dada por $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, em que F é a tensão na corda e μ, a densidade linear de massa da corda (massa por unidade de comprimento). Uma corda grossa tem uma das suas extremidades unida à extremidade de uma corda fina. A outra extremidade da corda fina está amarrada a uma árvore. Clara segura a extremidade livre da corda grossa, como mostrado na figura a seguir:

Paulo Cesar



Fazendo oscilar a extremidade da corda quatro vezes por segundo, Clara produz uma onda que se propaga em direção à corda fina. Na sua brincadeira, ela mantém constante a tensão na corda. A densidade linear da corda grossa é quatro vezes maior que a da corda fina.

Considere que as duas cordas são muito longas.

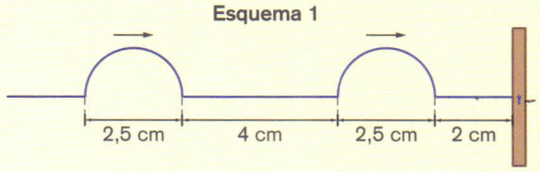
Com base nessas informações,

a) Determine a razão entre as frequências das ondas nas duas cordas. Justifique sua resposta.

b) Determine a razão entre os comprimentos de onda das ondas nas duas cordas.

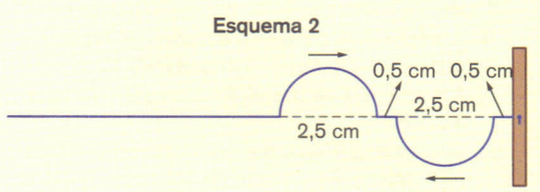
3 *(UEL-PR)* Dois pulsos praticamente iguais estão se propagando numa corda elástica AB, com velocidade de propagação de 2,0 cm/s. A extremidade *A* é livre e nela se originam os pulsos, enquanto a extremidade *B* é fixa. Considere que a posição dos pulsos no esquema 1 corresponde ao instante t = 0.

Esquema 1



O esquema 2 também representa a corda elástica AB em outro instante diferente de t = 0.

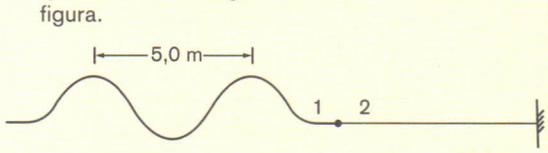
Esquema 2



O instante representado no esquema 2 é, em segundos,

a) t = 3,0
b) t = 2,5
c) t = 2,0
d) t = 1,5
e) t = 1,0

4 *(Uesc-BA)* Uma onda transversal propaga-se com velocidade de 50,0 m/s em uma corda 1, que se encontra ligada à corda 2, conforme a figura.



Sabendo-se que a velocidade de propagação da onda na corda 2 é igual a 80,0 m/s, o comprimento de onda, nessa corda, será igual, em metros, a

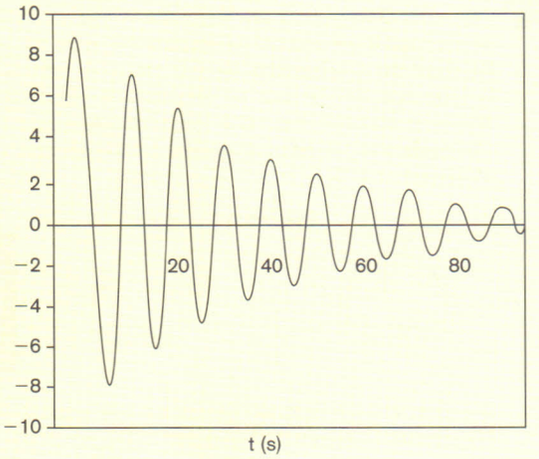
a) 1,5
b) 5,0
c) 6,0
d) 8,0
e) 12,0

5 Quais os fenômenos ondulatórios responsáveis pela formação da onda estacionária?

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Mais Atividades

1 *(UFMT)* O gráfico abaixo representa o comportamento de determinada grandeza física em função do tempo (em segundos).



A partir da interpretação do gráfico, julgue os itens.

I) A amplitude é constante ao longo do tempo, já que há uma oscilação e meia a cada 20 s.

II) A frequência de oscilação é constante e igual a 0,1 Hz.

III) Um fenômeno físico que pode ser representado pelo gráfico é a posição de um corpo preso a uma mola cujo movimento está sujeito ao atrito.

IV) O gráfico pode representar um fenômeno cíclico onde há perda de energia.

2 *(UFV-MG)* O eletrocardiograma de uma pessoa apresenta-se em um papel, conforme mostrado na figura abaixo, em que cada pico representa uma pulsação forte do coração. No eixo horizontal da folha onde o eletrocardiograma foi anotado, cada centímetro do papel representa 0,2 segundo.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando os resultados do eletrocardiograma, assinale a alternativa correta.

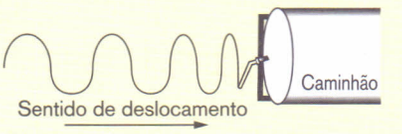
a) O batimento cardíaco da pessoa no momento do exame era de 75 batidas/minuto.

b) O período de pulsação da pessoa no momento do exame era de 4 s.

c) A frequência de batimento cardíaco da pessoa era de 0,8 Hz no momento do exame.

d) A máxima amplitude do batimento cardíaco correspondia aproximadamente a 10 cm na escala vertical.

3 *(UFRN)* Do alto do prédio onde mora, Anita observou que o caminhão tanque, que irriga canteiros em algumas avenidas em Natal, deixava no asfalto, enquanto se deslocava, um rastro de água, conforme representado na figura abaixo. Tal rastro era devido ao vazamento de uma mangueira que oscilava, pendurada na parte traseira do caminhão.



Considerando-se que a frequência dessa oscilação é constante no trecho mostrado na figura acima, pode-se afirmar que a velocidade do caminhão

a) permanece constante e o "comprimento de onda" resultante da oscilação da mangueira está aumentando.

b) está aumentando e o período de oscilação da mangueira permanece constante.

c) permanece constante e o "comprimento de onda" resultante da oscilação da mangueira está diminuindo.

d) está diminuindo e o período de oscilação da mangueira permanece constante.

4 *(FEESR-SP)* A radiação eletromagnética que nossos olhos podem detectar é chamada de radiação visível e é formada por ondas eletromagnéticas de comprimentos de onda λ. A tabela abaixo associa as faixas de comprimentos de ondas com as cores. Adote: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

λ (10^{-7} m)	Cores
4,00 a 4,24	violeta
4,24 a 4,91	azul
4,91 a 5,75	verde
5,75 a 5,85	amarela
5,85 a 6,47	laranja
6,47 a 7,00	vermelha

Uma onda eletromagnética de período $2 \cdot 10^{-15}$ segundos tem o comprimento de onda na faixa da cor

a) vermelha.
b) laranja.
c) amarela.
d) verde.
e) azul.

5 *(UFU-MG)* Um sonar é um dispositivo que emite ondas sonoras e utiliza seu eco para localizar objetos. Suponha que um sonar emita ondas na frequência de 40 kHz. Considere as velocidades da onda no ar e na água como 320 m/s e 1 280 m/s, respectivamente.

a) Para a onda emitida pelo sonar, determine:

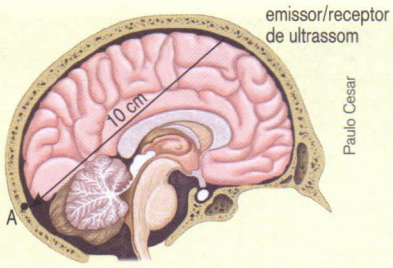
a1) a frequência no ar;

a2) o comprimento de onda no ar;

a3) o comprimento de onda na água.

b) Se o dispositivo está fixo no fundo de um navio e o eco de uma onda que "bateu" no fundo do oceano retornou ao navio 0,8 segundos após sua emissão, qual é a profundidade do oceano nesse ponto?

6 *(UERJ)* Observe, na figura abaixo, que a região de tecido encefálico a ser investigada no exame é limitada por ossos do crânio. Sobre um ponto do crânio se apoia o emissor/receptor de ultrassom.
Dado: velocidade do ultrassom no cérebro = = 1540 m/s



(Adaptado de *The Micmillan visual dictionary*. New York: Macmillan Publishing Company, 1992.)

a) Suponha a não existência de qualquer tipo de lesão no interior da massa encefálica. Determine o tempo gasto para registrar o eco proveniente do ponto *A* da figura.

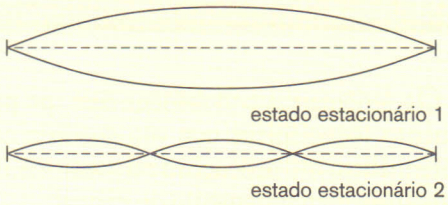
b) Suponha, agora, a existência de uma lesão. Sabendo que o tempo gasto para o registro do eixo foi de $0{,}5 \cdot 10^{-4}$ s, calcule a distância do ponto lesionado até o ponto *A*.

7 *(Vunesp-SP)* A tomografia por raio X, desenvolvida na década de 1960, é um importante instrumento médico de observação do corpo, mas seu uso não se restringe à medicina. Na agricultura, foi utilizada pela primeira vez para observar e medir a densidade global e o conteúdo da água no solo úmido e compactado, simulação de irrigação por gotejamento e estudos sobre germinação de sementes. O raio X é uma onda eletromagnética com frequência entre 10^{17} e 10^{21} hertz.

a) Qual o comprimento de onda, no ar, de um raio X com frequência de $1{,}0 \times 10^{19}$ Hz? Considere a velocidade de propagação desta onda igual a $3{,}0 \times 10^{8}$ m/s.

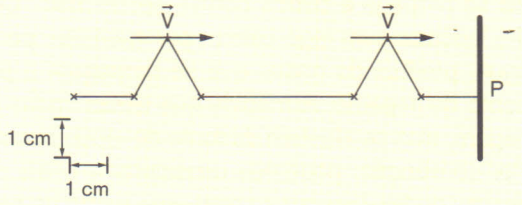
b) A terra, mais densa que o ar, é também mais refringente que este. Considere um feixe de raio X, que se propaga no ar, incidindo e penetrando na terra. O que ocorrerá (aumentará, diminuirá ou permanecerá inalterada) com a velocidade de propagação, com a frequência e com o comprimento de onda do feixe que penetrou na terra em comparação com o feixe incidente?

8 *(UFRJ)* Uma corda de violão é posta a vibrar e são obtidos sucessivamente os dois estados estacionários ilustrados nas figuras a seguir:



Calcule a razão $\frac{f_1}{f_2}$ entre a frequência f_1 do estado estacionário 1 e a frequência f_2 do estado estacionário 2.

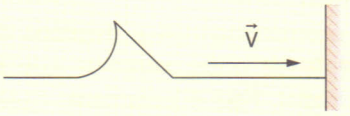
9 *(Uni-Rio-RJ)* Duas ondas transversais idênticas propagam-se numa corda tensa onde serão refletidas em sua extremidade fixa, representada pelo ponto P.



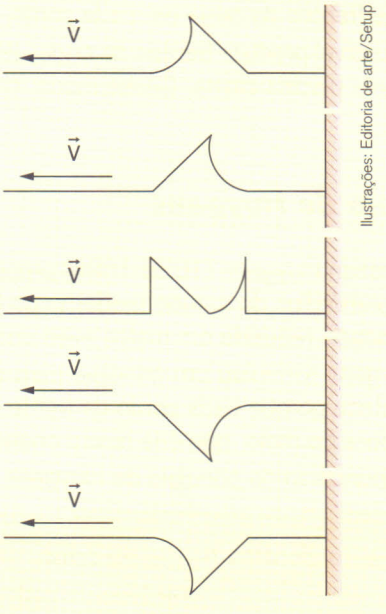
A figura representa os dois pulsos no instante $t_0 = 0$ s. Considerando suas velocidades de módulo igual a 1,0 cm/s, represente, através de um desenho, a forma geométrica da corda nos instantes:

a) $t_1 = 4{,}0$ s b) $t_2 = 6{,}0$ s

10 *(FGV-SP)* A figura mostra um pulso que se aproxima de uma parede rígida onde está fixada a corda.



Supondo que a superfície reflita perfeitamente o pulso, deve-se esperar que no retorno, após uma reflexão, o pulso assuma a configuração indicada em



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

CAPÍTULO 30 – FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

Os fenômenos ondulatórios têm um papel fundamental em muitos campos da atividade humana. Aplicações tecnológicas que vão desde o campo das comunicações, como rádio, televisão, radares e teleinformática, até aplicações na medicina diagnóstica ou terapêutica, como radiografias, sonografias e radioterapias para tratamento de câncer.

Para desenvolver essas e diversas outras aplicações tecnológicas em que as ondas de naturezas distintas são as protagonistas, foi necessário um sério e longo estudo de seu comportamento ao interagir com a matéria.

1. Frente de onda

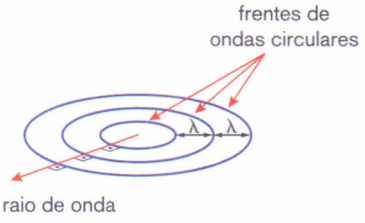
Quando causamos uma perturbação num meio, ela se propaga a outros pontos desse meio. Uma pedra lançada num lago calmo, por exemplo, perturba a água, produzindo ondas que se propagam a partir do ponto de impacto. À medida que essas ondas se propagam, elas se afastam da fonte de modo concêntrico. Por convenção, podemos considerar a crista de uma dessas ondas circulares como uma frente de onda que se desloca radialmente. Portanto, o conjunto dos pontos localizados na crista dessa onda pode ser considerado uma **frente de onda**.

Thales Trigo

Ondas circulares geradas por uma pedra lançada na água.

Analisando o movimento dessa crista, podemos dizer que é a frente de onda que se movimenta com uma velocidade denominada velocidade de propagação da onda.

Se acompanharmos a trajetória de certo ponto dessa frente de onda, veremos que ela descreverá uma reta radial. Pois é justamente essa trajetória que nos auxilia na definição de raio de onda, como os raios de luz estudados em Óptica. Os raios de onda fornecem a direção de propagação da onda e são perpendiculares às frentes de onda em cada ponto.



É possível produzir frentes de ondas lineares se batermos periodicamente com uma régua na superfície de uma piscina calma. Desse modo, criaremos ondas retas, cujas frentes de onda serão segmentos de reta.

Princípio de Huygens

Christian Huygens (1629-1695) propôs uma teoria ondulatória para explicar os fenômenos luminosos nos primórdios do estudo moderno da Óptica. Ele concluiu, por meio de seu modelo, que a luz tem sua velocidade reduzida em meios mais densos.

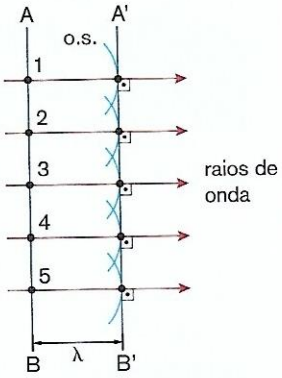
Huygens formulou um princípio para descrever a propagação das ondas. Segundo esse princípio, isso acontece porque cada ponto da frente de onda, em determinado instante, funciona como uma fonte perturbadora do meio, que cria novas ondas pela transferência de energia aos pontos vizinhos a ela.

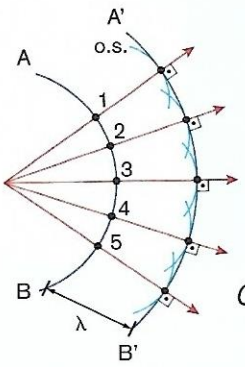
O enunciado do princípio de Huygens é o seguinte:

> Cada ponto de uma frente de onda, em determinado instante, é fonte de ondas secundárias que têm características iguais às da onda inicial.

Como consequência desse princípio:

- A frente de onda posterior (A'B') é a que envolve as ondas secundárias (o.s.) criadas pelas fontes, também secundárias, 1, 2, 3, 4 e 5.
- A distância entre duas frentes de onda consecutivas é o comprimento de onda (λ).
- A direção de propagação da onda, representada pelo raio de onda, é sempre perpendicular à frente de onda.





Cada onda AB dá origem à frente de onda (reta ou circular) A'B'.

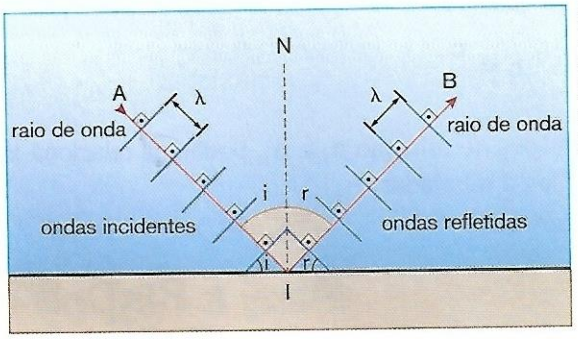
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2. Reflexão de ondas

Observando as ondas produzidas pelos banhistas de uma piscina, percebemos que, quando elas batem na borda da piscina, são refletidas mantendo suas características.

Portanto, quando ondas provenientes de uma fonte encontram um obstáculo plano que não absorve sua energia, ocorre uma mudança de sentido de propagação chamada reflexão, mantendo-se constante sua velocidade. É o que ocorre, por exemplo, entre a luz e um espelho plano.

A figura representa a reflexão de ondas retas por um obstáculo plano.



AI: raio de onda incidente
IB: raio de onda refletido
NI: normal ao ponto de incidência
i: ângulo de incidência
r: ângulo de reflexão
λ: comprimento de onda

Representação da reflexão de ondas, com os segmentos de reta paralelos indicando as frentes de onda.

Vimos que a reflexão de ondas obedece a duas leis:

1ª: O raio incidente, o raio refletido e a normal são coplanares.

2ª: O ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão ($i = r$).

A partir dessas leis podemos determinar as duas propriedades da reflexão:

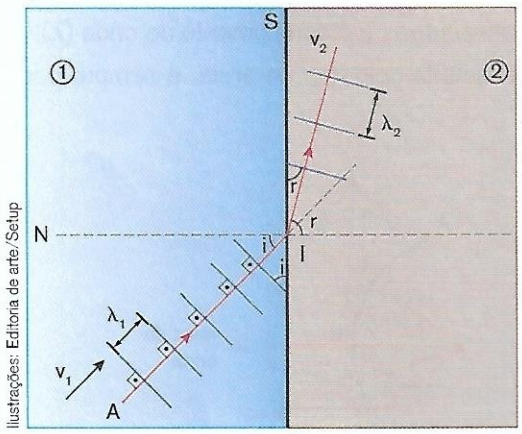
1ª: A frequência, a velocidade e o comprimento de onda não variam na reflexão.

2ª: Na reflexão, a fase pode variar ou não.

3. Refração de ondas

Uma onda que se propaga em um meio homogêneo tem sempre a mesma velocidade, a mesma frequência e o mesmo comprimento de onda. Quando essa onda alcança uma região onde as características do meio de propagação mudam ou quando a onda troca de meio de propagação, ela passa a se propagar com uma velocidade diferente.

Suponha que uma onda reta esteja se propagando no meio 1 e incidindo na superfície *S* de separação entre os meios 1 e 2.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

AI: raio de onda incidente
IB: raio de onda refratado
NI: normal
i: ângulo de incidência
r: ângulo de refração
λ_1: comprimento de onda no meio (1)
λ_2: comprimento de onda no meio (2)

Representação da refração de ondas, com os segmentos de reta paralelos indicando as frentes de onda na figura $\lambda_2 > \lambda_1$.

Seja AI o raio incidente da onda que se propaga no meio 1 com velocidade $\mathbf{v_1}$. Incidindo na superfície *S*, ela sofre refração e passa a se propagar no meio 2 com velocidade $\mathbf{v_2}$.

Leis da refração:

1ª: Os raios de onda incidente e refratado e a normal são coplanares.

A segunda lei decorre da constatação experimental de que o seno do ângulo da onda incidente e o seno do ângulo da onda refratada possuem uma relação direta com as velocidades nos meios (1) e (2).

2ª: Lei de Snell-Descartes $n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$.

Por meio das leis da refração podemos também definir duas propriedades bem características:

1ª: Na refração, a frequência e a fase não variam.

2ª: A velocidade de propagação e o comprimento de onda variam na mesma proporção.

Para as ondas luminosas, o índice de refração **n** é definido como a razão entre a velocidade da luz no vácuo **c** e a velocidade da luz **v** no meio em questão:

$$n = \frac{c}{v}$$

Numa refração entre dois meios com índices de refração $\mathbf{n_1}$ e $\mathbf{n_2}$, podemos relacioná-los com as características ondulatórias das ondas incidentes e refratadas.

De acordo com a relação de Snell-Descartes:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Aplicando a Lei de Snell-Descartes:

Se $n_2 > n_1 \rightarrow \lambda_2 < \lambda_1 \rightarrow v_2 < v_1 \rightarrow r < i$

Se $n_2 < n_1 \rightarrow \lambda_2 > \lambda_1 \rightarrow v_2 > v_1 \rightarrow r > i$

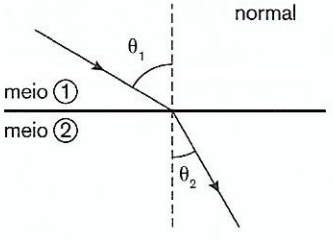
Pense e Responda

- As frequências das ondas incidentes e refratadas são iguais? E o comprimento da onda?

Aplicação

Uma onda luminosa mostrada na figura é representada pelo raio de onda e se propaga de um meio 1 para outro meio 2.

Sabe-se que a velocidade de propagação da onda no meio 1 vale $v = 2{,}50 \cdot 10^8$ m/s, a frequência $f_1 = 5 \cdot 10^{14}$ Hz, $\text{sen } \theta_2 = \frac{1}{2}$ e $\text{sen } \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Determine seu comprimento de onda no meio 2.



Resolução:

$\text{sen}\,\theta_1 \cdot n_1 = \text{sen}\,\theta_2 \cdot n_2$

$\text{sen}\,\theta_1 \cdot \frac{c}{v_1} = \text{sen}\,\theta_2 \cdot \frac{c}{v_2}$

$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\lambda_1 f_1} = \frac{\text{sen}\,\theta_2}{\lambda_2 f_2}$

Como na refração a frequência não muda,

$f_1 = f_2$ e $\lambda_1 = \frac{v}{f_1}$

então:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\lambda_1} = \frac{\text{sen}\,\theta_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2{,}5 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\lambda_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 10^{-6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-6}}{0{,}866} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \lambda_2 = 2{,}88 \cdot 10^{-7}\ m$

Atividades

1 *(Ufla-MG)* O índice de refração absoluto *n* de uma substância, também chamado de densidade óptica, é uma grandeza adimensional dada pela expressão: $n = \frac{c}{v}$, sendo *c* a velocidade da luz no vácuo e *v*, a velocidade da luz em determinada substância. Pode-se afirmar que

a) o índice de refração absoluto de determinado meio pode ser menor que 1.

b) quanto maior a densidade de uma mesma substância, maior é o seu índice de refração.

c) o índice de refração absoluto de um meio material independe da frequência da luz nesse meio.

d) o índice de refração absoluto independe da temperatura desse meio.

2 Um feixe de luz, cujo comprimento de onda é $6 \cdot 10^{-7}$ m e cuja frequência é $5 \cdot 10^{14}$ Hz, passa do vácuo para um bloco de vidro cujo índice de refração é 1,50. Quais são os valores, no vidro, da velocidade, da frequência e do comprimento de onda da luz do feixe?

3 *(Fumec-MG)* Quando dedilha uma corda do seu violão, Jussara cria, nessa corda, uma onda, que, ao ser transmitida ao ar, chega aos ouvidos dela. Considerando-se essa situação, é correto afirmar que, quando a onda que se propaga na corda do violão passa para o ar,

a) ocorre uma reflexão e a frequência das ondas que se propagam na corda e no ar são diferentes.

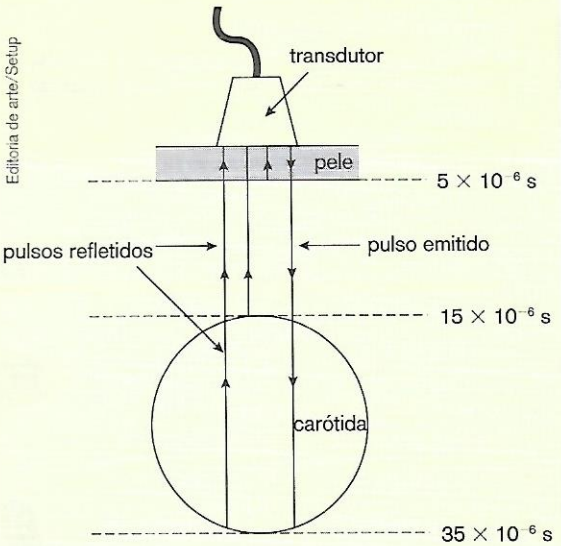
b) ocorre uma reflexão e os comprimentos de onda das ondas que se propagam na corda e no ar são diferentes.

c) ocorre uma refração e as frequências das ondas que se propagam na corda e no ar são iguais.

d) ocorre uma refração e os comprimentos de onda das ondas que se propagam na corda e no ar são iguais.

4 *(UFRN)* Informações diagnósticas sobre a estrutura do corpo humano podem ser obtidas pela ultrassonografia. Nessa técnica, um pulso de ultrassom é emitido por um transdutor através do corpo e é medido o intervalo de tempo entre o instante da emissão desse pulso e o da recepção dos pulsos refletidos pelas interfaces dos órgãos internos.

A figura abaixo representa um exame de ultrassonografia, no qual o transdutor colocado na altura do pescoço de um paciente, cujo diâmetro da artéria carótida se deseja medir, emite pulsos com velocidade de $1{,}5 \cdot 10^5$ cm/s. Mostram-se, também, os tempos em que os pulsos refletidos pela pele do paciente e pelas paredes anterior e posterior da sua carótida foram detectados.



Editoria de arte/Setup

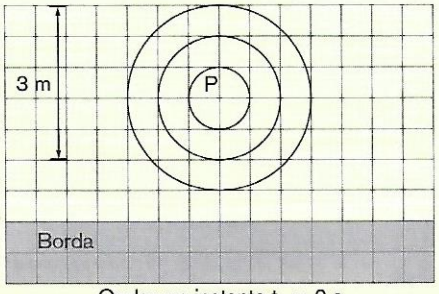
É correto afirmar que o diâmetro da carótida do paciente, na altura do pescoço, mede:

a) 0,15 cm
b) 1,5 cm
c) 0,25 cm
d) 2,25 cm

5 *(Fuvest-SP)* Em um grande tanque, uma haste vertical sobe e desce continuamente sobre a superfície da água, em um ponto P, com frequência constante, gerando ondas que são fotografadas em diferentes instantes. A partir dessas fotos, podem ser construídos esquemas, onde se representam as cristas (regiões de máxima amplitude) das ondas, que correspondem a círculos concêntricos com centro em P. Dois desses

esquemas estão apresentados a seguir, para um determinado instante $t_0 = 0$ s e para outro instante posterior, $t = 2$ s. Ao incidirem na borda do tanque, essas ondas são refletidas, voltando a se propagar pelo tanque, podendo ser visualizadas através de suas cristas.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Ondas no instante $t_0 = 0$ s

Ondas no instante $t = 2$ s

Considerando tais esquemas:

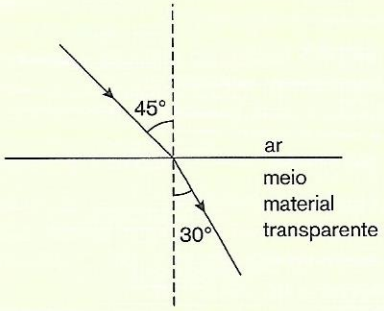
a) Estime a velocidade de propagação v, em m/s, das ondas produzidas na superfície da água do tanque.

b) Estime a frequência f, em Hz, das ondas produzidas na superfície da água do tanque.

c) Represente as cristas das ondas que seriam visualizadas em uma foto obtida no instante $t = 6{,}0$ s, incluindo as ondas refletidas pela borda do tanque.

Note e Adote:
Ondas, na superfície da água, refletidas por uma borda vertical e plana, propagam-se como se tivessem sua origem em uma imagem da fonte, de forma semelhante à luz refletida por um espelho.

6 *(UERN)* A figura representa a trajetória de um raio de luz de frequência igual a $6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz, que passa do ar para um meio material transparente.



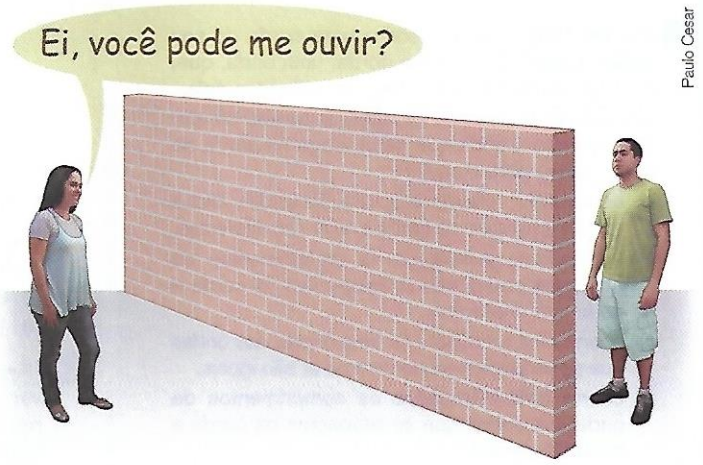
Considerando-se que a velocidade da luz no ar é igual a $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s e que $\sqrt{2}$ é 1,4, o comprimento de onda da luz no meio material é igual, em 10^{-7} m, a

a) 1,5 b) 2,3 c) 3,5 d) 4,8

4. Difração

Você já conversou com alguém estando separados por um muro?

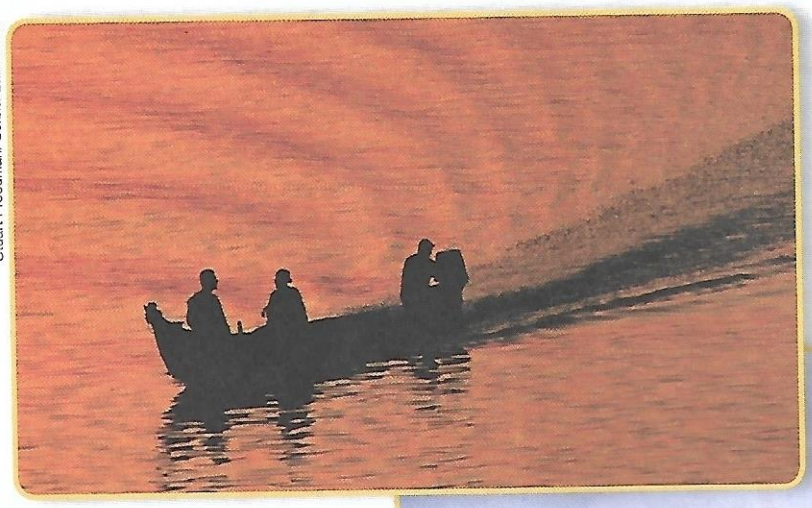
Conforme vimos, nos meios homogêneos, as ondas se propagam sempre em linha reta. Entretanto, em certas circunstâncias as ondas contornam bordas de aberturas e obstáculos. A **difração** é o encurvamento das ondas nas bordas de obstáculos e de aberturas (fendas) cuja dimensão são da ordem de grandeza do comprimento de onda das ondas.



Paulo Cesar

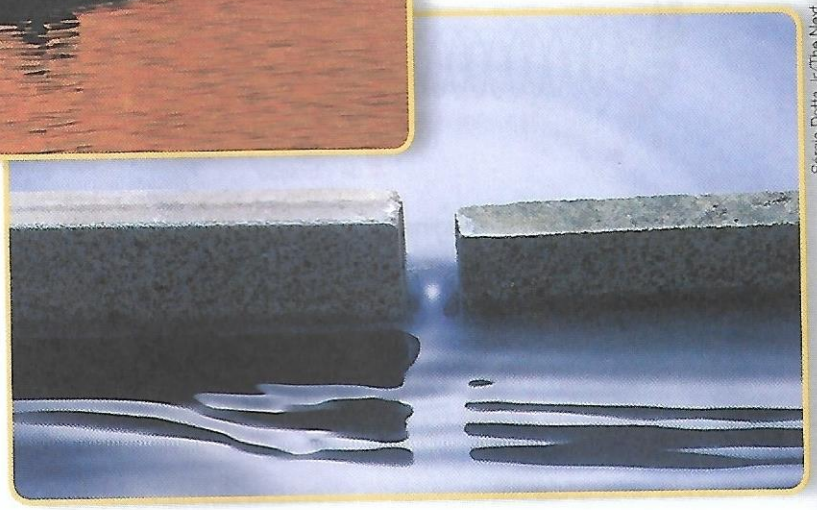
O fato de conseguirmos ouvir uma pessoa falando do outro lado de um muro alto, sem que a vejamos, é uma constatação de encurvamento das ondas na borda do muro. Nesse caso, dizemos que a onda sonora sofreu difração, pois elas contornam o muro por cima, possibilitando sua captação por nossos ouvidos. O som parece estar sendo emitido de cima do muro, e não do local onde a pessoa se encontra.

Para visualizar esse fenômeno, vamos recorrer às ondas produzidas na água:



Stuart Freedman/Corbis/Latinstock

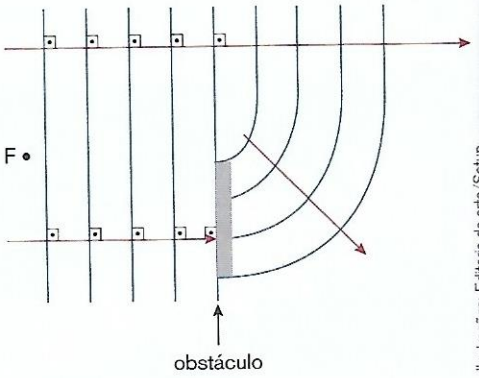
Difração de ondas ao contornar o barco.



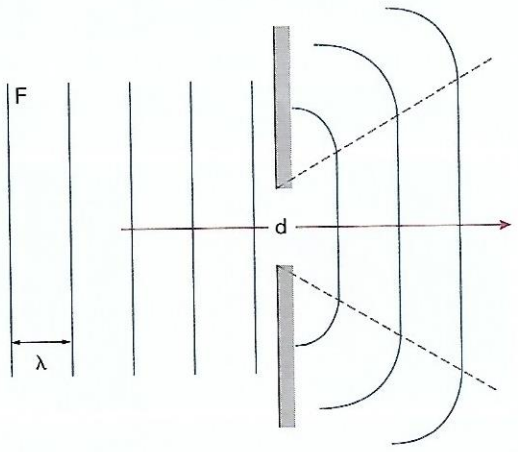
Sérgio Dotta Jr./The Next

Difração de ondas ao atravessar uma fenda estreita.

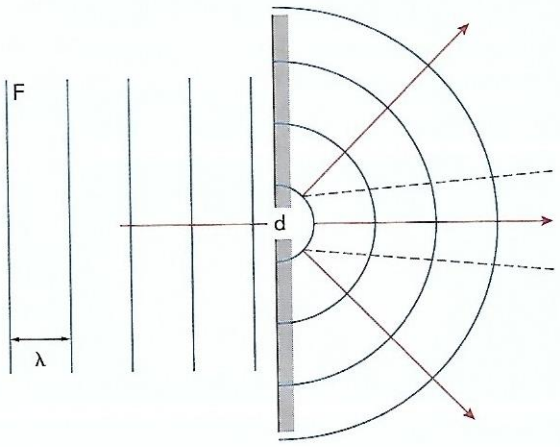
- Num tanque de ondas, considere uma fonte *F* emitindo ondas retas que atingem um obstáculo. Ao chegarem no obstáculo, as ondas o contornam, sofrendo um desvio na direção de propagação.
- Considere uma fonte *F* externa (por exemplo uma régua percutindo levemente a superfície da água) emitindo ondas retas que atingem a fenda (abertura) entre dois obstáculos. Se a largura da fenda for menor ou igual ao comprimento da onda incidente, ela contorna o obstáculo. Caso contrário o contorno será pouco perceptível.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup



d > λ, *a difração é pouco acentuada.*



d < λ, *a difração é bastante acentuada.*

5. Polarização

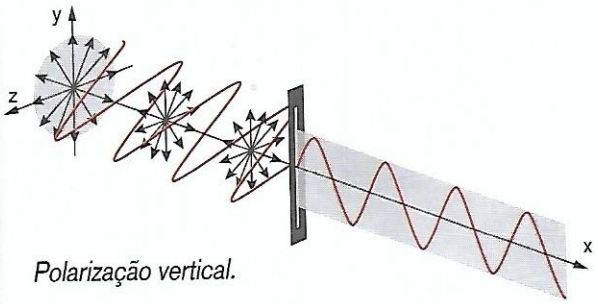
Qual será a função de uma lente polaroide? Para compreendermos o papel dos polaroides, devemos pensar sobre mais uma propriedade das ondas transversais: a **polarização**.

Suponha que uma pessoa realiza um movimento vibratório na extremidade de uma corda que tem a outra extremidade fixa. Se a pessoa realiza um movimento vibratório numa direção, perpendicular ao eixo da corda, movendo-a verticalmente para cima e para baixo, as partículas da corda vibrarão perpendicularmente à direção de propagação da onda. Esse tipo de onda é denominado onda polarizada. Portanto, polarizar uma onda significa orientar sua vibração numa única direção ou plano.

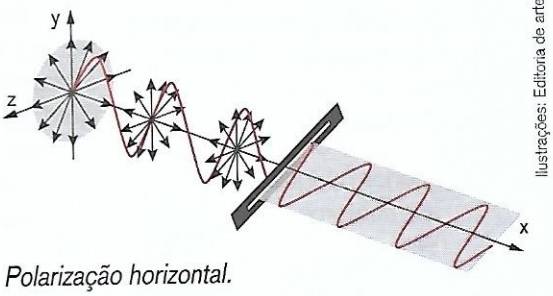
Diferente disso seria imaginar a pessoa produzindo ondas fazendo a corda vibrar em direções diferentes: na direção vertical, logo em seguida numa diagonal, depois na horizontal, depois em outra diagonal, e assim por diante. A onda produzida nesse caso seria não polarizada, pois não possuiria uma direção de vibração definida.

A polarização das ondas é efetuada por dispositivos chamados polarizadores. É o que acontece com as lentes polaroides de óculos ou de máquinas fotográficas, uma vez que as luzes emitidas pelo Sol e pelas lâmpadas não são polarizadas.

Quando uma onda não polarizada atravessa um meio em que as partículas podem vibrar somente numa direção, ela sofre uma espécie de filtragem, permitindo que apenas as ondas que vibram na direção delas atravessem esse meio. O resultado desse processo é que a onda incidente, inicialmente não polarizada, depois de refratada passa a ser uma onda polarizada.



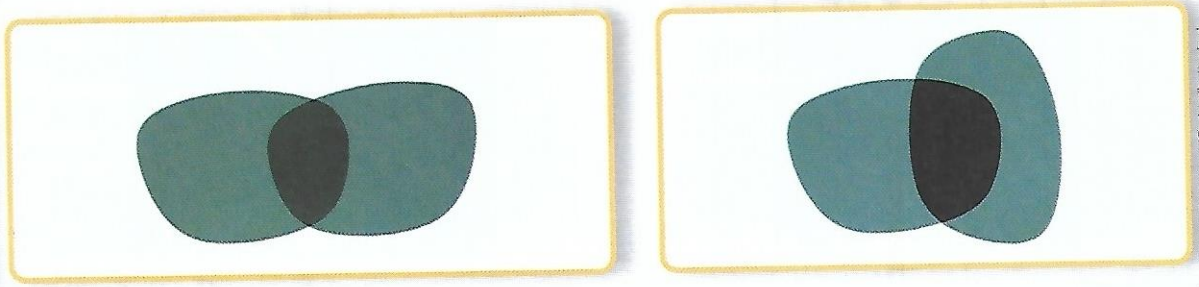
Polarização vertical.



Polarização horizontal.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Ao se colocar dois polaroides alinhados, um que permite vibrações na direção vertical e o outro que permite vibrações na direção horizontal, não ocorre a passagem da luz, como se o conjunto dos dois polaroides resultasse num meio opaco.



A orientação dos polarizadores parcialmente sobrepostos determina a intensidade da luz que os atravessam.

Fotos: Visuals Unlimited/Corbis/Latinstock

6. Interferência de ondas bidimensionais

Quando perturbações simultâneas de mesma frequência provocam ondulações na superfície de um líquido que inicialmente estava em repouso, as ondas produzidas se encontram em muitos pontos.

Quando nos pontos de encontro os picos das ondas chegam simultaneamente, temos regiões com interferência construtiva e a amplitude da onda resultante nessas regiões aumenta. Quando em um ponto de encontro das ondas uma crista se sobrepõe a uma depressão de outra ondulação, a interferência é destrutiva e a amplitude é mínima, podendo inclusive ser nula.

Sérgio Dotta Jr./The Next

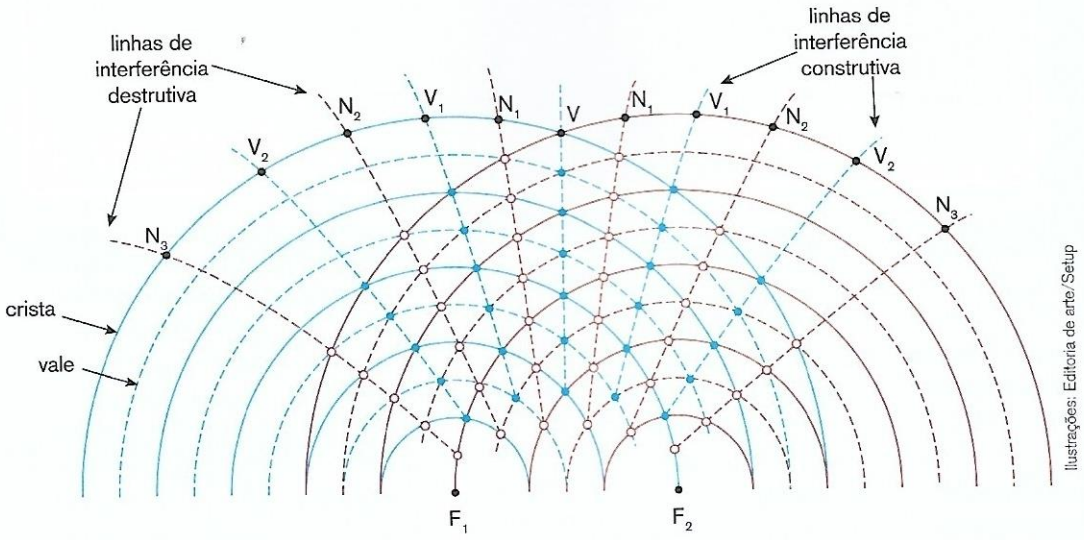
Interferência de ondas na superfície de um líquido.

Vamos acompanhar na figura o diagrama representativo do encontro das ondas.

Se duas fontes, F_1 e F_2, oscilando em fase e simultaneamente produzem ondas na superfície em repouso da água, com amplitudes e frequências iguais, pulsos circulares se propagam pela superfície.

As circunferências de linhas cheias representam cristas, e as linhas tracejadas, vales. Quando ocorre a superposição de duas cristas ou de dois vales, temos a interferência construtiva. A superposição de uma crista com um vale origina uma interferência destrutiva.

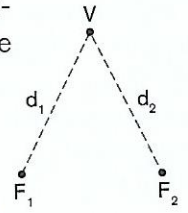
Os pontos escuros representam regiões onde as ondas se reforçam positivamente (encontro de duas cristas), e negativamente (encontro de dois vales). Nos pontos vazados, quando uma crista e um vale se encontram, a vibração resultante é nula.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

As linhas formadas pelos pontos de interferência construtiva são as linhas ventrais (V, V_1, V_2, ...). As linhas formadas pelos pontos de interferência destrutiva são as linhas nodais (N_1, N_2, N_3 ...).

Para qualquer ponto *V* de uma linha ventral, o valor absoluto da diferença das distâncias entre esse ponto e as fontes emissoras F_1 e F_2 é nulo, ou um múltiplo inteiro par de meio comprimento de onda.



$$\Delta d = |d_2 - d_1|$$

$$\Delta d = n\left(\frac{\lambda}{2}\right) \qquad (n = 0, 2, 4, 6, ...)$$

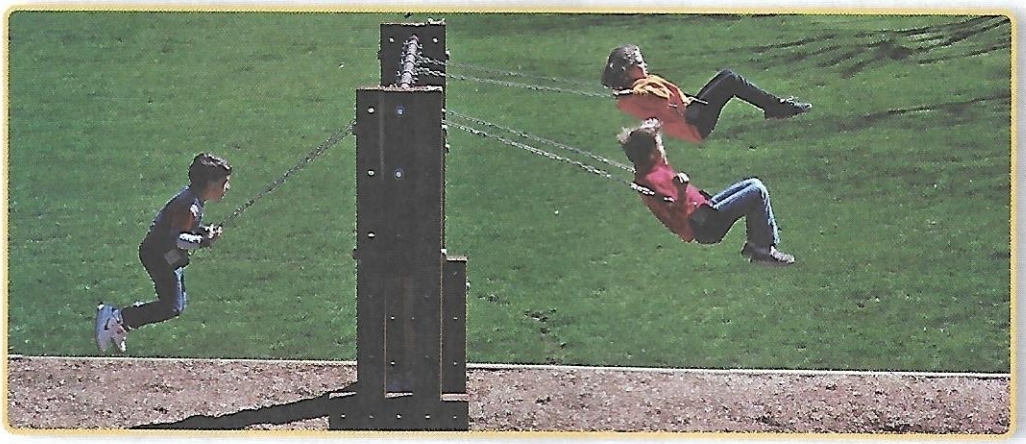
Para qualquer ponto *N* de uma linha nodal, o valor absoluto da diferença das distâncias entre esse ponto e as fontes emissoras F_1 e F_2 é um número ímpar de meios comprimentos de onda.

$$\Delta d = |d_2 - d_1|$$

$$\Delta d = n\left(\frac{\lambda}{2}\right) \qquad (n = 1, 3, 5, 7, ...)$$

7. Ressonância

Se uma criança sentada num balanço, durante o movimento pendular, estender as pernas quando o balanço se mover para a frente e encolher as pernas quando ele estiver se movendo para trás, de modo que esses movimentos ocorram numa frequência que coincida com a frequência natural do balanço, o sistema balanço-criança terá movimento com aumento da amplitude. A criança irá alcançar alturas cada vez maiores. Dizemos que o sistema balanço-criança entra em **ressonância**.



Photodisc/Getty Images

A amplitude do movimento no balaço aumenta quando o sistema balanço-criança entra em ressonância.

Todo objeto material tem uma ou mais frequências naturais de vibração. Objetos simples como pêndulos, por exemplo, possuem uma frequência de vibração muito clara, pois para cada pêndulo só há um modo de vibração fundamental. Quando batemos em um tambor, o som que ouvimos é uma soma de todas as frequências que formam o conjunto dos modos de vibração naturais dele. Se tocarmos um tambor e próximo a ele houver um outro que possua um conjunto de frequências naturais próximas ou iguais ao primeiro tambor, o segundo começará a vibrar mesmo que ninguém o toque.

Os rádios receptores de FM e de AM possuem circuitos elétricos que se ajustam às frequências das ondas eletromagnéticas captadas pela antena. Ao selecionar uma estação de rádio, você ajusta o circuito do aparelho receptor para que a frequência de oscilação do circuito seja a frequência da onda eletromagnética sintonizada. Os elétrons livres presentes no circuito do receptor passam a oscilar com as ondas sintonizadas, na mesma frequência. Esse movimento dos elétrons é chamado sinal.

O sinal é amplificado por outro circuito elétrico que fornece energia por meio de pilhas ou da rede elétrica. Esse sinal amplificado é enviado aos alto-falantes, que são postos a vibrar, gerando o som que ouvimos.

Na ressonância, tem-se um processo de transferência de energia entre uma fonte e um sistema receptor. Essa transferência de energia é máxima quando a fonte emite ondas numa das frequências naturais de oscilação do receptor.

Fora de controle, a ressonância pode ser desastrosa, como ocorre em abalos sísmicos (terremotos) de grande intensidade. Mas o conhecimento do fenômeno nos permite desenvolver aparelhos para ouvir rádio, falar ao telefone, afinar instrumentos musicais, fazer exames médicos (ressonância magnética) e aquecer alimento num forno de micro-ondas, só para citar algumas aplicações tecnológicas baseadas neste fenômeno ondulatório.

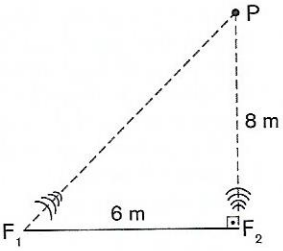
Aplicação

Na figura, duas fontes, F_1 e F_2, em concordância de fase emitem sinais que são detectados no ponto P.

Determine o maior valor do comprimento de onda das fontes para que o ponto P seja um ponto:

a) máximo de interferência;

b) mínimo de interferência.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

a) Sendo $d_2 = 8$ m, aplicamos o teorema de Pitágoras no triângulo F_1PF_2 e determinamos $d_1 = 10$ m.

Como $\Delta d = d_1 - d_2 \Rightarrow \Delta d = 10 - 8 = 2$ m.

Na expressão $\Delta d = n \cdot \left(\frac{\lambda}{2}\right)$, se n for um número par, a interferência será construtiva e P, um ponto de máximo. Como $d_1 > d_2$, para o maior valor de λ, $n = 2$ corresponde ao menor número par diferente de zero.

$$\Delta d = n \cdot \left(\frac{\lambda}{2}\right) \Rightarrow 2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\ m$$

b) Se n for ímpar, a interferência será destrutiva e P, um ponto de mínimo. Para o maior valor de λ, $n = 1$ corresponde ao menor numero impar.

$$\Delta d = n \cdot \left(\frac{\lambda}{2}\right) \Rightarrow 2 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 4\ m$$

Atividades

1 *(UFG-GO)* As ondas eletromagnéticas geradas pela fonte de um forno de micro-ondas têm uma frequência bem característica e, ao serem refletidas pelas paredes internas, o cozimento (ou esquentamento) ocorre devido ao fato de as moléculas constituintes do alimento, sendo a de água a principal delas, absorverem energia dessas ondas e passarem a vibrar com a mesma frequência das ondas emitidas pelo tubo gerador do forno. O fenômeno físico que explica o funcionamento do forno de micro-ondas é a

a) ressonância.
b) interferência.
c) difração.
d) polarização.
e) absorção.

2 *(UFPR)* Fenômenos relacionados à óptica são muito comuns em nosso dia a dia. Um aluno de física, interessado em reconhecer esses fenômenos durante uma visita à praia, fez anotações a respeito de algumas situações que observou. Quando chegou à praia, o rapaz verificou que algumas pessoas tinham queimaduras provocadas pelo Sol. Então, armou seu guarda-sol e sentou-se à sombra, onde permaneceu por algum tempo observando as pessoas que passavam. Em certos momentos, peças metálicas como chaveiros, relógios, correntes e pingentes brilhavam. Em certo momento, ao girar a cabeça em 90°, ele notou que seus óculos escuros não eram tão eficientes para diminuir a intensidade da luz que chegava aos seus olhos. Mais tarde, ao entrar na água para se refrescar, o rapaz constatou que os corpos de algumas pessoas que estavam dentro da água pareciam estar "quebrados" no nível da água. Cansado, ele voltou para a sombra do seu guarda-sol, onde permaneceu até o final da tarde, quando ocorreu uma chuva fina. Ao perceber a formação de um arco-íris, o rapaz fez sua última anotação e foi para casa.

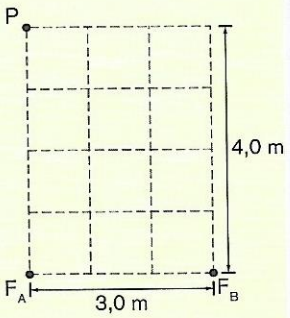
Numere a coluna da direita de acordo com a coluna da esquerda.

1. Queimaduras solares	(***) Refração
2. Brilho nas peças metálicas	(***) Absorção
3. Diminuição de intensidade da luz pelos óculos escuros	(***) Dispersão
4. "Quebra" aparente do corpo no nível da água	(***) Reflexão
5. Arco-íris	(***) Polarização

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta da coluna da direita, de cima para baixo.

a) 4 – 1 – 5 – 2 – 3.
b) 1 – 5 – 2 – 3 – 4.
c) 5 – 2 – 3 – 1 – 4.
d) 4 – 3 – 5 – 2 – 1.
e) 2 – 1 – 4 – 5 – 3.

3 *(Unifesp-SP)* Duas fontes, F_A e F_B, separadas por uma distância de 3,0 m, emitem, continuamente e em fase, ondas sonoras com comprimentos de onda iguais. Um detector de som é colocado em um ponto P, a uma distância de 4,0 m da fonte F_A, como ilustrado na figura.



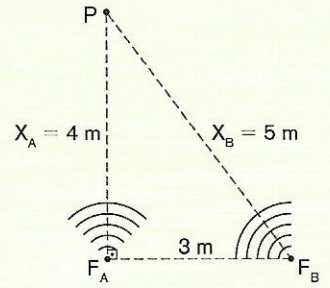
Embora o aparelho detector esteja funcionando bem, o sinal sonoro captado por ele em P é muito mais fraco do que aquele emitido por uma única fonte. Pode-se dizer que

a) há interferência construtiva no ponto P e o comprimento de onda do som emitido pelas fontes é de 5,0 m.
b) há interferência destrutiva no ponto P e o comprimento de onda do som emitido pelas fontes é de 3,0 m.
c) há interferência construtiva no ponto P e o comprimento de onda do som emitido pelas fontes é de 4,0 m.
d) há interferência construtiva no ponto P e o comprimento de onda do som emitido pelas fontes é de 2,0 m.
e) há interferência destrutiva no ponto P e o comprimento de onda do som emitido pelas fontes é de 2,0 m.

4 *(Vunesp-SP)* A figura mostra um fenômeno ondulatório produzido em um dispositivo de demonstração chamado tanque de ondas, que neste caso são geradas por dois martelinhos que batem simultaneamente na superfície da água 360 vezes por minuto.

Sabe-se que a distância entre dois círculos consecutivos das ondas geradas é 3,0 cm.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Pode-se afirmar que o fenômeno produzido é a

a) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s.
b) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 9,0 cm/s.
c) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 2,0 cm/s.
d) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s.
e) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 2,0 cm/s.

Mais Atividades

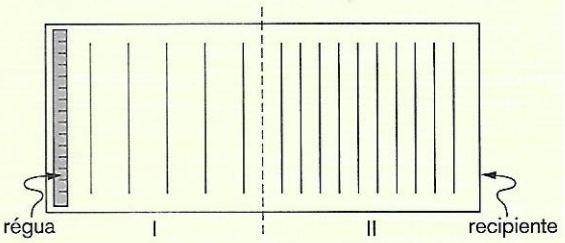
1 *(Unicamp-SP)* Ondas são fenômenos nos quais há transporte de energia sem que seja necessário o transporte de massa. Um exemplo particularmente extremo são os tsunamis, ondas que se formam no oceano, como consequência, por exemplo, de terremotos submarinos.

a) Se, na região de formação, o comprimento de onda de um tsunami é de 150 km e sua velocidade é de 200 m/s, qual é o período da onda?
b) A velocidade de propagação da onda é dada por $v = \sqrt{gh}$, onde h é a profundidade local do oceano e g é a aceleração da gravidade. Qual é a velocidade numa região próxima à costa, onde a profundidade é de 6,4 m? Use $g = 10\ m/s^2$.
c) Sendo A a amplitude (altura) da onda e supondo-se que a energia do tsunami se conserva, o produto vA^2 mantém-se constante durante a propagação. Se a amplitude da onda na região de formação for de 1,0 m, qual será a amplitude perto da costa, onde a profundidade é de 6,4 m?

2 *(UFMG)* Numa aula de Laboratório de Física, o professor faz, para seus alunos, a experiência que se descreve a seguir.

Inicialmente, ele enche de água um recipiente retangular, em que há duas regiões – I e II –, de profundidades diferentes.

Esse recipiente, visto de cima, está representado nesta figura:



No lado esquerdo da região I, o professor coloca uma régua a oscilar verticalmente, com frequência constante, de modo a produzir um trem de ondas.

As ondas atravessam a região I e propagam-se pela região II, até atingirem o lado direito do recipiente.

Na figura, as linhas representam as cristas de onda dessas ondas.

Dois dos alunos que assistem ao experimento fazem, então, estas observações:

Bernardo: "A frequência das ondas na região I é menor que na região II".

Rodrigo: "A velocidade das ondas na região I é maior que na região II".

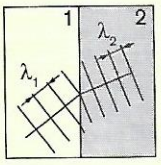
Considerando-se essas informações, é correto afirmar que

a) apenas a observação do Bernardo está certa.
b) apenas a observação do Rodrigo está certa.
c) ambas as observações estão certas.
d) nenhuma das duas observações está certa.

3 *(UEL-PR)* Segundo a teoria clássica, a luz é formada por ondas eletromagnéticas cuja velocidade, uma das constantes fundamentais da natureza, não depende do estado de movimento da fonte ou do observador. No entanto, o valor da velocidade da luz depende do meio material no qual se propaga, o que acarreta mudança na direção dos raios de luz quando da passagem de um meio para outro. É esse o princípio físico usado na construção de lentes óticas. O diagrama a seguir representa uma frente de onda luminosa atravessando a superfície de separação de dois meios, denominados de 1 e 2.

Se v é a velocidade da luz no meio, f sua frequência e λ seu comprimento, é correto afirmar:

a) $v_1 = v_2$ e $f_1 > f_2$.
b) $v_1 > v_2$ e $f_1 = f_2$.
c) $v_1 < v_2$ e $f_1 < f_2$
d) $v_1 > v_2$ e $f_1 > f_2$.
e) $v_1 = v_2$ e $f_1 = f_2$.



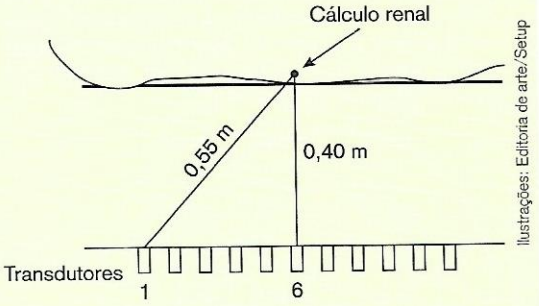
4 *(UEFS-BA)* Suponha que uma onda esteja se propagando na superfície de um líquido e encontre uma barreira que interrompa a propagação de parte dessa onda. Com base no enunciado e nos conhecimentos sobre Ondas, é correto afirmar:

a) A parte da onda que não foi interceptada pela barreira mantém sua direção inicial de propagação.
b) Ao passar pela barreira, a onda contorna o obstáculo, atingindo a região situada atrás da barreira, e a onda se difrata em torno do obstáculo.
c) A difração de uma onda em torno de um dado obstáculo independe de seu comprimento de onda.
d) A difração, a reflexão e a refração são fenômenos que ocorrem apenas em ondas sonoras.
e) Quando uma onda passa de um meio para outro, o valor de sua frequência sofre alteração, enquanto o da sua velocidade permanece constante.

5 *(Cesupa-PA)* Em vez do "chá de quebra-pedra", as cidades modernas oferecem técnicas para eliminação imediata de cálculos renais (popularmente conhecidos como pedra nos rins), baseadas em fenômenos ondulatórios. A figura a seguir ilustra esquematicamente o tratamento. Os transdutores (fontes de ondas acústicas) ficam alinhados abaixo do paciente deitado sobre um colchão de água. Um sinal de baixa potência é emitido, reflete-se no alvo e retorna para ser detectado no transdutor que passa a funcionar como receptor. Com esse procedimento é possível calcular a distância de cada fonte ao alvo e localizá-lo. Um segundo sinal é então disparado com alta potência, porém as fontes mais distantes enviam o sinal primeiro, de modo que todos os sinais cheguem simultaneamente no alvo.

Com base nas informações acima e nos dados indicados na figura, pode-se afirmar que, o principal fenômeno ondulatório responsável pela destruição do cálculo renal é a **** e que o sinal do transdutor 1 deve ser emitido **** segundos antes do sinal do transdutor 6. Considere que a velocidade da onda em torno do trajeto é de 1 500 m/s.

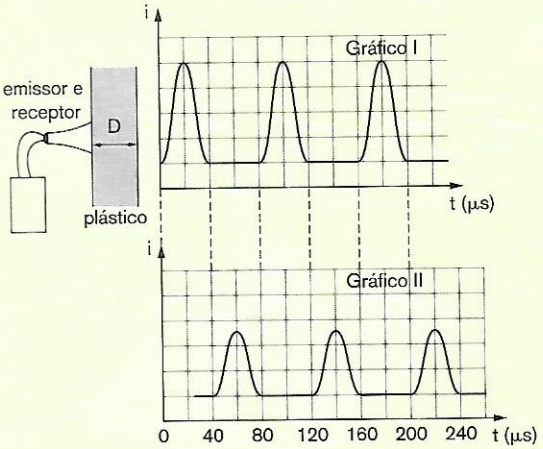
Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas do texto.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) interferência – 0,0001
b) difração – 0,0001
c) interferência – 0,001
d) difração – 0,001

6 *(Fuvest-SP)* Imagens por ultrassom podem ser obtidas a partir da comparação entre o pulso de um sinal emitido e o pulso proveniente da reflexão em uma superfície do objeto que se quer analisar. Em um teste de controle de qualidade, para conferir a espessura de uma placa de plástico, são usados pulsos de ondas com frequência f = 1,5 MHz. Os gráficos I e II representam, respectivamente, as intensidades em função do tempo dos pulsos emitidos e dos pulsos captados no receptor, em uma certa parte da placa.

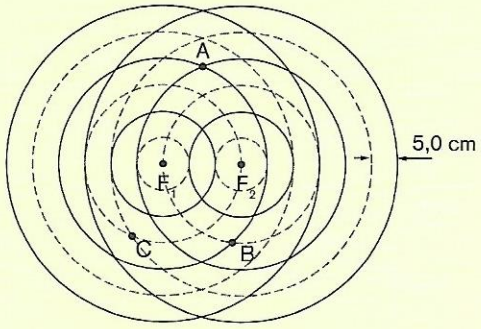


a) Determine o intervalo de tempo Δt, em μs, entre os pulsos emitidos e os pulsos captados.
b) Estime a espessura D, em mm, da placa.
c) Determine o comprimento de onda λ, em mm, das ondas de ultrassom utilizadas.

Note e adote
1 μs = 10^{-6} s
1 MHz = 10^6 Hz
Velocidade do ultrassom no plástico = 1 200 m/s.
Os gráficos representam a intensidade I em uma escala arbitrária.
Cada pulso é composto de inúmeros ciclos da onda de ultrassom.
Cada pulso só é emitido depois da recepção do pulso anterior.

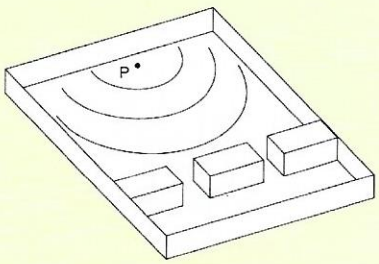
7 *(UFSC)* Na figura abaixo estão representadas as cristas (círculos contínuos) e vales (círculos tracejados) das ondas produzidas pelas fontes F_1 e F_2, num determinado instante. A amplitude de cada onda é igual a 1,0 cm e a frequência de vibração de F_1, como a de F_2, é igual a 10 Hz. Assinale a(s) proposição(ões) verdadeira(s).

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



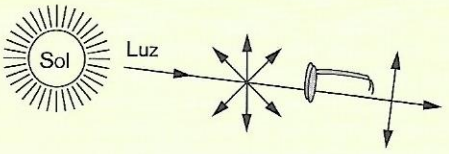
01. Cada uma das ondas independentemente é unidimensional.
02. No ponto A, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
04. No ponto B, há uma interferência destrutiva com amplitude de vibração nula.
08. No ponto C, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
16. O comprimento de onda de cada onda é 5,0 cm.
32. O valor da velocidade de propagação de cada onda é v = 100 cm/s.

8 *(OBF)* A figura representa um tanque com uma lâmina de água de espessura constante e as frentes de onda das ondas provocadas logo após uma pedra ter caído no ponto P desse tanque. As ondas geradas na superfície da água pela pedra movem-se de encontro a três obstáculos fixados ao tanque e que formam duas passagens.



Depois de atravessarem as passagens, será possível observar os fenômenos de:
a) dispersão e refração.
b) difração e dispersão.
c) refração e interferência.
d) difração e refração.
e) difração e interferência.

9 *(UFABC-SP)* Os óculos de sol são usados para diminuir a intensidade da luz solar que chega aos olhos. Para tanto, as lentes de alguns óculos possuem filtros que impedem a propagação de parte da luz incidente, permitindo apenas que os raios que vibram em determinada direção os atravessem.



O fenômeno citado no texto e mostrado na figura, exclusivo de ondas transversais, é denominado
a) dispersão.
b) difração.
c) refração.
d) reflexão.
e) polarização.

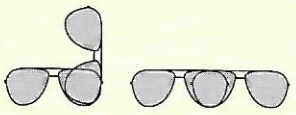
10 *(FMTM-MG)* A medicina encontra nos raios *laser*, cada dia que passa, uma nova aplicação. Em cirurgias, têm substituído os bisturis e há muito são usados para "soldar" retinas descoladas. Teoricamente idealizados em 1917 por Albert Einstein, podem hoje em dia ser obtidos a partir de sólidos, líquidos e gases. O primeiro *laser* a gás empregava uma mistura de hélio e neônio e produzia um feixe de ondas eletromagnéticas de comprimento de onda $1{,}15 \cdot 10^{-6}$ m. Com base na tabela que segue e considerando-se a velocidade de propagação da luz $3 \cdot 10^8$ m/s, a "cor" do feixe emitido por este *laser* era

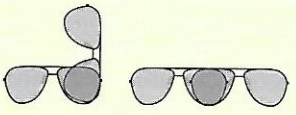
Frequência (10^{14} Hz)	Cor
6,9	azul
6,2	azul-esverdeada
5,1	amarela
3,9	vermelha
2,6	infravermelha

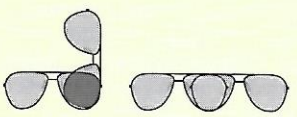
a) azul.
b) infravermelha.
c) amarela.
d) vermelha.
e) azul-esverdeada.

11 *(UFRJ)* Considerada como uma onda eletromagnética, a luz visível pode ser decomposta em duas componentes perpendiculares entre si. As lentes polaroides se caracterizam por bloquear uma dessas componentes e transmitir a outra.
Um estudante observou a passagem de luz através das lentes polaroides, idênticas, de dois óculos superpostos, em duas posições diferentes.
A opção que representa corretamente duas dessas observações é:

a)

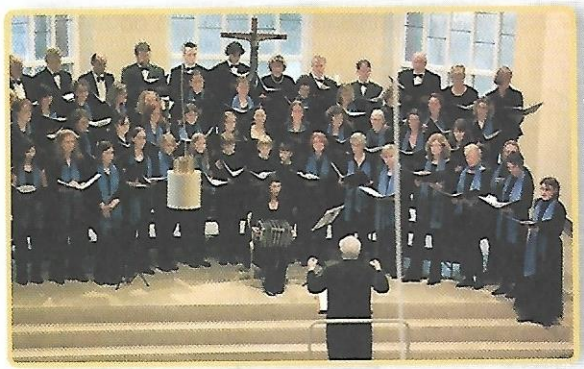
b)


c)


d)


CAPÍTULO 31 – ACÚSTICA

Por meio de nossos sentidos estamos em contato com o ambiente ao nosso redor. Pela audição, sentido que é de nosso interesse neste momento, reconhecemos os sons e obtemos um grande número de informações sobre o meio em que vivemos.



Yashoda/Getty Images

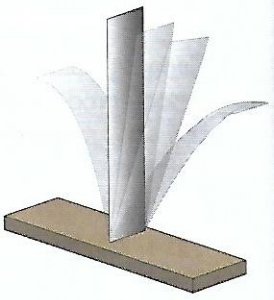
Apresentações musicais exigem boas condições acústicas.

David De Lossy/Photodisc/Getty Images

Ondas sonoras acompanham os batimentos cardíacos.

Neste capítulo, vamos estudar a forma como o som é produzido e propagado, como também os fenômenos sonoros. Trata-se de um ramo de estudo da Física ondulatória conhecido como Acústica.

1. Produção do som



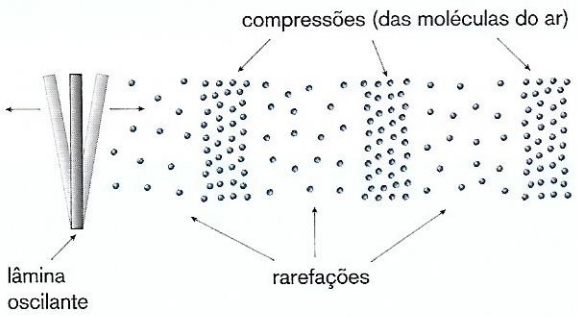
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para compreendermos a natureza do som e como ele é produzido, representamos, na figura ao lado, uma lâmina de aço muito fina, em que uma das extremidades foi deixada livre para vibrar. E, se ela vibrar rapidamente, produzirá um som sibilante.

Vamos agora analisar o efeito causado pela lâmina no ar à sua volta, a cada vibração. À medida que a lâmina se desloca para a direita, ela comprime o ar nessa região, criando uma camada de alta pressão, transferindo-lhe energia que tende a se propagar. Nesse mesmo momento, o ar situado à esquerda da lâmina constitui uma camada de baixa pressão, por causa da forte rarefação produzida pela lâmina. Essa rarefação também tende a se propagar, pois para produzi-la também foi necessária uma parte da energia de movimento da lâmina.

Quando a lâmina se desloca no sentido contrário, tudo ocorre simetricamente, comprimindo o ar à sua esquerda e rarefazendo a região à sua direita.

O fenômeno se repete a cada ciclo do movimento da lâmina, muitas vezes a cada segundo. Como resultado final, essas regiões sucessivas de compressão e rarefação do ar, ao se propagarem em todas as direções do espaço ao redor, caracterizam o som produzido pela lâmina oscilando. A lâmina possui um modo natural de vibração, caracterizado pelo som emitido por ela ao ser tangida.



Esse é o princípio de funcionamento do diapasão, usado para a afinação dos instrumentos musicais. Ele é construído de tal modo que o som produzido seja base para comparação ao esticar as cordas dos instrumentos musicais. Podemos explicar do mesmo modo o som produzido pelas nossas pregas vocais, que são membranas que oscilam com a passagem do ar. Formule essa explicação você mesmo.

É importante ter em mente que o som é uma onda, e como tal transmite energia sem transportar matéria. Logo, as ondas sonoras não são ondas no ar que se propagam até nossas membranas timpânicas; afinal de contas, não se sentem "ventos sonoros" quando ouvimos algum som. O que acontece de fato é que as regiões de compressão e de rarefação se propagam, ou seja, é a compressão e a rarefação do ar que se deslocam no meio material.

Propagação do som

Os sons não se propagam no vácuo por serem ondas mecânicas. De maneira geral, os sólidos transmitem melhor o som do que os líquidos, e estes, melhor do que os gases. Isso ocorre porque as partículas no sólido estão mais unidas, mais juntas, permitindo que a energia da perturbação seja transmitida mais eficazmente. Em líquidos, as partículas estão soltas e espaçadas, dificultando mais a propagação do som. Nos gases, a velocidade do som é a menor de todas, pois a perturbação é transmitida com menor eficiência por causa das distâncias maiores existentes entre as partículas.

Meio	Velocidade (m/s)
Ar	346
Água	1 498
Vidro	4 540
Alumínio	5 000
Ferro	5 200

A tabela apresenta a velocidade de propagação do som a 25 °C, em alguns materiais.

2. Qualidades do som

Cada pessoa, cada instrumento, cada objeto emite sons próprios. Além disso, uma mesma fonte sonora pode produzir diversos sons, como nossas pregas vocais e um violino. Portanto, é possível classificar os sons segundo determinadas características. Algumas dessas características podem ser assim identificadas:

– altura ou tom;
– intensidade ou volume;
– timbre.

Altura ou tom

Essa característica nos permite qualificar os sons em graves e agudos. Quanto mais grave, mais baixo é o som; é o chamado tom grosso, como os sons produzidos pelas tubas ou pelos baixos e contrabaixos de um coral. Os sons agudos são os sons altos, chamados de tom fino, como os produzidos por violinos e guitarras, ou os tenores e contraltos em óperas e corais.

Photodisc/Getty Images

Guitarra elétrica.

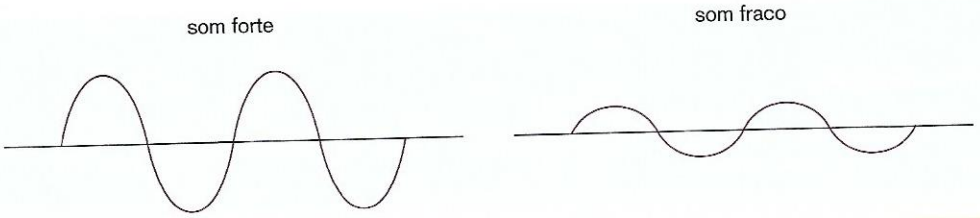
A altura do som está atrelada à sua frequência. Os sons graves têm frequências menores e os agudos, frequências maiores.

Dizer que uma pessoa emitiu um som agudo ou alto com sua voz significa que suas pregas vocais vibraram com alta frequência. A voz masculina adulta apresenta frequências que em geral variam entre 100 Hz e 200 Hz, sendo considerada grave ou grossa. Já uma mulher adulta emite sons em geral com frequências de 200 Hz a 400 Hz, que costumam produzir uma voz aguda ou fina.

Intensidade

É a qualidade que permite distinguir um som forte de um som fraco.

Uma forma de aumentar a intensidade do som consiste em aumentar a amplitude de vibração da fonte sonora, por causa de uma força de percussão maior. Por exemplo, dedilhando levemente a corda de um violão, o som é mais fraco que dedilhando com mais força.



Um mesmo som é mais forte ou mais fraco conforme as oscilações tenham amplitudes respectivamente maiores ou menores.

Embora a intensidade do som dependa da amplitude de vibração da fonte, temos de considerar que as ondas sonoras transportam energia de uma região do espaço para outra.

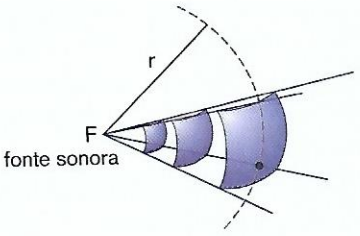
Uma forma de descrever a energia transportada por uma onda sonora é por meio da **intensidade física I**, definida como a quantidade de energia que, durante a unidade de tempo, atravessa perpendicularmente uma superfície de área unitária. De modo geral, temos:

$$I = \frac{E}{A \cdot \Delta t} \quad \text{ou} \quad I = \frac{P}{A}$$

em que $P = \frac{E}{\Delta t}$ é a potência da fonte sonora.

A unidade de intensidade física no SI é: $\frac{J}{m^2 \cdot s}$ ou $\frac{W}{m^2}$.

A intensidade do som varia com a distância **r** do ponto considerado à fonte. Para as ondas tridimensionais esféricas, a intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto considerado à fonte emissora.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Para cada frequência, existe uma mínima intensidade física (I_0) ou limiar de audibilidade, que é de aproximadamente 10^{-12} W/m^2. Abaixo dessa intensidade, o som não é audível. Da mesma forma, se a intensidade física ultrapassar 1 W/m^2, a sensação auditiva é acompanhada de uma sensação dolorosa.

Para lidar com um intervalo tão grande de valores, recorre-se aos logaritmos e define-se **intensidade auditiva** ou **nível sonoro β** de um som como:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0}$$

em que:

- β: intensidade auditiva ou nível sonoro;
- I : intensidade física do som considerado;
- I_0 : limiar de audibilidade.

A unidade de intensidade sonora é denominada bel, *B*, em homenagem ao cientista inglês Graham Bell, o inventor do telefone. Podemos usar também um submúltiplo dessa unidade, o decibel (dB). Nesse caso, a expressão fica:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Timbre

É a característica que permite identificar os sons de mesma altura e de mesma intensidade, emitidos por fontes sonoras diferentes.

O timbre é o que podemos chamar "documento de identidade" dos instrumentos musicais. A mesma nota, produzida por um piano ou por um violino, pode ser distinguida porque produz sensações sonoras diferentes, isto é, timbres diferentes.

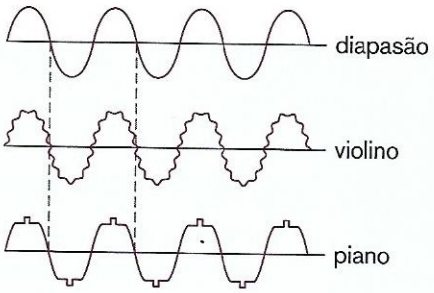
Por conta do timbre, também podemos identificar a voz de um amigo que nos chama pelo telefone, diferenciando-o de outro amigo, que possui um timbre diferente. Isso ocorre porque a forma como as pregas vocais vibram varia de pessoa a pessoa.

O timbre depende da forma como ocorrem as vibrações na fonte sonora, isto é, do formato das ondas sonoras. São poucas as fontes sonoras que produzem vibrações numa única frequência. É o caso do som emitido por um diapasão, se percutido levemente.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Diapasão.

A maioria dos sons produzidos pelos instrumentos musicais, no entanto, são misturas do som fundamental com uma série de outros sons de maior frequência, denominados sons harmônicos, que não são perfeitamente audíveis, porque suas intensidades são menores que as do som fundamental. São esses que nos ajudam a distingui-los. Portanto, o que permite distinguir o som (a nota) emitido por um piano ou por um violino é o número e a intensidade dos harmônicos que acompanham o som fundamental de cada instrumento. Isso proporciona ao mesmo som fundamental timbres diferentes.



Ondas de mesma frequência emitidas por um diapasão, um violino e um piano.

A presença dos harmônicos, em quantidades e intensidades diferentes, determina formas de onda variadas do mesmo som (nota) emitido por um instrumento.

Escala musical

As notas musicais foram escolhidas por convenções, que seguiram critérios da harmonia dos vários instrumentos musicais, mas sobretudo a sensibilidade e seletividade das orelhas humanas. Afinal, não é qualquer frequência sonora que nos agrada.

Nota	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si
f (Hz)	261,7	293,7	329,7	349,2	392,0	440	493,9

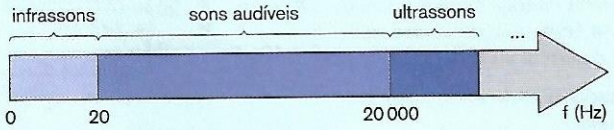
Quando a razão entre duas frequências f_1 e f_2 resulta em $f_1/f_2 = 2$, a segunda frequência é a mesma nota da frequência f_1, uma oitava acima. Embora sejam percebidas como a mesma nota musical, estão em alturas diferentes.

A primeira nota é um lá 440 Hz e a segunda está uma oitava acima, em 880 Hz.

Saiba mais sobre...

A AUDIÇÃO HUMANA

As ondas sonoras são ondas longitudinais, isto é, produzidas por uma sequência de pulsos periódicos na direção de propagação. Elas podem se propagar com diversas frequências, porém a orelha humana é sensibilizada somente quando recebe ondas com frequência entre 20 Hz e 20 000 Hz, aproximadamente. Quando a frequência é maior que 20 000 Hz, as ondas são ditas ultrassônicas, e menor que 20 Hz, infrassônicas.



Outro aspecto importante relacionado à audição é a intensidade das ondas sonoras que podem impressionar o sistema auditivo. Tomando como padrão a intensidade mínima de onda capaz de ser percebida pelo sistema auditivo (10^{-12} W/m^2), utiliza-se uma escala relativa de intensidades, cuja unidade é o decibel (dB), para medir o nível sonoro. Nessa escala, 0 dB representa um nível sonoro nulo, ou seja, o nível de uma onda que não tem intensidade suficiente para excitar o sistema auditivo. Na tabela I estão alguns exemplos de fontes sonoras e seus respectivos níveis em decibéis.

A exposição prolongada a fontes sonoras intensas pode ocasionar consequências de ordem física e psicológica ao ser humano. Dependendo do nível e do tempo de exposição, os sons do ambiente (ruídos) podem causar desde um leve desconforto até a perda irreversível da audição. A Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa), preocupada sobretudo com os níveis de poluição sonora, regulamentou para as atividades profissionais os tempos de exposição saudáveis de acordo com o nível de ruído ambiente.

Compare os dados das tabelas I e II e reflita sobre as condições sonoras a que você fica sujeito.

Tabela I – Decibéis de fontes sonoras

Nível (dB)	Exemplos
30	Biblioteca silenciosa, sussurro
40	Sala de estar, geladeira, quarto longe do trânsito
50	Trânsito leve, conversação normal, escritório silencioso
60	Ar-condicionado a 6 m de distância, máquina de costura
70	Aspirador de pó, secador de cabelo, restaurante barulhento
80	Tráfego médio de cidade, coletor de lixo, despertador a 60 cm de distância
90	Metrô, motocicleta, tráfego de caminhão, máquina de cortar grama
100	Caminhão de lixo, serra elétrica, furadeira pneumática
110	*Walkman* em volume máximo
120	Concerto de *rock* em frente às caixas de som, trovão
140	Espingarda de caça, decolagem de avião a jato
180	Lançamento de foguete, carro de Fórmula 1

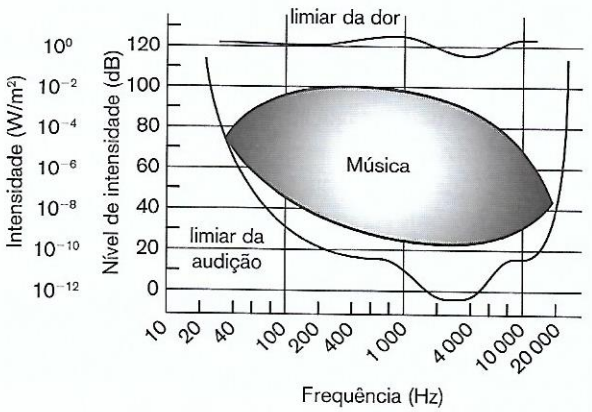
Tabela II – Limites de tolerância para ruído contínuo ou intermitente

Nível de ruído (dB)	Máxima exposição diária permissível
85	8 h
90	4 h
95	2 h
100	1 h
105	30 min
110	15 min
115	7 min

Fonte de pesquisa: <www.anvisa.gov.br/legis/normas/nrr_15.htm>. Acesso em: 23 maio 2011.

Aplicação

(Vunesp-SP) O gráfico da figura indica, no eixo das ordenadas, a intensidade de uma fonte sonora, I, em watts por metro quadrado (W/m^2), ao lado do correspondente nível de intensidade sonora, β, em decibéis (dB), percebido, em média, pelo ser humano. No eixo das abscissas, em escala logarítmica, estão representadas as frequências do som emitido. A linha superior indica o limiar da dor – acima dessa linha o som causa dor e pode provocar danos ao sistema auditivo das pessoas. A linha inferior mostra o limiar da audição – abaixo dessa linha, a maioria das pessoas não consegue ouvir o som emitido.



Suponha que você assessore o prefeito de sua cidade para questões ambientais.

a) Qual o nível de intensidade máximo que pode ser tolerado pela municipalidade? Que faixa de frequências você recomenda que ele utilize para dar avisos sonoros que sejam ouvidos pela maior parte da população?

b) A relação entre a intensidade sonora, I, em W/m^2, e o nível de intensidade, β, em dB, é $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$, onde $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$. Qual a intensidade de um som, em W/m^2, num lugar onde o seu nível de intensidade é 50 dB? Consultando o gráfico, você confirma o resultado que obteve?

Resolução:

a) Supondo que o nível de intensidade sonora máximo que pode ser "tolerado pela municipalidade" refere-se ao limiar da dor, seu valor corresponde a 120 dB (curva correspondente ao limiar da dor).

Consultando o gráfico fornecido, podemos perceber que a faixa de frequência na qual o limiar da audição é mais baixo corresponde a: 2000 Hz a 4000 Hz.

b) A partir da expressão fornecida, tem-se:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}, \text{para } \beta = 50\ dB \text{ e } I_0 = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}.$$

Logo:

$$50 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7}\ \frac{W}{m^2}.$$

O valor encontrado para I está coerente com os valores contidos no gráfico fornecido.

Atividades

1 Por que um raio é visto antes que se escute o trovão?

2 *(Unic-MT)* Com o início do período chuvoso, é comum vermos o relâmpago e logo em seguida ouvirmos um trovão. Qual seria a distância aproximada do observador do local onde caiu o raio, sabendo que o observador escutou o som do trovão e, 3,0 s após, viu o relâmpago no céu, dada a velocidade do som de 340 m/s?

a) 720 c) 1200 e) 1000
b) 940 d) 1020

3 *(UFSC)* Dois músicos se apresentam tocando seus instrumentos: uma flauta e um violino. A flauta e o violino estão emitindo sons de mesma altura, mas de intensidades diferentes – a intensidade do som do violino é maior do que a intensidade do som da flauta. Uma pessoa, cega, encontra-se a uma mesma distância dos dois instrumentos, estando a flauta à sua direita e o violino à sua esquerda. A pessoa é capaz de distinguir os sons de um violino e de uma flauta. Considerando a situação descrita, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01. É possível perceber que o violino está à sua esquerda e que a flauta está à sua direita, devido aos timbres diferentes dos sons emitidos pelos dois instrumentos.
02. A forma da onda sonora do violino é diferente da forma da onda sonora da flauta; por isso, os sons desses instrumentos apresentam timbres diferentes.
04. É possível a pessoa perceber que os dois instrumentos estão emitindo a mesma nota musical, porque uma nota musical é caracterizada pela sua frequência.
08. O som que está sendo emitido pelo violino tem a mesma frequência do som que está sendo emitido pela flauta; por isso, a pessoa percebe que são de mesma altura.

16. A pessoa é capaz de perceber que o violino está à sua esquerda e que a flauta está à sua direita, porque o som que está sendo emitido pelo violino é mais agudo e o som da flauta é mais grave.
32. O som que está sendo emitido pelo violino é mais alto do que o som que está sendo emitido pela flauta.
64. Na linguagem vulgar, dizemos que a pessoa percebe o som do violino "mais forte" do que o som da flauta.

4 *(Faap-SP)* Barulho Indigesto

Falatório, ruídos, música alta... Como não acabar com a garganta durante almoços de negócios. A acústica do restaurante é tão importante quanto a qualidade da comida durante um almoço de negócios. Um local barulhento – onde se ouve um falatório ensurdecedor, a música é alta e o som dos pratos e talheres ecoa pelo salão – pode transformar qualquer reunião numa gritaria sem fim. Veja São Paulo convidou o arquiteto Roberto Saruê, especialista em ruídos urbanos, para medir a poluição sonora em dez restaurantes na hora do almoço. O resultado do teste é surpreendente. Em todos, os níveis de barulho ficaram acima do determinado pela legislação [...]. "Para manter o conforto acústico, a lei recomenda que o ambiente tenha no máximo 55 decibéis" (...)

A sensação sonora S, medida em decibel (dB), relaciona-se com a intensidade da onda sonora I através da expressão: $S = 10 \log \frac{I}{I_0}$

Nessa expressão I_0 é uma intensidade de referência. (Adota-se I_0 como sendo o limiar de sensação auditiva: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.)

Seja um restaurante barulhento B onde foi registrado 75 dB. E seja um restaurante C que trabalha no limite do conforto acústico, que de acordo com a reportagem é de 55 dB. Pode-se dizer que a intensidade do som no restaurante B em relação a do restaurante C, é:

a) 100 vezes maior
b) 10 vezes maior
c) 5 vezes maior
d) cerca de 2 vezes maior
e) aproximadamente 1,4 vezes maior

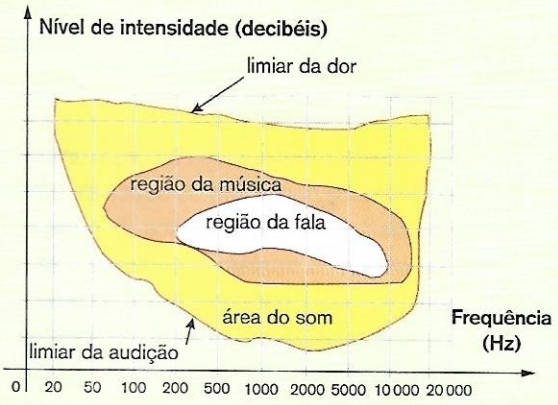
5 *(UniSantos-SP)* Não devemos buzinar próximo a hospitais, escolas e nem dentro de túneis. Se um motorista buzinar dentro de um túnel com um Nível de Intensidade Sonora (NIS) 90 dB, cujo cálculo pode ser realizado pela fórmula: $NIS = 10 \log \frac{I}{I_0}$.

Sendo I a intensidade sonora da buzina, I_0 a intensidade sonora relativa ao silêncio, imagine, agora, dez motoristas buzinando simultaneamente, com a mesma intensidade sonora. Teríamos como NIS resultante:

a) 91 dB
b) 99 dB
c) 100 dB
d) 190 dB

6 *(UFRN)* De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), sons acima de 85 decibéis aumentam os riscos de comprometimento do ouvido humano.

Preocupado em prevenir uma futura perda auditiva e em garantir o direito ao sossego público, um jovem deseja regular o sistema de som do seu carro, obedecendo às orientações da OMS. Para isso, ele consultou o gráfico da figura abaixo, que mostra, a partir de medições estatísticas, a audibilidade média do ouvido humano, expressa em termos do Nível de Intensidade do som, NI, em decibéis, em função da Frequência, f, em Hertz.

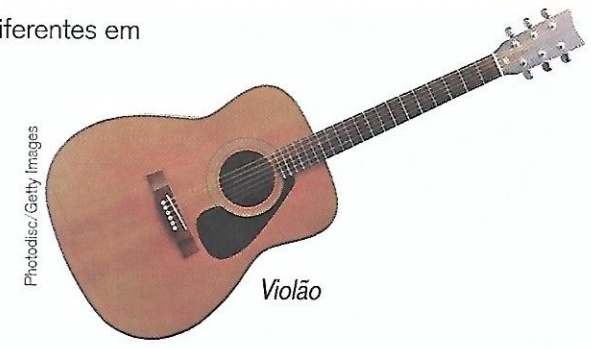


Com base na figura acima e na orientação da OMS, pode-se afirmar que o jovem, para obter máxima eficácia na região da música, regulou o som do seu carro para os níveis de intensidade, NI, e de frequência, f, respectivamente, nos intervalos

a) $20 < NI < 80$ e $50 < f < 5000$.
b) $60 < NI < 120$ e $100 < f < 5000$.
c) $60 < NI < 80$ e $100 < f < 5000$.
d) $60 < NI < 120$ e $50 < f < 5000$.

3. Sons fundamentais em cordas

Como se obtêm frequências (tons) diferentes em instrumentos de corda como o violão?



Photodisc/Getty Images

Violão

Como sabemos, a velocidade de propagação de uma onda numa corda depende da densidade linear e da força com a qual ela é tensionada. As diferenças de timbre se devem aos materiais de que são feitas as cordas e ao tipo de percussão que estimula a corda a vibrar. Contudo, as frequências que podemos obter com cada corda dependem de alguns detalhes.

Cordas vibrantes

Quando uma corda de comprimento ℓ é presa e esticada pelas duas extremidades, ela fica tensionada por forças de tração, como ocorre com uma corda de violão. Ao dedilhar as cordas do violão, elas vibram, emitindo um som sibilante. É natural que as extremidades das cordas do violão não vibrem, mas os outros pontos das cordas vibram com maior ou menor amplitude. Os pontos das cordas que não vibram são chamados nós das cordas vibrantes, e os pontos que vibram com amplitude máxima são chamados ventres das cordas vibrantes. Os pontos presos na extremidade das cordas serão sempre os nós, podendo ocorrer outros nós nas cordas.

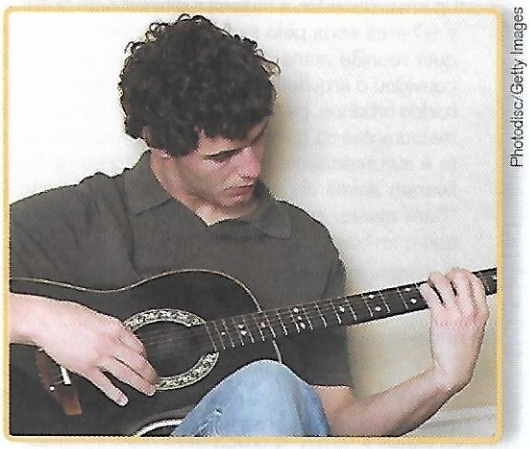
Quando se toca um violão, uma vibração se estabelece nas suas cordas, a vibração da frequência natural da corda. Na representação, a amplitude do ventre está exagerada para visualização do conceito. Numa corda de violão, a amplitude normalmente é da ordem de 1 mm.

Das frequências ressonantes que podem se estabelecer nas cordas, a mais primária é chamada modo fundamental ou 1º harmônico, na qual há um nó em cada extremidade e um ventre no meio.

Quando o instrumentista toca a corda, uma onda estacionária se estabelece nela. Com os dedos de uma mão, ele impulsiona as cordas e, com os dedos da outra mão, pressiona a corda contra os trastes, encurtando o tamanho das cordas. Assim se obtém, para uma mesma corda, uma série enorme de frequências, gerando assim toda gama de notas musicais que podem ser produzidas em cada corda. A corda pressionada contra os trastes passa a ter novo comprimento livre para oscilar, possibilitando que novos harmônicos possam oscilar nela.

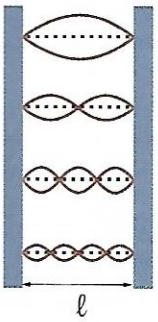
Alguns modos de vibração de uma corda de comprimento **l** de um instrumento musical estão representados ao lado.

Para obtemos a frequência do som correspondentes aos harmônicos, consideremos que:



Photodisc/Getty Images

Com a mão esquerda, este instrumentista varia os comprimentos de onda.



ℓ

1º harmônico: $\lambda_1 = 2\ell$

2º harmônico: $\lambda_2 = \frac{2\ell}{2}$

3º harmônico: $\lambda_3 = \frac{2\ell}{3}$

n- harmônico: $\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n} \Rightarrow \frac{v}{f_n} = \frac{2\ell}{n} \Rightarrow f_n = n\frac{v}{2\ell}$$

em que **v** é a velocidade de propagação da onda transversal na corda.

Note que as frequências dos harmônicos são múltiplos da frequência fundamental.

fundamental $\Rightarrow f_1$

2º harmônico $\Rightarrow f_2 = 2f_1$

3º harmônico $\Rightarrow f_3 = 3f_1$

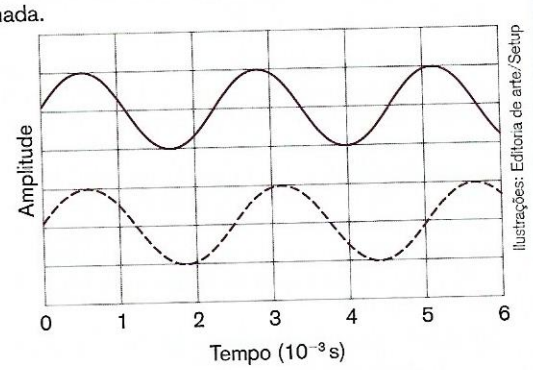
n- harmônico $\Rightarrow f_n = nf_1$

Aplicação

(Unicamp-SP). Para a afinação de um piano usa-se um diapasão com frequência fundamental igual a 440 Hz, que é a frequência da nota Lá. A curva contínua do gráfico representa a onda sonora de 440 Hz do diapasão.

a) A nota Lá de um certo piano está desafinada e o seu harmônico fundamental está representado na curva tracejada do gráfico. Obtenha a frequência da nota Lá desafinada.

b) O comprimento dessa corda do piano é igual a 1,0 m e a sua densidade é igual a $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ g/cm. Calcule o aumento de tensão na corda necessário para que a nota Lá seja afinada.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

a) A partir da curva tracejada (Lá desafinada) fornecida no gráfico, tem-se:

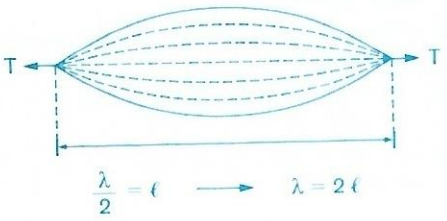
2 oscilações completas ——— $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$ s

1 oscilação completa ——— T

$\therefore T = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ s

Como $f = \frac{1}{T}$, *segue:* $f = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ s} \Rightarrow f = 400$ Hz

b) O modo fundamental de vibração de uma corda corresponde ao esquema:



$\frac{\lambda}{2} = \ell \Rightarrow \lambda = 2\ell$

A velocidade de propagação de pulsos transversais em cordas é dada pela equação:

$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, *para*

F = *intensidade da força de tração na corda*

μ = *densidade linear da corda*

Como $v = \lambda f$, *podemos expressar a frequência de vibração da corda, no seu modo fundamental, por:*

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2\ell} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ *para*

$\ell = 1$ m e $\mu = 5 \cdot 10^{-2}$ g/cm $= 5 \cdot 10^{-3}$ kg/m

A partir dessa expressão, podemos obter a intensidade da força de tração na corda para as duas situações:

I) Corda afinada ($f = 440$ Hz): $440 = \frac{1}{2 \cdot 1} \cdot \sqrt{\frac{T}{5 \cdot 10^{-3}}}$

Fazendo os cálculos: $T = 3872$ N

II) Corda desafinada ($f' = 400$ Hz): $400 = \frac{1}{2 \cdot 1} \cdot \sqrt{\frac{T'}{5 \cdot 10^{-3}}}$

Fazendo-se os cálculos: $T' = 3200$ N

Comparando os valores de T e T', concluímos que o aumento na intensidade da tração, para que a corda seja afinada, é:

$T - T' = 3872\ N - 3200\ N = 672\ N$

Atividades

1 *(UFU-MG)* Ao tocar as cordas de um violão, o músico percebe que ele está desafinado. Com o intuito de afiná-lo, o músico utiliza um diapasão de 440 Hz (nota musical Lá). Fazendo vibrar simultaneamente o diapasão e a corda Lá do violão, ele percebe um batimento de 1 Hz. Alternando a tensão nessa corda, ele elimina o batimento. A corda tem um comprimento de 0,80 m. Com base nessas informações, é correto afirmar:

01) Modificando-se a tensão na corda, altera-se a velocidade de propagação da onda na corda.

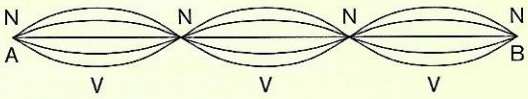
02) Quando a corda estiver afinada, a frequência correspondente ao terceiro harmônico será de 660 Hz.

04) A onda na corda é uma onda do tipo estacionária.

08) O comprimento de onda do primeiro harmônico é 0,80 m.

16) A velocidade de propagação da onda nessa corda, após ter sido afinada, é de 704 m/s.

2 *(UFSCar-SP)* A figura representa uma configuração de ondas estacionárias numa corda.



Editoria de arte/Setup

A extremidade *A* está presa a um oscilador que vibra com pequena amplitude. A extremidade *B* é fixa e a tração na corda é constante. Na situação da figura, onde aparecem três ventres (V) e quatro nós (N), a frequência do oscilador é 360 Hz. Aumentando-se gradativamente a frequência do oscilador, observa-se que essa configuração se desfaz até aparecer, em seguida, uma nova configuração de ondas estacionárias, formada por

a) quatro nós e quatro ventres, quando a frequência atingir 400 Hz.

b) quatro nós e cinco ventres, quando a frequência atingir 440 Hz.

c) cinco nós e quatro ventres, quando a frequência atingir 480 Hz.

d) cinco nós e cinco ventres, quando a frequência atingir 540 Hz.

e) seis nós e oito ventres, quando a frequência atingir 720 Hz.

3 *(UFRGS-RS)* Um trem de ondas senoidais, gerado por um dispositivo mecânico oscilante, propaga-se ao longo de uma corda. A tabela abaixo descreve quatro grandezas que caracterizam essas ondas mecânicas.

Grandeza	Descrição
1	número de oscilações completas por segundo de um ponto de corda
2	duração de uma oscilação completa de um ponto de corda
3	distância que a onda percorre durante uma oscilação completa
4	deslocamento máximo de um ponto da corda

As grandezas 1, 2, 3 e 4 são denominadas, respectivamente,

a) frequência, fase, amplitude e comprimento de onda.

b) fase, frequência, comprimento de onda e amplitude.

c) período, frequência, velocidade de propagação e amplitude.

d) período, frequência, amplitude e comprimento de onda.

e) frequência, período, comprimento de onda e amplitude.

4 *(UEPB)* Certo músico que tinha conhecimento em física acústica decidiu construir um instrumento musical e, durante essa construção, medir a frequência fundamental do som emitido pela corda deste instrumento. Utilizando-se de uma corda que tem massa igual a 50 gramas, prendeu-a horizontalmente entre dois pontos distantes de 50 cm, e, aplicando uma força de tensão igual a 10 N à corda, esta vibrou e transmitiu vibrações aos pontos, formando ondas estacionárias. Pode-se dizer que a frequência fundamental do som emitido em Hz vale:

a) 10

b) $10^{\frac{1}{2}}$

c) $10^{-\frac{1}{2}}$

d) 1

e) 10^{2}

5 *(UEL-PR)* Corpos em vibração podem levar à produção de sons, sendo que sons musicais são distinguidos dos sons ordinários pela sua periodicidade. Assim, as notas musicais foram convencionadas como os sons que correspondem a certas frequências fixas de vibração. Para os músicos, o intervalo entre duas notas de frequências f_1 e f_2 é determinado pela razão entre elas $\frac{f_2}{f_1}$ e, quando uma frequência é o dobro da outra, dizemos que os dois sons correspondem à mesma nota, estando a frequência maior uma oitava acima. Num instrumento de cordas, a frequência das notas musicais produzidas é determinada pelas características materiais da corda, pelo seu comprimento de vibração e pela tensão a que está submetida. Considere as afirmativas a seguir.

I. Quando, através da mudança da posição do dedo, diminuirmos o comprimento de uma mesma corda de violão pela metade, haverá uma consequente diminuição da frequência de vibração do som resultante, acarretando um som de uma oitava abaixo.

II. Mesmo possuindo cordas com comprimentos diferentes, violão e cavaquinho podem produzir sons de frequências diferentes que, ainda assim, corresponderão à mesma nota musical.

III. A mesma nota musical será produzida quando, através da mudança da posição do dedo, quadruplicarmos o comprimento da mesma corda de um violão.

IV. Se fizermos com que duas cordas, uma num violão e outra num cavaquinho, assumam o mesmo comprimento de vibração, elas produzirão, necessariamente, a mesma nota musical.

V. Quando, através de um toque com o dedo, dobramos o comprimento de vibração de uma corda de violão, estamos produzindo a mesma nota musical, mas uma oitava abaixo.

Estão corretas apenas as afirmativas:

a) I e II.

b) I e V.

c) III e IV.

d) I, II e IV.

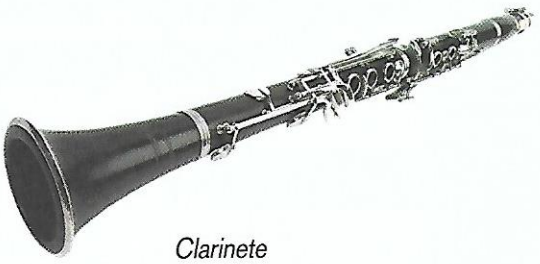
e) II, III e V.

4. Tubos sonoros

Como são produzidas as várias frequências nos instrumentos de sopro?

Fotos: Hemera

Flauta doce



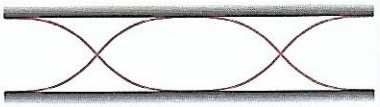
Clarinete

Instrumentos musicais de sopro como a flauta, o clarinete, entre outros, funcionam a partir da vibração longitudinal da coluna de ar no seu interior, chamado tubo sonoro.

Os tubos sonoros possuem uma coluna de ar na qual se estabelece uma vibração estacionária que é promovida pelo sopro do instrumentista na embocadura. Quando as duas extremidades do tubo são abertas, ele é chamado tubo aberto; se uma das extremidades estiver fechada, o chamamos tubo fechado.

a) Nos tubos abertos, a vibração é livre nas extremidades, portanto, em ambas as extremidades formam-se ventres.

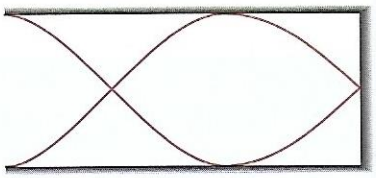
b) Nos tubos fechados, a vibração só é livre na extremidade aberta (embocadura) onde se formam os ventres; na extremidade fechada, não há vibração e forma-se um nó.



Tubo aberto.

A frequência do som produzido pela coluna de ar em vibração será tanto menor quanto maior for o comprimento da coluna. Assim, as colunas de maior comprimento produzirão sons graves, e as colunas mais curtas, os sons agudos.

Nos instrumentos de sopro, o instrumentista altera o comprimento da coluna ao fechar ou abrir os orifícios ou as válvulas do instrumento. Com isso, ele pode alterar a frequência e obter a nota musical desejada.



Tubo fechado.

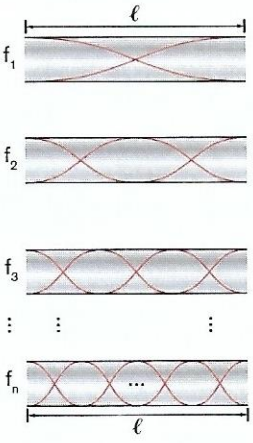
Tubo aberto

Num tubo aberto, as ondas estacionárias apresentam um ventre na embocadura e um ventre na extremidade aberta.

Considere um tubo aberto de comprimento ℓ e um número de nós **n**.

Entre as extremidades pode haver um número qualquer de nós:

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



1º harmônico: $\lambda_1 = 2\ell \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2\ell}$

2º harmônico: $\lambda_2 = \frac{2\ell}{2} \Rightarrow f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{\frac{2\ell}{2}} = \frac{2v}{2\ell} \Rightarrow f_2 = 2f_1$

3º harmônico: $\lambda_3 = \frac{2\ell}{3} \Rightarrow f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{2\ell}{3}} = \frac{3v}{2\ell} \Rightarrow f_3 = 3f_1$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

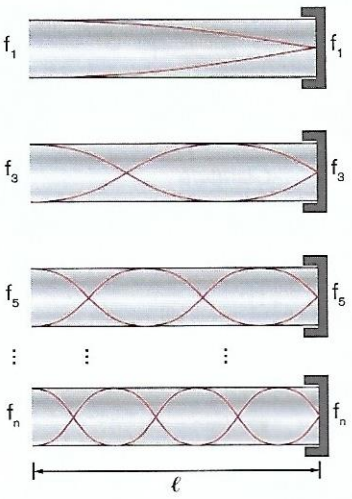
nº harmônico: $\lambda_n = \frac{2\ell}{n} \Rightarrow f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{\frac{2\ell}{n}} = \frac{nv}{2\ell} \Rightarrow f_n = nf_1$

Num tubo aberto, todos os harmônicos estão presentes, isto é, f_1, f_2, f_3,..., f_n.

Tubo fechado

Num tubo fechado, as ondas estacionárias apresentam um ventre na embocadura e um nó na extremidade fechada.

Considere um tubo fechado de comprimento ℓ e número de nós **n**.



1º harmônico: $\lambda_1 = 4\ell \Rightarrow f_1 = \dfrac{v}{\lambda_1} = \dfrac{v}{4\ell}$
(1º modo de vibrar)

3º harmônico: $\lambda_3 = \dfrac{4\ell}{3} \Rightarrow f_3 = \dfrac{v}{\lambda_3} = \dfrac{v}{\frac{4\ell}{3}} = \dfrac{3v}{4\ell}$
(2º modo de vibrar)

5º harmônico: $\lambda_5 = \dfrac{4\ell}{5} \Rightarrow f_5 = \dfrac{v}{\lambda_5} = \dfrac{v}{\frac{4\ell}{5}} = \dfrac{5v}{4\ell}$
(3º modo de vibrar)

Para o enésimo harmônico, de ordem $(2n - 1)$, temos:

$$\lambda_{2n-1} = \frac{4\ell}{2n-1} \Rightarrow f_{2n-1} = \frac{v}{\lambda_{2n-1}} = \frac{v}{\frac{4\ell}{2n-1}} = (2n-1)\cdot\frac{v}{4\ell} \Rightarrow f_{2n-1} = (2n-1)\cdot f_1$$

Num tubo fechado, só podemos obter harmônicos de frequências ímpares, isto é, $f_1, f_3, \ldots, f_{(2n-1)}$

Pense e Responda

• Enquanto derrama água dentro de um copo de vidro, você repetidamente bate de leve na extremidade vazia com uma colher. À medida que o copo é preenchido com água, a frequência do som aumenta ou diminui?

Aplicações

Dois tubos sonoros, um aberto e um fechado, emitem o som fundamental com a mesma frequência. Sendo o comprimento do tubo aberto 0,5 m e a velocidade de propagação do som 340 m/s, calcule:

a) o comprimento do tubo fechado.

b) a frequência do 3º modo de vibrar para os dois tubos.

Resolução:

a) Para o tubo aberto: $f_n = n \cdot \dfrac{v}{2\ell}$

Para o som fundamental, $n = 1$. *Logo:* $f_1 = 1 \cdot \dfrac{340}{2 \cdot 0{,}5} = 340\ Hz$

Para o tubo fechado: $f_{2n-1} = (2n - 1) \cdot \dfrac{v}{4\ell}$

Os tubos emitem o som fundamental com a mesma frequência: $f_1 = 340\ Hz$

$f_{2n-1} = (2n - 1) \Rightarrow \dfrac{v}{4\ell}$

Para o som fundamental $n = 1$, *temos:*

$$f_{2\cdot 1-1} = (2 \cdot 1 - 1) \cdot \frac{v}{4\ell} \Rightarrow f_1 = 1 \cdot \frac{340}{4\ell} \Rightarrow 340 = \frac{340}{4\ell} \Rightarrow \ell = 0{,}25\ m$$

b) O tubo aberto apresenta todos os harmônicos, então, para o 3º modo de vibrar, n = 3:

$f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell} \Rightarrow f_3 = 3 \cdot \frac{340}{2 \cdot 0{,}5} = 1020\ Hz$

O tubo fechado só apresenta harmônicos de frequências ímpares.

1º modo de vibrar: n = 1 ⇒ 1º harmônico

2º modo de vibrar: n = 2 ⇒ 3º harmônico

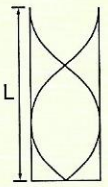
Para o 3º modo de vibrar n = 3 ⇒ 5º harmônico, temos:

$f_{2n-1} = (2n - 1) \cdot f_1$

$f_{2 \cdot 3 - 1} = (2 \cdot 3 - 1) \cdot 340 \Rightarrow f_5 = 1\,700\ Hz$

Atividades

1 *(Fatec-SP)* Num tubo fechado, de comprimento L, observa-se a formação da onda estacionária representada.



O comprimento de onda vale:

a) $\frac{L}{3}$ c) $\frac{4L}{3}$ e) L

b) $\frac{2L}{3}$ d) $\frac{5L}{3}$

2 *(Unit-SE)* Um tubo sonoro aberto, de comprimento L, emite um som fundamental de frequência 680 hertz. Sendo a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, o comprimento do tubo deve ser, em metros,

a) 0,15
b) 0,25
c) 0,40
d) 0,60
e) 0,75

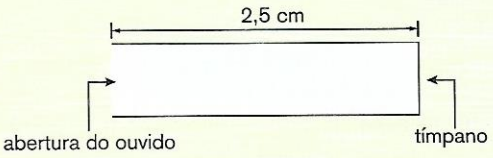
3 *(Unicamp-SP)* Podemos medir a velocidade v do som no ar de uma maneira relativamente simples. Um diapasão que vibra na frequência f de 440 Hz é mantido junto à extremidade aberta de um recipiente cilíndrico contendo água até um certo nível. O nível da coluna de água no recipiente pode ser controlado através de um sistema de tubos. Em determinadas condições de temperatura e pressão, observa-se um máximo na intensidade do som quando a coluna de ar acima da coluna de água mede 0,6 m. O efeito se repete pela primeira vez quando a altura da coluna de ar atinge 1,0 m. Considere esses resultados e lembre-se que $v = \lambda f$, onde λ é o comprimento de onda.

a) Determine a velocidade do som no ar nas condições da medida.

b) Determine o comprimento de onda do som produzido pelo diapasão.

c) Desenhe esquematicamente o modo de vibração que ocorre quando a coluna de ar mede 0,6 m.

4 *(UFJF-MG)* O "conduto auditivo" humano pode ser representado de forma aproximada por um tubo cilíndrico de 2,5 cm de comprimento (veja a figura).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A frequência fundamental do som que forma ondas estacionárias nesse tubo é

a) 340 Hz. c) 850 Hz.

b) 3,4 kHz. d) 1,7 kHz.

5 O diálogo a seguir retrata a conversa de um médico com seu paciente sobre algumas características do uso do ultrassom em exames:

Médico – As ondas de ultrassons são geradas por transdutores ultrassônicos. Os transdutores são dispositivos que transformam energia elétrica em vibrações mecânicas na faixa do ultrassom.

Paciente – Mas, Doutor, tenho muito medo de fazer exame de ultrassom. Um tio me disse que ficou surdo, pois o som era ultra-alto. Será que é verdade?

Fonte de pesquisa: SILVA, José Alves da. *Projeto escola e cidadania: Física.* São Paulo: Editora do Brasil, 2000.

Uma possível explicação que o médico poderia dar seria:

a) "Uma vez que as ondas ultrassônicas são ondas eletromagnéticas intensas, há um pequeno risco de isso ocorrer. Mas as possibilidades são mínimas!"

b) "De fato, as ondas ultrassônicas possuem altas frequências, mas, por serem ondas eletromagnéticas, não causam o menor risco para o paciente!"

c) "De forma alguma! A orelha humana não é capaz de detectar ultrassons."

d) "Isso só seria verdade se o controle de volume de intensidade sonora do aparelho estivesse no máximo. O que, nesse caso, não acontece!"

5. Fenômenos sonoros

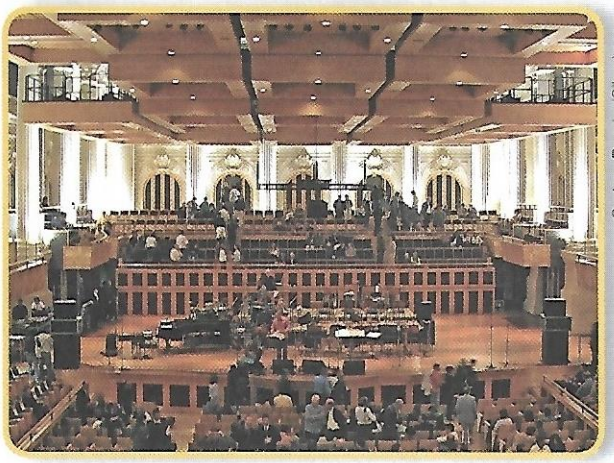
Sendo o som um fenômeno ondulatório, a reflexão, a refração, a difração, a ressonância e a interferência são fenômenos apresentados pelas ondas sonoras obedecendo às mesmas leis e condições obedecidas por qualquer tipo de onda. Apenas a polarização não ocorre com as ondas sonoras em virtude de elas serem do tipo longitudinal e a polarização acontecer somente com ondas transversais.

A reflexão do som pode ocasionar dois fenômenos interessantes, a **reverberação** e o **eco**. A persistência auditiva humana, ou seja, o tempo necessário para ocorrer o amortecimento total do som em nosso aparelho auditivo é, em média, 0,10 s.

Se o ouvinte receber o som direto da fonte, ele se extinguirá ao cabo de 0,10 s. Se, antes desse tempo ($\Delta t < 0{,}10$ s), chegar ao ouvido o som refletido, haverá um efeito de adição deste com o som direto e a sensação auditiva será reforçada, dando à pessoa uma percepção continuada em tempo e aumentada em intensidade.

Considere, por exemplo, uma pessoa captando o som diretamente e por reflexão da palavra *livro*. Se, antes da extinção do som direto, chegar ao ouvido da pessoa o som refletido, haverá mistura dos sons correspondentes – digamos da última sílaba do som direto com a primeira do som refletido – o som resultante será reforçado. Embora ocorra o aumento de intensidade, o entendimento da palavra *livro* é prejudicado em virtude da superposição das sílabas. Por outro lado, se a onda refletida chegar ao aparelho auditivo da pessoa exatamente no limiar dos 0,10 s, haverá prolongamento da sensação auditiva. Nesse caso, teremos a **reverberação**. A pessoa ouvirá a palavra livro por mais 0,10 s embora com intensidade menor do que a do som direto, uma vez que a quantidade de energia é menor do que a da onda direta. Em outras palavras, a reverberação corresponde à persistência do som ouvido após cessar a emissão.

Em auditórios fechados, como teatros, salas de música etc., as múltiplas reflexões do som (nas paredes, no teto, no piso, na plateia presente) reforçam-no e também o prolongam, durante um pequeno intervalo de tempo, mesmo após cessada sua emissão. Para evitar a reverberação excessiva, o que prejudica a qualidade do som (ambiente "sem acústica"), são adaptadas acima da orquestra ou do palco, e mesmo no teto, placas de plástico. As paredes também recebem um tratamento particular, apresentando relevos e revestimentos com materiais especiais (de tapeçaria) que absorvem parte da energia da onda, possibilitando haver um equilíbrio entre a absorção e a reverberação. Para que as condições acústicas do ambiente sejam boas, a reverberação não deve ser excessiva, não devendo ultrapassar um a dois segundos.

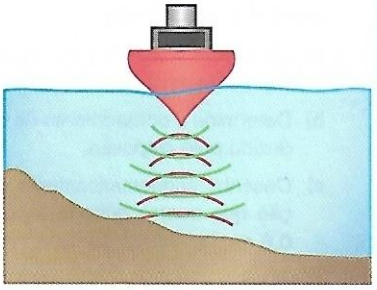


Caetano Barreira/Olhar Imagem

Na sala de concerto São Paulo, além do uso de materiais que favorecem uma reverberação adequada e a absorção de sons indesejáveis, a altura do forro móvel do teto pode ser modificada para melhorar a acústica do ambiente.

O **eco** é fenômeno em que o ouvinte capta separadamente o som direto e o som refletido em algum obstáculo. Uma pessoa ouve o eco de um som por ela produzido quando localizada no mínimo a 17 m do refletor, pois a percepção dos dois sons (direto e refletido) ocorre num intervalo de tempo igual ou maior que 0,10 s. Nesse tempo propagando-se com velocidade de 340 m/s, a onda sonora percorre 34 m, 17 m na ida e 17 m na volta.

O sonar, instrumento utilizado na navegação marítima, constitui uma importante aplicação do eco na medida da profundidade dos oceanos, localização de submarinos, de cardumes de peixes e de outros objetos nas profundezas do mar.



Editoria de arte/Setup

O sonar emite e depois capta os ultrassons refletidos no fundo do mar.

6. Efeito Doppler

É comum as ambulâncias passarem por nós sempre apressadas pela necessidade de bem atender a quem precisa urgentemente de cuidados médicos.

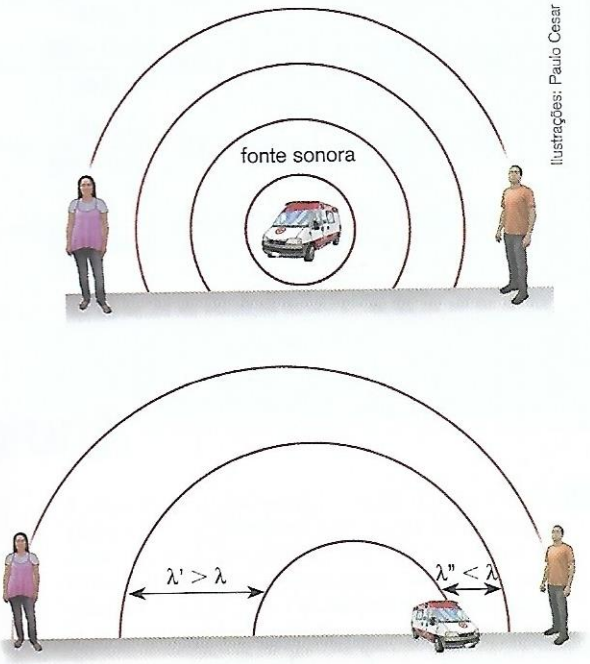
Prestando atenção no som da sirene, é possível perceber que o som parece mais agudo quando ela se aproxima de onde estamos e fica mais grave quando se afasta de nós.

Quando tanto um ouvinte quanto a fonte sonora estão parados, o som chega até o ouvinte sempre na mesma frequência da fonte. Para favorecer a compreensão do fenômeno a ser apresentado, vamos imaginar que a fonte sonora emite ondas numa única frequência. Se uma sirene, em repouso com relação ao ouvinte, toca a nota Ré, o ouvinte ouvirá a nota Ré, pois a frequência com que as ondas sonoras o alcançam é a mesma da fonte. Assim, as cristas das ondas sonoras guardaram as mesmas distâncias entre elas; portanto, o mesmo comprimento de onda.

Photodisc/Getty Images

À medida que a âmbulância se afasta ou se aproxima, o som da sirene chega a nós com frequências diferentes.

Porém, se a fonte sonora estiver se movendo ao encontro do ouvinte, o comprimento da onda sonora lhe parecerá ter diminuído e, com isso, ao ouvir o som da sirene que se aproxima, ouvirá numa frequência maior que a realmente emitida pela fonte, um som mais agudo (som de maior altura) como uma nota Mi, por exemplo. Contudo, depois que a fonte sonora passa pelo ouvinte e se afasta dele, essa pessoa ouvirá sons mais graves (som de menor altura), ou seja, com comprimentos de onda maiores e frequências menores, aparentando que a sirene agora emite uma nota Dó, por exemplo.



Ilustrações: Paulo Cesar

Nessa figura, a ambulância está se afastando da moça e se aproximando do rapaz.

Isso nos leva a perceber que, se o ouvinte também estiver em movimento em relação à fonte sonora, a sua velocidade também influenciará na percepção da frequência das ondas que chegam até ele.

A relação entre a frequência emitida f pela fonte e a frequência f' captada pelo observador é dada pela relação:

$$f' = f\left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}\right)$$

em que:

v: velocidade na onda

v_F: velocidade da fonte

v_o: velocidade do observador

f: frequência emitida pela fonte

f': frequência aparente recebida pelo observador

Para a manipulação correta da expressão, adotemos a convenção:
Se o observador se aproxima da fonte, $+v_O$; se ele se afasta da fonte, $-v_O$.
Se a fonte se afasta do observador, $+v_F$; se a fonte se aproxima dele, $-v_F$.
A trajetória é positiva no sentido de O para F.

Aplicação

A sirene de uma ambulância emite um som com frequência f = 1 000 Hz.
Um observador está num automóvel, nas proximidades da ambulância.
Sabe-se que a velocidade de propagação do som, no ar, é de 340 m/s. Calcule a frequência aparente percebida pelo observador, nos seguintes casos:

a) A ambulância está parada e o carro do observador se aproxima desta com a velocidade de 20 m/s.
b) A ambulância está parada e o carro do observador se afasta desta com velocidade de 20 m/s.
c) O carro do observador está parado e a ambulância se aproxima deste com velocidade de 20 m/s.
d) O carro do observador está parado e a ambulância se afasta deste com velocidade de 20 m/s.

Resolução:

Aplicaremos a expressão $f' = f \cdot \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}\right)$ *utilizando os sinais + ou − de acordo com a convenção adotada.*

a) $f' = f \cdot \left(\frac{v + v_O}{v}\right) \Rightarrow f' = 1000 \cdot \frac{340 + 20}{340} \Rightarrow f' = 1059\ Hz$

b) $f' = f \cdot \left(\frac{v - v_O}{v}\right) \Rightarrow f' = 1000 \cdot \frac{340 - 20}{340} \Rightarrow f' = 941\ Hz$

c) $f' = f \cdot \left(\frac{v}{v - v_F}\right) \Rightarrow f' = 1000 \cdot \frac{340}{340 - 20} \Rightarrow f' = 1063\ Hz$

d) $f' = f \cdot \left(\frac{v}{v + v_F}\right) \Rightarrow f' = 1000 \cdot \frac{340}{340 + 20} \Rightarrow f' = 944\ Hz$

Atividades

1 *(UMC-SP)* O efeito Doppler está associado à mudança da frequência observada de uma onda quando, por exemplo, a fonte se move em relação ao meio em que a onda se propaga. Para uma onda sonora de frequência f, temos que a frequência f' medida por um observador, em repouso, é dada por $f' = f \cdot \left(1 \pm \frac{u}{v}\right)$, em que "v" é a velocidade de propagação do som, "u" é a velocidade da fonte sonora e os sinais correspondem à aproximação (+) ou ao afastamento (−) entre a fonte e o observador.

Em um teste sonoro próximo à pista de corrida de automóveis, registrou-se uma frequência de 500 Hz quando um carro se aproximava e 300 Hz quando o mesmo se afastava. Supondo-se que o carro não estivesse variando a velocidade durante a medição e sabendo-se que no ar o som viaja a uma velocidade de 340 m/s, determine:

a) a velocidade do carro.
b) a frequência do som emitido pelo carro e percebida pelo piloto.

2 *(PUCCamp-SP)* Um professor lê o seu jornal sentado no banco de uma praça e, atento às ondas sonoras, analisa três eventos.

I. O alarme de um carro dispara quando o proprietário abre a tampa do porta-malas.
II. Uma ambulância se aproxima da praça com a sirene ligada.
III. Um mau motorista, impaciente, após passar pela praça, afasta-se com a buzina permanentemente ligada.

O professor percebe o Efeito Doppler apenas

a) no evento I, com frequência sonora invariável.
b) nos eventos I e II, com diminuição da frequência.
c) nos eventos I e III, com aumento da frequência.
d) nos eventos II e III, com diminuição da frequência em II e aumento em III.
e) nos eventos II e III, com aumento da frequência em II e diminuição em III.

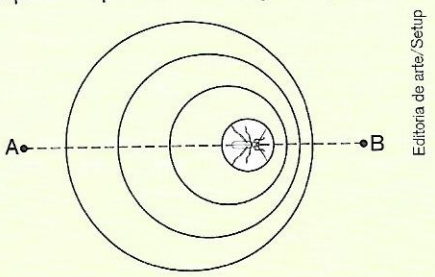
3 *(GE-Mauá-SP)* O físico e matemático austríaco Christian Doppler estudou a variação da frequência de um som percebida por um observador quando há movimento relativo entre ele e a fonte. Dos estudos de Doppler obtém-se a relação:

$$f_{AP} = f_F \left(\frac{V + V_M}{V - V_F} \right)$$

onde f_F é a frequência do som da fonte; f_{AP} é a frequência aparente do som ouvido pelo observador; V_F é o módulo da velocidade da fonte; V_M é o módulo da velocidade do observador; e V é a velocidade do som no ar. A relação é válida quando a fonte sonora se aproxima do observador.

Suponha um motorista dirigindo seu automóvel numa rodovia com velocidade 20,0 m/s em relação ao solo, quando dele se aproxima uma ambulância com velocidade 40,0 m/s também em relação ao solo. A sirene da ambulância está emitindo um som de frequência 600 Hz. A velocidade do som no ar, nessas condições, é 340 m/s. Determine a frequência aparente do som ouvido pelo motorista.

4 A figura abaixo mostra as ondas produzidas na superfície da água por um inseto que nada em linha reta a partir do ponto *A* em direção ao ponto *B*:



Editoria de arte/Setup

Os observadores localizados nos pontos *A* e *B* fazem medidas das respectivas frequências (f_A e f_B) e dos respectivos comprimentos de onda (λ_A e λ_B) das ondas que chegam a esses pontos.

Quanto a essas medidas, pode-se afirmar que

a) $f_A < f_B$ e $\lambda_A > \lambda_B$
b) $f_A = f_B$ e $\lambda_A > \lambda_B$
c) $f_A > f_B$ e $\lambda_A = \lambda_B$
d) $f_A > f_B$ e $\lambda_A < \lambda_B$

Mais Atividades

1 *(UERN)* Um ser humano é capaz de perceber sons que variam entre 20 Hz e 20 kHz e ondas visíveis de frequências entre $4{,}5 \cdot 10^{14}$ e $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz. Na medicina, o ultrassom, com frequências entre $1{,}0 \cdot 10^{6}$ Hz e $1{,}0 \cdot 10^{7}$ Hz, é utilizado para analisar órgãos internos do corpo humano.

Com base nessas informações e nos conhecimentos sobre o assunto, é correto afirmar:

01) Um trovão, que se propaga no ar com velocidade de 340 m/s, refrata-se para regiões de diferentes temperaturas com comprimentos de onda constantes e iguais a 0,017 m.
02) O exame de ultrassom pode detectar órgãos de comprimento entre 0,15 mm e 1,5 mm, admitindo-se a sua velocidade de propagação como sendo igual a 1500,0 m/s.
03) O ultrassom é uma onda transversal que se propaga no vácuo com a velocidade da luz.
04) A superposição das ondas sonoras e luminosas produz o fenômeno de interferência construtiva, resultando uma onda com frequência maior que 20 kHz e menor que $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.
05) A técnica de obtenção de imagens de ultrassom é baseada na refração de ondas de frequência inferior a 20 Hz.

2 *(UFPR)* Os morcegos se orientam e encontram suas presas emitindo, de suas narinas, ondas ultrassônicas e recebendo as ondas refletidas. Para detectar uma presa, na mais completa escuridão, o morcego emite ondas numa certa frequência f_E, que são refletidas pela presa e voltam para ele com outra frequência f_D. O morcego ajusta a frequência emitida até que a recebida seja de 80 kHz, que corresponde ao máximo de sensibilidade para a audição de um morcego. Dessa forma, ele pode tanto calcular a posição quanto a velocidade da presa. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, é correto afirmar:

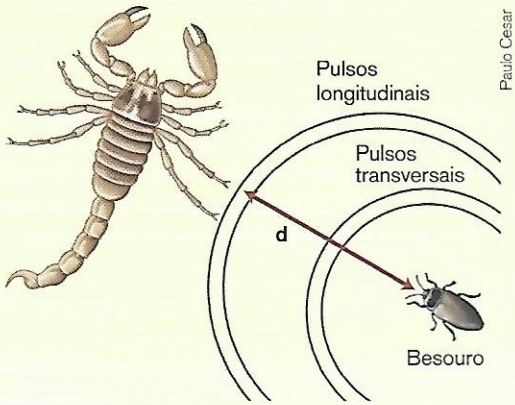
a) Se a presa produzir suas próprias ondas ultrassônicas, pode confundir o sistema de detecção do morcego e assim salvar sua vida.
b) Ondas ultrassônicas são ondas sonoras com frequências mais baixas que as detectadas pelo ouvido humano.
c) Se uma mariposa estiver voando de encontro ao morcego, a frequência detectada pelo morcego será menor que a emitida por ele.
d) Para a frequência de máxima sensibilidade de recepção, o comprimento de onda vale 4,25 m.
e) Se o morcego está em repouso e uma mariposa está se afastando dele, do ponto de vista do morcego, o comprimento de onda detectado será menor do que o da onda emitida por ele.

3 *(Unit-SE)* O ouvido humano é capaz de ouvir sons cuja frequências estão compreendidas entre 20 Hz e 20000 Hz. Sendo a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, o comprimento de onda do som mais agudo que o ouvido humano é capaz de ouvir vale

a) 1,7 cm
b) 6,8 cm
c) 17 cm
d) 6,8 cm
e) 17 m

4 *(UFABC-SP)* Na natureza, muitos animais conseguem guiar-se e até mesmo caçar com eficiência, devido à grande sensibilidade que apresentam para a detecção de ondas, tanto eletromagnéticas quanto mecânicas. O escorpião é um desses animais. O movimento de um besouro próximo a ele gera tanto pulsos mecânicos longitudinais quanto transversais na superfície da areia. Com suas oito patas espalhadas em forma de círculo, o escorpião intercepta primeiro os longitudinais, que são mais rápidos, e depois os transversais. A pata que primeiro

detectar os pulsos determina a direção onde está o besouro. A seguir, o escorpião avalia o intervalo de tempo entre as duas recepções, e determina a distância d entre ele e o besouro. Considere que os pulsos longitudinais se propaguem com velocidade de 150 m/s, e os transversais com velocidade de 50 m/s. Se o intervalo de tempo entre o recebimento dos primeiros pulsos longitudinais e os primeiros transversais for de 0,006 s, determine a distância d entre o escorpião e o besouro.



Paulo Cesar

5 *(Cesupa-PA)* Telefones celulares são uma conveniência cada vez mais usada em nossa sociedade. Em uma conversa feita através do celular estão envolvidos dois tipos de ondas: (1) as ondas do som emitido pela pessoa que fala e pelo alto-falante do aparelho e (2) as ondas na faixa de micro-ondas, que fazem a comunicação entre o aparelho e as antenas que as empresas operadoras instalam em torres espalhadas pela cidade.

Considere as afirmativas abaixo, comparando os dois tipos de ondas:

I. As ondas de som têm frequência mais baixa que as micro-ondas.
II. A propagação das ondas de som é transversal e a das micro-ondas é longitudinal.
III. A velocidade de propagação das micro-ondas é muito menor do que a do som.
IV. Ondas sonoras são ondas mecânicas e as micro-ondas são de natureza eletromagnética.

Estão corretas apenas as afirmativas:

a) I e II b) II e III c) III e IV d) I e IV

6 *(UEM-PR)* Em relação ao conteúdo de ondas, assinale o que for correto.

01) Quando uma onda se refrata, ao encontrar a superfície de separação de dois meios transparentes, a frequência permanece constante e o comprimento de onda pode aumentar ou diminuir, conforme o sentido de propagação.
02) Ondas sonoras são transversais e ondas em uma corda são longitudinais.
04) Na difração de ondas, quanto menor a dimensão do obstáculo ou fenda, mais acentuada é a difração.
08) Para uma onda estacionária de frequência 1000 Hz, se a distância entre dois nós consecutivos é de 6 cm, a velocidade de propagação da onda, no meio considerado, é de 60 m/s.
16) Somente temos superposição de ondas quando elas possuem a mesma frequência e a mesma amplitude.
32) Ondas transportam energia e quantidade de movimento.
64) Toda onda necessita de um meio material para se propagar.

7 *(UFBA)* O fundo do mar é completamente escuro. Uma maneira de "olhar" em volta é utilizando-se um aparelho chamado Sonar, que emite um pulso sonoro e "ouve" o eco refletido em um objeto distante.

Considere que um Sonar localizado em um submarino em repouso, no fundo do mar, emite pulsos com frequência de 20000 Hz, e que esses pulsos atingem objetos, A e B, retornando ao submarino, 12 s e 16 s, respectivamente, após serem emitidos. Os pulsos que retornam de B têm frequência suavemente alterada para 19980 Hz, enquanto os que vêm de A mantêm a mesma frequência inicial.

Sabe-se que a velocidade do som, na água, é de 1500 m/s e que a água está parada em relação ao fundo do mar.

Nessas condições, calcule a distância de cada objeto, A e B, ao submarino, no instante em que é atingido pelo pulso, e a velocidade de cada um deles, identificando o fenômeno físico associado à variação de frequência.

8 *(UFS-SE)* O som é proveniente da vibração de um corpo e se propaga no ar a 340 m/s. A percepção nítida de dois sons distintos pela audição humana exige que eles sejam separados no mínimo por 0,10 s.

Analise as afirmações:

0 – O som é uma propagação ondulatória transversal.
1 – No ar, um som de frequência 200 Hz apresenta comprimento de onda 1,7 m.
2 – Denomina-se altura a intensidade do som produzido por determinada fonte sonora.
3 – O timbre é a qualidade que permite distinguir a mesma nota musical emitida por diferentes instrumentos.
4 – O eco só pode ser percebido quando um obstáculo se encontra, no mínimo, a 34 m de onde o som foi produzido.

9 *(UFF-RJ)* Segundo Resnick e Halliday, no livro Física, vol. 2, 4ª ed., a intensidade relativa I_R de uma onda sonora, medida em decibel (dB), é definida por:

$$I_R = 10 \log_{10} (I/I_0)$$

sendo I a intensidade sonora medida em watt/m^2 e I_0 a intensidade sonora de referência (correspondente ao limiar da audição humana) também medida em watt/m^2.

Apresentam-se, a seguir, os valores em dB das intensidades relativas (I_R) das ondas sonoras correspondentes a algumas situações particulares.

Situação Particular	IR (dB)
Limiar da audição humana	0
Sussurro médio	20
Conversa normal	50
Limiar da dor	120

Na unidade watt/m², pode-se afirmar que:

a) a intensidade sonora do sussurro médio é menor que 10 vezes a intensidade sonora do limiar da audição humana;

b) a intensidade sonora do limiar da dor é 120 vezes a intensidade sonora do limiar da audição humana;

c) a intensidade sonora do limiar da dor é igual a 10^{10} vezes a intensidade sonora de um sussurro médio;

d) a intensidade sonora do limiar da dor é, aproximadamente, o dobro da intensidade sonora de uma conversa normal;

e) a intensidade sonora de uma conversa normal é menor que 10^4 vezes a intensidade sonora de um sussurro médio.

10 *(UECE)* Uma corda de piano de comprimento L, presa horizontalmente por suas extremidades, está vibrando, verticalmente, com comprimento de onda igual ao seu comprimento. No instante em que ela se mostra totalmente na horizontal, a velocidade de cada ponto ao longo da corda é

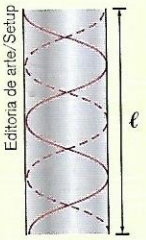
a) zero em toda extensão da corda.

b) diferente de zero em toda extensão da corda.

c) dependente da posição na corda, sempre na direção horizontal ou nula.

d) dependente da posição na corda, sempre na direção vertical ou nula.

11 *(UFRGS-RS)* O oboé é um instrumento de sopro que se baseia na física dos tubos sonoros abertos. Um oboé, tocado por um músico, emite uma nota dó, que forma uma onda estacionária, representada na figura abaixo.



Sabendo-se que o comprimento do oboé é $\ell = 66{,}4$ cm, quais são, aproximadamente, o comprimento de onda e a frequência associados a essa nota? (Dado: a velocidade do som é igual a 340 m/s.)

a) 66,4 cm e 1024 Hz.

b) 33,2 cm e 512 Hz.

c) 16,6 cm e 256 Hz.

d) 66,4 cm e 113 Hz.

e) 33,2 cm e 1024 Hz.

12 *(UFJF-MG)* Uma garrafa de vidro, cheia de água até a metade, produz som de determinada frequência ao receber uma leve pancada com um bastão. Se você quisesse obter um som mais grave, deveria retirar ou acrescentar água na garrafa? Justifique sua resposta.

13 *(Fuvest-SP)* Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade V igual a 330 m/s e comprimento de onda igual a 16,5 cm. Na região em que a onda está se propagando, um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade U igual a 6,60 m/s, formando um ângulo de 60° com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem frequência aproximada de

a) 1960 Hz

b) 1980 Hz

c) 2000 Hz

d) 2020 Hz

e) 2040 Hz

14 *(Fatec-SP)* Viajando a 80 km/h, o motorista acelera o carro a fim de ultrapassar um caminhão. Quando atinge velocidade de 90 km/h a tampa do porta-luvas do carro começa a vibrar. No momento em que o velocímetro registra 100 km/h, a tampa do porta-luvas para de vibrar. Esse fenômeno de vibração é um exemplo de

a) interferência construtiva.

b) efeito Doppler.

c) ressonância.

d) difração.

e) refração.

15 *(UFPel-RS)* Um estudante sentado em um banco na frente de sua escola analisa três eventos relacionados com os conteúdos estudados sobre Ondas Sonoras.

I. Um carro está parado com o alarme disparado.

II. Um carro de bombeiros que se aproxima da escola com a sirene ligada.

III. Um motorista, sem consciência, que se afasta da escola, em alta velocidade, com a buzina permanentemente ligada.

De acordo com seus conhecimentos, o Efeito Doppler é percebido pelo estudante no(s) evento(s).

a) II e III, e a frequência aumenta em II e diminui em III.

b) I e III, e a frequência aumenta.

c) I e II, e a frequência diminui.

d) I, e a frequência se mantém constante.

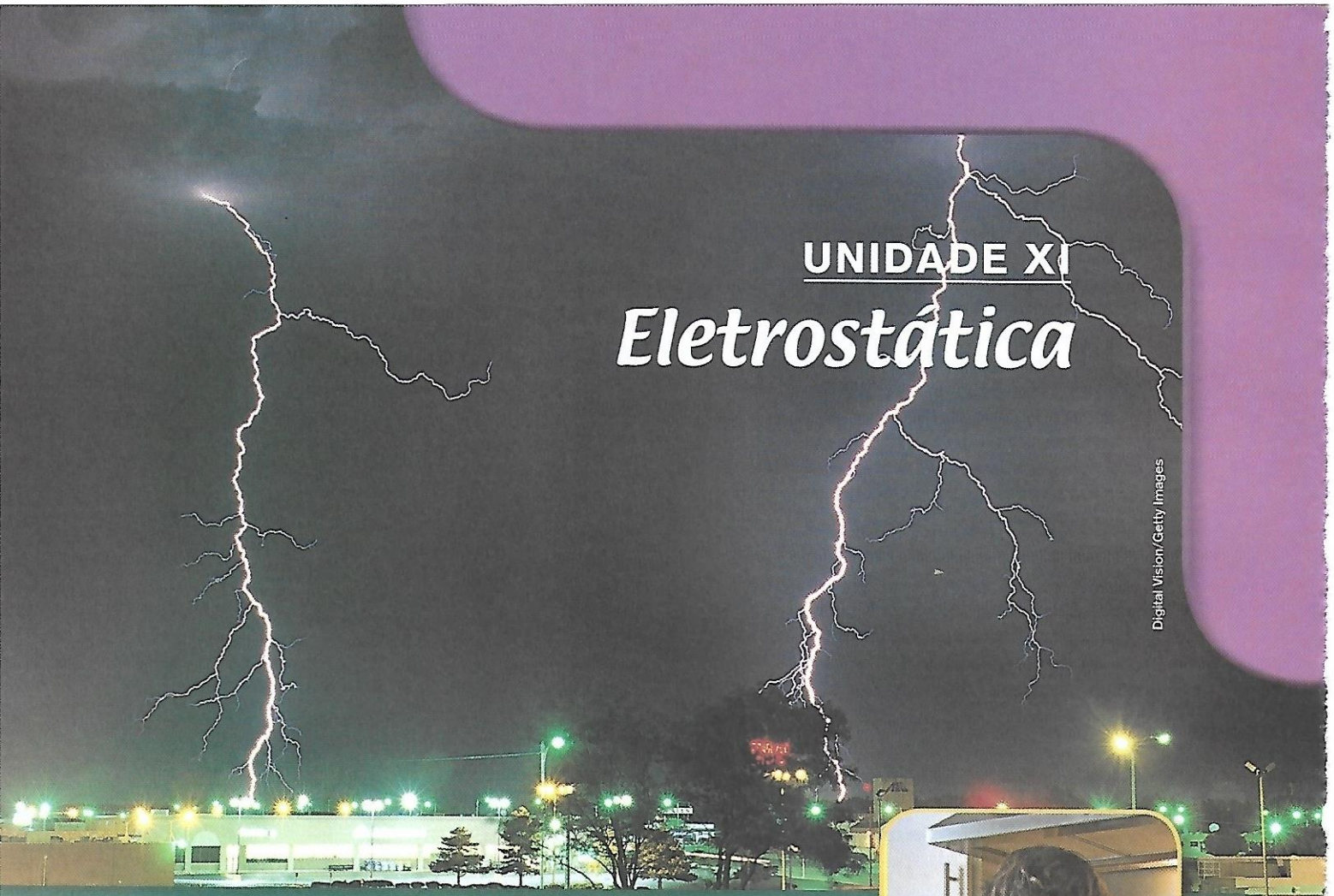
e) II e III, e a frequência diminui em II e aumenta em III.

16 *(UFJF-MG)* Um alarme de segurança, que está fixo, é acionado, produzindo um som com uma frequência de 735 Hz.

Considere a velocidade do som no ar como sendo de 343 m/s. Quando uma pessoa dirige um carro em direção ao alarme e depois se afasta dele com a mesma velocidade, observa uma mudança na frequência de 78,4 Hz.

a) A frequência ouvida pela pessoa quando ela se aproxima da sirene, é maior ou menor do que ouviria se ela estivesse parada? Justifique.

b) Qual é o módulo da velocidade do carro?



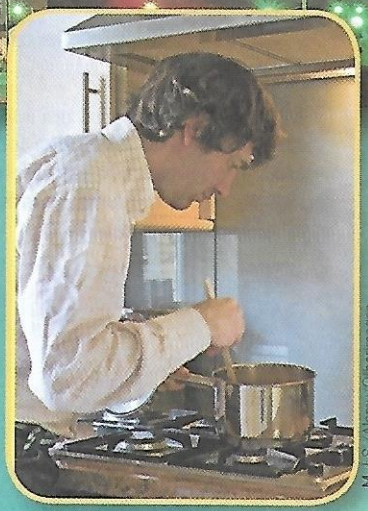
Digital Vision/Getty Images

UNIDADE XI

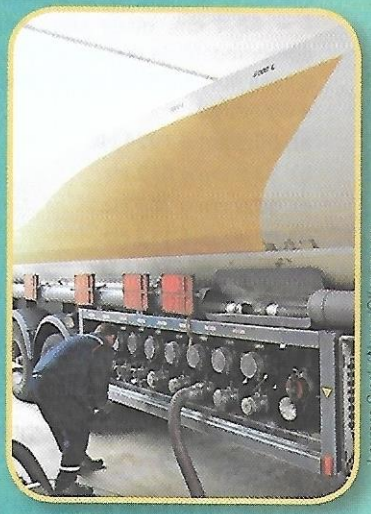
Eletrostática

Raios são fenômenos naturais que ocorrem devido à eletricidade estática gerada nas nuvens. Diariamente, observamos inúmeros outros acontecimentos à nossa volta – naturais ou produzidos por nós – que são explicados pela Eletrostática, um ramo da eletricidade que você vai conhecer nesta unidade. Dentre algumas aplicações podemos citar as coifas, que por meio de um campo elétrico precipitam as gotículas de óleo eletrizadas contidas na fumaça impedindo que o óleo se espalhe pelo ambiente. Também as teclas do computador, que constam de pequenas placas metálicas que funcionam como capacitor, um dispositivo que armazena cargas elétricas.

O funcionamento dos para-raios baseia-se no poder das pontas, um fenômeno eletrostático. A finalidade desse dispositivo é atrair as descargas elétricas atmosféricas e desviá-las para a Terra, impedindo que atinjam pessoas e edificações. Com resultado semelhante, os caminhões-tanque usados para transporte de combustível são equipados com fitas especiais para descarregar a eletricidade estática e evitar a produção de faíscas perigosas.



M.J.S. Alamy/Otherimages



Lourens Smak/Alamy/Otherimages

CAPÍTULO 32 – FORÇA ELÉTRICA

1. Carga elétrica

Você já percebeu que quando lava os cabelos apenas com xampu, sem condicionador, eles ficam com um aspecto "espetado"?

Já sentiu um choque ao sair de um automóvel e fechar a porta em seguida?

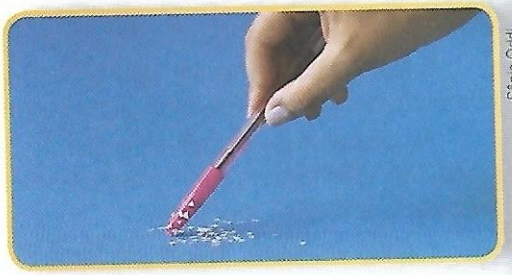
Já teve os pelos do braço arrepiados quando desenrolou uma embalagem de sacos plásticos ou quando tirou uma blusa de náilon do corpo?

Neste capítulo você vai entender que, por trás de todos esses fenômenos, estão as cargas elétricas e as forças produzidas por elas.

Andrew Lambert Photography/SPL/Latinstock

Ao pentear os cabelos, algumas vezes eles se eriçam.

Faça a seguinte experiência: atrite uma caneta de plástico em uma roupa de lã e aproxime-a de pedacinhos de papel. O que você observa? Certamente, verá os pedacinhos de papel serem atraídos e ficarem "presos" à caneta por algum tempo. Como isso acontece?



Sônia Oddi

Os pedacinhos de papel são atraídos pela caneta.

É provável que essa mesma pergunta tenha sido feita seis séculos antes de Cristo, por Tales de Mileto, que é considerado o primeiro filósofo da história. Ele notou um efeito semelhante ao atritar um pedaço de âmbar no pelo de um animal. O âmbar é um sólido de origem fóssil, encontrado em resinas de certos tipos de madeira. Após o atrito, esse material passou a atrair outros objetos, como penas e pedacinhos de palha.

O relato da observação experimental de Tales costuma ser considerado o marco inicial desse ramo da Física chamado Eletricidade – nome derivado da palavra grega *electron*, que significa "âmbar".

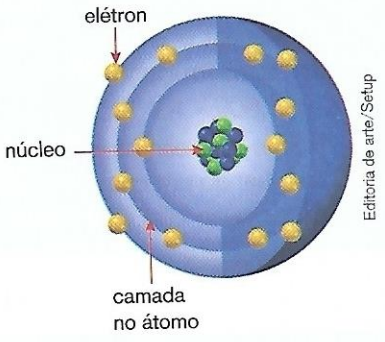
Hemera

Âmbar.

Você já se perguntou o que acontece no interior da matéria quando ela é atritada com outra, de natureza diferente? Quando você atrita dois corpos, estes têm sua natureza modificada ou apenas ganham uma nova propriedade? Para responder a questões como essas é preciso entender como a matéria é constituída.

Sabemos hoje que a matéria é formada de átomos (do grego, *indivisível*). Por muito tempo, pensou-se que os átomos fossem os tijolos do universo, a menor parte material. No entanto, descobriu-se depois que em sua constituição estão inúmeras partículas ainda menores, das quais vamos considerar, por ora, apenas o próton, o nêutron e o elétron.

Prótons e nêutrons estão arranjados na pequeníssima região central que constitui o **núcleo** do átomo. Os elétrons, por sua vez, deslocam-se rapidamente em torno do núcleo, distribuídos nos diversos níveis de energia permitidos. Esses níveis localizam-se numa região denominada **eletrosfera**.



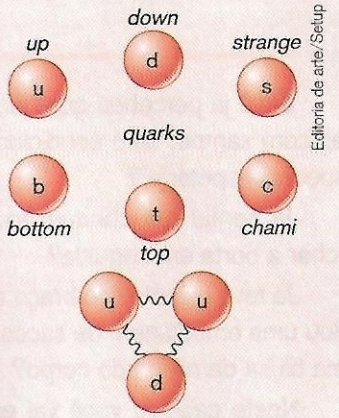
Editoria de arte/Setup

Detalhes sobre...

A ESTRUTURA DA MATÉRIA

Durante o século XX, os cientistas descobriram que no núcleo do átomo existem muitas outras partículas ainda menores que prótons e nêutrons. As principais são os ***quarks*** (há seis tipos diferentes), que compõem os prótons e os nêutrons. São necessários três *quarks* para formar tanto o próton como o nêutron de uma matéria comum.

Na Unidade IV, vamos aprofundar um pouco mais o estudo sobre o átomo e algumas teorias desenvolvidas no século XX, as quais transformaram a história da Física e se refletem no nosso cotidiano, em praticamente todas as nossas atividades.



Editoria de arte/Setup

O próton é formado por dois quarks up *e um* quark down.

Experiências revelaram que os prótons e os elétrons são partículas eletrizadas que apresentam comportamentos opostos, mas com igual intensidade. Os nêutrons são partículas eletricamente neutras.

Ao próton e ao elétron associou-se uma propriedade designada como **carga elétrica**, e convencionou-se estabelecer que a carga elétrica associada ao próton é positiva, enquanto a carga elétrica associada ao elétron é negativa.

A partir de então, assumiu-se que os prótons e os elétrons eram as partículas portadoras de carga elétrica. Os prótons portadores de carga positiva e os elétrons de carga negativa.

É o equilíbrio entre o número total de prótons no núcleo (número atômico do elemento químico) e o número total de elétrons na eletrosfera que torna o átomo eletricamente neutro. Quando esse equilíbrio é rompido, caso em que o átomo perde ou ganha elétrons, ele se transforma em íon – uma partícula carregada positiva ou negativamente.

Nos átomos, os prótons estão no núcleo e, portanto, são de difícil acesso. Entretanto, seus elétrons, por estarem na eletrosfera, são bem mais acessíveis, e por processos simples é possível remover ou acrescentar elétron de um átomo transformando-o respectivamente num íon positivo ou negativo.

A eletrização de um corpo ocorre quando se produz um desequilíbrio entre o número total de prótons e o número total de elétrons de seus átomos. Ou seja, um corpo está eletrizado ou carregado eletricamente quando ele tem excesso ou falta de elétrons em relação ao número total de prótons.

Com excesso de elétrons, o corpo fica com carga negativa, situação representada pelo sinal $-$.

Com falta de elétrons, o corpo fica com carga positiva, o que é representado pelo sinal $+$.

A medida da carga elétrica denomina-se quantidade de eletricidade, que é representada por **Q** ou **q**. No Sistema Internacional de Unidades, a carga elétrica é medida em uma unidade chamada coulomb, simbolizada por C e que será definida mais adiante.

Entre 1906 e 1913, o físico americano Robert Andrews Millikan conseguiu estabelecer experimentalmente que a carga do elétron, em módulo, representada por **e**, é a menor carga elétrica e, portanto, indivisível. Por isso, chama-se também carga elétrica elementar, cujo valor é:

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

Passou-se a considerar que a carga elétrica existe em múltiplos da carga **e**. Então, quando um corpo está eletrizado, sua quantidade de carga elétrica **Q** em excesso ou falta é dada por:

$$Q = \pm ne$$

MP/Leemage/Otherimages

Robert Andrews Millikan (1868-1953), físico norte-americano.

em que **n** é um número inteiro positivo que corresponde ao número de elétrons em falta (+) ou em excesso (−) em relação ao número total de prótons. Como a carga elétrica é sempre um múltiplo inteiro da carga elétrica elementar, dizemos que a carga elétrica é quantizada.

Nesta unidade, serão considerados fenômenos que envolvem a chamada eletricidade estática, ou seja, aqueles em que a carga elétrica em excesso num corpo permanece em repouso (equilíbrio), distribuída através de uma região ou de toda a superfície do corpo. A essa parte da eletricidade deu-se o nome de **Eletrostática**.

Salvo algumas exceções, os fenômenos estudados em Eletrostática envolvem cargas elétricas em quantidades inferiores a 1 C. Por isso, costumam-se empregar submúltiplos do coulomb, dos quais os principais são:

- milicoulomb (mC) = 10^{-3} C
- microcoulomb (μC) = 10^{-6} C
- nanocoulomb (nC) = 10^{-9} C
- picocoulomb (pC) = 10^{-12} C

Pense e Responda

• Sabe-se que o átomo de hidrogênio tem um único próton no núcleo e um só elétron deslocando-se em torno do núcleo. O elétron é portador de uma carga elétrica cujo valor é $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Qual é o valor da carga elétrica associada ao próton?

Aplicações

1 O elemento químico urânio tem número atômico Z = 92. Sabendo que a carga elétrica do próton é $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, calcule a carga elétrica no núcleo e na eletrosfera do átomo do urânio.

Resolução:

O número atômico (n) de um elemento químico é o número de prótons existentes no núcleo. A carga elétrica no núcleo do átomo de urânio é igual a:

$$Q = ne \Rightarrow Q = 92 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \Rightarrow Q = 1{,}472 \cdot 10^{-17}\ C$$

A carga elétrica na eletrosfera é igual a:

$$Q' = -1{,}472 \cdot 10^{-17}\ C$$

A carga total no átomo é nula, isto é, Q + Q' = 0.

2 Calcule o número de elétrons que devemos retirar de um corpo para que ele fique eletrizado com carga de 1 C.

Resolução:

Seja n o número de elétrons a ser retirado do corpo. A carga total do corpo, nesse caso, ficará igual a Q = ne = = 1 C. Dessa expressão, encontra-se o valor de n.

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow n = 6{,}25 \cdot 10^{18}\ \text{elétrons}$$

Assim, para o corpo ficar eletrizado com a carga de 1 C, ele deve ceder $6{,}25 \cdot 10^{18}$ elétrons.

Atividades

1 Um objeto tem um total de 10^{23} prótons. O que se pode concluir a respeito de sua carga se ele tiver:

a) 10^{23} elétrons?

b) menos que 10^{23} elétrons?

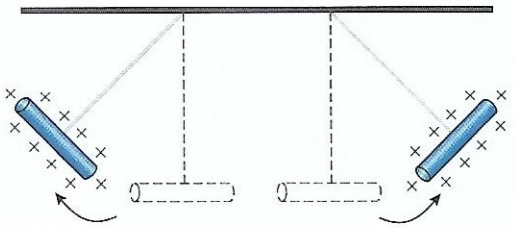
c) mais que 10^{23} elétrons?

2 Um corpo possui $5 \cdot 10^{17}$ elétrons e $3 \cdot 10^{17}$ prótons. Qual o sinal e o valor da carga elétrica no corpo?

3 Calcule quantos elétrons devem ser retirados de um corpo para que ele adquira a carga elétrica de 9,6 μC.

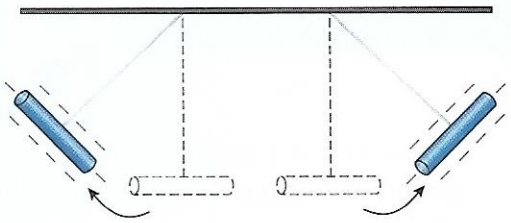
2. Princípio da atração e repulsão

Imagine a seguinte experiência: duas barras de vidro suspensas por um fio de náilon, próximas entre si, são atritadas com um pano de seda. Ambas as barras se eletrizam positivamente e, ao serem abandonadas, notamos que elas se repelem. Que conclusão é possível tirar desse fato?



Cargas positivas se repelem.

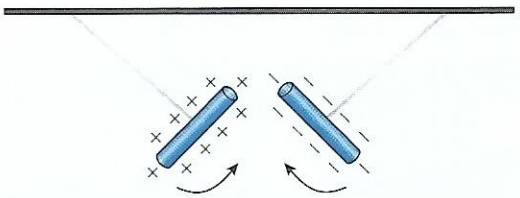
Agora, imagine que o mesmo procedimento seja realizado com duas barras de celuloide (plástico) atritadas com lã. Nesse caso, as barras se eletrizam negativamente e, ao serem abandonadas, elas se afastam mutuamente.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

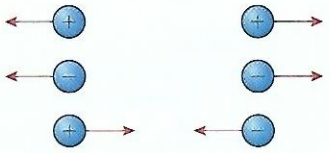
Cargas negativas se repelem.

Entretanto, se aproximarmos a barra de vidro atritada com seda e a barra de celuloide atritada com lã, verificamos que elas se atraem. Conclusão:



Carga positiva atrai carga negativa e vice-versa.

Reunindo essas observações, podemos enunciar a primeira lei fundamental da Eletrostática, também conhecida como **princípio da atração e repulsão**:



Cargas elétricas da mesma espécie (mesmo sinal) se repelem, e cargas elétricas de espécies diferentes (sinais contrários) se atraem.

3. Condutores e isolantes

Alguns materiais permitem a transmissão de cargas elétricas e outros não. Os primeiros são chamados **condutores** elétricos, entre os quais se encontram os metais, o carbono e a água. Os que não transmitem bem a eletricidade, como a borracha, a madeira, o óleo, o vidro, o papel e o plástico, são denominados **isolantes** ou **dielétricos**.

A existência de condutores e isolantes é explicada atualmente pela presença, nos átomos, dos chamados **elétrons livres** ou **elétrons de condução**. Esses elétrons, por estarem afastados do

núcleo, são atraídos mais fracamente por este e podem ficar fora do seu campo de ação e, assim, deslocar-se "livremente" no interior do material.

Os metais possuem em média dois elétrons livres por átomo. Alguns deles, como o cobre, o níquel, o tungstênio, o alumínio e a prata, têm em cada centímetro cúbico um número de elétrons livres da ordem de 10^{23}, os quais se deslocam no espaço existente entre os íons do metal.

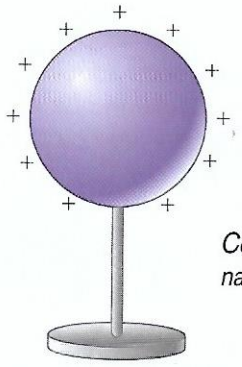
Nos isolantes ou dielétricos, a quantidade de elétrons livres é pequena, da ordem de 10^{6} por centímetro cúbico. A organização dos íons nesses materiais dificulta o deslocamento dos elétrons livres no seu interior.

Por causa dessas características, os condutores comportam-se de forma diferente dos isolantes durante o processo de eletrização. Para eletrizar um condutor (por exemplo, uma barra de cobre ou de alumínio), é necessário isolá-lo da Terra. Do contrário, o excesso das cargas será escoado para o solo terrestre e, desse modo, a eletrização não será percebida. Isso ocorre porque o planeta é constituído de materiais condutores, e devido ao seu tamanho, é capaz de absorver (ou dispor) toda a carga dos condutores ligados a ele.

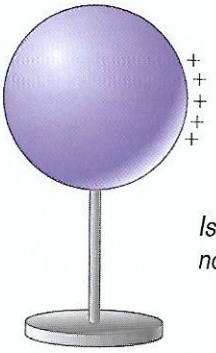
Ao se eletrizar um condutor que esteja isolado da Terra e de outros condutores, ocorre a repulsão entre as cargas, porque elas têm o mesmo sinal. Isso provoca a distribuição da carga adquirida através da superfície de maior área do corpo, ou seja, as cargas elétricas em excesso distribuem-se na superfície externa do condutor.

No caso dos isolantes, devido à dificuldade de deslocamento das cargas, o excesso de cargas fica localizado na região onde ocorreu a eletrização.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Condutor: a carga se distribui na superfície.



Isolante: a carga se concentra no local da eletrização.

Há um grupo de materiais especiais que se classificam entre os condutores e os isolantes: são chamados **semicondutores**. Desses, os principais são o germânio e o silício, que podem ser transformados em excelentes condutores elétricos quando se adiciona uma pequena porcentagem (em torno de 10^{-5}%) de átomos de outros elementos, como o boro e o arsênio. Uma das grandes vantagens dos semicondutores é seu pequeno tamanho, o que permitiu a fabricação de transistores, *leds* e *chips*, que contêm milhares de circuitos elétricos num espaço reduzidíssimo. Esses dispositivos viabilizaram a construção de microcomputadores cada vez mais velozes, além de novos aparelhos de rádio, TV e telefonia mais eficientes e rápidos e com melhor qualidade de som e imagem, como os mostrados a abaixo.

Maurritius/Latinstock

Telefone celular e chip *de telefonia.*

Bartomeu Amengual/AGE Fotostock/NextFoto

Câmera fotográfica digital.

4. Processos de eletrização

Você já viu até agora dois processos de eletrização. Um deles é por **atrito**, também chamado **triboeletrização** (o prefixo *tribo* vem do grego e significa "esfregação", "atrito"). Ao estudar condutores e isolantes, vimos que a carga elétrica pode ser transmitida para outros condutores ou para a Terra, que com isso se tornam também eletrizados. Esse é o segundo processo, chamado **eletrização por contato.**

Há ainda um terceiro processo. Você já percebeu que, depois de atritar uma caneta de plástico com um objeto de lã, a caneta passa a atrair pequenos pedacinhos de papel? Nesse caso, você sabe que a caneta fica momentaneamente com algumas partes eletrizadas. Mas e os pedacinhos de papel? O que aconteceu com eles que tenha provocado a atração? Para entender como isso ocorre, vamos retomar os processos de eletrização já conhecidos e estudar um novo processo chamado **eletrização por indução**, que explica a atração do papel pela caneta.

Eletrização por atrito

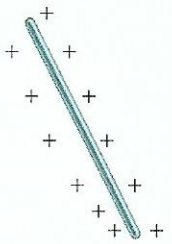
Quando dois corpos feitos de materiais diferentes são atritados entre si, o contato entre eles acontece com tal proximidade que os átomos de um material interagem fortemente com os átomos do outro. Nessa interação, ocorre a transferência de elétrons de um corpo para o outro. O que **cede** elétrons fica eletrizado **positivamente**, e aquele que **recebe** elétrons fica eletrizado **negativamente**. Por exemplo: atritando-se um pedaço de vidro com um pano de seda, o vidro se eletriza positivamente, e a seda, negativamente.

Antes de continuar com a leitura, pense a respeito da seguinte questão: se o vidro fica eletrizado positivamente devido à perda de certa quantidade de elétrons, quantos elétrons deve receber o pano de seda, que fica eletrizado negativamente? Se você respondeu que a quantidade de elétrons que um perde é a mesma que o outro ganha, acertou. Ou seja, o vidro e a seda adquirem cargas elétricas de mesmo valor absoluto, porém com sinais contrários. Você verá adiante que é possível efetuar a medição das cargas e comprovar esse fato. Isso significa que, se o vidro fica com carga $+Q$, a seda fica com carga $-Q$.

Paulo Cesar

Atrito entre seda e vidro.

pano de seda


vidro

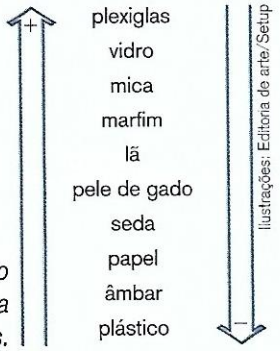
Ou seja, na eletrização de corpos isolados, não há criação de cargas: apenas transferência de um corpo para outro. Esse fato está relacionado com o que se chama **princípio da conservação da carga elétrica**. Num sistema de corpos eletrizados que trocam cargas entre si, a carga elétrica total não se altera desde que o sistema esteja eletricamente isolado, ou seja, não troque cargas com o exterior.

Em outras palavras:

> Num sistema isolado de corpos eletrizados,
> a soma algébrica das cargas de todos os corpos permanece constante.

A transferência de elétrons ocorre do material que tem mais facilidade de liberá-los para outro cuja facilidade maior é de recebê-los. Pense: qual seria a razão de um material ter mais facilidade que outro? Pode-se imaginar que o fator determinante seja a força de atração do núcleo. E é exatamente esse o motivo: perde elétrons o material cujos núcleos atômicos exercem menor força sobre os elétrons periféricos.

Com base nesse fato, foi elaborada experimentalmente uma relação de materiais, ordenados de tal modo que, quando atritados dois a dois, fica positivo aquele que vem antes na lista. Essa relação de materiais recebeu o nome de **série triboelétrica**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

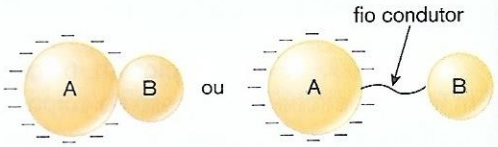
Plexiglas é um plástico especial transparente, com aspecto de vidro. O "vidro" da janela dos aviões é, na verdade, uma lâmina resistente de plexiglas.

Pense e Responda

• Se Tales esfregou o âmbar na pele de um animal, qual deles ficou eletrizado negativamente?

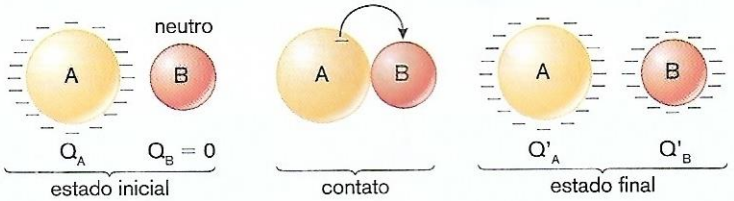
Eletrização por contato

Considere o condutor *A*, previamente eletrizado com carga negativa, e o condutor *B*, inicialmente neutro. É possível eletrizar o condutor *B* efetuando o contato elétrico com o condutor *A*.



Contato entre um condutor eletrizado e outro neutro.

Ao se realizar esse contato, a repulsão entre os elétrons de *A* faz com que haja transferência de parte desses elétrons para *B*. No final, ambos os condutores ficarão eletrizados negativamente.



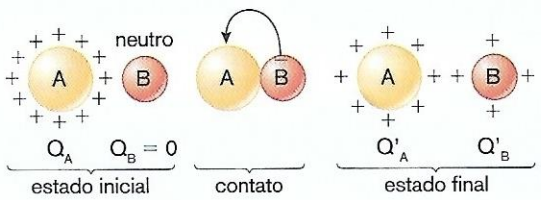
Encontro entre um condutor eletrizado e outro neutro.

Após o contato, a carga final em cada condutor é proporcional às dimensões de cada um. Ao condutor de maior dimensão caberá, no final, uma parcela maior da carga total. Se os condutores tiverem dimensões iguais, no final as cargas serão iguais em cada um deles. Você pode verificar, com base no princípio da conservação da carga, que o valor comum será igual à média aritmética da carga total inicial.

Desde que os corpos envolvidos formem um sistema eletricamente isolado, o princípio da conservação da carga nos permite escrever:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$$

Se *A* estivesse inicialmente eletrizado positivamente e *B* neutro, com o contato a carga positiva de *A* atrairia elétrons livres de *B* e, no final, *A* e *B* ficariam eletrizados positivamente.



Observe que, na eletrização por contato, os corpos adquirem cargas de mesmo sinal. Se os corpos forem isolantes, a eletrização por contato, sem esfregação, ocorre com menor intensidade ou eficiência. Na prática, esse tipo de eletrização é mais utilizado com corpos condutores.

Contato de um condutor eletrizado com a Terra

A carga elétrica em excesso num condutor pode ser escoada para a Terra tanto através do ar úmido, que é condutor, como pela conexão direta com o solo terrestre, realizada por algo capaz de conduzir cargas elétricas, como o corpo humano ou um fio metálico.

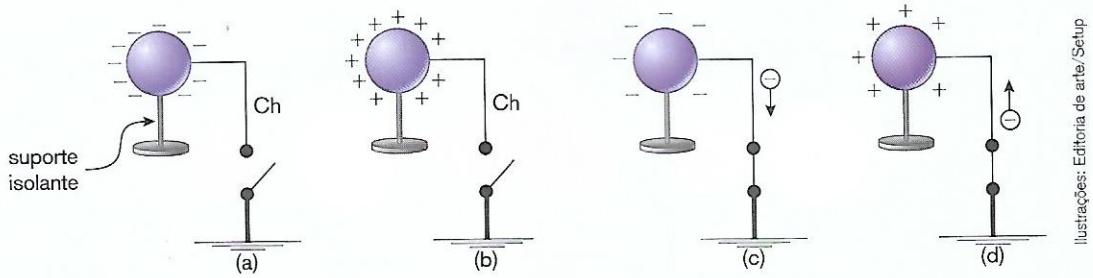
Quando se faz o contato entre um corpo eletrizado e o solo, tanto um como outro ficam eletrizados. Lembre que a redistribuição das cargas é proporcional às dimensões dos corpos envolvidos. Como as dimensões do corpo são desprezíveis em comparação com a da Terra, a carga elétrica que nele permanece é praticamente nula. Assim, ao ligarmos um condutor eletrizado à Terra, dizemos que ele se descarrega ou que fica eletricamente neutro.

Nas figuras, um corpo condutor, sustentado por um suporte isolante, está eletrizado negativamente em (a) e positivamente em (b). As letras Ch representam uma chave interruptora, ou simplesmente interruptor – que, quando aberta, mantém o condutor eletrizado isolado do solo terrestre.

O símbolo ⏚ representa a ligação com a Terra.

Fechando-se o interruptor Ch, o condutor perde imediatamente o excesso de cargas e fica neutro. Em (c), os elétrons em excesso no corpo se transferem para a Terra através do fio condutor. Em (d), elétrons da Terra se deslocam para o condutor, neutralizando o excesso de cargas positivas.

O condutor (ar úmido, corpo humano, metal) que permite "escoar" a carga do corpo eletrizado para o solo terrestre costuma ser denominado **fio terra**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Saiba mais sobre...

OS CHOQUES DE INVERNO

Alguma vez você já sentiu um choque ao fechar a porta do carro ou tocar a geladeira? Sabe por que isso acontece?

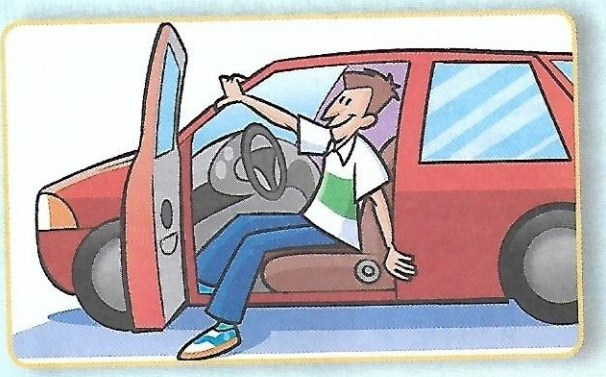
Em nossas atividades diárias acumulamos cargas elétricas em decorrência do atrito. Vestir uma blusa, caminhar sobre o carpete ou mesmo passar a mão sobre o tampo de uma mesa são processos que provocam o aparecimento de cargas elétricas nos corpos atritados. Normalmente, grande parte dessas cargas se dissipa nas gotículas de água em suspensão na atmosfera. Assim, os corpos permanecem neutros durante a maior parte do tempo. No inverno, no entanto, a umidade do ar diminui, dificultando a dissipação das cargas.

Em dias secos, acumulamos maior quantidade de cargas elétricas, que se transferem para outros corpos quando entramos em contato com eles. Essa grande transferência de cargas através do nosso corpo nos dá a sensação de choque. Um exemplo clássico desse

• • •

• • •

fenômeno são os choques que os motoristas tomam quando saem dos seus automóveis. Ao dirigir, o motorista esfrega a mão no volante e se atrita com o estofamento do banco e, por isso, fica eletrizado. Ao sair do carro, ele faz contato com a carroceria metálica para a qual as cargas acumuladas se transferem rapidamente, causando-lhe a sensação de choque.

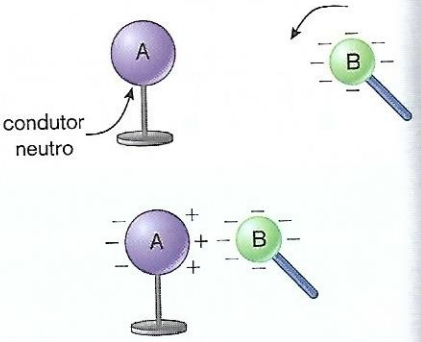


Uma medida indicada para amenizar o problema é adotar o seguinte procedimento: antes de sair do carro, coloque a mão na lataria, retirando-a somente depois que seus pés estiverem no chão. Por realizar o contato com a terra através de uma área maior, o choque é bastante atenuado.

Adriano Bonjorno

Eletrização por indução

Observe a figura ao lado em que o corpo *B* é aproximado do condutor *A*, sem que haja contato. Nessa situação, observa-se uma separação de cargas no condutor neutro. Isso pode ser comprovado aproximando pedacinhos de papel, que serão atraídos pelo condutor *A* de um lado e de outro. O que aconteceu com esse condutor que era neutro e agora passa a atrair pedacinhos de papel?



O que ocorre é que os elétrons livres de *A* se afastam, distribuindo-se na região oposta ao corpo eletrizado, enquanto a parte voltada para o corpo eletrizado *B* fica positiva.

É possível verificar que o condutor não está eletrizado, tanto é que, se afastarmos o corpo eletrizado, as cargas separadas no condutor voltam à situação inicial, e ele já não é capaz de atrair os pedaços de papel.

Quando há separação de cargas em um corpo neutro pela aproximação de outro carregado, dizemos que esse corpo neutro sofreu **indução eletrostática**. O corpo eletrizado que causa a indução (no caso, o corpo *B*) é denominado **indutor**, e o corpo que sofre a indução (*A*) chama-se **induzido**.

Pense agora no que deve acontecer se ligarmos o induzido *A* ao solo enquanto o indutor estiver próximo. Os elétrons livres de *A*, repelidos pelo indutor, escoam-se para a Terra.

Desfazendo o contato com a Terra e, em seguida, afastando o indutor, o induzido ficará eletrizado positivamente, com a carga distribuída na sua superfície externa.

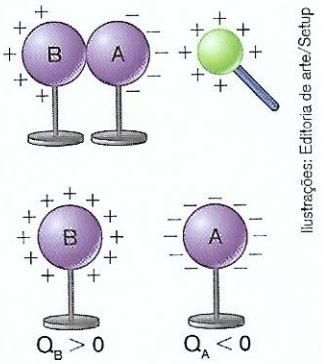
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O induzido, quando ligado a um fio terra, se eletriza sempre com carga de sinal contrário à do indutor.

Um caso interessante é a eletrização por indução de dois corpos condutores (*A* e *B*, na figura) que estão em contato mútuo e inicialmente neutros. Suponhamos que aproximemos da esfera *A* um corpo eletrizado, por exemplo, com cargas positivas.

Nessa situação, os elétrons livres tanto de *A* como de *B* serão atraídos pelo corpo eletrizado e ficarão acumulados na região de *A* voltada para o corpo, enquanto na região oposta de *B*, haverá falta de elétrons.

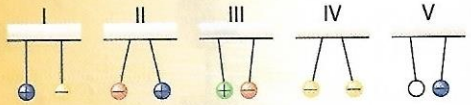
Eliminando o contato entre *A* e *B* e afastando o corpo eletrizado, as duas esferas ficarão eletrizadas com cargas de sinais contrários.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

• Duas pequenas esferas metálicas, de massas desprezíveis, estão suspensas, em repouso, por fios isolantes. A ausência de sinal + ou − indica que a esfera está eletricamente neutra. Das situações indicadas nas figuras, quais são possíveis?



Pense e Responda

• Você já observou que ao tirar um CD ou DVD do estojo ele fica mais empoeirado que outros objetos ao seu lado? Por que isso acontece?

Aplicações

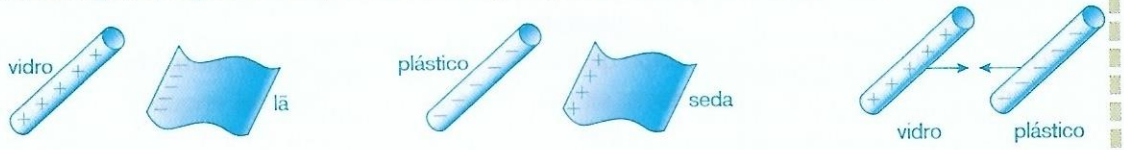
1 Considere que na série triboelétrica aparecem, pela ordem e inicialmente neutros, corpos de: vidro, lã, seda e plástico. Atrita-se vidro com lã e seda com plástico.

a) Quais os sinais das cargas adquiridas pela lã e pela seda?

b) Se o vidro for colocado próximo do plástico, haverá atração ou repulsão?

Resolução:

a) Ao atritarmos dois materiais da série triboelétrica, adquire carga elétrica positiva aquele que é listado primeiro, e o seguinte, negativa. Assim, a lã fica com carga negativa e a seda com carga positiva.



b) Haverá atração, pois o vidro e o plástico apresentam cargas de sinais opostos.

2 Duas esferas metálicas iguais, *A* e *B*, possuem cargas elétricas iniciais respectivamente iguais a $-2\ \mu C$ e $8\ \mu C$. Quais os valores das cargas elétricas em cada uma das esferas após o contato entre elas?

Resolução:

De acordo com o princípio da conservação das cargas elétricas, a carga total antes do contato é igual a:

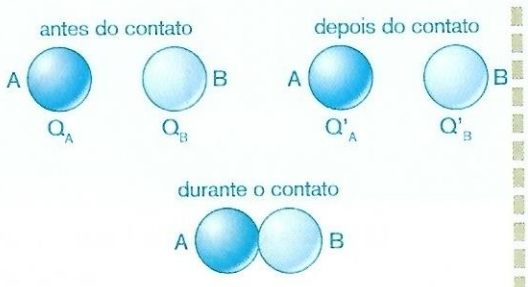
$$Q_A + Q_B = -2 + 8 \Rightarrow Q_A + Q_B = 6\ \mu C$$

A carga total após o contato é igual a:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B \Rightarrow Q'_A + Q'_B = 6\ \mu C$$

Como as esferas são iguais, após o contato, elas terão cargas iguais:

$$Q'_A = Q'_B = \frac{6\ \mu C}{2} = 3\ \mu C$$



Atividades

1 Atritando vidro com lã, o vidro se eletriza com carga positiva e a lã com carga negativa. Atritando algodão com enxofre, o algodão adquire carga positiva e o enxofre, negativa. Porém, se o algodão for atritado com lã, o algodão adquire carga negativa e a lã, positiva. Qual o sinal da carga elétrica adquirida pelo vidro quando atritado com algodão e quando atritado com enxofre, respectivamente?

2 Depois de caminhar arrastando os pés sobre um tapete, podemos tomar um pequeno choque se tocarmos em uma maçaneta metálica. Por que isso ocorre?

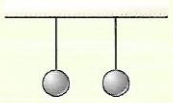
3 *(UEM-PR)* Três corpos *A*, *B* e *C*, inicialmente neutros, foram eletrizados. Após a eletrização, verifica-se que *A* e *B* têm excesso de cargas positivas e *C* tem excesso de cargas negativas. Assinale a alternativa que apresenta uma hipótese possível a respeito do processo utilizado para eletrizar esses corpos.

a) *B* e *C* são eletrizados por atrito e, em seguida, *A* é eletrizado por contato com *B*.
b) *A* e *B* são eletrizados por atrito e, em seguida, *C* é eletrizado por contato com *B*.
c) *A* e *B* são eletrizados por contato e, em seguida, *C* é eletrizado por atrito com *B*.
d) *B* e *C* são eletrizados por contato e, em seguida, *A* é eletrizado por atrito com *B*.
e) *A*, *B* e *C* são eletrizados por contato.

4 É comum, em supermercados, a venda de sacos plásticos em rolos. Ao se aproximar de um desses rolos, uma pessoa pode ficar com os pelos do braço eriçados, por serem atraídos para o plástico. Por que isso ocorre?

5 Uma caneta de plástico, depois de eletrizada por atrito com o cabelo, atrai pequenos pedaços de papel. Alguns pedaços, após tocarem a caneta, são violentamente repelidos. Explique o fenômeno.

6 *(Fuvest-SP)* Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente neutras, encontram-se suspensas por fios inextensíveis e isolantes.

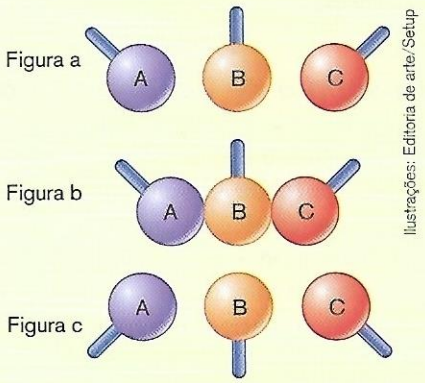


Um jato de ar perpendicular ao plano da figura é lançado durante um certo intervalo de tempo sobre as esferas. Observa-se, então, que ambas as esferas estão fortemente eletrizadas. Quando o sistema alcança novamente o equilíbrio estático, podemos afirmar que as tensões nos fios:

a) aumentaram e as esferas se atraem.
b) diminuíram e as esferas se repelem.
c) aumentaram e as esferas se repelem.
d) diminuíram e as esferas se atraem.
e) não sofreram alterações.

7 Considere duas esferas metálicas idênticas, *A* e *B*. Inicialmente a esfera *A* tem carga 4 μC, e a esfera *B*, carga −6 μC. Qual o valor da carga elétrica final em cada esfera após terem sido colocadas em contato e separadas?

8 *(UFRRJ)* Três esferas condutoras, *A*, *B* e *C*, dotadas de alças isolantes, estão inicialmente separadas, como mostra a figura *a*, e eletrizadas com cargas respectivamente iguais a +22 μC, −4 μC e + 8 μC. Usando as alças isolantes, um agente externo põe as três esferas em contato, como mostra a figura *b*, e, logo em seguida, as separa (fig. *c*), de modo que as cargas das esferas *A* e *B* passam a ser +9 μC e +7 μC, respectivamente. Após a separação, qual o valor da carga da esfera *C*? Justifique.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

9 *(Unifor-CE)* Duas pequenas esferas idênticas estão eletrizadas com cargas de 6,0 μC e −10 μC, respectivamente. Colocando-as em contato, ambas ficam com a mesma quantidade de cargas. Qual é o número de elétrons que passam de uma esfera para outra? (Dado: carga elementar $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.)

5. Eletroscópios

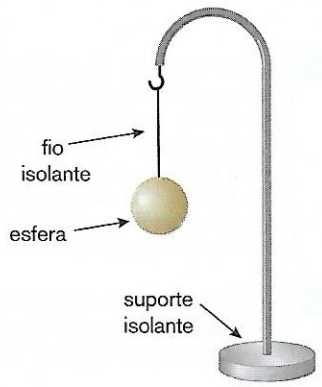
Propomos que você construa um **eletroscópio**. Com ele você pode determinar se um objeto está ou não eletrizado. Os eletroscópios mais comuns são o pêndulo eletrostático e o eletroscópio de folhas ou de lâminas.

Pêndulo eletrostático

É constituído de uma esfera pequena e leve, em geral de cortiça ou isopor, recoberta com tinta alumínio. A esfera é suspensa por um fio flexível e isolante, preso a um suporte também isolante.

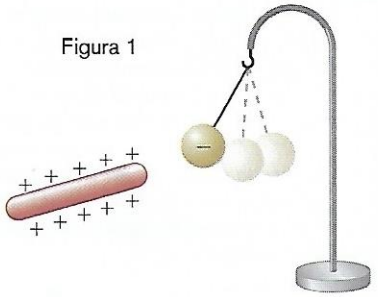
Quando se aproxima um corpo carregado da esfera neutra, nesta ocorrerá indução eletrostática, fazendo-a ser atraída para o corpo em teste. Se o corpo não estiver eletrizado, não haverá atração.

Se quisermos saber o sinal da carga que o corpo eletrizado possui, devemos, primeiramente, eletrizar a esfera do eletroscópio com uma carga de sinal conhecido. Suponha, por exemplo, que a esfera do pêndulo tenha sido eletrizada com carga negativa. Ao aproximar da esfera o corpo em teste, que já sabemos estar eletrizado, podem ocorrer dois casos:



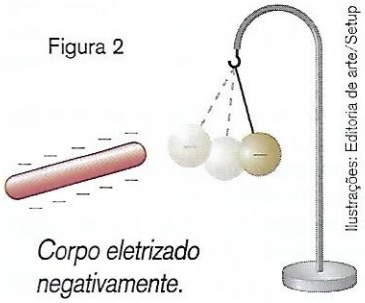
- Se a esfera é atraída, o corpo está eletrizado com carga de sinal contrário ao da esfera. No caso da figura 1, o corpo está eletrizado com carga positiva.
- Se a esfera é repelida, ele está eletrizado com carga de mesmo sinal que a da esfera. No caso da figura 2, o corpo está eletrizado com carga negativa.

Figura 1



Corpo eletrizado positivamente.

Figura 2

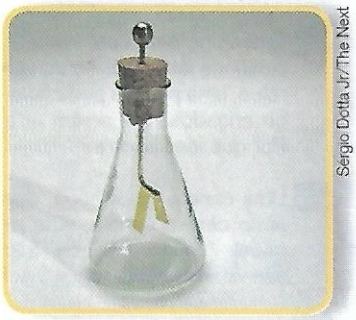


Corpo eletrizado negativamente.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Eletroscópio de lâminas ou folhas

Esse dispositivo é constituído por duas pequenas lâminas ou folhas metálicas (pode ser uma tira de papel-alumínio), articuladas a uma das extremidades de uma haste metálica. A outra ponta da haste está ligada a uma pequena esfera ou disco metálico. As lâminas são mantidas no interior de um frasco de vidro ou plástico transparente, que as protege de correntes de ar. A tampa desse frasco é feita com material isolante.



Sérgio Dotta Jr./The Next

Eletroscópio de folhas.

O que acontecerá se você aproximar da esfera um corpo eletrizado, sem tocá-la?

Na esfera você não vai perceber nada diferente, mas, nas folhas, deve ocorrer um afastamento entre elas. Isso ocorre devido à indução eletrostática. Suponha que a carga do corpo seja negativa. Ao aproximar o corpo da esfera, os elétrons desta são repelidos, concentrando-se na parte mais afastada possível – nas duas lâminas. Ocorre, então, a repulsão entre as lâminas, que se afastam uma da outra. A esfera do eletroscópio ficará com excesso de cargas positivas.

Aproximação entre corpo eletrizado e eletroscópio descarregado.

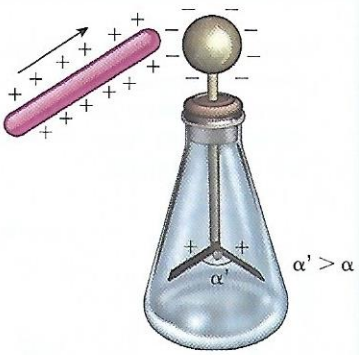
Por outro lado, na aproximação de um corpo eletrizado positivamente, ele atrai elétrons livres da esfera e das lâminas. Estas ficam carregadas positivamente e se repelem.

Com esse eletroscópio, é possível determinar o sinal da carga de um corpo eletrizado. Você já viu um procedimento semelhante no caso do pêndulo eletrostático. É necessário carregar o eletroscópio com cargas de sinal conhecido, por exemplo, positivas. Nesse caso, as lâminas estarão afastadas uma da outra, formando certo ângulo (α).

O que deve acontecer se você aproximar um corpo com cargas de mesmo sinal que o das lâminas? O ângulo entre estas vai aumentar, porque haverá menos elétrons nelas.

A repulsão entre as folhas do eletroscópio é um fenômeno semelhante ao que acontece quando você lava os cabelos apenas com xampu. Este forma com a queratina do cabelo uma substância carregada eletrostaticamente. Assim, ocorre a repulsão entre os fios. O condicionador também provoca eletrização, mas com carga de sinal contrário, fazendo que os cabelos fiquem neutros.

Eletroscópio carregado com carga conhecida.



Corpo teste possui cargas com mesmo sinal das cargas do eletroscópio.

Aplicação

Um bastão de vidro é atritado com um tecido. Em seguida, o bastão é aproximado de um eletroscópio de folhas descarregado. As folhas separam-se.

a) Qual é o sinal da carga elétrica adquirida pelo bastão?

b) Qual é o sinal da carga nas lâminas do eletroscópio?

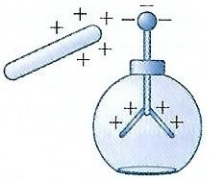
c) A esfera do eletroscópio é, então, tocada pela mão do experimentador. Logo após, a mão é retirada, e o bastão, afastado da esfera. No final, qual é o sinal da carga nas lâminas do eletroscópio?

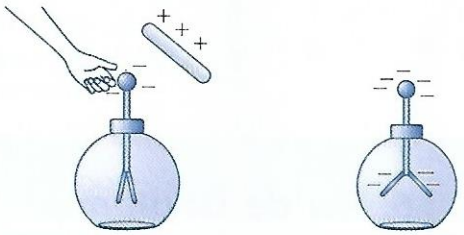
Resolução:

a) Na série triboelétrica, o vidro está situado antes da seda. Logo, ao ser atritado com o tecido, o bastão adquire carga elétrica positiva.

b) Aproximando-se o bastão eletrizado positivamente, ocorrerá indução eletrostática. A esfera do eletroscópio ficará com carga elétrica negativa, enquanto as folhas carregadas positivamente separam-se.

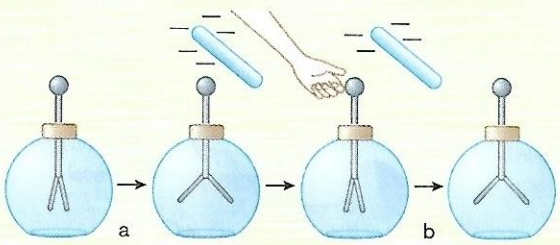
c) Ao tocar o eletroscópio, elétrons fluem, através da mão, da Terra para as lâminas, que se fecham. Retirando-se a mão e afastando-se a barra eletrizada, o eletroscópio se eletriza negativamente e as lâminas se abrem.





Atividades

1 *(PUC-MG)* Considere as figuras abaixo:



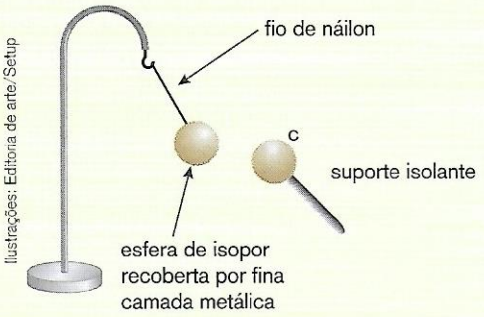
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Uma barra negativa é aproximada de um eletroscópio descarregado. As folhas se separam. Qual é o sinal da carga que está nas folhas?

b) A extremidade superior do eletroscópio é, em seguida, momentaneamente tocada pela mão. A seguir, remove-se a barra para longe. Agora, qual é o sinal da carga que existe nas folhas?

2 *(UFMA)* Pêndulo eletrostático é um dispositivo elétrico que tem a função de detectar corpos ele-

trizados ou não. A figura a seguir mostra que esse dispositivo acusa presença de cargas elétricas no corpo *C*. Explique por que a esfera do pêndulo eletrostático na figura, embora neutra, é atraída pelo corpo eletrizado *C*.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3 *(UFRJ)* Três pequenas esferas metálicas idênticas, *A*, *B* e *C*, estão suspensas, por fios isolantes, a três suportes. Para testar se elas estão carregadas, realizam-se três experimentos durante os quais se verifica como elas interagem eletricamente, duas a duas.

Experimento 1: As esferas *A* e *C*, ao serem aproximadas, atraem-se eletricamente, como ilustra a figura 1.

Experimento 2: As esferas *B* e *C*, ao serem aproximadas, também se atraem eletricamente, como ilustra a figura 2.

Experimento 3: As esferas *A* e *B*, ao serem aproximadas, também se atraem eletricamente, como ilustra a figura 3.

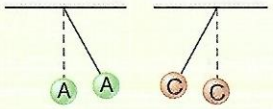


Figura 1

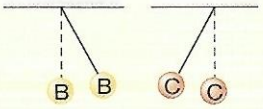


Figura 2

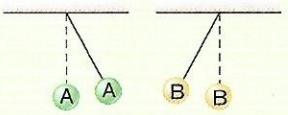


Figura 3

Formulam-se três hipóteses:

I. As três esferas estão carregadas.

II. Apenas duas esferas estão carregadas com cargas de mesmo sinal.

III. Apenas duas esferas estão carregadas, mas com cargas de sinais contrários.

Analisando o resultado dos três experimentos, indique a hipótese correta. Justifique sua resposta.

4 A figura mostra um eletroscópio de folhas eletricamente carregado. Descreva uma maneira de determinar o sinal da carga elétrica nele acumulada. Justifique.

5 Um bastão de vidro é atritado em certo tipo de tecido. O bastão, a seguir, é colocado em contato com um eletroscópio previamente descarregado, de forma que as folhas deste sofrem uma pequena deflexão. Atrita-se novamente o bastão com o mesmo tecido, aproximando-o do mesmo eletroscópio, evitando-se o contato entre ambos.

a) Indique a distribuição de cargas no eletroscópio após o contato.

b) Qual é o comportamento das folhas após a segunda operação?

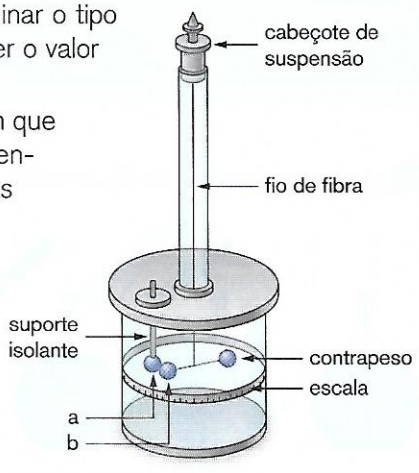
6. Lei de Coulomb

Ao estudar os eletroscópios, você viu que é possível determinar o tipo de carga de um corpo. Mas esses dispositivos não permitem saber o valor da carga; quando muito é possível apenas compará-las.

Algumas experiências realizadas a partir de 1776, sugeriram que a interação (atração e repulsão) entre cargas elétricas provavelmente obedeceria a uma relação semelhante à atração entre massas descrita por Newton, em 1665, na lei da gravitação universal.

A comprovação dessas observações foi realizada com medidas precisas a partir de 1784, por Coulomb, utilizando uma balança de torção (esquematizada ao lado).

A força elétrica que atua entre pequenas esferas eletrizadas pode ser de atração ou repulsão, dependendo dos sinais das cargas.

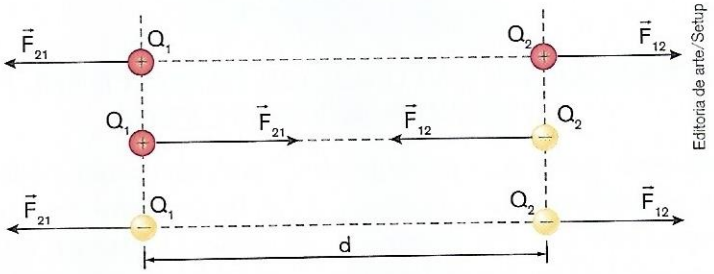


Na balança de torção, o movimento da esfera provoca uma rotação no fio de fibra, e o ângulo de giro do fio é proporcional à intensidade da força que o determinou.

Considerando que a eletrização se distribui em esferas de pequeno raio, quando comparado com a distância estabelecida entre elas, as cargas elétricas serão denominadas **puntiformes** ou **puntuais**, e as esferas, **partículas eletrizadas**. O porquê dessa condição será justificado mais adiante.

Em seu experimento, Coulomb utilizou duas esferas eletrizadas Q_1 e Q_2 separadas pela distância **d**, a fim de determinar a força elétrica de atração ou repulsão entre elas. Ele chegou às seguintes constatações com relação às forças elétricas de atração ou de repulsão entre partículas eletrizadas:

1ª Tem a direção da reta que passa pelas partículas. Observe que $\vec{F}_{12}$ representa a força que a partícula 1 exerce em 2, e $\vec{F}_{21}$, a força que 2 exerce em 1.



Editoria de arte/Setup

2ª Constituem um par de ação e reação. Isso significa que $\vec{F}_{12}$ e $\vec{F}_{21}$ não se equilibram mutuamente, e ambas têm a mesma intensidade:

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ e $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}| = F$

3ª Tem intensidade diretamente proporcional ao produto dos valores absolutos das cargas:

$$F \propto |Q_1| \cdot |Q_2|$$

4ª Tem intensidade inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas:

$$F \propto \frac{1}{d^2}$$

Reunindo as leis discutidas, é possível escrever a seguinte expressão:

$$F = \frac{k|Q_1||Q_2|}{d^2}$$

que é a fórmula matemática que exprime as **leis de Coulomb**.

É importante notar que:

- a constante **k** depende do meio onde as cargas Q_1 e Q_2 estão situadas e do sistema de unidades adotado. Se as cargas estiverem no vácuo, a constante é representada por k_0 e é denominada **constante eletrostática**. Seu valor no SI é:

  $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

- Na Fórmula de Coulomb, utilizam-se apenas os módulos das cargas. Se considerarmos os sinais das cargas, podemos verificar se as forças são de atração ou de repulsão:

  Se $Q_1 \cdot Q_2 > 0$, cargas de mesmo sinal; então, as forças são de repulsão.

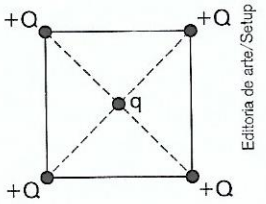
  Se $Q_1 \cdot Q_2 < 0$, cargas de sinais contrários; então, as forças são de atração.

É importante notar a influência do meio onde as duas cargas estão imersas. Se duas cargas separadas por certa distância passam do vácuo para um meio material, o valor da força elétrica diminui. Ocorre a redução por um fator denominado **constante dielétrica do meio**.

Por exemplo, a constante dielétrica da água é aproximadamente 80. Se as duas cargas passarem do vácuo, onde a força elétrica entre elas tem intensidade F_0, para a água, a força elétrica entre elas ficará 80 vezes menor, ou seja, terá valor: $F = \frac{F_0}{80}$.

Pense e Responda

• Quatro cargas positivas iguais são colocadas nos vértices de um quadrado, como mostra a figura. Qual o valor da força resultante sobre uma carga +q colocada no centro do quadrado?



Editoria de arte/Setup

Detalhes sobre...

A INTERAÇÃO DE NATUREZA ELÉTRICA E SEU PAPEL NO MUNDO QUE NOS CERCA

A eletricidade está muito mais presente em nossa vida do que podemos pensar. Isso porque todas as propriedades da matéria, na escala de tamanho dos seres humanos, são devidas a interações elétricas. Por exemplo, você consegue enxergar as letras deste livro porque elas foram capazes de "desviar" a luz emitida por alguma fonte. Isso ocorre porque cargas elétricas têm a capacidade de "desviar" a luz elétrica.

Durante o processo de impressão deste livro, cada letra é fixada no papel devido a forças elétricas. O papel é constituído de fibras e ele não se desfaz porque estas estão presas entre si por forças de origem elétrica. Também a solidez da cadeira em que você se senta, e de todos os objetos da sala em que você se encontra, é devida a forças de natureza elétrica.

O oxigênio do ar que você respira é incorporado ao seu sangue por meio de forças de natureza elétrica.

Essas forças também estão presentes na transformação dos alimentos que você come, na transmissão de sinais nervosos, no funcionamento de cada célula de seu corpo, inclusive nas cerebrais, responsáveis por coisas como sensações, inteligência, consciência etc.

Assim, a força elétrica, responsável pelas interações de cada molécula que constitui o nosso corpo, é também responsável por efeitos macroscópicos, porque é por causa dela que ocorre a coesão das diversas partes do nosso corpo. Quando apertamos a mão de alguém, são forças elétricas que movem nossos músculos, e são as mesmas responsáveis pelas "sensações" e são elas ainda que impedem o desfacelamento das mãos.

Todos os nossos sentidos funcionam à base de forças elétricas. Em resumo, todas as forças percebidas e sentidas por nós têm origem elétrica, com exceção da força peso, de origem gravitacional.

GREF – Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. *Física 3: eletromagnetismo*. 3. ed. São Paulo: Edusp, 1998. p. 215.

Aplicações

1 Calcule a intensidade da força elétrica entre duas cargas de 1 C cada uma, situadas no vácuo a 1 m uma da outra.

Resolução:

Sendo $Q_1 = 1\ C$, $Q_2 = 1\ C$, $d = 1\ m$ e $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$, a intensidade da força elétrica entre essas cargas é igual a:

$$F = \frac{k_0|Q_1||Q_2|}{d^2} \Rightarrow F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 1}{1^2} \Rightarrow F = 9 \cdot 10^9\ N$$

Repare que a intensidade dessa força é enorme (900 000 000 N – novecentos milhões de newtons). Para ter uma ideia, compare com a força gravitacional que a Terra exerce sobre você. Tal intensidade se deve principalmente à imensa quantidade de carga representada por 1 coulomb. Cargas elétricas da ordem de coulomb são raras em situações práticas da Eletrostática, mas frequentes em descargas atmosféricas (raios).

2 De acordo com o modelo de Rutherford-Bohr, o átomo de hidrogênio é formado por um núcleo com um próton, em torno do qual um elétron descreve, no nível fundamental, órbita circular de raio aproximadamente $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m. Dados: carga do elétron: $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; carga de próton: $+1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; constante eletrostática no vácuo: $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$; massa do próton: $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg; massa do elétron: $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; constante de gravitação universal: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$, calcule, entre o próton e o elétron:

a) a intensidade da força elétrica;

b) a intensidade da força gravitacional;

c) a razão entre as forças de natureza elétrica e de natureza gravitacional.

Resolução:

a) A intensidade da força elétrica entre o próton e o elétron é calculada pela lei de Coulomb:

$$F_e = \frac{k_0|Q_1| \cdot |-e|}{r^2} \Rightarrow F_e = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(5{,}3 \cdot 10^{-11})^2} \Rightarrow F_e = 8{,}2 \cdot 10^{-8}\ N$$

b) A intensidade da força gravitacional é calculada pela lei de Newton:

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow F_g = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{(5{,}3 \cdot 10^{-11})^2} \Rightarrow F_g = 3{,}7 \cdot 10^{-47}\ N$$

c) A razão entre F_e e F_g é:

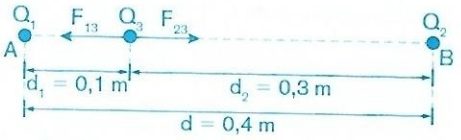
$$\frac{F_e}{F_G} = \frac{8{,}2 \cdot 10^{-8}}{3{,}7 \cdot 10^{-47}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_G} = 2{,}2 \cdot 10^{39}$$

Comparando os resultados, podemos observar que no átomo de hidrogênio a força de natureza elétrica é cerca de 10^{39} vezes mais intensa que a força de natureza gravitacional. Isso explica as forças de coesão dos sólidos. Os átomos estão ligados uns aos outros por forças eletrostáticas imensas. Por isso, não podemos atravessar uma parede de tijolos como atravessamos uma cortina de água.

3 Duas cargas puntiformes, Q_1 e Q_2, são fixadas nos pontos *A* e *B*, distantes entre si 0,4 m, no vácuo. Sendo $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ C, $Q_2 = 8 \cdot 10^{-6}$ C e $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$, determine a intensidade da força elétrica resultante sobre uma carga $Q_3 = -3 \cdot 10^{-6}$ C, colocada a 0,1 m de *A*, sobre a reta AB.

Resolução:

Representando as forças sobre as cargas, temos:



d = 0,4 m

Calculamos o valor de F_{13}:

$$F_{13} = \frac{k_0|Q_1||Q_3|}{d_1^2} \Rightarrow F_{13} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{(0{,}1)^2} \Rightarrow F_{13} = 5{,}4\ N$$

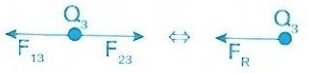
Calculamos o valor de F_{23}:

$$F_{23} = \frac{k_0|Q_2||Q_3|}{d_2^2} \Rightarrow F_{23} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0{,}3)^2} \Rightarrow F_{23} = 2{,}4\ N$$

Agora vamos calcular o valor da força resultante sobre Q_3:

$$F_R = F_{13} - F_{23} \Rightarrow F_R = 5{,}4 - 2{,}4 \Rightarrow F_R = 3\ N$$

Portanto, a força resultante sobre a carga Q_3 tem intensidade 3 N.



Atividades

1 *(UFAC)* A força de interação entre duas cargas é de 900 N, sabendo-se que $Q_1 = 5\ \mu C$ e $Q_2 = 8\ \mu C$. Calcule a distância entre as duas cargas. (Dado: $k = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^{-2}$.)

2 *(UFGD-MS)* Em um sistema no qual duas cargas elétricas puntiformes de mesmo módulo estão separadas por uma distância **x**, é correto afirmar que:

a) o módulo da força de Coulomb depende do sinal das cargas.

b) o sentido da força de Coulomb não depende do sinal das cargas.

c) a força de Coulomb permanecerá constante se a separação entre as cargas for alterada.

d) a força de Coulomb será dobrada se a separação entre as cargas for metade da distância **x**.

e) a força de Coulomb será quadruplicada se os módulos das cargas forem dobrados.

3 *(UEMG)* A figura mostra duas cargas elétricas positivas, numa situação I, e uma carga positiva e outra negativa, numa situação II, sendo todas de mesmo valor numérico. As distâncias entre as duas cargas, em cada situação, são iguais. As duas situações são independentes uma da outra.

Em relação às forças elétricas envolvendo as duas cargas na situação I e na situação II, assinale a alternativa que traz a afirmativa correta:

a) As duas forças elétricas entre as duas cargas em II têm a mesma direção, mas sentidos contrários.
b) As duas forças elétricas entre as cargas positivas em I têm a mesma direção e sentido.
c) As forças elétricas entre as duas cargas, na situação I, têm valores maiores que as forças entre a carga positiva e negativa, na situação II.
d) A força elétrica que a carga positiva faz na carga negativa é maior que a força elétrica que a carga negativa faz na positiva, como mostra a situação II.

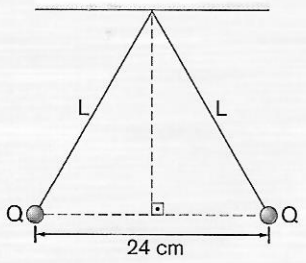
4 *(Mack-SP)* No vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$) são colocadas duas cargas elétricas puntiformes de $2 \cdot 10^{-6}$ C e $5 \cdot 10^{-6}$ C, distantes 50 cm uma da outra. A força de repulsão entre essas duas cargas tem intensidade de quantos newtons?

5 Duas pequenas esferas iguais de massa m = 0,2 g receberam a mesma carga e estão suspensas por fios de comprimento L = 20 cm, no vácuo, conforme mostra a figura.

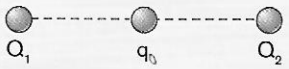
Na posição de equilíbrio, a distância que as separa é 24 cm.

Calcule o valor da carga de cada esfera.

(Use: $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$, g = 10 m/s².)



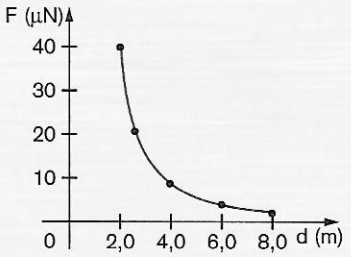
6 *(UNIT-SE)* Duas cargas elétricas puntiformes $Q_1 = 5{,}0\ \mu C$ e $Q_2 = -3{,}0\ \mu C$ são fixas, separadas de 6,0 cm, no vácuo. Uma terceira carga $q = -2{,}0\ \mu C$ é abandonada no ponto médio do segmento que une as cargas Q_1 e Q_2. (Dado: $k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.)



A intensidade da força elétrica resultante que atua na carga **q**, no instante que ela é abandonada, em newtons, vale:

a) 20 b) 40 c) 60 d) 100 e) 160

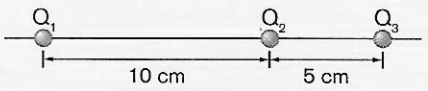
7 *(UFPE)* O gráfico abaixo mostra a intensidade da força eletrostática entre duas esferas metálicas muito pequenas em função da distância entre os centros das esferas. Se as esferas têm a mesma carga elétrica, qual o valor dessa carga?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) 0,86 μC
b) 0,43 μC
c) 0,26 μC
d) 0,13 μC
e) 0,07 μC

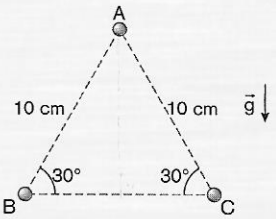
8 *(UFRGS)* Três cargas elétricas puntiformes idênticas, Q_1, Q_2 e Q_3, são mantidas fixas em suas posições sobre uma linha reta, conforme indica a figura abaixo.



Sabendo-se que o módulo da força elétrica exercida por Q_1 sobre Q_2 é de $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ N, qual é o módulo da força elétrica resultante sobre Q_2?

a) $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ N
b) $8{,}0 \cdot 10^{-5}$ N
c) $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ N
d) $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ N
e) $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ N

9 *(Uespi-PI)* Três pequenas esferas idênticas e de raios desprezíveis, carregadas positivamente com carga **Q**, cada uma, encontram-se em equilíbrio no vácuo, de acordo com o arranjo da figura. As esferas *B* e *C* estão fixas a uma distância de 10 cm da esfera *A*.



Sobre a esfera *A*, atuam apenas a sua força peso, de módulo 0,9 N, e as forças eletrostáticas. Sabendo que a constante elétrica no vácuo vale $9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$, que $\text{sen}\ (30°) = \frac{1}{2}$ e que $\cos\ (30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, o valor de **Q**, em coulombs, é igual a:

a) 10^{-6} c) 1 e) 10^3
b) 10^{-1} d) 10

Mais Atividades

1 *(UFRGS)* Duas pequenas esferas metálicas idênticas e eletricamente isoladas, *X* e *Y*, estão carregadas com cargas elétricas +4 C e −8 C, respectivamente. As esferas *X* e *Y* estão separadas por uma distância que é grande em comparação com seus diâmetros. Uma terceira esfera *Z*, idêntica às duas primeiras, isolada e inicialmente descarregada, é posta em contato, primeiro, com a esfera *X* e, depois, com a esfera *Y*.

As cargas elétricas finais nas esferas *X*, *Y* e *Z* são, respectivamente:

a) +2 C, −3 C e −3 C.
b) +2 C, +4 C e −4 C.
c) +4 C, 0 e −8 C.
d) 0, −2 C e −2 C.
e) 0, 0 e −4 C.

2 *(UFPB)* Considere quatro condutores esféricos idênticos (*A*, *B*, *C* e *D*). Inicialmente, o condutor *A* está com carga $Q_A = 16$ C e os outros três, descarregados. Então, o condutor *A* é colocado em contato com o condutor *B*; em seguida, coloca-se o condutor *A* em contato com o condutor *C*; e, por fim, coloca-se o condutor *A* em contato com o condutor *D*. A configuração final de cargas nos quatro condutores é:

a) $Q_A = 1$ C, $Q_B = 7$ C, $Q_C = 6$ C, $Q_D = 2$ C
b) $Q_A = 2$ C, $Q_B = 8$ C, $Q_C = 4$ C, $Q_D = 2$ C
c) $Q_A = 3$ C, $Q_B = 7$ C, $Q_C = 4$ C, $Q_D = 2$ C
d) $Q_A = 4$ C, $Q_B = 8$ C, $Q_C = 2$ C, $Q_D = 2$ C
e) $Q_A = 5$ C, $Q_B = 7$ C, $Q_C = 2$ C, $Q_D = 2$ C

3 *(Vunesp-SP)* Um dispositivo simples, capaz de detectar se um corpo está ou não eletrizado, é o pêndulo eletrostático, que pode ser feito com uma pequena esfera condutora suspensa por um fio fino e isolante. Um aluno, ao aproximar um bastão eletrizado do pêndulo, observou que ele foi repelido (etapa I). O aluno segurou a esfera do pêndulo com suas mãos, descarregando-a e, então, ao aproximar novamente o bastão, eletrizado com a mesma carga inicial, percebeu que o pêndulo foi atraído (etapa II). Após tocar o bastão, o pêndulo voltou a sofrer repulsão (etapa III). A partir dessas informações, considere as seguintes possibilidades para a carga elétrica presente na esfera do pêndulo:

Possibilidade	Etapa I	Etapa II	Etapa III
1	Neutra	Negativa	Neutra
2	Positiva	Neutra	Positiva
3	Negativa	Positiva	Negativa
4	Positiva	Negativa	Negativa
5	Negativa	Neutra	Negativa

Somente pode ser considerado verdadeiro o descrito nas possibilidades

a) 1 e 3
b) 1 e 2
c) 2 e 4
d) 4 e 5
e) 2 e 5

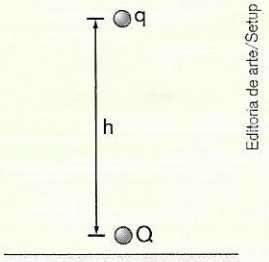
4 *(UFAL)* Um estudante dispõe de um kit com quatro placas metálicas carregadas eletricamente. Ele observa que, quando aproximadas sem entrar em contato, as placas *A* e *C* se atraem, as placas *A* e *B* se repelem, e as placas *C* e *D* se repelem. Se a placa *D* possui carga elétrica negativa, ele conclui que as placas *A* e *B* são, respectivamente,

a) positiva e positiva
b) positiva e negativa
c) negativa e positiva
d) negativa e negativa
e) neutra e neutra

5 *(Unifor-CE)* Duas cargas puntiformes Q_1 e $Q_2 = 2Q_1$ se repelem no vácuo com uma força de intensidade **F** quando colocadas a uma distância **d** uma da outra. Se a distância for aumentada para 3d, a intensidade da força passa a ser **F'**. A relação $\frac{F}{F'}$ entre elas é:

a) 4
b) 16
c) 12
d) 9

6 *(UFPB)* Uma esfera em repouso, de massa igual a $9 \cdot 10^{-2}$ kg e carga $q = +1 \cdot 10^{-6}$ C, é mantida flutuando no ar por uma outra carga $Q = +4 \cdot 10^{-4}$ C fixada no solo, como indicado na figura.



Editoria de arte/Setup

a) Reproduza o desenho indicando todas as forças que atuam na carga **q**.
b) Determine a altura **h** em que essa carga fica em equilíbrio.

(Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s², constante eletrostática $k_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C².)

7 *(PUC-SP)* Pode-se imaginar o átomo de hidrogênio constituído por um próton fixo, em torno do qual um elétron descreve órbita circular de raio $R = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m, com velocidade $v = 1{,}0 \cdot 10^7$ m/s. (Dados: carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e constante eletrostática $k = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C².)

a) Qual é a intensidade, a direção e o sentido da força que o próton exerce sobre o elétron?
b) Calcule o período do elétron.

8 *(UFBA)* Um cilindro de vidro transparente possui internamente, na sua base inferior, uma esfera eletrizada, fixa, com carga $Q = 8 \cdot 10^{-6}$ C. Uma segunda esfera, de carga $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C e peso $P = 9 \cdot 10^{-1}$ N, é introduzida na abertura superior e se mantém em equilíbrio nessa posição. Considerando $k = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C² e g = 10 m/s², determine a distância que separa os centros das esferas.

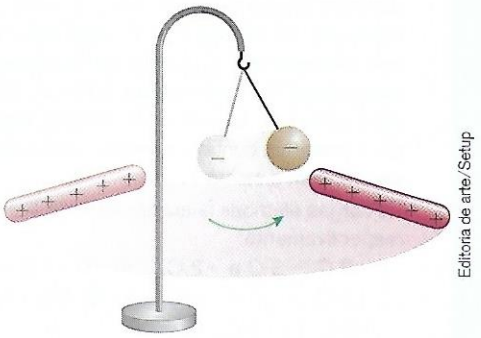
CAPÍTULO 33 – CAMPO ELÉTRICO

1. O conceito de campo elétrico

Vamos observar o que uma carga elétrica provoca na região que a envolve. Você já se perguntou como uma carga pode atrair ou repelir outra?

Observe a figura ao lado.

Na sua opinião, o pêndulo eletrostático sofrerá deflexão se o bastão eletrizado for aproximado pelo lado oposto? Sempre surgirá uma força eletrostática no pêndulo, qualquer que seja a forma de aproximação do bastão?



Editoria de arte/Setup

Toda a região em torno do bastão eletrizado fica alterada.

Se você respondeu sim a essas questões, então deve saber que uma carga elétrica sempre estará sujeita a forças quando estiver em qualquer região próxima ao bastão. Ou seja, a carga elétrica do bastão altera toda a região em volta dele, provocando o aparecimento de forças em qualquer outra carga que esteja nessa região.

Compreender a atuação de forças a distância, como a gravitacional, a magnética e a elétrica, não foi uma tarefa simples. Como uma carga elétrica pode detectar a presença de outra, provocando atração ou repulsão? Como se dá essa interação entre elas? Se uma das cargas mudar de posição, a atração ou a repulsão causada por outras será exercida imediatamente? Ou depois de quanto tempo?

Dúvidas desse tipo existiram por muito tempo enquanto se explicavam as forças de atração e repulsão como ação direta a distância entre cargas, algo como um processo "mágico" que permitisse que uma "carga" reconhecesse a outra. Michael Faraday (1791-1867), físico experimental inglês, não aceitava esse modelo.

Observando a configuração das limalhas de ferro atraídas por um ímã, ele idealizou outro modelo, introduzindo o conceito de campo: uma região de influência sobre outros corpos. Assim como a massa de um corpo cria uma região de influência gravitacional (campo gravitacional) em torno de si, e os ímãs criam campos magnéticos, a carga elétrica também modifica as propriedades do espaço ao seu redor.

Carol and Mike Werner/Phototake/Imageplus

Configuração das limalhas de ferro atraídas por um ímã.

Podemos, então, pensar no campo como uma região não material que existe ao redor de todo corpo eletrizado e que faz a intermediação na troca de forças com outros corpos eletrizados. Ele surge ou se instala preenchendo todo o espaço ao redor do corpo assim que este é eletrizado. Essa região é chamada **campo elétrico**.

A rapidez da instalação do campo depende da natureza do meio que envolve a carga. Se o meio for o vácuo, o preenchimento do espaço pelo campo se processa com velocidade de aproximadamente 300 000 km/s. Pensando assim, somos obrigados a concluir que a existência da carga elétrica implica a existência do campo elétrico e vice-versa. Ou seja, ambos são indissociados. Se há carga elétrica, um campo se instala ao redor dela. Se existe campo, há uma carga associada a ele.

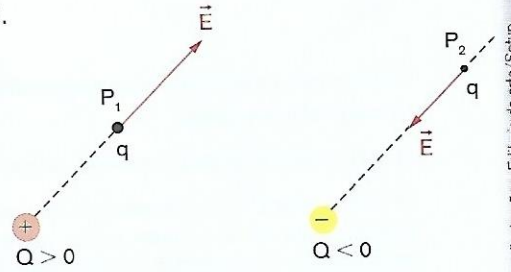
O conceito de campo permite explicar que a troca de forças entre duas cargas separadas por certa distância decorre do fato de que cada uma delas fica sob a influência do campo da outra. Em outras palavras:

- O campo elétrico é o agente físico responsável pelas forças de atração e repulsão entre as cargas; ou seja, ele é o mecanismo mediador que explica a interação a distância.
- O campo elétrico torna visualizável a ideia de que a mudança de posição de uma carga se manifestará na outra num intervalo de tempo muito curto, porém não nulo.
- O campo elétrico é uma região onde a energia está armazenada e pode ser utilizada, assim como o campo gravitacional. Essa característica do modelo criado por Faraday é bastante útil para se compreender o assunto estudado no próximo capítulo.

2. Vetor campo elétrico

Da mesma forma que o campo gravitacional, o campo elétrico é caracterizado por apresentar direção, sentido e intensidade, ou seja, ele tem natureza vetorial.

O campo elétrico é representado em cada ponto por um vetor $\vec{E}$ (o vetor campo elétrico), cuja direção é a da reta que passa pela carga **Q** geradora do campo e pelo ponto considerado. O sentido do campo, por convenção, é de orientar-se "para fora" da carga geradora quando esta é positiva, e "para dentro", no caso de a carga geradora ser negativa.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para se constatar a existência do campo elétrico gerado pela carga **Q** num ponto **P**, usa-se uma carga de prova **q** colocada nesse ponto. Tal carga fica sob ação da força elétrica $\vec{F}$.

O campo elétrico naquele ponto é representado pelo vetor $\vec{E}$ definido pela razão entre a força $\vec{F}$ atuante na carga de prova e o valor dessa carga.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Daí podemos escrever, em módulo, que:

$$F = |q|\,E$$

No SI, o campo elétrico é medido em newton/coulomb = N/C.

Você certamente já sentiu a presença do campo elétrico, por exemplo, ao desligar um aparelho de TV convencional. O que acontece? Quando desligamos a televisão, a tela fica eletrizada de cargas negativas da última descarga interna do canhão de elétrons. Essas cargas criam um campo elétrico em frente à tela da televisão. Se colocarmos o braço perto desta, os pelos ficam eriçados, porque com a indução eletrostática são atraídos pelas cargas localizadas na tela.

Pense e Responda

• Eletriza-se um objeto. Podemos afirmar que ao seu redor existe:

a) campo elétrico.

b) força elétrica.

c) campo elétrico e força elétrica.

Aplicações

1 Considere a carga geradora **Q** fixada em *O* e a carga de prova **q** colocada em *P*.

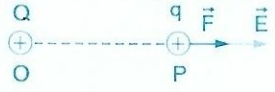
Represente o vetor campo elétrico $\vec{E}$ em *P* e a força elétrica $\vec{F}$ atuante na carga de prova **q** para os seguintes casos:

a) $Q > 0$ e $q > 0$ b) $Q < 0$ e $q > 0$

Resolução:

Representando os vetores $\vec{E}$ e $\vec{F}$, temos:

a)



b)

*Observe que o sentido do vetor campo elétrico $\vec{E}$ não depende do sinal da carga de prova **q**, mas sim do sinal da carga **Q** que o gerou.*

$Q > 0$, o vetor $\vec{E}$ é de afastamento ou para fora.

$Q < 0$, o vetor $\vec{E}$ é de aproximação ou para dentro.

*É importante ter em mente que o campo elétrico estabelece nos pontos do espaço um conjunto de propriedades decorrentes da presença da carga **Q**, e apenas dela. A existência do campo elétrico **não depende da carga de prova q** nesses pontos. A carga de prova é utilizada somente para tornar possível a medida da força, permitindo evidenciar a existência do campo elétrico gerado pela carga **Q**.*

*Lembre que a carga de prova **q** também cria o "seu" campo elétrico. Entretanto, ela é suposta bem menor que a carga **Q**, a fim de que não modifique de forma significativa o campo que ela deve tornar evidente.*

2 Um campo elétrico apresenta em um ponto *P* de uma região a intensidade de $6 \cdot 10^5$ N/C, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita. Qual a intensidade e o sentido da força elétrica que atua sobre uma carga puntiforme **q**, colocada no ponto *P*, nos casos:

a) $q = 2\ \mu C$?

b) $q = -3\ \mu C$?

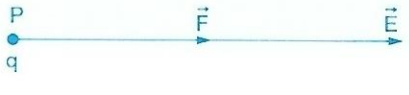
Resolução:

a) Sendo $E = 6 \cdot 10^5$ N/C e $q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ C, temos:

intensidade: $F = |q|\,E \Rightarrow F = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^5 \Rightarrow F = 1{,}2$ N

direção: horizontal

sentido: $\vec{F}$ tem o mesmo sentido de $\vec{E}$



b) Sendo $E = 6 \cdot 10^5$ N/C e $q = -3\ \mu C = -3 \cdot 10^{-6}$ C, temos:

intensidade: $F = |q|\,E \Rightarrow F = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^5 \Rightarrow F = 1{,}8$ N

direção: horizontal

sentido: $\vec{F}$ tem sentido contrário a $\vec{E}$

3 Uma pequena esfera de massa $m = 10^{-3}$ kg, eletrizada com carga $q = 1\ \mu C$, fica em equilíbrio quando abandonada num ponto *A* acima do solo. Qual é a intensidade, a direção e o sentido do campo elétrico no ponto *A*? (Dado: $g = 10\ m/s^2$.)

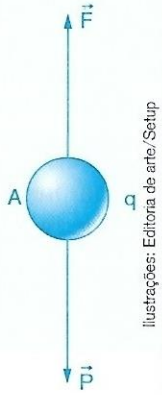
Resolução:

Representando as forças atuantes na esfera:

Para que a esfera fique em equilíbrio, a força elétrica e o peso devem ter a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos opostos.

$F = P \Rightarrow |q|\,E = mg \Rightarrow 1 \cdot 10^{-6} \cdot E = 10^{-3} \cdot 10 \Rightarrow E = 1 \cdot 10^4$ N/C

O campo elétrico, no ponto A, é vertical e orientado no sentido de $\vec{F}$, ou seja, para cima.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

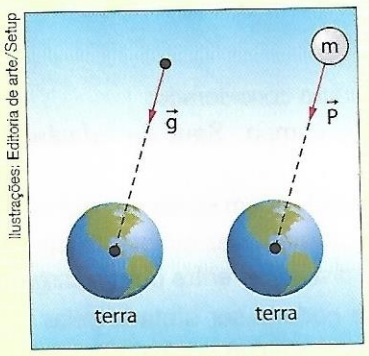
1 *(Mack-SP)* Uma carga elétrica puntiforme de 4,0 μC é colocada em um ponto *P* no vácuo, ficando sujeita a uma força elétrica de intensidade 1,2 N. Determine a intensidade do campo elétrico nesse ponto *P*.

2 Sobre uma carga de 4 μC, situada num ponto *P* de um campo elétrico, atua uma força de intensidade 8 N. Se substituirmos a carga de 4 μC por uma outra de 5 μC, qual será a intensidade da força sobre essa carga quando colocada no ponto *P*?

3 *(Uni-Rio-RJ)* "Como é que um corpo interage com outro, mesmo à distância?"

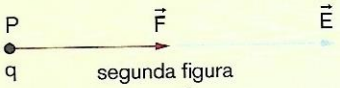
Com o desenvolvimento da ideia do Campo Gravitacional criado por uma massa, passou a

se explicar a força de atração gravitacional com mais clareza e melhor entendimento: uma porção de matéria cria em torno de si um campo gravitacional, onde a cada ponto é associado um vetor aceleração da gravidade. Quando um outro corpo é colocado neste ponto, passa a sofrer a ação de uma força de origem gravitacional.

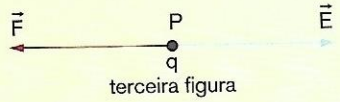


primeira figura

Ideia semelhante se aplica para o campo elétrico gerado por uma carga **Q**, com uma carga de prova **q** colocada num ponto *P*, próximo a **Q**, que sofre a ação de uma força elétrica **F**.



segunda figura



terceira figura

Com relação às três figuras, na ordem em que elas aparecem, e ainda com relação ao texto enunciado, analise as afirmativas a seguir.

I. Para que o corpo de massa **m** seja atraído pela Terra, é necessário que ele esteja eletrizado.

II. Para que a carga elétrica **q** da segunda figura seja submetida à força indicada, é necessário que ela esteja carregada positivamente.

III. Se o corpo de massa **m**, da primeira figura, estiver negativamente carregado, ele sofrerá uma força de repulsão.

IV. Não importa a carga do corpo de massa **m**, da primeira figura, matéria sempre atrai matéria na razão inversa do produto de suas massas.

V. A carga elétrica de **q**, na terceira figura, com toda certeza é negativa.

Pode-se afirmar que:

a) somente IV é verdadeira.

b) somente II e V são verdadeiras.

c) somente II, III e V são verdadeiras.

d) somente I e IV são verdadeiras.

e) todas são verdadeiras.

4 Uma partícula com carga $q = 1 \cdot 10^{-10}$ C, colocada num ponto *P* de um campo elétrico, fica sujeita a uma força elétrica de intensidade $1 \cdot 10^{-4}$ N, vertical e para cima. Determine:

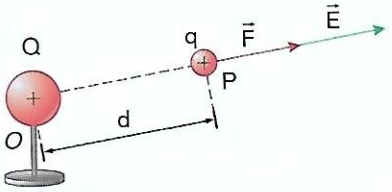
a) a intensidade, a direção e o sentido do campo elétrico no ponto *P*;

b) a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica que agirá numa carga elétrica $q = -2 \cdot 10^{-10}$ C quando colocada no ponto *P*.

5 Qual é o valor da carga elétrica de uma partícula de massa $2 \cdot 10^{-3}$ kg, para que ela permaneça estacionária, no espaço, quando colocada em um campo elétrico vertical de 100 N/C, num local onde a aceleração da gravidade é de 10 m/s²?

3. Campo elétrico de uma carga puntiforme

Considere uma carga puntiforme **Q**, no vácuo, e fixada num ponto *O*. Na região do campo elétrico dessa carga, coloquemos no ponto *P*, a distância **d** de *O*, a carga de prova $\mathbf{q > 0}$.



A intensidade da força elétrica atuante na carga **q** em *P*, conforme a fórmula de Coulomb, é:

$$F = \frac{k_0|Q||q|}{d^2} \qquad (1)$$

e, da definição do vetor campo elétrico, é:

$$F = |q|\,E \qquad (2)$$

Comparando (1) e (2), temos:

$$E = \frac{k_0|Q|}{d^2}$$

Esse resultado mostra que a intensidade (módulo) do campo elétrico gerado por uma carga puntiforme é:

- independente da carga de prova;
- diretamente proporcional ao valor absoluto da carga geradora;
- inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto P à carga geradora.

As características do vetor $\vec{E}$ são:

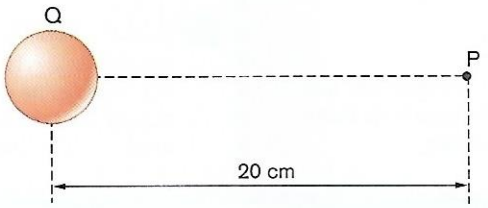
- **intensidade ou módulo**: $E = \frac{k_0|Q|}{d^2}$;
- **direção**: da reta que passa pela carga geradora e pelo ponto considerado;
- **sentido**: dependente do sinal da carga que origina o campo. Será de "afastamento" se $Q > 0$ e de "aproximação" se $Q < 0$.

O estudo que fizemos sobre a interação entre cargas elétricas leva em conta as chamadas cargas **puntiformes** ou **puntuais**, ou seja, as cargas elétricas que estão distribuídas ou localizadas em corpos com dimensões pequenas ou desprezíveis em comparação com distâncias entre outras cargas.

Se não fosse assim, a distribuição das cargas num corpo poderia ser afetada pelas cargas localizadas em outros corpos, o que provocaria mudanças no campo elétrico original e também tornaria mais complexo o tratamento matemático da interação entre as cargas. As fórmulas de Coulomb e a da intensidade do campo elétrico, que acabamos de abordar, teriam uma formulação mais complexa, o que não traria vantagem para a visualização do fenômeno abordado.

Aplicações

1 Uma carga $Q = -4\ \mu C$, fixa, encontra-se no vácuo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Determine:

a) a intensidade, a direção e o sentido do campo elétrico num ponto P situado a 20 cm da carga;

b) a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica que atua numa carga $\mathbf{q} = 5\ \mu C$, colocada no ponto P.

Resolução:

a) Dados: $Q = -4\ \mu C = -4 \cdot 10^{-6}\ C \Rightarrow |Q| = 4 \cdot 10^{-6}\ C$; $d = 20\ cm = 0{,}2\ m$; $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.

Para a intensidade, temos: $E = \frac{k_0|Q|}{d^2} \Rightarrow E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{(0{,}2)^2} \Rightarrow E = 9 \cdot 10^5\ N/C$

A direção é a da reta que passa por Q e P.

O sentido é o campo de aproximação, uma vez que a carga geradora é negativa.

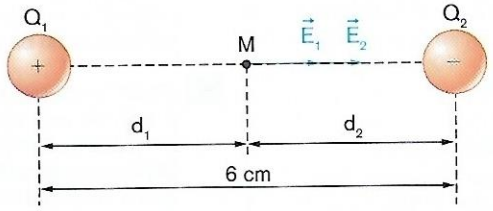
b) Dado: $q = 5\ \mu C = 5 \cdot 10^{-6}\ C$

Para a intensidade, temos: $F = |q|\,E \Rightarrow F = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^5 \Rightarrow F = 4{,}5\ N$

A direção é a mesma de $\vec{E}$.

O sentido é o mesmo de $\vec{E}$.

2 Duas cargas puntiformes de $4 \cdot 10^{-6}$ C e $-5 \cdot 10^{-6}$ C estão fixas e distanciadas 6 cm entre si, no vácuo. Calcule a intensidade do vetor campo elétrico no ponto médio *M* do segmento que une as cargas.



Resolução:

Dados: $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$; $d = 6\ cm = 6 \cdot 10^{-2}\ m$; $d_1 = d_2 = 3 \cdot 10^{-2}\ m$.

Intensidade do campo elétrico de afastamento E_1:

$$E_1 = \frac{k_0|Q_1|}{d_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 4 \cdot 10^7\ N/C$$

Intensidade do campo elétrico de aproximação E_2:

$$E_2 = \frac{k_0|Q_2|}{d_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 5 \cdot 10^7\ N/C$$

Intensidade do campo elétrico resultante E_R:

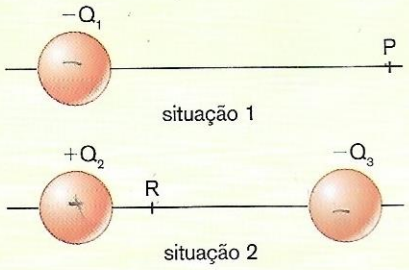
$E_R = E_1 + E_2 \Rightarrow E_R = 4 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^7 \Rightarrow E_R = 9 \cdot 10^7\ N/C$

Portanto, o campo elétrico resultante no ponto M tem intensidade $9 \cdot 10^7\ N/C$.

Atividades

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

1 *(UFSC)* A figura abaixo mostra duas situações distintas: na situação 1 estão representados uma carga pontual negativa, $-Q_1$, e um ponto *P*; na situação 2 estão representados uma carga pontual positiva, $+Q_2$, uma carga pontual negativa, $-Q_3$, e um ponto *R*, localizado entre elas.



01) O campo elétrico no ponto *P* aponta horizontalmente para a direita.

02) O campo elétrico no ponto *R* pode ser igual a zero, dependendo das intensidades das cargas Q_2 e $-Q_3$.

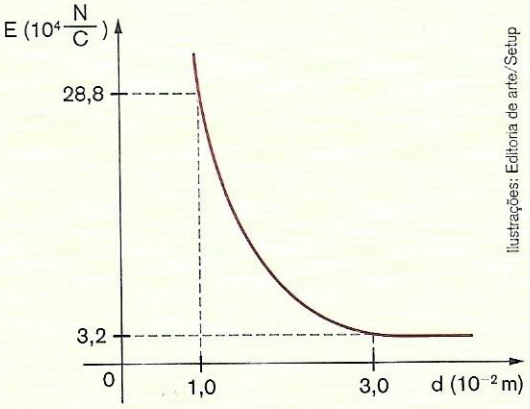
04) O campo elétrico no ponto *P* tem o mesmo sentido que o campo elétrico no ponto *R*.

08) O campo elétrico no ponto *R*, causado pela carga $-Q_3$, tem sentido oposto ao do campo elétrico no ponto *P*.

16) As forças elétricas que as cargas Q_2 e $-Q_3$ exercem uma sobre a outra são forças idênticas.

2 *(UEM-PR)* Uma carga elétrica puntiforme Q = 1 pC está fixada no ponto (3; 0), sendo as coordenadas dadas em centímetros. Despreze o campo gravitacional e considere que o meio é o vácuo $k_0 = 9 \cdot 10^9\ N\,m^2/C^2$. Determine o módulo do campo elétrico produzido por **Q**, na origem (0; 0) do referencial.

3 O módulo do vetor campo elétrico (**E**) gerado por uma esfera metálica de dimensões desprezíveis, eletrizada positivamente, no vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$), varia com a distância ao seu centro (**d**), segundo o diagrama dado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

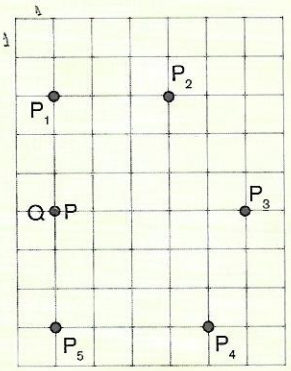
Sendo $w = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C (módulo da carga do elétron ou do próton) a carga elementar, calcule o excesso do número de prótons em relação ao número de elétrons.

4 *(Efoa-MG)* Uma partícula de carga elétrica $q = 3 \cdot 10^{-8}$ C, colocada num ponto *P* localizado a 3 m de uma carga **Q**, no vácuo, sofre a ação de uma força de módulo $F = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ N. (Dado: constante eletrostática do vácuo, $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.)

a) Qual o módulo do campo elétrico em *P*?

b) Admitindo-se que esse campo elétrico se deve exclusivamente a **Q**, qual o valor de **Q**?

5 *(UNIT-SE)* Uma carga elétrica puntiforme **Q**, positiva, está fixa em um ponto *P* de um plano horizontal. Considere os pontos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5, pertencentes a esse plano, representados na figura abaixo, em escala.

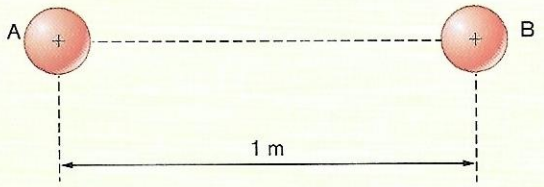


Em dois desses pontos a intensidade do campo elétrico gerado pela carga **Q** é a mesma. Esses pontos são:

a) P_1 e P_2
b) P_2 e P_3
c) P_3 e P_4
d) P_4 e P_5
e) P_5 e P_1

6 *(UFJF-MG)* Uma gotícula de óleo, de massa $m = 9{,}6 \cdot 10^{-5}$ kg e carregada com carga elétrica $q = -3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C, cai verticalmente no vácuo. Num certo instante, liga-se nesta região um campo elétrico uniforme, vertical e apontando para baixo. O módulo deste campo elétrico é ajustado até que a gotícula passe a cair com movimento retilíneo e uniforme. Nesta situação, qual o valor do módulo do campo elétrico?

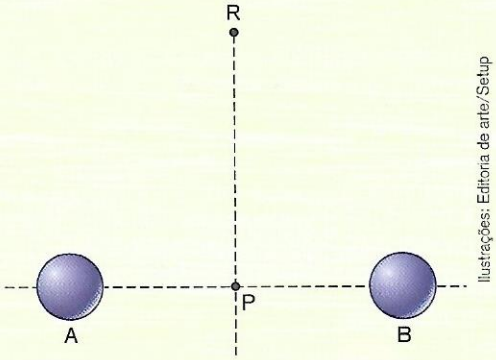
7 *(PUCCamp-SP)* A figura representa dois pontos, *A* e *B*, de uma reta separados 1 m. Duas cargas de mesmo sinal são colocadas nesses pontos. Sendo a carga colocada em *A* quatro vezes maior que a colocada em *B*, determine o ponto onde o campo elétrico resultante é nulo.



8 *(Fuvest-SP)* Têm-se duas pequenas esferas, *A* e *B*, condutoras, descarregadas e isoladas uma da outra. Seus centros estão distantes entre si 20 cm. Cerca de $5{,}0 \cdot 10^6$ elétrons são retirados da esfera *A* e transferidos para a esfera *B*. Considere a carga do elétron igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e $k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.

a) Qual o valor do campo elétrico em *P*?

b) Qual a direção do campo elétrico num ponto *R* sobre a mediatriz do segmento AB?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4. Linhas de força

O vetor campo elétrico $\vec{E}$ permite obter as características do campo elétrico em qualquer ponto ao redor da carga geradora. Entretanto, ele não oferece de imediato uma visão ampla do campo elétrico em torno de um corpo eletrizado.

Com o objetivo de auxiliar a visualização do campo elétrico, ele introduziu a ideia de linhas de força – linhas imaginárias que indicam a direção e o sentido do campo elétrico na região onde ele existe. Com esse modelo, podemos também representar onde o campo é mais intenso ou mais fraco por meio da maior ou menor densidade de linhas. Em regiões onde elas estão mais concentradas, o campo é mais intenso.

Desse modo, temos a representação gráfica ou o espectro do campo elétrico ao redor da carga geradora.

As figuras 1 e 2 a seguir representam as linhas de força do campo gerado por cargas elétricas puntiformes isoladas.

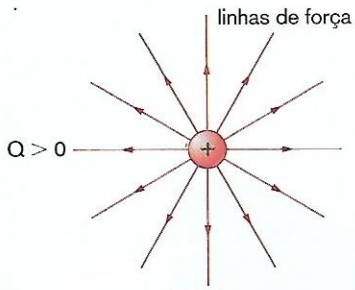


Figura 1

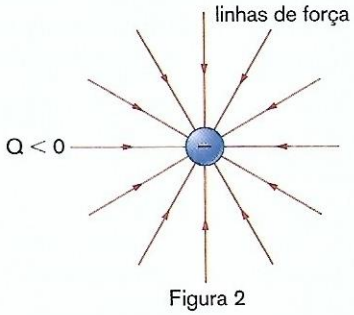


Figura 2

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Quando a carga é positiva, as linhas de força são radiais "para fora" ou de "afastamento". As linhas são divergentes e mais próximas entre si ou mais concentradas nas proximidades da carga, indicando nessa região um campo mais intenso.

Quando a carga é negativa, as linhas de força são radiais "para dentro" ou de "aproximação". As linhas são convergentes.

As linhas de força sempre se iniciam em cargas positivas e terminam em cargas negativas.

As figuras 3 e 4 representam linhas de força do campo elétrico formado por um sistema de duas cargas puntiformes.

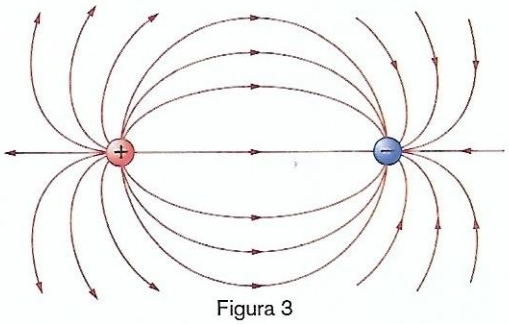


Figura 3

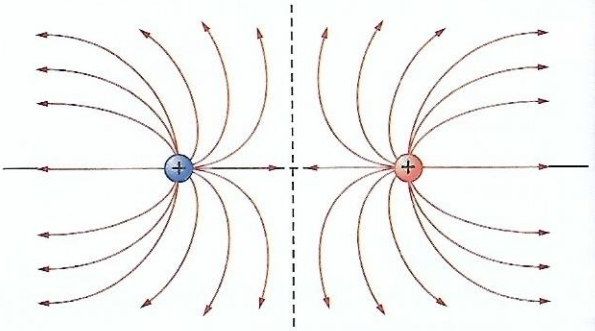


Figura 4

Nas regiões em que as linhas estão mais próximas o campo elétrico é mais intenso.

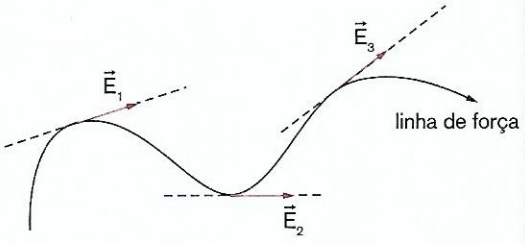
Na figura 3, as duas cargas têm módulos iguais e sinais contrários. Esse sistema denomina-se **dipolo elétrico**. As linhas de força são encurvadas, iniciam na carga positiva e terminam na carga negativa, permitindo visualizar a atração entre as cargas.

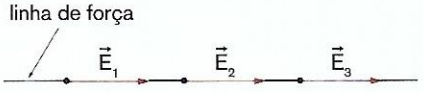
Na figura 4, as duas cargas têm módulos iguais e mesmo sinal. As linhas de força permitem visualizar a repulsão entre as cargas. Se as duas cargas fossem negativas, o espectro da figura seria o mesmo, mudando apenas o sentido das linhas de força.

Representação do vetor $\vec{E}$ em uma linha de força

Temos agora duas formas de representar um campo elétrico: as linhas de força (ou linhas de campo) e o vetor $\vec{E}$. Como essas duas concepções podem ser compatibilizadas? Considera-se que o vetor é sempre tangente à linha de força em cada ponto, e ambos (linha e vetor) têm a mesma orientação, isto é, o mesmo sentido.

O fato de o vetor $\vec{E}$ ser tangente à linha de força em cada ponto garante automaticamente a não existência de cruzamento ou intersecção entre linhas de força do campo gerado por uma carga elétrica.

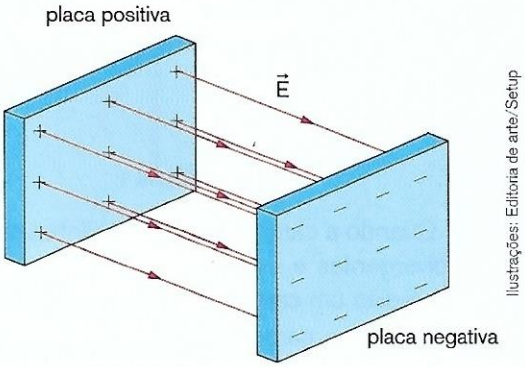




5. Campo elétrico uniforme

O campo de uma carga puntiforme não é constante no espaço. Como você sabe, ele varia com a distância. Em muitas situações práticas, no entanto, é conveniente trabalhar com campos elétricos constantes, nos quais o vetor $\vec{E}$ mantenha a mesma intensidade, direção e sentido. Um campo com essas características é chamado **uniforme.**

Num campo elétrico uniforme, as linhas de força são retas paralelas entre si, e o espaçamento entre elas é constante. É o caso, por exemplo, do campo elétrico entre duas placas condutoras paralelas entre si, eletrizadas com cargas de mesmo módulo e de sinais contrários.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O vetor $\vec{E}$ é constante, perpendicular às placas e orientado da placa positiva para a negativa. As linhas de força são paralelas ao vetor $\vec{E}$.

Aplicações

1 Duas placas metálicas planas paralelas, eletrizadas com cargas de sinais contrários, estão colocadas no vácuo a 10 cm de distância uma da outra. O campo elétrico produzido pelas placas tem intensidade $6 \cdot 10^7$ N/C. Uma carga elétrica puntiforme de 2 μC e massa $5 \cdot 10^{-6}$ kg é abandonada na placa positiva. Supondo desprezível a força de atração gravitacional sobre a carga elétrica, calcule a intensidade da:

a) força atuante sobre a carga elétrica;

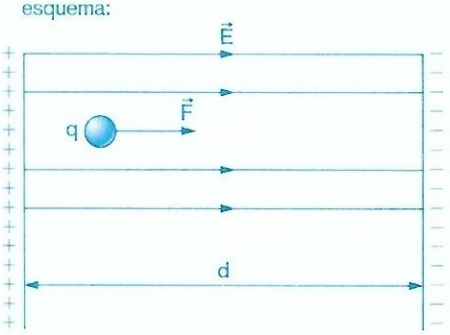
b) aceleração do movimento da carga elétrica;

c) velocidade com que a carga elétrica atinge a placa negativa.

Resolução:

Dados: $E = 6 \cdot 10^7$ N/C; $d = 10$ cm $= 0{,}1$ m; $q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ C, $m = 5 \cdot 10^{-6}$ kg; $v_0 = 0$

esquema:



a) Do enunciado, temos:

A intensidade da força elétrica é igual a:

$F = |q| \cdot E \Rightarrow F = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^7 \Rightarrow F = 120\ N$

b) Utilizando o princípio fundamental da Dinâmica, temos:

$F = ma \Rightarrow 120 = 5 \cdot 10^{-6} \cdot a \Rightarrow a = 2{,}4 \cdot 10^7\ m/s^2$

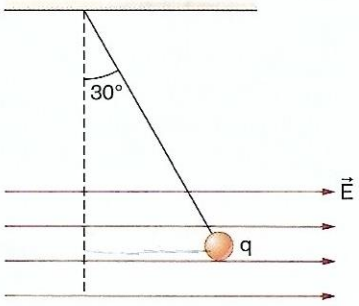
c) Utilizando a equação de Torricelli, temos:

$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot 2{,}4 \cdot 10^7 \cdot 0{,}1 \Rightarrow$

$\Rightarrow v = \sqrt{4{,}8 \cdot 10^6} \Rightarrow$

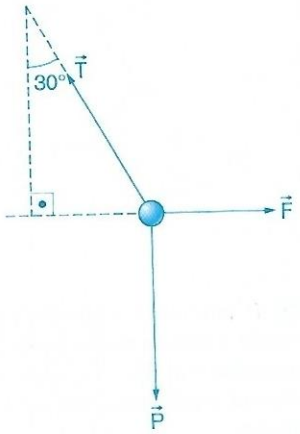
$\Rightarrow v = 2{,}2 \cdot 10^3\ m/s$

2 Uma pequena esfera com carga $q = 4\ \mu C$ e peso igual a $2 \cdot 10^{-2}$ N, presa a um fio isolante, está em equilíbrio no interior de um campo elétrico uniforme, conforme a figura. Calcule a intensidade desse campo. (Dado: tg 30° = 0,58.)

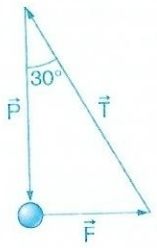


Resolução:

*Como a carga **q** é positiva, a força **F** que age sobre ela tem a mesma direção e o mesmo sentido do campo elétrico. Representando as forças sobre ela, temos:*



em que:
T = tração sobre a esfera
P = peso da esfera
F = força elétrica sobre a esfera



Como a esfera está em equilíbrio, vem:

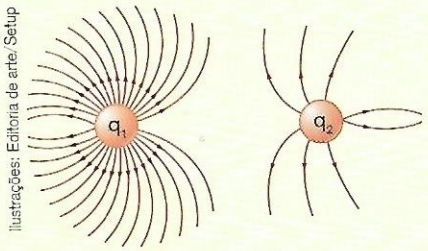
$$tg\ 30^0 = \frac{F}{P} \Rightarrow 0{,}58 = \frac{F}{2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow F = 1{,}16 \cdot 10^{-2}\ N$$

$$F = |q|\,E \Rightarrow 1{,}16 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot E \Rightarrow E = 2{,}9 \cdot 10^{3}\ N/C.$$

Portanto, a intensidade do campo elétrico é igual a $2{,}9 \cdot 10^3$ N/C.

Atividades

1 *(UEMA)* A figura abaixo mostra linhas de força do campo eletrostático criado por um sistema de duas cargas puntiformes q_1 e q_2.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pergunta-se:

a) Nas proximidades de que carga o campo eletrostático é mais intenso? Por quê?

b) Qual é o sinal do produto q_1 e q_2?

2 *(Efoa-MG)* A figura representa a configuração de linhas de campo elétrico produzido por três cargas pontuais, todas com o mesmo módulo Q. Os sinais das cargas *A*, *B* e *C* são, respectivamente:

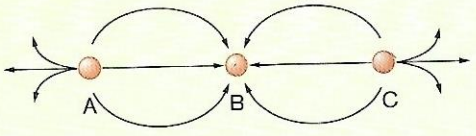
a) positivo, negativo e positivo.

b) negativo, positivo e negativo.

c) positivo, positivo e positivo.

d) negativo, negativo e negativo.

e) negativo, negativo e positivo.



3 *(UFABC-SP)* Para explicar como dois corpos podem interagir sem estar em contato, alguns físicos propuseram a teoria de campo. O campo elétrico, por exemplo, é uma alteração produzida no espaço pela presença de uma carga elétrica, de modo que outra carga, no entorno da primeira, detecte a existência desta por meio desta alteração. Para "visualizar" a forma do campo elétrico, criou-se o conceito de linhas de força. Em cada ponto dessas linhas de força o vetor campo elétrico é

a) tangente à linha e com o sentido oposto ao dela.

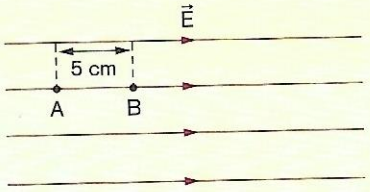
b) tangente à linha e com o mesmo sentido dela.

c) perpendicular à linha e com o sentido oposto ao dela.

d) perpendicular à linha e com o mesmo sentido dela.

e) paralelo à linha e com o sentido oposto ao dela.

4 Uma carga elétrica puntiforme de 4 μC e massa $2 \cdot 10^{-6}$ kg é abandonada, em repouso, num ponto *A* de um campo elétrico uniforme de intensidade $16 \cdot 10^5$ N/C, conforme indica a figura.



Calcule:

a) a intensidade da força que atua sobre a carga elétrica;

b) o módulo da velocidade da carga ao passar por *B*;

c) o tempo gasto pela carga para ir de *A* até *B*.

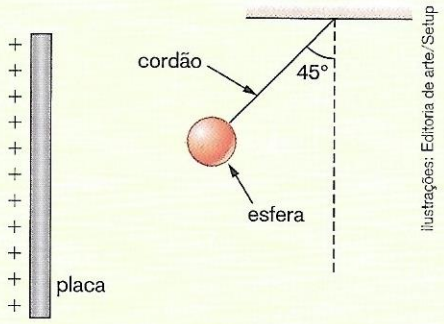
5 *(UNIT-SE)* Uma partícula de massa m = 20 gramas e eletrizada com carga **q** fica em equilíbrio sob a ação de dois campos uniformes: um elétrico e outro gravitacional. O campo elétrico é vertical, descendente e de intensidade $5{,}0 \cdot 10^4$ V/m, enquanto g = 10 m/s². Nesta situação, o módulo de **q**, em μC, é:

a) 2,0 d) 8,0

b) 4,0 e) 10

c) 6,0

6 *(UFRN)* Uma pequena esfera eletricamente carregada e de massa igual a 30,0 g está presa a um cordão isolante e de massa desprezível, conforme mostra a figura. Próximo à esfera existe uma placa dielétrica, extensa, disposta na direção vertical e positivamente carregada. A placa produz um campo elétrico uniforme na direção perpendicular à sua superfície, de módulo igual a $3{,}0 \cdot 10^5$ N/C. A esfera está em repouso, e o ângulo entre o cordão e a vertical é de 45°. Determine o módulo e o sinal da carga da esfera.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

7 *(UFPel-RS)* O pósitron é a antipartícula do elétron, possuindo a mesma massa porém com carga elétrica positiva $+e$. Sob a ação de um campo elétrico uniforme, o pósitron sofre uma aceleração cujo módulo é **a**.

Ao quadruplicarmos a intensidade do campo elétrico, o pósitron sofrerá uma aceleração cujo módulo vale:

a) $\frac{1}{4}a$ b) **a** c) 2a d) 4a e) $\frac{1}{2}a$

6. Campo elétrico de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático

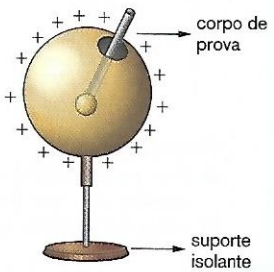
Quando eletrizamos um condutor, de qualquer formato, com uma quantidade de carga **Q**, a repulsão entre as cargas elementares faz com que elas se afastem o mais longe possível umas das outras. Já vimos que, teoricamente, isso corresponde a uma distribuição de cargas na superfície do condutor, onde elas ficam em equilíbrio eletrostático.

Um condutor eletrizado está em equilíbrio eletrostático quando nele não ocorre movimento ordenado de cargas elétricas.

Mas como comprovar que o excesso de cargas do corpo eletrizado se distribui na superfície dos condutores em equilíbrio eletrostático? Para tanto, podemos recorrer a um procedimento experimental utilizando a esfera oca de Coulomb.

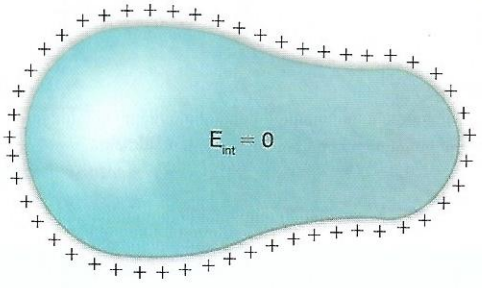
Supondo a esfera condutora eletrizada, notamos que o corpo de prova não se eletriza quando toca a parte interna da esfera.

O conceito de equilíbrio eletrostático nos permite concluir que:



Esfera oca de Coulomb.

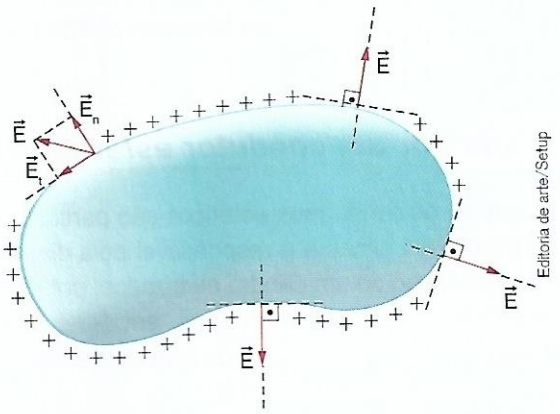
O campo elétrico no interior de um condutor eletrizado em equilíbrio é nulo, qualquer que seja o formato do corpo (oco ou maciço).



De fato, se no interior do condutor houvesse campo elétrico diferente de zero, ele agiria nos elétrons livres provocando um movimento de cargas, o que é contrário ao conceito de condutor em equilíbrio eletrostático.

Uma aplicação prática dessa propriedade é a blindagem eletrostática, um dispositivo empregado na proteção de aparelhos contra influências elétricas. Constitui-se basicamente de uma capa ou rede metálica (gaiola de Faraday) que envolve o aparelho que se quer isolar, protegendo-o da presença de um campo elétrico. Um exemplo disso é o carro, cuja estrutura metálica isola o motorista de um raio.

Na superfície de um condutor eletrizado em equilíbrio, o campo elétrico é normal (perpendicular) à superfície e não nulo.



Editoria de arte/Setup

Isso é fácil de entender, pois, se o vetor campo elétrico não fosse perpendicular à superfície, ele teria um componente tangencial que provocaria um movimento de cargas na superfície, contrariando novamente o conceito de condutor em equilíbrio.

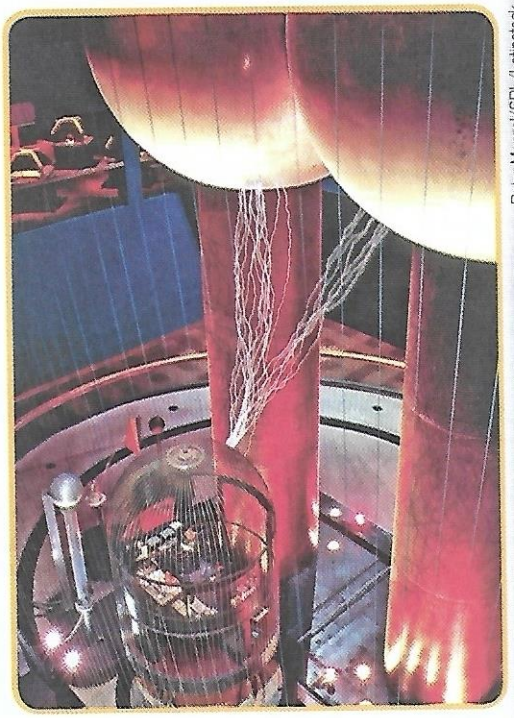
Essas conclusões são válidas tanto para um condutor oco como para um maciço.

Blindagem eletrostática

Michael Faraday realizou uma demonstração prática interessante sobre campos elétricos causados pela eletrização de condutores em equilíbrio eletrostático.

Ele construiu uma gaiola de tela metálica, protegida na base por madeira (isolante), e a levou a um lugar público. Lá, sob o olhar atento e apreensivo do público presente, ele entrou na gaiola e ordenou a um de seus ajudantes que a eletrizassem com o auxílio de um gerador. Centelhas começaram a saltar dos cantos e saliências da gaiola, e era de se esperar que Faraday até morresse nessa situação, por causa da grande descarga do gerador sobre a grade. No entanto, ele permaneceu dentro da gaiola sem sofrer nenhum efeito das cargas elétricas.

A gaiola de Faraday evidencia o princípio da blindagem eletrostática. Toda a carga elétrica se distribui na superfície metálica externa da estrutura. No interior desta, porém, o campo elétrico é nulo. Como o piso era de madeira, Faraday estava isolado da estrutura e, por isso, não sofreu choque elétrico. A estrutura metálica funcionou como uma blindagem para a ação das cargas elétricas externas.



Peter Menzel/SPL/Latinstock

Uma dessas aplicações da blindagem você já deve ter visto. Já reparou como são os cabos coaxiais das antenas de televisão? Eles costumam ser revestidos por uma malha metálica, que faz a blindagem.

Com o celular protegido por papel-alumínio ocorre a mesma coisa. Os sinais que ele transmite e recebe são ondas de rádio – ondas eletromagnéticas, formadas pela combinação de dois campos, um elétrico e outro magnético. Como no interior da blindagem o campo elétrico é nulo, a onda não se propaga e não há sinal no celular.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Equipamentos, componentes e partes de circuitos, como os cabos coaxiais, costumam ser protegidos por blindagem eletrostática.

Campo elétrico criado por um condutor esférico eletrizado

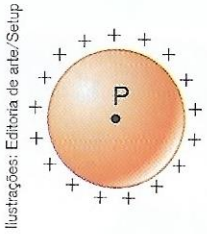
No estudo da Eletrostática, os condutores esféricos são particularmente importantes porque a esfera é perfeitamente simétrica. Essa simetria é responsável pela distribuição homogênea da carga que ocorre nos corpos esféricos. Um cubo ou um cilindro eletrizados, por exemplo, apresentam arestas, onde pode ocorrer maior concentração de cargas. Além disso, em determinadas condições, podemos considerar, como veremos em seguida, que toda a carga do condutor esteja concentrada no centro da esfera, comportando-se, assim, como uma carga puntiforme.

Considere o condutor esférico, oco ou maciço, de raio **R** e eletrizado com carga **Q**, conforme figura abaixo.

Para calcular a intensidade do campo elétrico nos pontos internos e externos ao condutor, imaginamos que toda a carga se localize no centro desse condutor.

- **Ponto no interior do condutor**:

O campo é nulo.

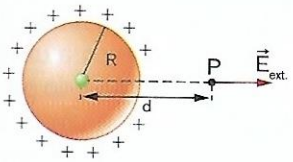


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$E_{int} = 0$$

- **Ponto externo à esfera:**

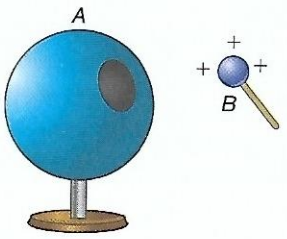
Para um ponto externo situado à distância **d** do centro da esfera, supõe-se que a carga **Q** seja puntiforme e concentrada no centro da esfera. Sua intensidade é:



$$E_{ext} = \frac{k_0|Q|}{d^2}$$

Aplicações

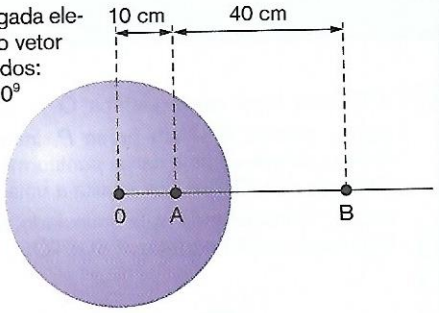
1 Uma esfera metálica oca *A*, apoiada sobre um suporte isolante, tem uma pequena cavidade e se encontra inicialmente neutra. Por esta cavidade é introduzido um bastão isolante, tendo em sua extremidade uma pequena esfera *B*, eletrizada positivamente. Explique o que acontece após o contato de *A* com *B*.



Resolução:

Após o contato, as esferas formam um único condutor, e as cargas em excesso do conjunto passam para a sua superfície externa. Logo, a esfera B se descarrega, e a esfera A fica carregada positivamente em sua superfície externa.

2 Consideremos uma esfera condutora de raio 20 cm. Ela se encontra carregada eletrostaticamente com uma carga de $4 \cdot 10^{-6}$ C. Determine a intensidade do vetor campo elétrico nos pontos *A* e *B*, localizados conforme indica a figura. (Dados: $Q = 4 \cdot 10^{-6}$ C; $d_A = 10$ cm $= 0{,}1$ m; e $d_B = 40$ cm $= 0{,}4$ m; $k_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2.)



Resolução:

$E_A = 0$, pois A é ponto interno.

Sendo B um ponto externo, temos:

$$E_B = \frac{k_0|Q|}{d^2} \Rightarrow E_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(0{,}4)^2} \Rightarrow E_B = 2{,}25 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

Atividades

1 *(Mack-SP)* Quando um condutor está em equilíbrio eletrostático, pode-se afirmar, sempre, que:

a) a soma das cargas do condutor é igual a zero.

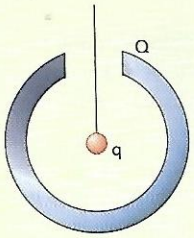
b) as cargas distribuem-se uniformemente em seu volume.

c) as cargas distribuem-se uniformemente em sua superfície interna.

d) a soma das cargas é positiva e elas se distribuem em sua superfície.

e) o condutor poderá estar neutro ou eletrizado e, nesse caso, as cargas em excesso distribuem-se pela sua superfície.

2 *(UFPE)* Uma grande esfera condutora, oca e isolada, está carregada com carga $Q = 60$ mC. Através de uma pequena abertura no topo da esfera, é introduzida uma pequena esfera, de carga $q = -6$ mC, suspensa por um fio isolante. Se a pequena esfera toca a superfície interna do primeiro condutor, qual será a carga final da superfície externa da esfera maior?



No teste a seguir, a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

3 *(UFG-GO)* Os materiais, de uma forma geral, são constituídos por cargas elétricas, podendo estar neutros ou carregados positiva ou negativamente. Em relação ao comportamento desses materiais, do ponto de vista eletrostático, é correto afirmar que:

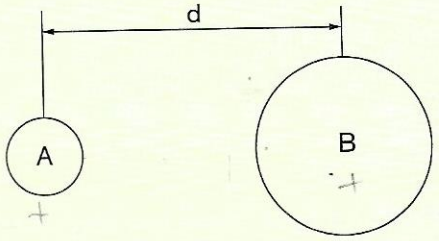
01. Um corpo eletricamente neutro, suspenso por um fio isolante, é repelido quando aproximamos um bastão carregado positivamente.

02. Uma carga **Q** cria um campo elétrico no espaço em torno dela, e esse campo é responsável pelo aparecimento de força elétrica em outras cargas, colocadas no espaço ao seu redor.

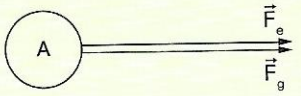
04. A carga elétrica em uma casca condutora esférica se distribui na superfície interna desta, anulando o campo elétrico nas vizinhanças da superfície externa.

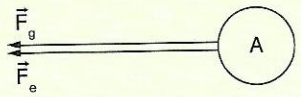
08. A força eletrostática que uma carga $\mathbf{q_1}$ exerce sobre uma carga $\mathbf{q_2}$ é diretamente proporcional à distância que separa seus centros.

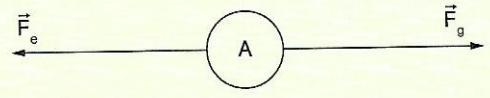
4 *(UEM-PR)* No diagrama, duas esferas carregadas positivamente, *A* e *B*, de massas $\mathbf{m_A}$ e $\mathbf{m_B}$, estão localizadas a uma distância **d** uma da outra.

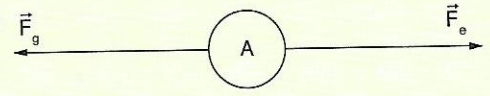


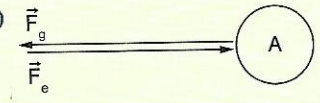
Assinale a alternativa cujo diagrama melhor representa a direção e o sentido da força gravitacional $\mathbf{F_g}$ e da força eletrostática $\mathbf{F_e}$ agindo sobre a esfera *A* devido à massa e à carga da esfera *B*.

a)


b)


c)


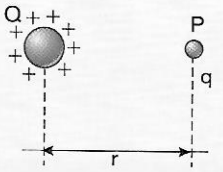
d)


e)


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Mais Atividades

1 *(Ufla-MG)* Uma carga elétrica $Q > 0$ gera um campo elétrico $\vec{E}$. Num ponto P, imerso nesse campo, coloca-se uma carga puntiforme q, a uma distância r de Q, que fica sujeita a uma força elétrica $\vec{F}$. Considerando esse enunciado, as alternativas abaixo estão corretas, EXCETO:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Se $q > 0$, os vetores $\vec{E}$ e $\vec{F}$ possuem o mesmo sentido.

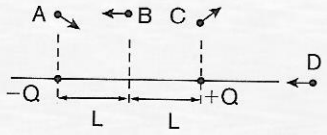
b) Se $q < 0$, os vetores $\vec{E}$ e $\vec{F}$ possuem sentidos contrários.

c) Se $q > 0$ ou $q < 0$, o campo elétrico $\vec{E}$ em P independe de q.

d) Se $q < 0$, os vetores $\vec{E}$ e $\vec{F}$ no ponto P se anulam.

2 *(UFBA)* O campo elétrico criado por um dipolo elétrico tem intensidade $4{,}5 \cdot 10^8$ N/C no ponto médio da reta que une as cargas. Sabendo-se que a constante eletrostática do meio é $9{,}0 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2, a distância entre as cargas é igual a 20 cm e o módulo de cada uma das cargas que constituem o dipolo é $\mathbf{X} \cdot 10^{-5}$ C, determine o valor de **X**. (Nota do autor: dipolo é um sistema constituído por duas cargas elétricas de mesmo valor absoluto e de sinais opostos.)

3 *(UFV-MG)* A figura mostra uma carga puntual positiva $+Q$ e outra negativa $-Q$, separadas por uma distância 2L.



O campo elétrico resultante produzido por essas cargas está ilustrado corretamente no ponto:

a) A b) B c) C d) D

4 *(UEPG-PR)* Duas pequenas esferas, idênticas, de cargas em módulo iguais a 2q e 4q, respectivamente, se atraem com uma força de módulo **F** quando situadas, no ar, a uma distância **r** uma da outra. As esferas são postas em contato elétrico e, a seguir, separadas, no ar, por uma distância **2r** uma da outra. Sobre este evento, some o que for correto.

01. Após o contato elétrico, a interação entre as esferas se reduz, em módulo, à oitava parte da interação inicial.

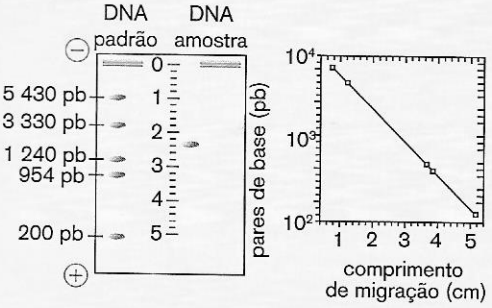
02. Após o contato elétrico, a interação entre as esferas passa a ser repulsiva.

04. Antes do contato elétrico, as esferas possuem cargas elétricas de sinais contrários.

08. Após o contato elétrico, o campo elétrico no ponto médio da linha que passa pelo centro das duas esferas eletrizadas é nulo.

16. Pelo princípio da conservação da carga elétrica, após o contato elétrico, as esferas mantêm suas cargas elétricas, respectivamente, iguais a 2q e 4q.

5 *(Unicamp-SP)* Eletroforese é um método utilizado para separação de macromoléculas biológicas, como, por exemplo, no sequenciamento do DNA. Numa medida de eletroforese, apresentada na figura abaixo, compara-se uma amostra desconhecida de DNA com um padrão conhecido. O princípio de funcionamento do método é arrastar os diferentes fragmentos do DNA, com carga elétrica **q**, por meio de um campo elétrico **E** em um meio viscoso. A força de atrito do meio viscoso é $f = -\alpha v$, sendo **v** a velocidade do fragmento de DNA ou de outra macromolécula qualquer. A constante α depende do meio e das dimensões da macromolécula.



a) Qual é a expressão para a velocidade terminal da macromolécula que atravessa o meio viscoso sob a ação do campo elétrico?

b) Sob certas condições, a velocidade terminal depende apenas da massa molecular do fragmento de DNA, que pode ser expressa em número de pares de base (pb). Identifique, pelo gráfico à direita, o número de pares de base da amostra desconhecida de DNA, presente na figura da esquerda.

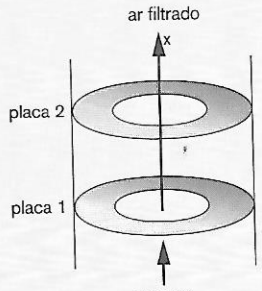
6 *(Faap-SP)* Considere $g = 10$ m/s e um campo elétrico vertical de intensidade $5 \cdot 10^5$ N/C. Nessa região, uma partícula de carga elétrica 2 nC e massa igual a 0,5 g é lançada verticalmente para cima com velocidade de 16 m/s. Calcule a máxima altura atingida pela partícula.

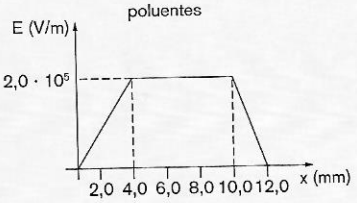
7 *(UFPB)* Considere a situação descrita abaixo.
Uma partícula de carga elétrica $q = +2 \cdot 10^{-6}$ C e de massa $m = 1 \cdot 10^{-7}$ kg é liberada, a partir do repouso, em uma região onde existe um campo elétrico uniforme de módulo 5 N/C.

Nessa situação, qual a velocidade da carga, em m/s, após percorrer uma distância de 2 m?

8 *(UFPR)* Atualmente, podem-se encontrar no mercado filtros de ar baseados nas interações eletrostáticas entre cargas. Um possível esquema para um desses filtros é apresentado na figura abaixo, na qual a placa circular 1 mantém-se carregada negativamente e a placa 2, positivamente. O ar contendo os poluentes é forçado a passar através dos furos nos centros das placas, no sentido indicado na figura. No funcionamento desses filtros, as partículas de poeira ou gordura contidas no ar são eletrizadas ao passar pela placa 1. Na região entre as duas placas existe um campo elétrico **E**, paralelo ao eixo **x**, de modo que, quando as partículas carregadas passam por essa região, ficam sujeitas a uma força elétrica, que desvia seu movimento e faz com que se depositem na superfície da placa 2. Investigando o campo elétrico produzido no interior de um desses filtros, obteve-se o gráfico mostrado abaixo, no qual está representado o módulo do campo **E** em função da distância **x** entre um ponto *P* e a placa 1.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



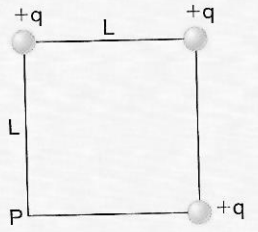


Com base no gráfico, a força elétrica que age sobre uma partícula de carga $q = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ C situada dentro do filtro e a 3,0 mm da placa 1 é:

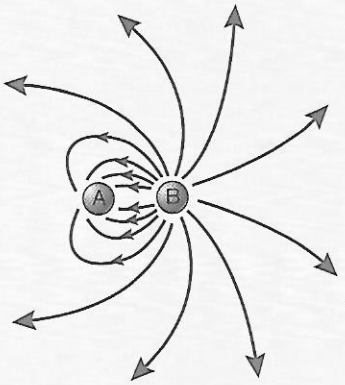
a) 0,64 N
b) 1,82 N
c) 0,24 N
d) 6,00 N
e) 0,48 N

9 *(UnB-DF)* Na região entre duas placas planas e paralelas, carregadas com cargas iguais e de sinais opostos, há um campo elétrico uniforme, de módulo igual a 4 m/s. Um elétron, de carga igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, é abandonado, a partir do repouso, junto à superfície da placa carregada negativamente e atinge a superfície da placa oposta, a 2 cm de distância da primeira, em um intervalo de tempo de $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ s. Considerando a massa do elétron igual a $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, determine, em km/s, a velocidade do elétron no momento em que ele atinge a segunda placa, tomando somente a parte inteira de seu resultado.

10 *(Unisinos-RS)* Três cargas elétricas de valores iguais a $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ ocupam os vértices de um quadrado, conforme a figura. Calcule o módulo do campo elétrico resultante no vértice *P*, considerando que o quadrado tem lado igual a 1,0 m. (Dado: $k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ Nm²/C².)



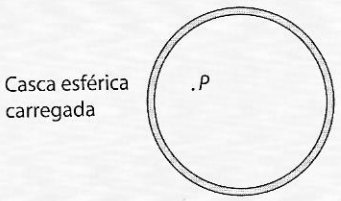
11 *(UEG-GO)* A figura abaixo representa as linhas de campo elétrico de duas cargas puntiformes.



Com base na análise da figura, responda aos itens a seguir.

a) Quais são os sinais das cargas *A* e *B*? Justifique.
b) Crie uma relação entre os módulos das cargas *A* e *B*. Justifique.
c) Seria possível às linhas de campo elétrico se cruzarem? Justifique.

12 *(Uespi-PI)* A figura mostra uma casca esférica carregada uniformemente, com vácuo no seu interior e no seu exterior. Considere as duas seguintes situações: (i) casca feita de material condutor e (ii) casca feita de material isolante.



O campo elétrico no ponto *P* nestas situações será, respectivamente,

a) nulo e nulo.
b) nulo e diferente de zero.
c) diferente de zero e nulo.
d) diferente de zero e diferente de zero.
e) infinito e infinito.

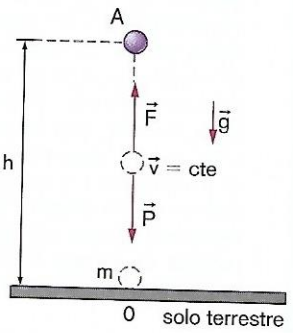
CAPÍTULO 34 – POTENCIAL ELÉTRICO

1. O conceito de potencial

Para entender o significado de potencial elétrico, vamos recorrer a uma analogia com a Mecânica. Para tanto, é importante rever as propriedades ligadas às **forças conservativas**, como as forças gravitacionais e elétricas.

Vamos analisar um exemplo envolvendo um corpo de massa **m** que é deslocado sem resistência do ar, no campo gravitacional terrestre, desde o solo (posição *O*) até uma altura **h** (posição *A*), com velocidade constante.

O corpo sobe com velocidade constante adquirida logo após a perda de contato com o solo. Para que isso ocorra, é necessário, durante a subida, que se mantenha aplicada sobre o corpo uma força $\vec{F}$ constante vertical, com a mesma intensidade mas de sentido contrário ao peso do corpo.



Assim, no deslocamento **h**, os trabalhos realizados pelas forças $\vec{F}$ e $\vec{P}$ são iguais em módulo.

$\tau_F = Fh \cos 0° \Rightarrow \tau_F = Fh$

$\tau_P = Ph \cos 180° \Rightarrow \tau_p = -Ph \Rightarrow \tau_p = -mgh$

Daí, vem:

$|\tau_F| = |\tau_P| \Rightarrow Fh = mgh$

A energia gasta pelo agente externo que aplica a força $\vec{F}$ é medida pelo trabalho **Fh**. Ela não é perdida, pois fica armazenada no sistema formado pelas massas **m** do corpo e **M** da Terra na forma de energia potencial gravitacional. Em relação ao nível de referência medido a partir do solo terrestre, essa energia é dada por **mgh**. O que tem a ver isso com a massa **M** da Terra?

Lembre que o campo gravitacional, representado pelo vetor $\vec{g}$, depende da massa **M** da Terra. Assim, o correto é dizer que a energia potencial gravitacional **mgh** é do sistema corpo-Terra.

Observe que, se o corpo for abandonado da altura **h**, o peso o acelera de modo que sua velocidade vai crescendo e ele passa a ganhar energia cinética à custa da redução da energia potencial. Em outras palavras, durante a queda do corpo, o trabalho do peso mede a transformação da energia potencial em energia cinética. Assim, a variação da energia potencial $E_{pi} - E_{pf}$ entre a posição inicial (na altura **h**) e final (no solo) é igual à variação da energia cinética nas duas posições. Ou seja, a energia total do sistema se conserva, e por isso dizemos que o campo gravitacional é **conservativo**.

$\tau_P = E_{pi} - E_{pf} = E_{cf} - E_{ci}$

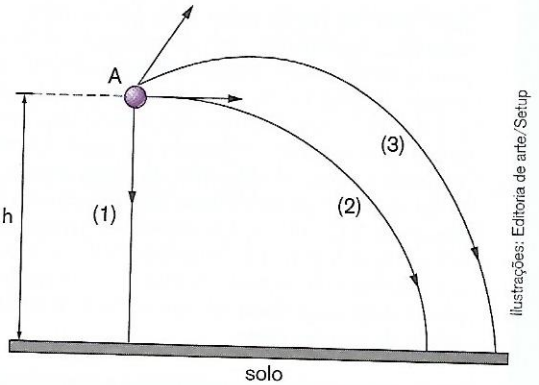
$\tau_P = mgh - 0 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$

$\tau_P = mgh = \frac{1}{2}mv^2$

Ou ainda, durante a queda do corpo, o trabalho da força do campo é igual a:

$\tau_P = -\Delta E_p = \Delta E_c$

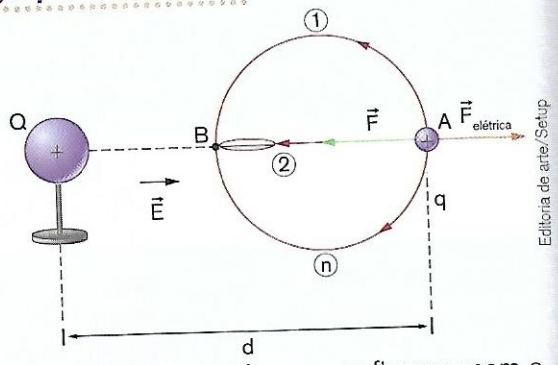
Observe que o trabalho realizado pela força gravitacional entre os dois pontos não depende da trajetória; apenas da diferença de altura entre esses pontos. Quando o trabalho realizado por uma força sobre um corpo não depende da trajetória desse corpo, dizemos que essa força é **conservativa**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Se o corpo se deslocar do ponto *A* ao solo por uma das trajetórias indicadas, (1), (2), (3) ou qualquer outra, o trabalho da força da gravidade será o mesmo e a variação da energia potencial também.

Potencial elétrico no campo de uma carga puntiforme



Editoria de arte/Setup

Visto isso, podemos usar um raciocínio análogo para estudar o que ocorre no campo elétrico. Pense que em lugar das massas vamos usar cargas elétricas. Imagine, então, a situação em que uma carga **Q**, positiva, cria um campo $\vec{E}$, no qual se encontra uma carga **q** de prova, também positiva, situada à distância **d**.

Assim, sobre a carga **q** é exercida uma força repulsiva $\vec{F}_{elétrica}$ criada pelo campo $\vec{E}$. Para levar essa carga do ponto *A* ao ponto *B*, com velocidade constante, da mesma forma que fizemos com a massa no caso do campo gravitacional, precisamos aplicar uma força $\vec{F}$, de mesmo módulo e sentido contrário ao da força $\vec{F}$.

O módulo do trabalho dessa força, que é igual ao trabalho da força elétrica, mede a energia por ele gasta para vencer a repulsão entre as duas cargas e também equivale à energia que vai sendo armazenada no sistema formado pela carga geradora e pela carga de prova.

Nesse deslocamento, o trabalho de $\vec{F}_{elétrica}$, em qualquer uma das trajetórias (1,2 ... n) indicadas na figura, só depende dos pontos inicial e final. É uma força conservativa, e o trabalho que ela realiza é igual à diferença das energias potenciais nesses dois pontos, como no caso gravitacional.

$$\tau_{(1)} = \tau_{(2)} = \ldots = \tau'_{(n)} = E_{pA} - E_{pB}$$

Utilizando recursos matemáticos acima do nível proposto neste livro, é possível demonstrar que para cada distância **d** entre as cargas a **energia potencial eletrostática E_p** é calculada por:

$$E_p = k_0 \frac{Qq}{d}$$

O fator $k_0 \frac{Q}{d}$ chama-se **potencial elétrico** da carga **Q**, no ponto situado à distância **d** desta. O potencial elétrico é uma grandeza escalar que costuma ser representado pela letra **V**. Assim, utilizando a expressão acima, podemos escrever:

$$V = \frac{k_0 Q}{d} = \frac{E_p}{q}$$

Note que o potencial elétrico em cada ponto do campo representa a **energia potencial eletrostática disponível por unidade de carga** quando esta se situa no ponto considerado.

Repare, também, que ele pode ser positivo ou negativo, conforme o sinal da carga **Q**. Se:

- $Q > 0 \Rightarrow V > 0$
- $Q < 0 \Rightarrow V < 0$

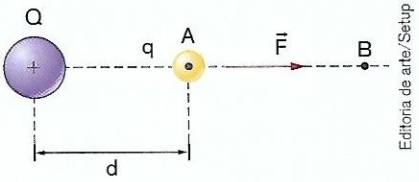
No SI, o potencial elétrico é medido em joule/coulomb = volt (V), em homenagem ao inventor da pilha Alessandro Volta.

Pense e Responda

- A energia potencial elétrica é propriedade do ponto ou da carga?

2. Diferença de potencial e trabalho da força elétrica

Considere dois pontos *A* e *B* de um campo elétrico gerado por uma carga **Q**.



Editoria de arte/Setup

Como o potencial elétrico é uma função de ponto, podemos dizer que entre os pontos *A* e *B* há uma diferença de potencial (abreviadamente, ddp). Essa diferença pode ser escrita como:

$$V_A - V_B = \frac{E_{P_A}}{q} - \frac{E_{P_B}}{q} = \frac{\left(E_{P_A} - E_{P_B}\right)}{q} = \frac{\tau_{F(AB)}}{q}$$

Isso quer dizer que, se uma carga de prova **q** se deslocar entre dois pontos *A* e *B* do campo elétrico, independentemente da trajetória realizada entre os pontos, o trabalho da força elétrica será calculado multiplicando-se a carga de prova pela **diferença de potencial** (**ddp**) elétrico existente entre esses pontos. A ddp é também chamada **voltagem** ou **tensão elétrica** entre os pontos. Temos assim uma expressão para calcular o trabalho realizado pela força elétrica:

$$\tau_{F(AB)} = q\,(V_A - V_B)$$

Se a carga de prova for abandonada à distância **d** da carga geradora **Q**, ela será repelida e se deslocará para os limites do campo (costuma-se dizer infinito do campo), ou seja, para a região onde é totalmente desprezível a influência da carga geradora. Perceba que, conforme o valor da carga geradora, o "infinito" do campo pode estar a alguns centímetros dela.

De forma semelhante ao que ocorre com as massas no campo gravitacional, nesse deslocamento a energia potencial elétrica se reduz à medida que aumenta a energia cinética da partícula portadora da carga **q**.

O trabalho da força elétrica será:

$$\tau_F = q\,(V_A - V_B) = \underbrace{E_{P,A} - E_{P,\infty}}_{-\Delta E_P} = \underbrace{E_{C,\infty} - E_{C,A}}_{\Delta E_C}$$

No infinito do campo, tanto o potencial elétrico como a energia potencial eletrostática assumem valor nulo.

$V_\infty = 0$ e $E_{p,\infty} = 0$

Da mesma forma que é preciso estabelecer um referencial para indicar a energia potencial gravitacional de uma massa, costuma-se adotar uma referência ao se tratar com o potencial elétrico e com a energia potencial elétrica. Em princípio, qualquer ponto pode ser escolhido como referência para o potencial e para a energia potencial.

A escolha é feita de acordo com a conveniência, procurando tornar mais simples a situação estudada. Em circuitos elétricos, é comum utilizar-se a Terra como referência ou qualquer corpo de maior tamanho como a carroceria ou chassis de veículos. Nesses casos, convenciona-se que o potencial da Terra ou da carroceria é zero.

Em eletricidade, voltagem é conceito fundamental e sua importância prática é relevante no mundo moderno. Sem a existência da voltagem, não seria possível manter cargas elétricas em movimento ordenado e permanente nos meios condutores, isto é, não haveria a corrente elétrica.

Quando afirmamos que uma pilha é de 1,5 V = 1,5 J/C, significa que ela fornece 1,5 J de energia elétrica a cada coulomb de carga que se desloca entre seus polos.

Qualquer dispositivo elétrico, como liquidificador, aspirador de pó, enceradeira ou lâmpada, que funciona ao ser ligado na tomada de 110 V, consome da usina geradora, através da rede elétrica, uma energia de 110 J por carga de um coulomb que se desloca entre os polos da tomada.

Sergio Dotta Jr./The Next

No conjunto, a pilha de menor ddp é 1,5 V, e a de maior ddp, 9 V.

É importante salientar que cargas de um ou mais coulombs são frequentes em situações que envolvem corrente elétrica, ou seja, cargas em movimento ordenado, ao contrário de situações da Eletrostática.

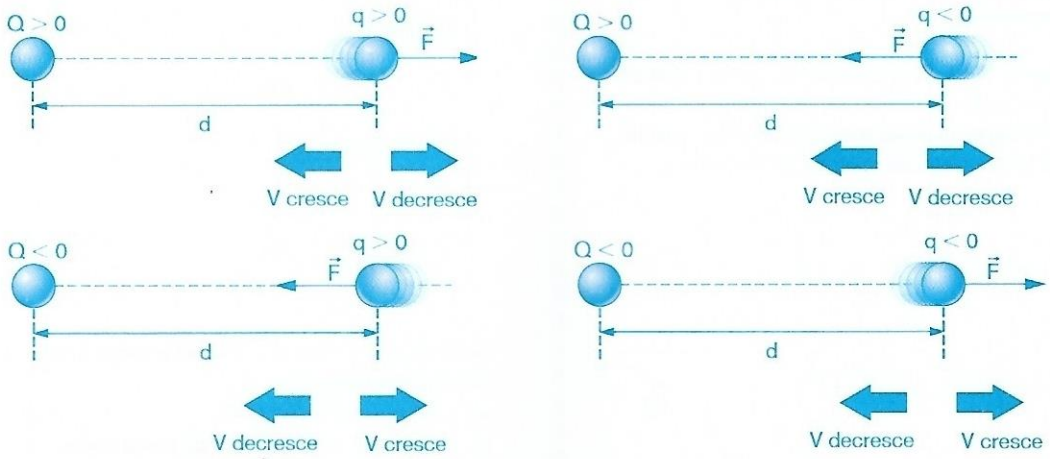
Aplicações

1 Se uma carga de prova **q** for abandonada no campo elétrico da carga geradora **Q**, qual será, em relação ao potencial elétrico, o sentido do seu movimento? Considere as possibilidades:

- $Q > 0$ e $q > 0$
- $Q > 0$ e $q < 0$
- $Q < 0$ e $q > 0$
- $Q < 0$ e $q < 0$

Resolução:

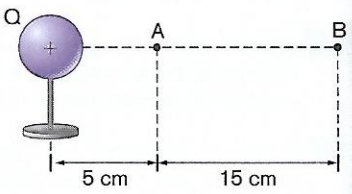
Analisando as possibilidades, temos:



*A carga de prova **q** tenderá a se deslocar espontaneamente na direção e no sentido da força elétrica **F**. Quando a carga elétrica abandonada num ponto de um campo elétrico for positiva, ela se desloca espontaneamente no sentido dos potenciais decrescentes e, se ela for negativa, se desloca espontaneamente no sentido dos potenciais crescentes.*

2 Considere o campo elétrico gerado pela carga puntiforme $Q = 2\ \mu C$ no vácuo.

Dado $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$, adotando a referência no infinito do campo, calcule:



a) o potencial elétrico nos pontos *A* e *B* distanciados 5 cm e 20 cm da carga geradora;

b) a energia potencial a 100 cm da carga geradora, considerando nessa posição uma carga de prova de 3 nC;

c) o trabalho realizado pela força elétrica para deslocar a carga de prova entre os pontos *A* e *B*.

Resolução:

a) Do enunciado, temos:

$Q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}\ C$; $q = 3\ \mu C = 3 \cdot 10^{-9}\ C$; $d_A = 5\ cm = 5 \cdot 10^{-2}\ m$; $d_B = 20\ cm = 2 \cdot 10^{-1}\ m$ e $d = 100\ cm = 1\ m$.

O potencial nos pontos A e B são iguais a:

$$V_A = \frac{k_0 Q}{d_A} \Rightarrow V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow V_A = 3{,}6 \cdot 10^5\ V$$

$$V_B = \frac{k_0 Q}{d_B} \Rightarrow V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow V_B = 9 \cdot 10^4\ V$$

b) Do ponto P a 100 cm da carga, temos:

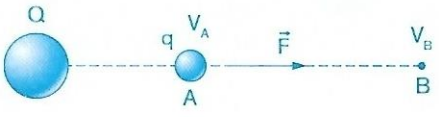
$$E_P = \frac{k_0 Q_q}{d} \Rightarrow E_P = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{1} \Rightarrow E_p = 54\ \mu J$$

c) O trabalho realizado pela força elétrica é igual a:

$\tau_F = q\,(V_A - V_B) \Rightarrow \tau_F = 3 \cdot 10^{-9}\,(3{,}6 \cdot 10^5 - 9 \cdot 10^4) \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau_F = 3 \cdot 10^{-9}\,(36 \cdot 10^4 - 9 \cdot 10^4) \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau_F = 8{,}1 \cdot 10^{-4}\ J$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

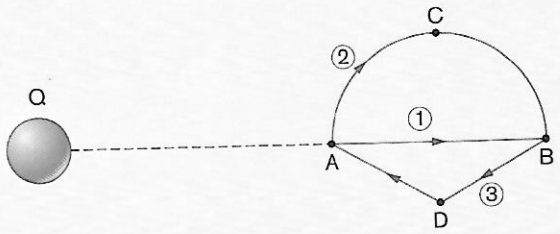
Atividades

1 *(UERGS-RS)* O campo elétrico, o potencial elétrico e o trabalho elétrico são grandezas estudadas na Eletricidade. Quanto a sua natureza, elas são, respectivamente:

a) vetorial, escalar e escalar.
b) vetorial, escalar e vetorial.
c) vetorial, vetorial e escalar.
d) escalar, vetorial e escalar.
e) escalar, escalar e vetorial.

2 Por que os campos gravitacional e elétrico são conservativos?

3 Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* estão no campo elétrico de uma carga puntiforme **Q**, fixa. Transportando-se uma carga de prova **q** de *A* até *B* pelo caminho (1), as forças elétricas realizam um trabalho τ.



Determine o trabalho realizado pelas forças elétricas para transportar a mesma carga **q** de:

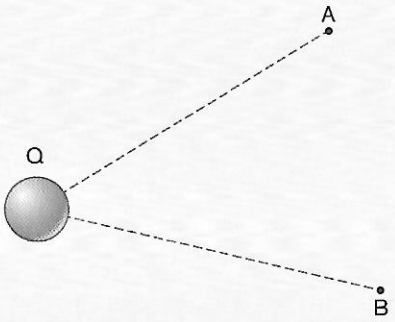
a) *A* até *B*, pelo caminho (2);
b) *B* até *A*, pelo caminho (3).

4 Quando uma carga positiva é deslocada contra o sentido do campo elétrico, a sua energia potencial elétrica aumenta ou diminui? Explique.

5 No campo eletrostático de uma carga puntiforme $Q = 4\ \mu C$ fixa no vácuo, são dados dois pontos, *A* e *B*, cujas distâncias à carga são, respectivamente, 20 cm e 60 cm.

Dado $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$, calcule:

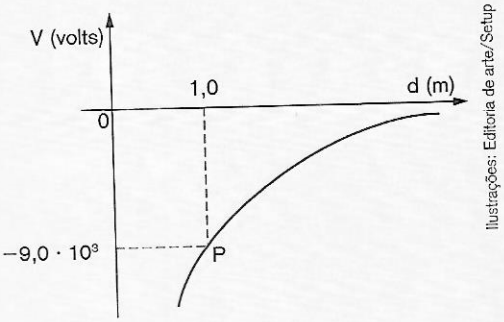
a) os potenciais elétricos nos pontos *A* e *B*;
b) a energia potencial elétrica adquirida por uma carga $q = 2\ \mu C$ colocada no ponto *A*;
c) a energia potencial elétrica adquirida por uma carga $q = -2\ \mu C$ colocada no ponto *B*.



6 *(Fuvest-SP)* Um objeto de pequenas dimensões, com carga elétrica **Q**, cria um potencial igual a 1 000 V, num ponto *A*, a uma distância de 0,10 m. Determine o valor:

a) do campo elétrico no ponto *A*;
b) do potencial e do campo elétrico num ponto *B*, que dista 0,20 m do objeto.

7 *(FEI-SP)* O diagrama a seguir representa o potencial elétrico em função da distância do ponto considerado até a carga-fonte do campo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sabe-se que o meio que envolve a carga-fonte é o vácuo. Pedem-se:

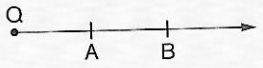
a) o valor da carga-fonte **Q**;
b) o potencial elétrico a 2 m da carga-fonte.

8 *(Unifor-CE)* Em um ponto *P* de um campo elétrico gerado exclusivamente por uma carga puntiforme positiva **Q** o módulo do vetor campo elétrico vale $6{,}0 \cdot 10^4$ V/m e o potencial elétrico, em relação a um ponto no infinito, vale $3{,}0 \cdot 10^3$ V. Nestas condições, a distância do ponto *P* à carga **Q**, em metros, vale:

a) 5,0
b) 2,5
c) $5{,}0 \cdot 10^{-1}$
d) $2{,}5 \cdot 10^{-1}$
e) $5{,}0 \cdot 10^{-2}$

Na questão a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

9 *(Unicap-PE)* Na figura, sabe-se que $V_A = 10$ volts e $V_B = 6$ volts, ambos relativos ao infinito.

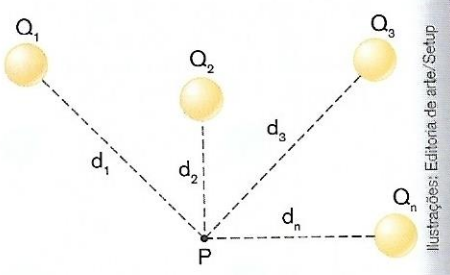


01. Uma carga positiva, ao ser abandonada no ponto *A*, se moverá, necessariamente, de *A* para *B*.
02. A carga **Q** é, necessariamente, positiva.
04. O campo elétrico, no ponto *A*, é horizontal e aponta para a esquerda.
08. Ao ser abandonada no ponto *A*, uma carga $q = 4\ \mu C$ e massa 10^{-4} kg atingirá o ponto *B* com uma velocidade de módulo 0,4 m/s.
16. Ao se deslocar de *A* para *B*, a carga do item anterior ganha energia potencial eletrostática.

Potencial elétrico no campo de várias cargas puntiformes

Considere **n** cargas elétricas fixas Q_1, Q_2, Q_3, ... Q_n, algumas positivas e outras negativas, numa certa região do espaço.

Como o potencial elétrico é uma grandeza física ligada à energia, é de natureza escalar. O potencial no ponto **P** é calculado efetuando-se a soma algébrica dos potenciais devidos a cada uma das cargas. Ou seja:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$$

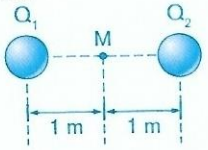
Aplicação

Duas cargas puntiformes $Q_1 = 1\ \mu C$ e $Q_2 = -4\ \mu C$ estão fixas no vácuo, sobre uma reta, e separadas pela distância $d = 2$ m. Calcule.

a) o potencial elétrico resultante no ponto médio do segmento que une as cargas;

b) a posição do ponto nesse segmento, em relação a Q_1, onde o potencial elétrico é nulo.

Resolução:



a) Dados: $Q_1 = 1\ \mu C = 10^{-5}\ C$, $Q_2 = -4\ \mu C = -4 \cdot 10^{-6}\ C$, $d = 2$ m, $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

O potencial resultante no ponto médio, M, é calculado pela soma algébrica dos potenciais parciais.

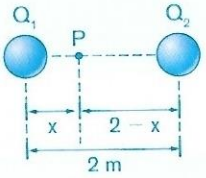
$$V_m = V_1 + V_2 \Rightarrow V_m = \frac{k_0 Q_1}{d_1} + \frac{k_0 Q_2}{d_2} \Rightarrow V_m = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{1} + \frac{9 \cdot 10^9 (-4 \cdot 10^{-6})}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_m = 9 \cdot 10^3 (1 - 4) \Rightarrow V_m = -2{,}7 \cdot 10^4\ V$$

b) O potencial elétrico resultante é nulo num ponto P mais próximo de Q_1. *Então* $V_P = 0$, *ou seja:* $V_1 + V_2 = 0$.

Vamos usar esse dado e a fórmula do potencial resultande de várias cargas:

$$\frac{k_0 Q_1}{d_1} + \frac{k_0 Q_2}{d_2} = 0 \Rightarrow k_0 \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} = 0$$



A distância que queremos determinar é d_1. *Sabemos que:*

$d_1 + d_2 = 2 \Rightarrow d_2 = 2 - d_1$

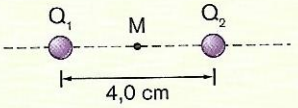
Substituindo essa condição e os valores das cargas, temos:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{4}{2 - d_1} = 0 \Rightarrow 4d_1 = 2 - d_1 \Rightarrow 5d_1 = 2 \Rightarrow d_1 = 0{,}4\ m$$

Portanto, o potencial resultante é nulo a 0,4 m da carga Q_1.

Atividades

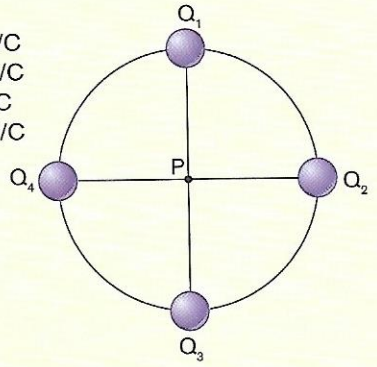
1 Na figura abaixo, $Q_1 = Q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-9}$ C. Qual é o valor do potencial no ponto médio *M*?



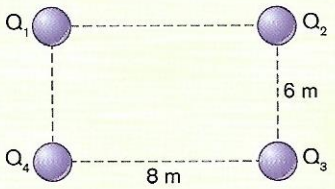
a) $36 \cdot 10^3$ N/C
b) $54 \cdot 10^3$ N/C
c) $9 \cdot 10^3$ N/C
d) $18 \cdot 10^3$ N/C

2 *(Unimontes-MG)* Calcule o potencial elétrico no ponto *P*. O raio do círculo é $r = 0{,}5$ m, e o valor das cargas $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1\ \mu C$, $Q_4 = -2\ \mu C$.

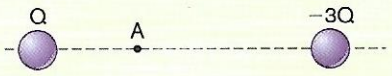
Dado: $k = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.



3 *(Unisa-SP)* É dada a distribuição de cargas da figura em que:
$Q_1 = 8{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_3 = 10 \cdot 10^{-6}$ C; $Q_4 = 4{,}0 \cdot 10^{-6}$ C. Calcule o potencial no centro do retângulo suposto no vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²).



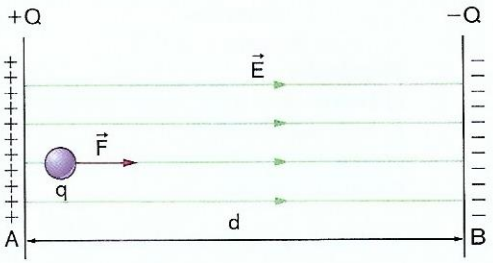
4 *(UFC-CE)* Duas cargas puntiformes de valores **Q** e −3Q estão separadas por uma distância de 104 cm, conforme a figura. O ponto *A* e pontos infinitamente distantes das cargas têm potencial nulo. Determine, em centímetros, a distância entre a carga −3Q e o ponto *A*.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3. Diferença de potencial num campo elétrico uniforme

Considere o campo elétrico uniforme entre duas placas planas condutoras paralelas eletrizadas com cargas iguais em módulo e de sinais contrários, separadas pela distância **d**.



O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga de prova **q** positiva, da placa *A* até a placa *B*, é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B) \quad (1)$$

Como o campo elétrico $\vec{E}$ e a força $\vec{F}$, que agem na carga **q**, são constantes, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ pode ser calculado por:

$$\tau_{AB} = Fd \Rightarrow \tau_{AB} = qEd \quad (2)$$

Comparando (1) com (2), obtemos:

$$q(V_A - V_B) = qEd \Rightarrow V_A - V_B = Ed$$

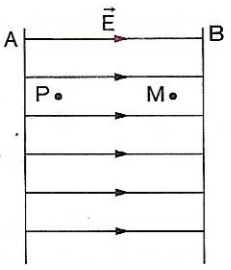
Para simplificar a notação, vamos trocar $V_A - V_B$ por $\mathbf{U_{AB}}$. Então, teremos:

$$U_{AB} = V_A - V_B = Ed$$

Essa expressão permite calcular a ddp entre dois pontos de um campo elétrico uniforme. Com base nela pode-se verificar que no SI o campo elétrico pode ser medido em volt/metro (V/m) que é equivalente a newton/coulomb (N/C).

Pense e Responda

• (UFPel-RS) Duas placas condutoras extensas *A* e *B*, carregadas eletricamente, criam no espaço que as separa um campo elétrico uniforme, como mostra a figura.



a) Qual o sinal da carga elétrica em cada uma das placas?

b) O potencial elétrico é maior no ponto **P** ou no ponto **M**?

c) Se um elétron for abandonado no interior do campo elétrico, qual o sentido do seu movimento?

Justifique as respostas.

Elétron-Volt (eV) e seus múltiplos

As unidades de energia já conhecidas e utilizadas frequentemente, joule (J) e quilowatt-hora (kWh) não são adequadas em situações que envolvem o mundo atômico.

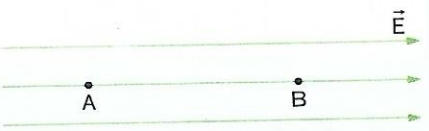
Para esses casos, utiliza-se uma unidade chamada **elétron-volt (eV)**, definida como a energia adquirida por um elétron ao ser acelerado entre dois pontos cuja diferença de potencial é 1 V.

Lembrando que o trabalho mede a energia transferida, a relação entre o elétron-volt e o joule é dada por:

$\tau = \text{Energia} \Rightarrow qU = 1\ eV \Rightarrow 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J/C \cdot 1\ C = 1\ eV \Rightarrow 1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$

Aplicações

1 Calcule a ddp entre dois pontos, A e B, de um campo elétrico uniforme de intensidade 10^5 N/C, sabendo-se que a distância entre esses pontos é de 0,2 cm. (Dados: $E = 10^5$ N/C; $d = 0{,}2\ cm = 2 \cdot 10^{-3}$ m.)



Resolução:

Como o campo elétrico é uniforme:

$U_{AB} = Ed \Rightarrow U_{AB} = 10^5 \cdot 0{,}002 \Rightarrow U_{AB} = 200\ V$

2 Um elétron é abandonado no ponto B de um campo elétrico uniforme e, sob ação exclusiva desse campo, atinge o ponto A. Sabendo que a massa do elétron é $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, que sua carga elétrica vale $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e que $V_A - V_B = 100$ V, qual o valor da velocidade do elétron ao atingir o ponto A?

Resolução:

Dados: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$; $q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$; $V_A - V_B = 100\ V$ *ou* $V_B - V_A = -100\ V$; $v_i = 0$.

O trabalho da força elétrica no deslocamento BA é:

$\tau_{BA} = q(V_B - V_A) \Rightarrow \tau_{BA} = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ (-100) \Rightarrow \tau_{BA} = 1{,}6 \cdot 10^{-17}\ J$

Usando o teorema da energia cinética, obtemos:

$$\tau_{BA} = E_{cf} - E_{ci} \Rightarrow \tau_{BA} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow \tau_{BA} = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 \Rightarrow 1{,}6 \cdot 10^{-17} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot v_f^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_f = 6 \cdot 10^6\ m/s$$

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(UFSC)* Um corpo eletrizado de massa igual a $2 \cdot 10^{-16}$ kg e carga igual a $2 \cdot 10^{-8}$ C passa por um ponto A com velocidade de módulo $4 \cdot 10^4$ m/s e, após, por um ponto B com velocidade de módulo $6 \cdot 10^4$ m/s. A força que atua no corpo é somente aquela exercida por um campo elétrico existente na região. Calcule a diferença de potencial, em volts, entre os pontos A e B.

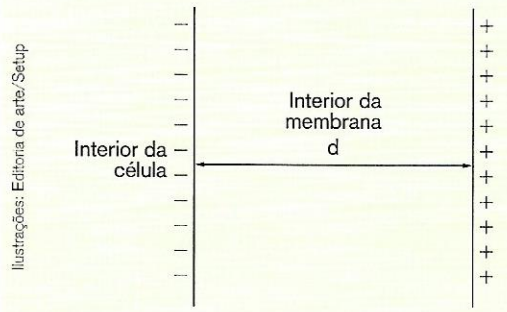
2 *(Vunesp-SP)* Quando a atmosfera está em condições de estabilidade – não se avizinham tempestades, por exemplo – existe um campo elétrico uniforme nas proximidades da superfície terrestre de intensidade 130 V/m, aproximadamente, tendo a Terra carga negativa e a atmosfera carga positiva.

a) Trace no caderno uma linha horizontal para representar a superfície da Terra, atribuindo a essa linha o potencial 0,0 V. Represente as linhas equipotenciais acima dessa linha, correspondentes às alturas 1,0 m, 2,0 m, 3,0 m, 4,0 m e 5,0 m, assinalando, de um lado de cada linha, a altura, e do outro, o respectivo potencial elétrico.

b) Qual deveria ser a carga elétrica de um corpo de massa 1,3 kg para que ele ficasse levitando graças a esse campo elétrico? (Dado: $g = 10\ m/s^2$.) Isso seria possível na prática? Considere que uma nuvem de tempestade tem algumas dezenas de coulombs e justifique sua resposta.

3 *(UFRJ)* A membrana que envolve cada uma de nossas células musculares tem uma espessura **d** igual a $5{,}0 \cdot 10^{-9}$ m. Quando o músculo está relaxado, há uma diferença de potencial de $9{,}0 \cdot 10^{-2}$ volts ao longo da espessura da membrana; tal diferença deve-se a um acúmulo de cargas positivas na parede externa da membrana e de cargas negativas em sua parede interna.

Nessas condições, calcule o módulo do campo elétrico médio **E** no interior da membrana e indique se **E** aponta para dentro ou para fora da célula.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4 *(Ufla-MG)* As válvulas termoiônicas, ainda hoje utilizadas em amplificadores de som "valvulados", podem ser constituídas por um cátodo e um ânodo. Os elétrons são emitidos pelo cátodo e acelerados em direção ao ânodo pelo campo elétrico uniforme gerado pela ddp aplicada aos eletrodos. Considere massa do elétron = $9 \cdot 10^{-31}$ kg; carga de módulo = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; distância entre os eletrodos = 1 cm; ddp = 10^4 V. Calcule:

a) o campo elétrico entre os eletrodos;

b) a força elétrica que atua sobre os elétrons;

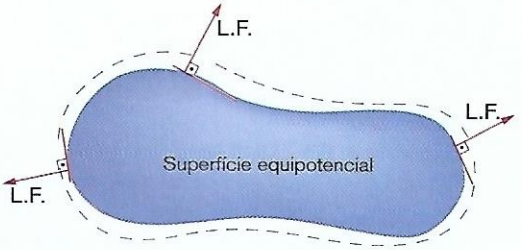
c) supondo que os elétrons partem do repouso, qual a velocidade ao atingirem o ânodo.

4. Potencial de um condutor em equilíbrio eletrostático

Considere um condutor eletrizado negativamente em equilíbrio eletrostático.

As cargas elétricas em excesso estão em repouso. Isso nos permite afirmar que não existe ddp entre dois pontos quaisquer do condutor. Se houvesse uma diferença de potencial, os elétrons livres iriam para pontos de potencial maior.

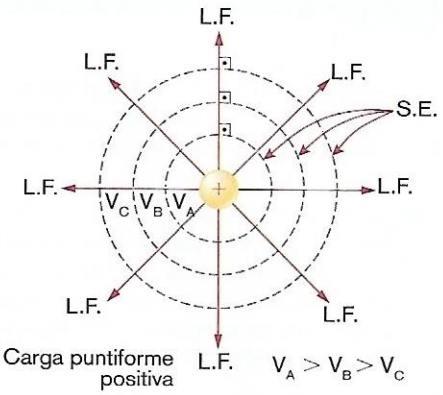
Por isso, podemos dizer que num condutor em equilíbrio eletrostático o potencial, em qualquer ponto, é constante e igual ao da superfície.

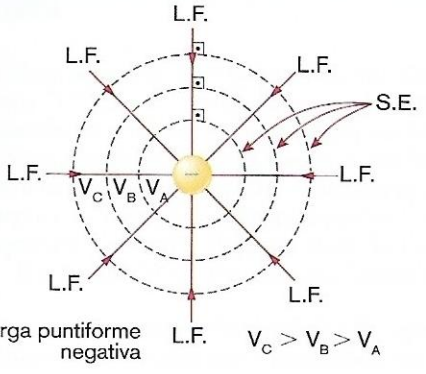


Uma superfície em que o potencial elétrico é o mesmo em todos os seus pontos da superfície é chamada **superfície equipotencial** (**S.E.**). Nessas superfícies, **as linhas de força** (**L.F.**) são sempre perpendiculares às superfícies equipotenciais.

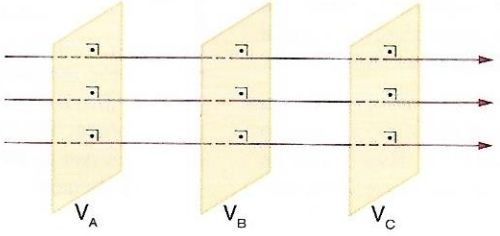
Acompanhe alguns exemplos:

- Superfície de um condutor em equilíbrio eletrostático: as superfícies equipotenciais no campo criado por carga puntiforme são esféricas e centradas na carga.





- Campo uniforme: as superfícies equipotenciais são planos paralelos entre si e perpendiculares às linhas de força.



$$V_A > V_B > V_C$$

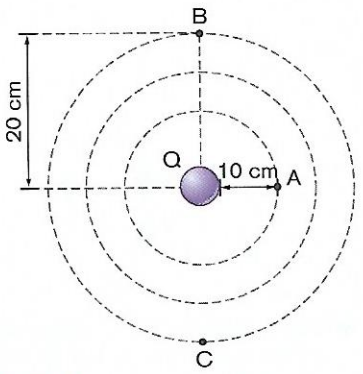
Pense e Responda

• Qual é o valor do trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento de uma carga puntiforme sobre uma superfície equipotencial?

Aplicações

1 Dois pontos, *A* e *B*, pertencem a superfícies equipotenciais, situadas a 10 cm e 20 cm de uma carga Q = 50 μC, conforme a figura ao lado. Calcule o trabalho realizado pela força elétrica para transportar uma carga de 4 μC de:

a) *A* até *B*; b) *B* até *C*.



Resolução:

Dados: $d_A = 10\ cm = 0{,}1\ m$; $d_B = d_C = 20\ cm = 0{,}2\ m$;
$Q = 50\ \mu C = 50 \cdot 10^{-6}\ C$; $q = 4\ \mu C = 4 \cdot 10^{-6}\ C$.

a) Vamos calcular o potencial nos pontos A, B e C:

$$V_A = \frac{k_0 Q}{d_A} \Rightarrow V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} \Rightarrow V_A = 4{,}5 \cdot 10^6\ V$$

$$V_B = V_C = \frac{k_0 Q}{d_B} \Rightarrow V_B = V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} \Rightarrow V_B = V_C = 2{,}25 \cdot 10^6\ V$$

Então, o trabalho é igual a:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B) \Rightarrow \tau_{AB} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (4{,}5 - 2{,}25) \cdot 10^6 \Rightarrow \tau_{AB} = 9\ J$$

b) Como $V_B = V_C$, *temos:*

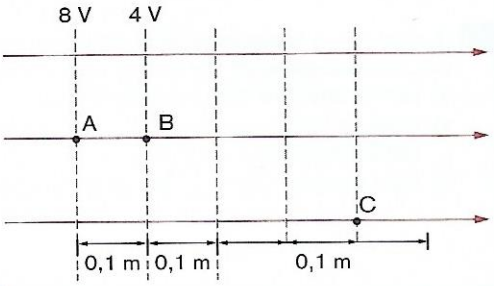
$$\tau_{BC} = q(V_B - V_C) \Rightarrow \tau_{BC} = q \cdot 0 \Rightarrow \tau_{BC} = 0$$

2 No esquema são dadas linhas de força de um campo elétrico uniforme e suas respectivas superfícies equipotenciais. Calcule:

a) a intensidade do campo elétrico;

b) o trabalho realizado pela força do campo para levar a carga q = −2 μC do ponto *A* até o ponto *C*;

c) o potencial no ponto *C*.



Resolução:

a) Sendo o campo elétrico uniforme, temos:

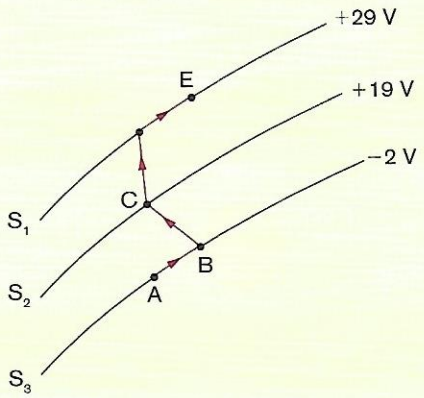
$$U_{AB} = Ed \Rightarrow V_A - V_B = Ed \Rightarrow 8 - 4 = E \cdot 0{,}1 \Rightarrow E = 40\ V/m$$

b) $\tau_{AC} = qU \Rightarrow \tau_{AC} = qEd \Rightarrow \tau_{AC} = -2 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 0{,}3 \Rightarrow \tau_{AC} = -2{,}4 \cdot 10^{-5}\ J$

c) $U_{AC} = Ed_{AC} \Rightarrow V_A - V_C = Ed_{AC} \Rightarrow 8 - V_C = 40 \cdot 0{,}3 \Rightarrow V_C = -4\ V$

Atividades

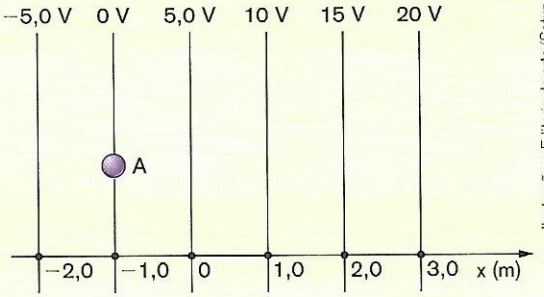
1 *(UFPR)* Considere as superfícies equipotenciais S_1, S_2 e S_3 na figura com seus respectivos potenciais elétricos indicados. Determine o trabalho da força elétrica para se transportar uma carga de 2 μC do ponto *A* ao ponto *E*, percorrendo a trajetória indicada.



2 *(FEI-SP)* A figura indica a posição dos planos equipotenciais numa região de um campo elétrico uniforme. Uma partícula de massa $m = 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ kg e carga $q = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C é abandonada em repouso no ponto *A* (x = −1,0 m). Determine:

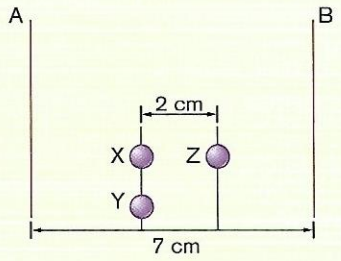
a) a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico;

b) a velocidade da partícula após um deslocamento de 2,0 m.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3 *(UFPel-RS)* Considere as placas planas e paralelas *A* e *B*, de dimensões infinitas, carregadas eletricamente, mostradas na figura. Duas superfícies equipotenciais entre essas placas estão representadas. O potencial do ponto *X* é +20 V e o do ponto *Z* é −20 V. A distância entre as placas eletrizadas é 7 cm.



a) Qual o trabalho elétrico dispendido para transportar uma carga positiva de 1,0 μC entre os pontos *X* e *Y*?

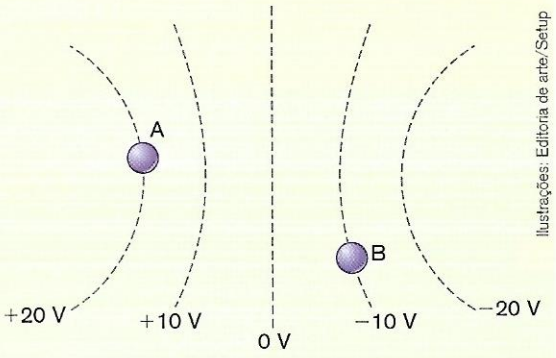
b) Qual o valor da intensidade de campo elétrico entre as placas?

c) Represente, no ponto *Z* da figura, o vetor intensidade de campo elétrico.

4 *(Fuvest-SP)* A figura representa algumas superfícies equipotenciais de um campo eletrostático e os valores dos potenciais correspondentes.

a) Copie a figura, representando o vetor campo elétrico nos pontos *A* e *B*.

b) Qual o trabalho realizado pelo campo para levar uma carga **Q**, de $2 \cdot 10^{-6}$ C, do ponto *A* ao ponto *B*?



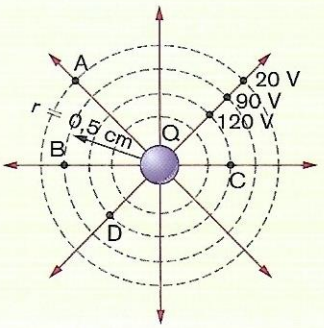
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

5 *(Uni-Rio-RJ)* No esquema abaixo, apresentam-se as superfícies equipotenciais e as linhas de força no campo de uma carga elétrica puntiforme **Q** fixa. Considere que o meio é o vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²) e determine:

a) o valor de **Q**;

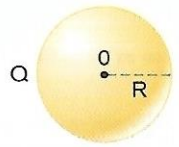
b) o valor do campo elétrico em *B*;

c) o trabalho realizado pela força elétrica sobre a carga $q = -2{,}0 \cdot 10^{-10}$ C para levá-la de *A* para *C*.



Potencial elétrico de um condutor esférico em equilíbrio eletrostático

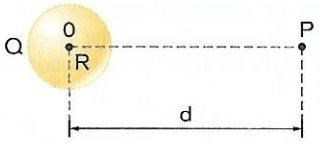
Considere uma esfera condutora, de raio **R**, eletrizada com carga **Q**, em equilíbrio eletrostático.



O potencial elétrico produzido pelas cargas distribuídas na superfície da esfera pode ser considerado em três situações:

- **Potencial externo**

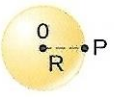
Nesse caso, para o cálculo do potencial supõe-se que a carga **Q** seja puntiforme e localizada no centro da esfera. A determinada distância **d**, temos:



$$V_{ext} = K\frac{Q}{d}$$

- **Potencial na superfície**

Fazendo d = R, temos:



$$V_{sup} = K\frac{Q}{R}$$

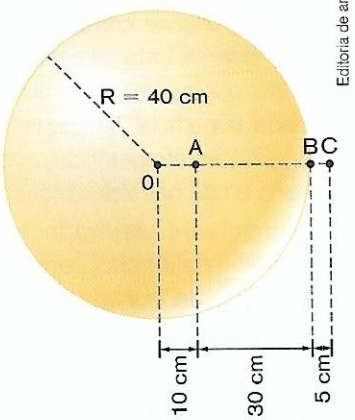
- **Potencial interno**

A esfera condutora está em equilíbrio eletrostático. Portanto, não há movimento de cargas no seu interior, isto é, o potencial num ponto interno é igual ao potencial num ponto da superfície.

$$V_{int} = V_{sup} = K\frac{Q}{R}$$

Aplicação

Consideremos uma esfera condutora de raio 40 cm eletrizada com carga de 10 μC, no vácuo. Calcule os potenciais nos pontos *A*, *B* e *C*, localizados na figura.



Editoria de arte/Setup

Resolução:

Dados: $Q = 10\ \mu C = 10 \cdot 10^{-6}\ C$; $k_0 = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$; $R = 0{,}4\ m$; $d_C = 0{,}45\ m$.

Os potenciais nos pontos A e B são iguais (o potencial num ponto interno é igual ao potencial num ponto da superfície). Assim, temos:

$$V_A = V_B = \frac{k_0 Q}{R} \Rightarrow V_A = V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{0{,}4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_A = V_B = 2{,}25 \cdot 10^5\ V$$

Para o ponto C (externo) calcula-se o potencial como se a carga Q fosse puntiforme e localizada no centro da esfera. Logo, temos:

$$V_C = \frac{k_0 Q}{d_C} \Rightarrow V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{0{,}45} \Rightarrow V_C = 2 \cdot 10^5\ V$$

Atividades

1 Considere um condutor esférico de raio 50 cm, no ar, carregado com carga de −100 μC. Calcule o potencial:

a) num ponto da superfície da esfera;

b) num ponto situado a 50 cm da superfície da esfera.

2 *(UFPE)* Uma casca esférica metálica muito fina tem raio de 1,0 m e é carregada eletricamente com uma carga total de $0{,}8 \cdot 10^{-7}$ C. Determine o valor em volts do potencial elétrico a uma distância de 12 m do centro da casca esférica. (Dado: $k_0 = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.)

3 *(Edusp-SP)* Uma superfície condutora, de raio igual a 2 m, no vácuo, é suposta isolada de outros corpos. Em um ponto *P*, à distância d = 8 m do centro da superfície, o campo elétrico por ela estabelecido tem intensidade $E = 8 \cdot 10^{-2}$ V/m. Determine o potencial elétrico V_0 e a intensidade do campo elétrico E_0 no centro da esfera. Considere positiva a carga da superfície esférica.

4 *(UFRJ)* Sabe-se que quando o campo elétrico atinge o valor de $3 \cdot 10^6$ volts/metro, o ar seco torna-se condutor e que, nestas condições, um corpo eletrizado perde carga elétrica. (Dado: $k_0 = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.) Calcule:

a) o raio da menor esfera que pode ser carregada até o potencial de 10^6 volts sem risco de descarregar através do ar seco;

b) a carga Q armazenada nesta esfera.

5. Densidade superficial de cargas

Nos condutores não esféricos, a distribuição de cargas em excesso não é uniforme. Assim, há locais com maior concentração de carga que outros.

Muitas vezes, é importante saber quanto uma região agrupa mais carga que outra. Para fazer essa medição, usa-se uma grandeza chamada **densidade elétrica superficial**, pois se trata de um condutor, e todo o excesso de carga está na superfície.

O conceito de densidade elétrica superficial é semelhante ao da densidade demográfica de uma cidade ou país, em Geografia. A densidade elétrica superficial, representada por **σ**, é obtida dividindo-se a quantidade de carga **ΔQ** pela área **ΔS** através da qual a carga se distribui.

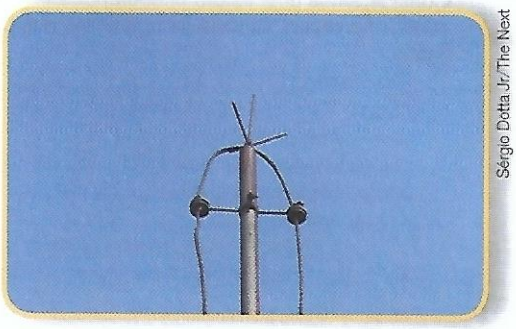
$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$$

No SI, a densidade superficial de cargas é medida em C/m^2.

No caso de um condutor esférico, a densidade elétrica superficial é constante.

O poder das pontas e a polarização dos dielétricos

Tente observar como é feito um para-raios. Você deve perceber que se trata de uma haste metálica com extremidades em pontas. Isso se deve ao fato de, nas pontas, a densidade superficial de cargas ser maior. Assim, as descargas elétricas atmosféricas ocorrem preferencialmente no para-raios e não nas vizinhanças dele.

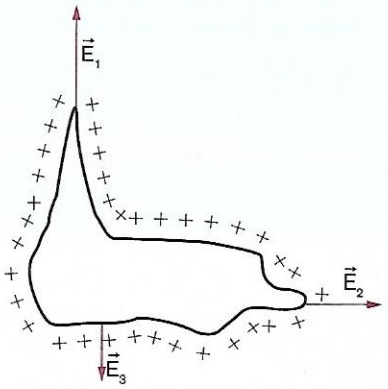


Sérgio Dotta Jr./The Next

Para-raios.

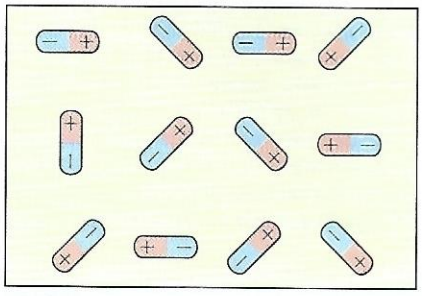
Condutores eletrizados que apresentam ao longo da superfície saliências convexas ou pontas têm nessas regiões raios de curvatura menor. Consequentemente, a densidade superficial de cargas é maior que nas demais partes.

Nas vizinhanças do meio que envolve as pontas de um condutor eletrizado, o campo elétrico é mais intenso, podendo atingir valores muito elevados e provocar um fenômeno eletrostático denominado **poder das pontas**, o qual consiste na troca de cargas elétricas entre as pontas do condutor eletrizado e o meio isolante que o envolve.

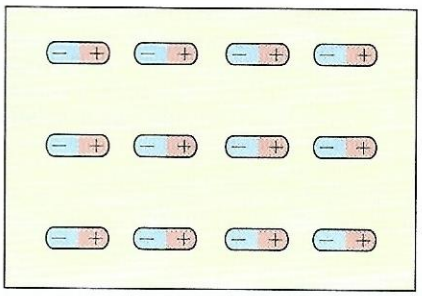


Em que: $E_1 > E_2 > E_3$.

Para entender o fenômeno é necessário saber que, antes de iniciar as trocas de cargas, a ação de campos elétricos intensos causa a polarização do dielétrico, que consiste em alinhar as moléculas do material de modo que – semelhante ao fenômeno da **indução nos condutores** – elas fiquem com predominância de uma espécie de cargas em um dos lados e com predominância da outra espécie no lado oposto.



Dielétrico não polarizado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Dielétrico polarizado.

Rigidez dielétrica

Quanto maior a densidade superficial de cargas em uma ponta do condutor, maior será o grau de polarização das moléculas do meio que o envolve.

Entretanto, há um limite para esse grau de polarização. Se a intensidade do campo elétrico for muito grande, pode ocorrer uma alteração profunda nas propriedades isolantes do meio ao redor da ponta,

capaz de convertê-lo em condutor. Esse limite é chamado **rigidez dielétrica do material**: é a maior intensidade que o campo suporta mantendo suas propriedades isolantes.

Para o ar seco sob pressão normal, a rigidez dielétrica está em torno de $3 \cdot 10^6$ V/m.

Quando o meio for submetido a um campo elétrico de intensidade superior à sua rigidez dielétrica, forças elétricas arrancam elétrons dos átomos do meio. Teremos, então, uma mistura de íons com elétrons livres, tornando o meio condutor. Assim será possível trocar cargas com o corpo eletrizado dotado de pontas.

Janusz Gniadek/Alamy/Olhaimages

Sob a ação de campos elétricos muito intensos, isolantes, como a borracha, podem se tornar condutores.

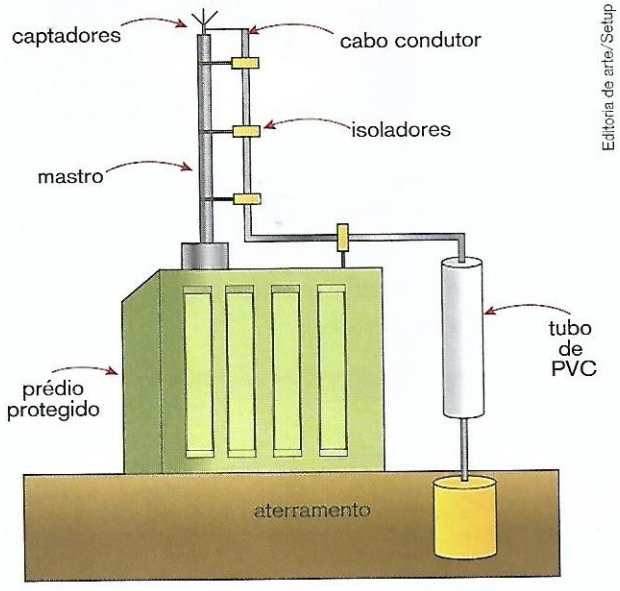
Para-raios

O para-raios – cuja finalidade é proteger a vida e as edificações das descargas elétricas atmosféricas – é constituído por uma haste metálica instalada verticalmente na parte mais alta do local que se deseja proteger.

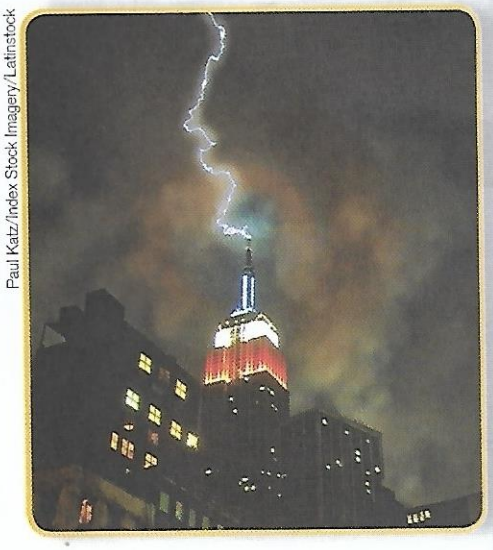
A extremidade superior da haste termina em uma ou mais pontas, frequentemente três, orientadas para cima, feitas de metais com elevado ponto de fusão e, em geral, recobertas com platina para evitar a oxidação.

A extremidade inferior da haste conecta-se ao solo por meio de um cabo condutor, bem fixado a isoladores, oferecendo às cargas elétricas um escoamento eficiente para o solo.

O aterramento se completa com condutor preso a uma grande placa condutora, em geral de cobre, enterrada a alguns metros da superfície.



Editoria de arte/Setup



Paul Katz/Index Stock Imagery/Latinstock

A presença de nuvens de tempestade nas proximidades do para-raios provoca neste a indução eletrostática. A carga induzida nas pontas tem sinal contrário ao da parte da nuvem voltada para elas. Se a intensidade do campo elétrico ultrapassar a rigidez dielétrica do ar nas imediações, este se ioniza, causando a descarga elétrica entre a nuvem e o para-raios.

A tensão elétrica entre a nuvem e o para-raios pode variar de 10^4 V a 10^8 V, transferindo cargas elétricas entre 10 C e 80 C, num intervalo de tempo da ordem de 10^{-3} s, o que originaria correntes elétricas entre 10 000 ampères e 80 000 ampères.

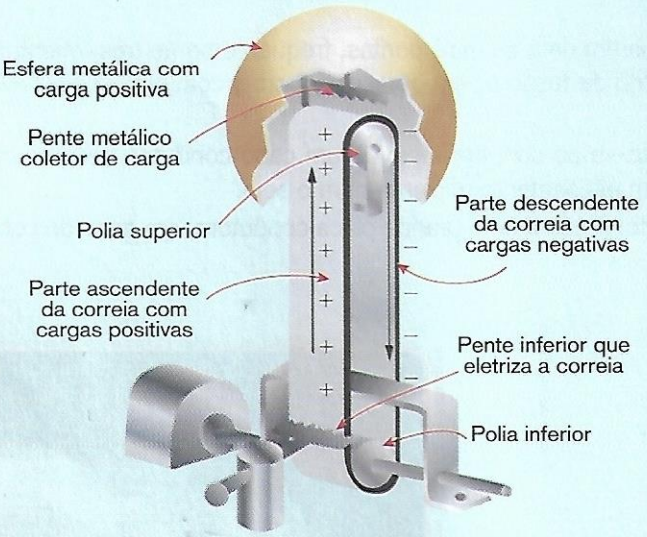
Esses valores altos de correntes respondem pelo enorme aquecimento do ar e sua súbita expansão, causando o forte ruído (onda sonora de grande amplitude) que chamamos trovão.

Saiba mais sobre...

O GERADOR DE VAN DE GRAAFF

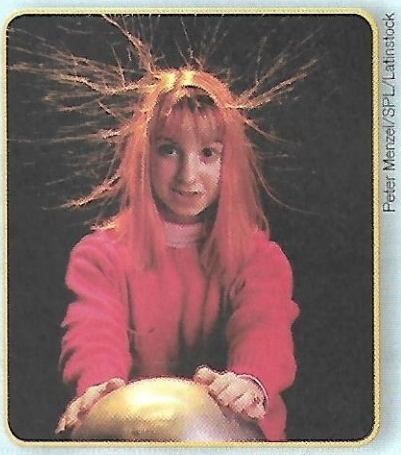
Em 1929, o físico americano Robert Jemison van de Graaff (1901-1967) apresentou sua mais famosa criação: um gerador de eletricidade estática capaz de acumular cargas a ponto de atingir potenciais da ordem de milhões de volts.

O gerador de Van de Graaff consiste numa correia de material isolante ligada entre duas polias, também de material isolante. A polia inferior é posta a girar por meio de um motor elétrico. A polia superior é envolvida por uma grande esfera metálica. À medida que a polia inferior se movimenta, a correia é carregada eletrostaticamente por um pente metálico (em forma de pontas) eletrizado. As cargas sobem em direção à polia superior, onde outro pente metálico coleta essas cargas, que vão para a superfície externa da esfera. Assim, as cargas vão se acumulando na esfera. Esse processo termina quando é atingida a rigidez dielétrica do ar em torno da esfera. Nesse momento, o ar é ionizado e passa a ser condutor, ocorrendo faíscas, como relâmpago.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Ilustração produzida com base em: YOUNG, D. H.; FREEDMAN, R. A. *Física III: eletromagnetismo*. 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2009. p. 59.



Peter Menzel/SPL/Latinstock

Ao tocar o gerador de eletricidade, a jovem fica eletrizada com cargas de mesmo sinal e seus fios de cabelo se repelem.

O elevado potencial atingido é utilizado para acelerar partículas e bombardear núcleos atômicos e, com isso, obter informações sobre a estrutura do átomo.

Aplicações

1 Uma esfera condutora de raio de 5 cm está eletrizada com carga de 6,28 μC. Calcule sua densidade elétrica superficial.

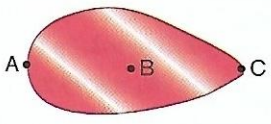
Resolução:

Dados: $Q = 6{,}28\ \mu C = 6{,}28 \cdot 10^{-6}\ C$; $R = 5\ cm = 5 \cdot 10^{-2}\ m$; *área da esfera:* $S = 4\pi R^2$.

A densidade elétrica superficial é:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow \sigma = \frac{6{,}28 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow \sigma = 2 \cdot 10^{-4}\ \frac{C}{m^2}$$

2 A figura mostra, em corte longitudinal, um condutor em equilíbrio eletrostático eletrizado positivamente.



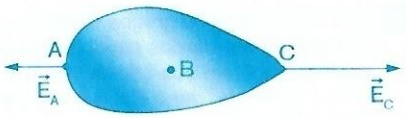
a) Em qual das regiões assinaladas pelos pontos *A*, *B* e *C* existe maior densidade de cargas?

b) Em qual dos pontos o campo elétrico tem maior intensidade?

Resolução:

a) A região que apresenta a maior densidade de cargas é aquela que tem o menor raio de curvatura, ou seja, a mais pontiaguda, representada pelo ponto C.

b) B é ponto interno ao condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático. Logo, em B o campo elétrico é nulo. O campo elétrico é mais intenso onde há maior densidade de cargas, ou seja, no ponto C.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 Em um prego eletrizado, qual das extremidades apresenta maior quantidade de cargas elétricas?

2 Um condutor tem densidade elétrica superficial $6 \cdot 10^{-2}$ C/m^2 e área de 0,2 m^2. Calcule a carga contida nesse condutor.

3 *(Furb-SC)* Eletrizar um corpo é fazer com que os seus átomos tenham um número de elétrons diferente do número de prótons. Isso pode ocorrer de três formas: por contato, por atrito ou por indução. Analise as situações abaixo.

I. O para-raios é eletrizado por uma nuvem carregada.
II. O avião durante o voo é eletrizado pelo ar.
III. Uma pessoa, ao tocar na quina da porta da geladeira, toma um choque.

A forma de eletrização para cada uma das situações acima se dá, respectivamente, por:

a) atrito, contato, indução.
b) indução, contato, atrito.
c) atrito, indução, contato.
d) indução, atrito, contato.
e) contato, indução, atrito.

4 *(Fazu-MG)* Durante uma reportagem exibida no Fantástico, o repórter mostrava operários que tinham de vencer o medo em suas tarefas diárias.

Um grupo de operários, mostrado na reportagem, era o dos operadores que fazem manutenção em linhas de alta-tensão das hidroelétricas, e um dado interessante relatado pelo repórter diz respeito às roupas especiais que os operários usam: em vez de roupas isolantes os operários usam roupas que são totalmente trançadas em malhas de aço e que recobrem todo o corpo do trabalhador. Este fato pode ser explicado:

a) pelo princípio da gaiola de Faraday, ou seja, a roupa produz uma blindagem eletrostática que protege o operário.
b) pelo fato de todos os cabos de alta-tensão terem diferentes potenciais, o que impede que o operário leve um choque.
c) o aço é utilizado para que o operário se proteja de eventuais cortes na pele, nada tendo a ver com questões elétricas.
d) como sendo um erro do repórter, pois se a roupa fosse de aço (condutor) o operário certamente morreria eletrocutado.
e) pelo princípio da ponte de Wheatstone, que faz com que não passe corrente pelo operário.

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

5 *(UFSC)* É correto afirmar:

01) O campo elétrico, no interior de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático, é nulo.

02) O campo elétrico, no interior de um condutor eletrizado, é sempre diferente de zero, fazendo com que o excesso de carga se localize na superfície do condutor.

04) Uma pessoa dentro de um carro está protegida de raios e descargas elétricas, porque uma estrutura metálica blinda o seu interior contra efeitos elétricos externos.

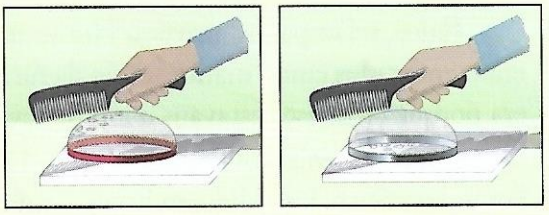
08) Numa região pontiaguda de um condutor, há uma concentração de cargas elétricas maior do que numa região plana, por isso a intensidade do campo elétrico próximo às pontas do condutor é muito maior do que nas proximidades de regiões mais planas.

16) Como a rigidez dielétrica do ar é $3 \cdot 10^6$ N/C, a carga máxima que podemos transferir a uma esfera de 30 cm de raio é 10 microcoulombs.

32) O potencial elétrico, no interior de um condutor carregado, é nulo.

64) Devido ao poder das pontas, a carga que podemos transferir a um corpo condutor pontiagudo é menor que a carga que podemos transferir para uma esfera condutora que tenha o mesmo volume.

6 *(UFMG)* Um estudante coloca pequenos pedaços de papel sobre uma placa de isopor e emborca uma peneira de plástico. Ele atrita um pente em seus cabelos, aproxima-o da peneira e repara que os papéis são atraídos pelo pente. Depois troca a peneira de plástico por outra peneira, metálica, e repete o experimento. Observa, então, que os papéis não são atraídos pelo pente. O que justifica essa diferença de comportamento?

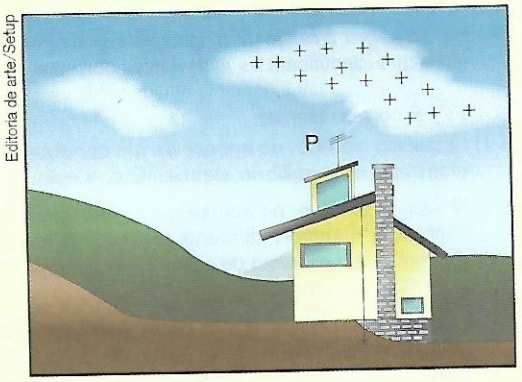


7 *(UFPel-RS)* Para os gregos da Antiguidade, os relâmpagos eram dardos caprichosamente forjados por Hefaístos em sua oficina vulcânica do monte Etna. Finalidade: dar a Zeus instrumentos divinos para descarregar sua cólera sobre o mundo ou advertir os mortais.

Hoje sabemos que os relâmpagos são fenômenos luminosos associados às descargas elétricas no ar, que denominamos raios.

A figura mostra uma nuvem carregada positivamente atraindo elétrons do solo. Esses elétrons, pelo poder das pontas, acumulam-se nas extremidades superiores do para-raios.

Editoria de arte/Setup



a) Qual a direção e qual o sentido do vetor intensidade do campo elétrico no ponto *P*?

b) Qual a condição para que ocorra um raio entre a nuvem e o para-raios?

c) Quando ocorre uma descarga elétrica entre nuvens, o que percebemos primeiro, o relâmpago ou o trovão? Por quê?

8 *(UFMG)* Rigidez dielétrica de um meio isolante é o valor máximo do campo elétrico a que o meio pode ser submetido, sem se tornar um condutor.

Durante tempestade, um tipo comum de descarga elétrica acontece quando cargas negativas se concentram na parte mais baixa de uma nuvem, induzindo cargas positivas na região do solo abaixo dessa nuvem. A quantidade de carga na nuvem vai aumentando até que a rigidez dielétrica do ar é alcançada. Nesse momento, ocorre a descarga elétrica.

Considere que o campo elétrico entre a nuvem e o solo é uniforme.

Para a solução desta questão, utilize estes dados, que são típicos de descargas elétricas na atmosfera:

Rigidez dielétrica do ar	3,0 kV/mm
Distância média entre a nuvem e o solo	5,0 km
Potência média de uma descarga	$15 \cdot 10^{12}$ W
Duração média de uma descarga	30 ms

Com base nessas informações:

1. Determine a diferença de potencial elétrico estabelecida entre a nuvem e o solo ao se iniciar a descarga.
2. Calcule a quantidade de carga elétrica que é transferida, da nuvem para o solo, na descarga.
3. Recomenda-se que, para se protegerem de descargas elétricas durante uma tempestade, motoristas e passageiros devem permanecer no interior do veículo.

   Explique por que essa recomendação é pertinente.

9 *(UFBA)* Aviões com revestimento metálico, voando em atmosfera seca, podem atingir elevado grau de eletrização, muitas vezes evidenciado por um centelhamento para a atmosfera, conhecido como fogo-de-santelmo. Nessas circunstâncias, é correto afirmar:

01) A eletrização do revestimento dá-se por indução.

02) O campo elétrico no interior do avião, causado pela eletrização do revestimento, é nulo.

04) A eletrização poderia ser evitada revestindo-se o avião com material isolante.

08) O centelhamento ocorre preferencialmente nas partes pontiagudas do avião.

16) O revestimento metálico não é uma superfície equipotencial, pois, se o fosse, não haveria centelhamento.

32) Dois pontos quaisquer no interior do avião estarão a um mesmo potencial, desde que não haja outras fontes de campo elétrico.

A História conta

A eletricidade na Natureza

Raios, relâmpagos, trovões. Houve um tempo em que esses fenômenos da natureza eram encarados como manifestação da fúria dos deuses. Se caía uma tempestade com raios, era porque os deuses estavam irados e devia-se acalmá-los com oferendas e sacrifícios.

Coube a Benjamin Franklin (1706-1790), no século XVIII, esclarecer a natureza desse fenômeno físico. Franklin, um homem muito ativo que participou do processo de independência americana e foi político, diplomata, empresário e dono de um jornal, levou a sério

os estudos sobre a Eletricidade e, para comprovar que os raios são descargas elétricas, propôs a execução de um procedimento para acumular a grande quantidade de cargas. Ele sugeriu que se empinasse uma pipa em um dia de tempestade, com a linha do carretel sendo substituída por um material condutor e que na extremidade que prendia a pipa fosse amarrado um objeto metálico. Na outra extremidade, no solo, deveria ser colocada uma vareta sobre um suporte que acumularia uma grande quantidade de eletricidade. Em tese, ao fazer a pipa se aproximar de uma nuvem de tempestade, o acúmulo de cargas elétricas dentro dela induziria cargas na pipa, que se deslocariam pelo fio, fazendo que pequenas faíscas pulassem da vareta para o suporte. O procedimento proposto por Franklin é perigoso pois a descarga elétrica pode ser muito grande e a vareta precisaria ser aterrada. Mas mesmo antes da proposição deste experimento, Franklin considerava que os raios eram descargas elétricas e avisava sobre o perigo de permanecer em lugares altos como montanhas, árvores e torres durantes tempestades. Entretanto, considera-se que Franklin não realizou o perigoso experimento. Os franceses Thomas Dallibard e Conde de Buffon fizeram o procedimento em 1752 e um assistente deles observou as faíscas produzidas pelo relâmpago.

Em Natural Philosophy for Common and High Schools, Le Roy C. Cooley, 1881, Gravura.

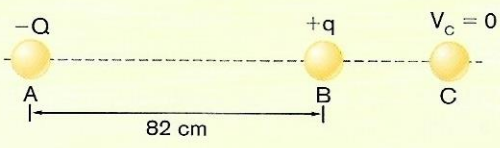
A gravura retrata a história que se conta a respeito do experimento de Benjamim Franklin que comprovou a natureza elétrica dos raios atmosféricos.

Apesar de todo esse avanço nos estudos da Eletrostática e nas descobertas e provas sobre a eletricidade dos raios, Franklin ainda utilizava os conceitos vigentes na época de "partículas de eletricidade" e "fluido" para falar de corpos carregados. Assim, o "fluido" elétrico permearia os materiais. E os corpos sem excesso de carga seriam eletricamente neutros. Nessa linha, para Franklin, um corpo que perdeu ou ganhou fluido elétrico seria um corpo carregado e estaria em estado positivo ou negativo (+ ou -). Não se sabia como eram essas partículas, e o termo e conceito de fluido elétrico foi superado com o tempo. No entanto, o trabalho de Franklin contribuiu sobremaneira para os estudos e os conhecimentos sobre eletricidade.

Mais Atividades

1 *(UFMT)* Uma carga de 2 μC é transportada desde um ponto *A*, de potencial 40 000 V, até um ponto *B*, de potencial 60 000 V. Calcule o trabalho realizado pela força elétrica.

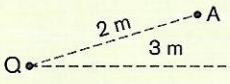
2 *(UFPE)* Duas cargas elétricas $-Q$ e $+q$ são mantidas nos pontos *A* e *B*, que distam 82 cm um do outro (ver figura). Ao se medir o potencial elétrico no ponto *C*, à direita de *B* e situado sobre a reta que une as cargas, encontra-se um valor nulo. Se $|Q| = 3|q|$, qual o valor em centímetros da distância BC?



Editoria de arte/Setup

3 *(UNIT-SE)* Um campo elétrico é gerado exclusivamente por uma carga elétrica puntiforme $Q = 6{,}0 \cdot 10^{-6}$ C, no vácuo. Considere dois pontos *A* e *B* que distam, respectivamente, 2,0 m e 3,0 m de **Q**, como mostra a figura.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



O trabalho realizado pela força elétrica que atua numa carga $q = -1{,}0\ \mu C$ para deslocá-lo de *B* até *A*, em μJ, vale:

(Dado: constante eletrostática no vácuo = $= 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.)

a) $3{,}0 \cdot 10^3$ c) $9{,}0 \cdot 10^3$ e) $-9{,}0 \cdot 10^3$

b) $6{,}0 \cdot 10^3$ d) $-6{,}0 \cdot 10^3$

4 *(UFAL)* Qual o trabalho realizado por uma força de interação elétrica ao transportar uma carga de 25 C, de um ponto cujo potencial é 120 V até outro ponto de 110 V?

5 *(Unioeste-PR)* Considere duas cargas, de mesmo valor e sinal, colocadas a uma distância **d** uma da outra. É **incorreto** afirmar que:

a) a força eletrostática resultante sobre uma terceira carga colocada no ponto médio da linha que une as cargas é nula, qualquer que seja o sinal e o valor da carga.

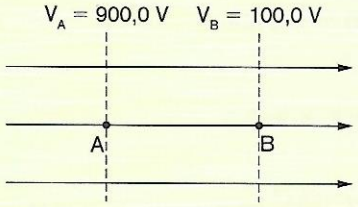
b) o campo elétrico é nulo no ponto médio da linha que une as cargas.

c) o potencial elétrico é nulo no ponto médio da linha que une as cargas.

d) se a carga elétrica das duas cargas for reduzida à metade e a distância entre elas duplicada, a nova força entre as cargas será 16 vezes menor que a força original.

e) se a distância entre as cargas for duplicada, a energia potencial elétrica do sistema será reduzida à metade do seu valor original.

6 *(Uesb-BA)* Uma partícula de massa e carga elétrica iguais, respectivamente, a $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg e $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, é abandonada, a partir do repouso, no ponto *A* da região do campo elétrico uniforme, representado na figura.



Considerando-se que a única força atuante na partícula seja a força elétrica, pode-se afirmar que a velocidade dessa partícula, no ponto *B*, tem o módulo igual, em m/s, a:

01) $5{,}0 \cdot 10^6$ 04) $2{,}0 \cdot 10^4$

02) $4{,}0 \cdot 10^5$ 05) $1{,}0 \cdot 10^2$

03) $3{,}0 \cdot 10^3$

7 *(Unir-RO)* Um próton e um elétron são acelerados a partir do repouso, por um campo elétrico uniforme em um acelerador de partículas linear. Sobre o assunto, analise as afirmativas.

I – A velocidade do elétron, depois de um mesmo intervalo de tempo, será maior que a velocidade do próton.

II – A aceleração de ambas as partículas será sempre a mesma.

III – Os módulos das forças que atuam em ambas as partículas são iguais.

IV – O trabalho realizado sobre o elétron pelo campo elétrico será positivo.

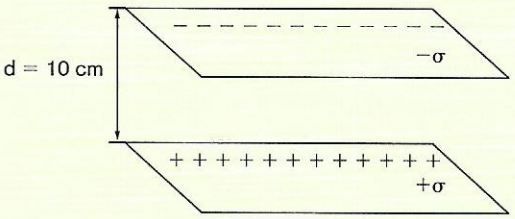
Estão corretas as afirmativas:

a) II, III e IV, apenas. d) I e II, apenas.

b) II e III, apenas. e) I, II e IV, apenas.

c) I, III e IV, apenas.

8 *(UFPI)* Considere o diagrama abaixo em que dois planos condutores paralelos e infinitos, separados pela distância d = 10 cm, têm densidades superficiais de cargas iguais ($-\sigma$ e $+\sigma$). A diferença de potencial entre os planos é igual a 500 V. Um próton é liberado a partir do repouso próximo ao plano de densidade superficial de carga positiva. Analise as afirmativas e assinale *V*, para as verdadeiras, ou *F*, para as falsas.



1. A intensidade do campo elétrico entre os planos vale 5,00 kV/m.
2. O plano de densidade superficial de carga positiva possui maior potencial elétrico do que o plano de densidade superficial de carga negativa.
3. O trabalho realizado pela força elétrica, quando o próton se desloca do plano de densidade superficial de carga positiva para o plano de densidade superficial de carga negativa, vale 500 eV.
4. A energia cinética do próton, ao atingir o plano de densidade superficial de carga negativa, é igual a 500 eV.

9 *(FMTM-MG)* O planeta Terra é um grande condutor esférico eletrizado negativamente com carga avaliada em $-5{,}8 \cdot 10^5$ C. Seu raio é de aproximadamente $6{,}4 \cdot 10^3$ km. Se o considerarmos isolado do universo, seu potencial elétrico será, em relação a um referencial no infinito, aproximadamente igual a:

Dado: $k_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

a) $-9 \cdot 10^2$ V d) $-4 \cdot 10^7$ V

b) $-6 \cdot 10^4$ V e) $-8 \cdot 10^8$ V

c) $-1 \cdot 10^6$ V

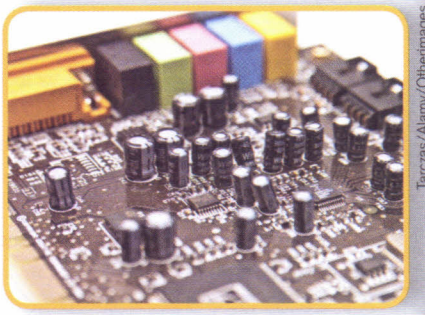
CAPÍTULO 35 – CAPACITORES

1. Capacitância de um condutor

Nesta placa-mãe de computador, o que são os componentes cilíndricos que ali aparecem?

Você imagina para que servem estes componentes eletrônicos?

Neste capítulo, você vai estudar como funcionam os capacitores e quais são algumas de suas inúmeras aplicações. Eles estão presentes na maior parte dos aparelhos eletrônicos do nosso dia a dia, em grande variedade de formas e tamanhos, e desempenham outras funções além da de armazenar carga elétrica.

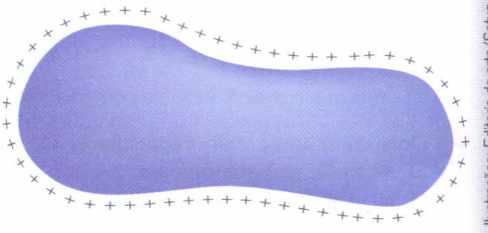


Tarczas/Alamy/Otherimages

Placa-mãe de computador.

Para começar, vamos entender o que é capacitância de um condutor, um conceito associado à capacidade de armazenar cargas elétricas.

Considere um condutor inicialmente neutro, de qualquer formato, como o da figura ao lado, que é gradativamente eletrizado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O que acontece com o potencial elétrico à medida que aumentamos a carga armazenada no corpo? Você já viu que o potencial de um condutor é diretamente proporcional à carga. Assim, o potencial vai aumentando progressivamente, enquanto o condutor é carregado eletricamente.

No entanto, essa transferência de cargas elétricas para um condutor tem limites que dependem de fatores como forma geométrica, dimensões e natureza do meio que o envolve. Ou seja, a capacidade de armazenar cargas de um condutor depende desses fatores. Isso faz que a relação entre a carga e o potencial de cada condutor seja uma constante para cada tipo, dependendo do meio em que se encontra. A capacidade de armazenar cargas é denominada **capacitância**.

A capacitância **C** de um condutor eletrizado e isolado de outros é uma grandeza escalar positiva e constante, definida como a quantidade de carga por unidade de potencial do condutor. É expressa pela razão entre a carga **Q** armazenada e o potencial elétrico **V** do condutor.

$$C = \frac{Q}{V}$$

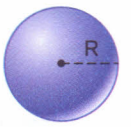
A unidade de capacitância no SI é coulomb (C)/volt (V) = farad (F), nome dado em homenagem a Michael Faraday.

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}} \Rightarrow 1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}}$$

Você já sabe que 1 coulomb é uma quantidade de carga muito grande. Pela expressão da capacitância, você pode concluir que o farad também é uma unidade muito grande.

Quando o condutor é esférico, de raio **R**, eletrizado com carga **Q** e situado no vácuo, a sua capacitância é:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{k_0 Q}{R}} \Rightarrow C = \frac{R}{k_0}$$



Condutor esférico.

Pense e Responda

• Do que depende a capacitância de um condutor esférico? Existe alguma relação de proporcionalidade entre a capacitância e o raio do condutor?

Aplicações

1 Um condutor isolado e eletrizado com carga $Q_1 = 8\ \mu C$ apresenta potencial $V_1 = 2 \cdot 10^3$ V. Calcule:

a) a capacitância do condutor;

b) a carga elétrica no condutor quando o seu potencial for $V_2 = 3 \cdot 10^3$ V.

Resolução:

Sendo $Q_1 = 8\ \mu C = 8 \cdot 10^{-6}$ C, $V_1 = 2 \cdot 10^3$ V, a capacitância é:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^3} \Rightarrow C = 4 \cdot 10^{-9}\ F \text{ ou } C = 4\ nF$$

b) A capacitância do condutor permanece constante. Logo:

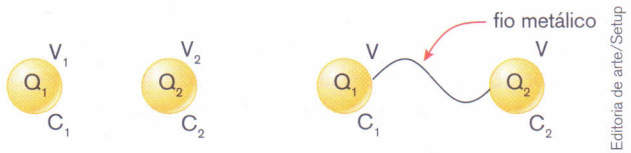
$$C = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow 4 \cdot 10^{-9} = \frac{Q_2}{3 \cdot 10^3} \Rightarrow Q_2 = 12 \cdot 10^{-6}\ C \text{ ou } Q_2 = 12\ \mu C$$

Veja que o crescimento do potencial do capacitor provoca um aumento proporcional na carga que ele armazena.

2 Dois condutores com capacitância $C_1 = 3\ \mu F$ e $C_2 = 2\ \mu F$ estão eletrizados com carga $Q_1 = 9\ \mu C$ e $Q_2 = 1\ \mu C$, respectivamente.

a) Calcule os potenciais iniciais em cada condutor.

b) Ligando-se os condutores entre si por um fio metálico de capacidade desprezível, até quando haverá troca de cargas entre eles? Qual o sentido do movimento das cargas?



Editoria de arte/Setup

c) Qual o valor da carga final em cada condutor?

Resolução:

a) Sendo $C_1 = 3\ \mu F$, $C_2 = 2\ \mu F$, $Q_1 = 9\ \mu C$ e $Q_2 = 1\ \mu C$, temos:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C}$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$V_1 = \frac{9}{3} \Rightarrow V_1 = 3\ V$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow V_2 = 0{,}5\ V$$

b) Vamos lembrar que as cargas móveis são elétrons e eles se deslocam espontaneamente no sentido dos potenciais crescentes. Ao ser efetuada a ligação elétrica entre os dois condutores, os elétrons irão se deslocar do condutor 2 (menor potencial) para o condutor 1 (maior potencial). O deslocamento dos elétrons de 2 para 1 cessa quando os potenciais dos condutores se igualam ($V_1' = V_2'$ – potencial do equilíbrio).

c) As capacitâncias não se alteram. Daí, vem:

$$V_1' = V_2' \Rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{Q_1'}{3} = \frac{Q_2'}{2} \Rightarrow Q_1' = 1{,}5Q_2'$$

Pelo princípio da conservação das cargas elétricas, temos:

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 \Rightarrow 1{,}5Q_2' + Q_2' = 9 + 1$$

$$2{,}5Q_2' = 10$$

$$Q_2' = 4\ \mu C$$

Substituindo, vem:

$$Q_1' = 1{,}5 \cdot 4 \Rightarrow Q_1' = 6\ \mu C$$

Atividades

1 Um condutor isolado e eletrizado tem carga $6 \cdot 10^{-6}$ C e potencial $5 \cdot 10^{3}$ V. Calcule:

a) a capacitância do condutor;

b) o potencial quando tiver carga $8 \cdot 10^{-6}$ C.

2 Qual é o valor da carga elétrica de um condutor de capacidade $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ F e potencial de 2000 V?

3 Um condutor esférico e isolado tem capacitância 40 pF quando está no vácuo. Sendo $k_0 = 9 \cdot 10^{9}$ N m²/C², calcule:

a) o raio desse condutor;

b) o seu potencial quando estiver eletrizado com carga Q = 8 μC.

(Dados: $Q = 6 \cdot 10^{-6}$ C; $V = 5 \cdot 10^{3}$ V.)

4 Duas esferas condutoras, *A* e *B*, muito afastadas entre si, com capacitâncias $C_A = 4$ pF e $C_B = 6$ pF, estão eletricamente carregadas com cargas $Q_A = 3$ μC e $Q_B = 5$ μC. Elas são colocadas em contato e depois afastadas uma da outra. Calcule:

a) o potencial das esferas após o contato;

b) a carga elétrica de cada esfera após o contato.

5 Dois condutores, *A* e *B*, têm raios $R_A = 2{,}0$ cm e $R_B = 6{,}0$ cm. O condutor *A* está eletrizado com carga $Q = 8{,}0 \cdot 10^{-6}$ C, enquanto *B* está neutro. Liga-se os dois condutores por meio de um fio metálico de capacidade desprezível. Calcule as novas cargas em *A* e *B*, após o equilíbrio eletrostático.

6 *(Fuvest-SP)* Dois condutores esféricos, *A* e *B*, de raios respectivos **R** e **2R**, estão isolados e muito distantes um do outro. As cargas das duas esferas são de mesmo sinal e a densidade superficial de carga da primeira é igual ao dobro da densidade de carga da segunda. Interligam-se as duas esferas por um fio condutor. Diga se ocorre passagem de carga elétrica de um condutor para outro. Justifique sua resposta.

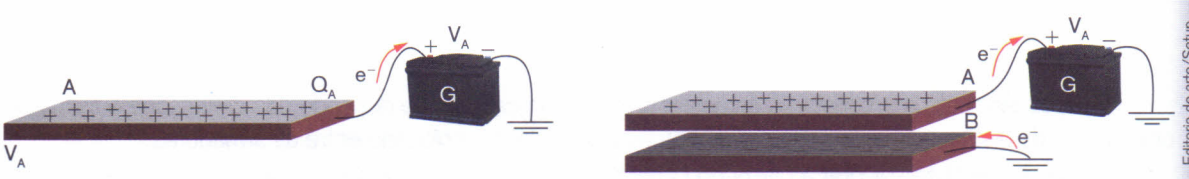
2. O que é um capacitor

Condutores isolados não possuem grande capacidade de armazenamento de cargas elétricas, pois, mesmo com uma pequena quantidade, adquirem potenciais muito altos. Dessa forma, o campo elétrico ao seu redor também é alto, e o condutor se descarrega com facilidade, o que o torna pouco indicado para o armazenamento de carga.

A presença de outro condutor, porém, devido ao fenômeno da indução, ocasiona uma diminuição no potencial do corpo próximo a ele. Assim, diminuindo-se o potencial, o condutor pode receber mais cargas elétricas, até atingir novamente o potencial limite. Ou seja, com o potencial máximo estendido, o condutor pode armazenar mais carga.

Suponha um condutor *A*, inicialmente neutro, em forma de placa e cujo potencial máximo que consegue suportar sem descarregar é $\mathbf{V_A}$. Ligamos, então, essa placa ao polo positivo de um gerador que fornece um potencial constante $\mathbf{V_G}$.

O gerador retira elétrons da placa *A*, eletrizando-a positivamente, até que esta atinja o potencial $\mathbf{V_A}$, em equilíbrio com o polo positivo do gerador. Nessa situação, a placa *A* recebeu uma carga $\mathbf{Q_A}$ e está na capacidade limite de armazenar carga.



Editoria de arte/Setup

Se, porém, aproximarmos do condutor *A* outra placa condutora *B* e ligarmos esta última à terra, elétrons começarão a vir do solo para ela, devido à indução provocada por *A*.

Essas cargas negativas em *B* fazem que o potencial da placa *A* diminua, pois em *A* passaremos a ter o potencial anterior $\mathbf{V_A}$ somado ao potencial negativo de *B* ($-\mathbf{V_B}$).

Assim, o potencial resultante em *A* é:

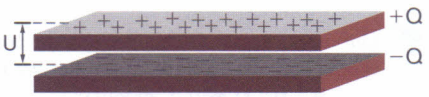
$V'_A = V_A + (-V_B)$, ou seja: $V'_A < V_A$

Nessa situação, porém, ocorre uma ddp entre a placa *A* e o gerador ($V_A - V'_A$). Com isso, este inicia a retirada de mais elétrons, até que o condutor *A* retorne ao potencial de equilíbrio $\mathbf{V_A}$. Assim, a placa *A* pôde armazenar maior quantidade de cargas ($Q'_A > Q_A$), sem descarregar-se.

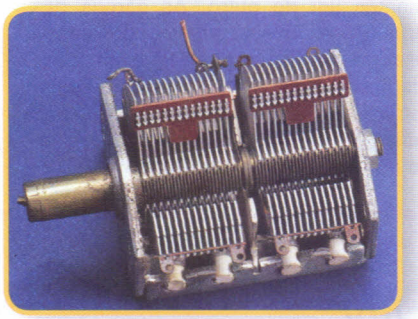
Esse é o princípio de funcionamento dos capacitores (também chamados condensadores). São dispositivos constituídos basicamente de dois condutores separados por um material isolante, como ar, papel, vidro, óleo etc., e que têm por função principal armazenar cargas elétricas.

Os condutores são chamados de armaduras ou placas, e o material isolante colocado entre eles, de dielétrico.

Um capacitor carregado adquire em cada uma de suas armaduras cargas de mesmo módulo, porém de sinais opostos. Após carregar o capacitor, o gerador pode ser desligado das armaduras. As placas se mantêm eletrizadas pelo fato de não existir nenhum condutor entre elas por onde possam passar.



De acordo com a forma das armaduras, os capacitores podem ser: planos, cilíndricos ou esféricos.



Sérgio Dotta Jr/The Next

Capacitor plano — Capacitor cilíndrico — Capacitor esférico

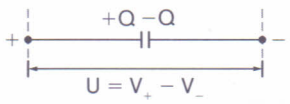
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O capacitor variável é um tipo utilizado como sintonizador. O isolante entre as placas é o ar. A área entre as placas metálicas pode ser variada, girando-se o eixo comum que as une, o que provoca também a variação da capacitância do aparelho. Essa variação torna possível sintonizar diferentes estações de rádio.

Simbolizamos um capacitor, qualquer que seja a forma de suas armaduras, com dois traços de mesmo comprimento, paralelos entre si, como mostra a figura a seguir.

A medida da capacidade de um capacitor armazenar cargas elétricas é a **capacitância C**, dada pela razão entre a carga **Q** da armadura positiva e a ddp $V_+ - V_- = U$, existente entre as armaduras. A unidade de capacitância no SI é o farad (F), como já foi visto.

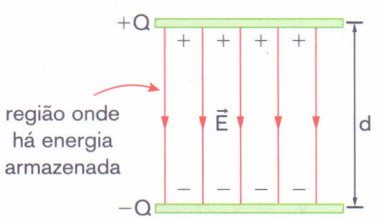
$$C = \frac{Q}{U}$$



A capacitância é uma constante característica de cada capacitor e depende das dimensões e forma de armaduras, da distância que os separa e da natureza do dielétrico colocado entre as armaduras.

É importante observar que a carga do capacitor corresponde à carga de uma de suas armaduras em valor absoluto. Como há cargas de mesmo valor e sinais contrários em cada uma das armaduras, a carga total de um capacitor é igual a zero.

Entre as placas do capacitor plano existe um campo elétrico uniforme orientado da placa positiva para a negativa. Consequentemente, nessa região há energia armazenada. Podemos, então, dizer que um capacitor armazena cargas elétricas nas armaduras e energia no espaço entre elas.

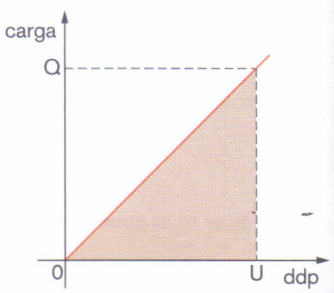


Energia armazenada por um capacitor

Nos circuitos elétricos os capacitores são utilizados como dispositivos armazenadores de energia elétrica. O gerador, ao carregar o capacitor, fornece-lhe energia potencial elétrica que poderá ser utilizada pelo circuito através da "descarga do capacitor".

Você já sabe que a carga de um capacitor varia diretamente com a ddp estabelecida entre suas armaduras. A razão entre as duas grandezas é constante e igual à capacitância do dispositivo. Não havendo ddp, a carga é zero. Assim, temos uma relação linear entre carga e tensão no capacitor.

O gráfico da carga em função da tensão entre as placas é uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas e cuja inclinação é igual à capacitância do capacitor $\left(C = \frac{Q}{U}\right)$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Observe a área do triângulo sob a reta. Vamos escrevê-la:

A = área do triângulo $\Rightarrow A = \frac{QU}{2}$

O valor da área é igual à energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor quando está carregado, ou seja: $E_p = \frac{QU}{2}$.

Lembrando que $Q = C \cdot U$ e, substituindo, podemos reescrever a energia como:

$$E_p = \frac{C \cdot U \cdot U}{2} \Rightarrow E_p = \frac{CU^2}{2}$$

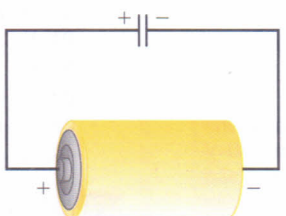
Assim, conhecendo a capacitância, podemos determinar a energia armazenada em diferentes tensões das placas.

Pense e Responda

• A energia potencial elétrica armazenada por um capacitor depende de quais grandezas físicas? A energia potencial elétrica é diretamente proporcional à diferença de potencial entre as armaduras?

Aplicações

1 Um capacitor ligado aos terminais de uma pilha de 3 V adquire carga de 6 μC.



a) Calcule a capacitância do capacitor.

b) Se o mesmo capacitor for ligado a uma pilha de 1,5 V, qual será agora a sua capacitância? E a carga elétrica adquirida?

Resolução:

a) Dados $U = 3\ V$ e $C = 6\ \mu C = 6 \cdot 10^{-6}\ C$, a capacitância é:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow C = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3} \Rightarrow C = 2 \cdot 10^{-6}\ F \text{ ou } C = 2\ \mu F$$

b) A capacitância permanece a mesma, pois é uma constante característica de cada capacitor. Desse modo, a carga adquirida será:

$$C = \frac{Q'}{U} \Rightarrow 2 \cdot 10^{-6} = \frac{Q'}{1,5} \Rightarrow Q' = 3 \cdot 10^{-6}\ C \text{ ou } Q' = 3\ \mu C$$

2 Um desfibrilador clínico utilizado por uma equipe cardiológica de emergência é formado essencialmente por um capacitor de capacitância 70 μF e opera na tensão de 5 000 V.

a) Calcule a energia armazenada no capacitor do aparelho.

b) Se 275 J da energia calculada no item anterior for transferida, em 2 ms, ao paciente, vítima de uma parada cardíaca, qual o valor da potência do pulso enviado?

Resolução

a) Sendo $C = 70\ \mu F = 70 \cdot 10^{-6}\ F$ e $U = 5000\ V$, a energia armazenada no capacitor é:

$$E_p = \frac{CU^2}{2} \Rightarrow E = \frac{70 \cdot 10^{-6} \cdot (5 \cdot 10^3)^2}{2} \Rightarrow E_p = 875\ J$$

b) Sendo $\Delta t = 2{,}0\ ms = 2 \cdot 10^{-3}\ s$, a potência do pulso enviado é:

$$P = \frac{E_p}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{275}{2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow P = 13750\ W \text{ ou } P = 137{,}5\ kW$$

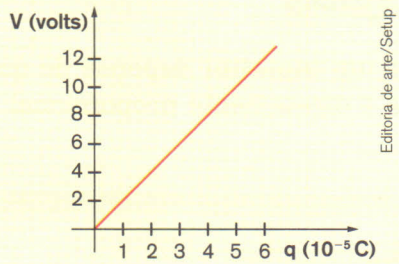
Atividades

1 Um capacitor, ligado aos terminais de uma bateria de 12 V, armazena carga de 60 nC. Calcule:

a) a capacitância do capacitor;

b) a energia potencial armazenada.

2 *(UFPE)* O gráfico a seguir representa a variação da diferença de potencial entre as placas de um capacitor plano de placas paralelas e capacitância igual a $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ F, quando carregado de uma carga inicial $q_i = 0$ até uma carga final $q_f = 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ C. Qual o valor, em unidades de 10^{-5} J, da energia armazenada no capacitor?



Editoria de arte/Setup

3 *(Uespi-PI)* Um capacitor de capacitância $1\ \mu F = 10^{-6}$ F é mantido sob uma tensão de 2 V. A energia potencial eletrostática armazenada no capacitor vale, em joules.

a) 10^{-6} c) $4 \cdot 10^{-6}$ e) $8 \cdot 10^{-6}$

b) $2 \cdot 10^{-6}$ d) $6 \cdot 10^{-6}$

4 *(UFPB)* Um capacitor é carregado por uma bateria até atingir uma diferença de potencial de 600 V entre suas placas. Em seguida, essas placas são desligadas da bateria e interligadas através de um resistor (dispositivo que transforma energia elétrica em calor) até que o capacitor esteja totalmente descarregado. Durante o processo de descarga, a quantidade total de calor produzida no resistor é 0,9 J. Calcule:

a) a capacitância deste capacitor;

b) a carga neste capacitor, quando a diferença de potencial entre suas placas for de 150 V.

5 *(UFPR)* Alguns donos de carro modificam seus veículos instalando potentes sistemas de som que necessitam de uma grande quantidade de energia elétrica para funcionar. Para suprir essa energia, sem descarregar prematuramente a bateria do carro, eles instalam capacitores de grande capacitância, os quais funcionam como baterias auxiliares. Considere que um desses capacitores, de capacitância C = 4,0 F, foi instalado num veículo. Determine a energia potencial elétrica armazenada nesse capacitor quando ele estiver completamente carregado e sujeito a uma diferença de potencial U = 12,0 V.

6 *(UFC-CE)* Uma esfera de 20 mm de raio é carregada eletricamente até um potencial de 4 V. Uma segunda esfera, de raio não conhecido, é também carregada até um potencial de 2 V. As esferas, que estão no vácuo e separadas por uma distância razoavelmente grande, são então ligadas por um fio condutor de capacitância desprezível. Sabendo que o potencial de equilíbrio após a ligação é de 2,5 V, determine, em mm, o raio da segunda esfera.

7 *(UFPB)* Considere dois capacitores (*A* e *B*) isolados, com capacitâncias $\mathbf{C_A}$ e $\mathbf{C_B}$, respectivamente, com $C_A > C_B$. Nesse contexto, a diferença de potencial entre as placas do capacitor *A* é representada por $\mathbf{V_A}$ e a do capacitor *B*, por $\mathbf{V_B}$; a carga do capacitor *A* é representada por $\mathbf{Q_A}$ e a do capacitor *B*, por $\mathbf{Q_B}$. Com base nessas informações, identifique as proposições verdadeiras:

01. $V_A > V_B$ quando $Q_A = Q_B$.
02. $Q_A > Q_B$ quando $V_A = V_B$.
04. C_A e C_B dependem de Q_A e Q_B.
08. V_A duplica quando Q_A é duplicado.
16. C_A e C_B independem de V_A e V_B.

8 *(UEFS-BA)* Para salvar uma vítima de um tipo bastante comum de ataque cardíaco, pode-se usar um aparelho denominado desfibrilador, que contém um capacitor de 70 μF, carregado de 5 kV. Sob essa tensão, a carga elétrica e a energia armazenada nesse capacitor são, respectivamente, iguais a:

a) $7{,}0 \cdot 10^{-5}$ C e $6{,}0 \cdot 10^{3}$ J

b) $5{,}0 \cdot 10^{3}$ C e $8{,}75 \cdot 10^{2}$ J

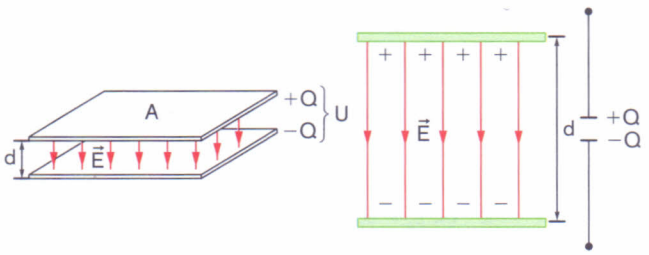
c) $8{,}75 \cdot 10^{2}$ C e $7{,}0 \cdot 10^{-5}$ J

d) $5{,}0 \cdot 10^{3}$ C e $3{,}5 \cdot 10^{-1}$ J

e) $3{,}5 \cdot 10^{-1}$ C e $8{,}75 \cdot 10^{2}$ J

3. Capacitor plano

É um capacitor formado por placas planas condutoras iguais, paralelas e próximas umas das outras, separadas por um dielétrico.



A capacitância **C** de um capacitor plano é diretamente proporcional à área **A** das armaduras ($C \propto A$), inversamente proporcional à distância **d** entre estas $\left(C \propto \frac{1}{d}\right)$, e varia com a natureza do dielétrico **ε** colocado entre as armaduras.

Essa condição pode ser expressa por:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

A constante de proporcionalidade **ε**, determinada experimentalmente, caracteriza a natureza do dielétrico instalado entre as armaduras e é denominada **permitividade** (ou **permissividade**) absoluta do dielétrico. Corresponde ao produto da permitividade do vácuo, ε_0, pela constante dielétrica **k** do elemento isolante. Ou seja:

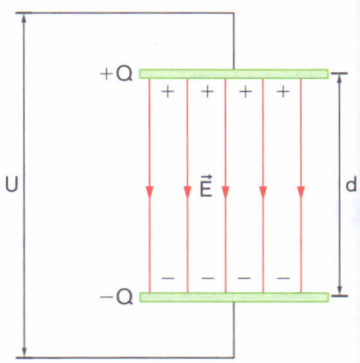
$\varepsilon = \varepsilon_0 k = 8{,}8 \cdot 10^{-12}$ F/m

No capítulo 32 falamos sobre a constante dielétrica e a permissividade do vácuo. Essa última tem como unidade de medida C^2/Nm^2. Agora a mesma grandeza aparece expressa em F/m. Você pode verificar que essas unidades são equivalentes:

$$\frac{C^2}{Nm^2} = \frac{F}{m}$$

Observe que o campo elétrico formado entre as placas de um capacitor plano pode ser considerado uniforme, com exceção das regiões próximas às bordas, onde as linhas de força apresentam um encurvamento.

No nosso estudo, esse encurvamento das bordas não será considerado; vamos assumir o campo uniforme em todo espaço entre as placas. Nesse caso, vale a relação:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

$$U = Ed$$

em que **U** representa a tensão entre as placas, **E** é o campo elétrico, e **d** é a distância entre elas.

Pense e Responda

• Considere um capacitor plano cujo espaço entre as placas é preenchido por um material de constante dielétrica **k**. Indique como podemos diminuir a capacitância desse capacitor.

Aplicação

Um capacitor plano tem armaduras de área 0,1 m^2, separadas pela distância de 1 cm. O dielétrico é o vácuo e a diferença de potencial entre as armaduras é 100 V. Sendo $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m, calcule:

a) a capacitância do capacitor, se entre as armaduras existe vácuo, cuja permissividade absoluta é $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m;

b) a carga de cada armadura;

c) a nova capacitância do capacitor, quando se intercala, entre as armaduras, uma lâmina de vidro, cuja constante dielétrica vale 6.

Resolução:

Dados: $A = 0{,}1\ m^2$; $d = 1\ cm = 10^{-2}\ m$; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ F/m$; $U = 100\ V$

a) A capacitância é:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}1}{10^{-2}} \Rightarrow C = 8{,}85 \cdot 10^{-11}\ F \text{ ou } C = 88{,}5\ pF$$

b) A carga em cada armadura é:

$$Q = CU \Rightarrow Q = 8{,}85 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \Rightarrow Q = 8{,}85 \cdot 10^{-9}\ C \text{ ou } Q = 8{,}85\ nC$$

c) A permissividade absoluta do vidro é:

$$\varepsilon_{vidro} = \varepsilon_0 k \Rightarrow \varepsilon_{vidro} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \Rightarrow \varepsilon_{vidro} = 5{,}31 \cdot 10^{-11}\ \frac{F}{m}$$

A nova capacitância será:

$$C' = \varepsilon_{vidro} \frac{A}{d} \Rightarrow C' = \frac{5{,}31 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}1}{10^{-2}} \Rightarrow C' = 5{,}31 \cdot 10^{-10}\ F \text{ ou } C' = 531\ pF$$

Atividades

1 Um capacitor plano a vácuo possui armaduras com área de 0,1 m^2, separadas por uma distância de 4 cm. A ddp entre as armaduras é 1 000 V. Calcule:

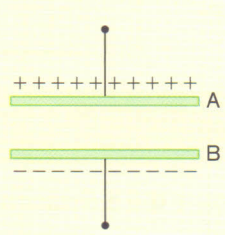
a) sua capacidade;

b) sua carga;

c) sua energia potencial.

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

2 *(UFPR)* Considere um capacitor composto por duas placas condutoras paralelas que está sujeito a uma diferença de potencial de 100 V, representado na figura abaixo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

É correto afirmar:

01) O potencial elétrico na placa *A* é maior que na placa *B*.

02) Entre as placas há um campo elétrico cujo sentido vai da placa *B* para a placa *A*.

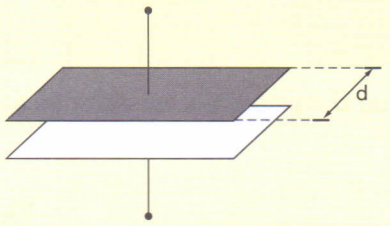
04) Se a capacitância deste capacitor for igual a 1,00 μF, a carga elétrica em cada placa terá módulo igual a 10,0 μC.

08) Um elétron que estiver localizado entre as placas será acelerado em direção à placa *A*.

16) Se a distância entre as placas for reduzida à metade, a capacitância do capacitor irá duplicar.

32) Este capacitor pode ser usado como um elemento para armazenar energia.

3 *(UEPB)* Num teclado de computador, cada tecla contém uma pequena placa metálica fixa e outra móvel que, conjuntamente, funcionam como um capacitor de placas planas e paralelas, no ar, como mostra a figura. Quando pressionamos qualquer tecla, a distância entre as placas diminui, a capacitância aumenta e um circuito eletrônico detecta o novo valor da capacitância e, consequentemente, a tecla que foi pressionada.

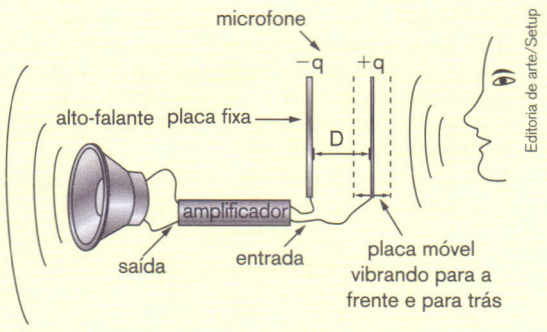


Considere que a área de cada placa é igual a 50,0 mm^2, que a distância entre elas, antes da tecla ser pressionada, vale 1,0 mm e que o circuito eletrônico só é capaz de detectar capacitâncias com um acréscimo de, no mínimo,

$1{,}05 \cdot 10^{-12}$ F/m. A distância máxima (**d**), entre as placas, para que uma tecla possa ser detectada, em milímetros, é:

a) 0,9 b) 0,7 c) 0,3 d) 0,5 e) 1,0

4 *(UFMS)* Microfones são dispositivos eletrônicos que têm a finalidade de captar sinais sonoros e convertê-los em sinais elétricos. Esses sinais elétricos podem ser enviados para a entrada de um amplificador, e após serem amplificados, podem ser enviados para um alto-falante em que novamente são convertidos em sinais sonoros. Alguns microfones são construídos com eletretos, que nada mais são que um capacitor de placas paralelas; o som incide sobre a superfície de uma das placas, fazendo-a vibrar em torno de uma posição de equilíbrio, e como a outra placa permanece fixa a distância **D** entre elas varia com as vibrações, mudando as características capacitivas do capacitor. A figura mostra um locutor falando em um microfone de eletretos, representado por um capacitor de placas paralelas e carregado com uma carga constante **q**; entre essas placas, existe vácuo. À medida que o locutor fala sobre a placa móvel do capacitor, essa placa vibra para frente e para trás, as características capacitivas desse capacitor se alteram, e os sinais elétricos são enviados para a entrada do amplificador. Com relação ao funcionamento do capacitor e com fundamentos nos conceitos físicos da eletrostática e de ondas sonoras, é correto afirmar:



Editoria de arte/Setup

01) Como as cargas $+q$ e $-q$ permanecem constantes enquanto a placa vibra, a diferença de potencial **V**, nos terminais do capacitor, também permanece constante.

02) Quando a distância **D** entre as placas aumenta, a capacitância do capacitor diminui.

04) Quando a distância **D** entre as placas aumenta, o campo elétrico entre as placas diminui.

08) A placa móvel vibra devido às compressões e rarefações produzidas pelas ondas sonoras no meio material existente entre o locutor e o microfone.

16) Se o capacitor estiver descarregado, nenhum sinal elétrico será transmitido para a entrada do amplificador.

Mais Atividades

1 *(Unimontes-MG)* A rigidez dielétrica de um meio é o campo elétrico acima do qual o meio se torna condutor. Para o ar seco, o valor da rigidez dielétrica é da ordem de 10^6 V/m. Numa tempestade, a umidade do ar é bastante alta, modificando a rigidez dielétrica do ar. Vamos considerar que seu valor seja reduzido à metade, chegando a $5 \cdot 10^5$ V/m. Durante a tempestade, um relâmpago típico libera uma enorme quantidade de energia potencial elétrica. As cargas fluem de uma nuvem até o solo, numa taxa da ordem de 10^5 coulombs, por exemplo. A energia potencial elétrica por coulomb, liberada nesse processo, ou seja, a diferença de potencial elétrico entre a nuvem e o solo, pode superar 10^8 V. Nesse caso, considerando o valor de $5 \cdot 10^5$ V/m para a rigidez dielétrica do ar úmido e de $2{,}5 \cdot 10^8$ V para a ddp entre o solo e a nuvem, estima-se que a altura da nuvem, em relação ao solo, é:

a) 1 000 m c) 500 m
b) 1 400 m d) 1 700 m

2 *(UFU-MG)* Um capacitor, de capacitância desconhecida, tem sido usado para armazenar e fornecer energia a um aparelho de TV. O capacitor é carregado com uma fonte de 1 000 V, armazenando uma carga de 10 C. O televisor funciona num intervalo de diferença de potencial entre 80 V e 260 V. Quando ocorre falta de energia liga-se o capacitor ao televisor e este consegue funcionar durante cerca de 5 minutos. A carga que fica armazenada no capacitor, no instante em que o televisor deixa de funcionar, é de:

a) 1 C c) 2,6 C e) 42 C
b) 10 C d) 0,8 C

3 *(UFS-SE)* Dois condutores esféricos, cujos diâmetros valem 2,0 cm, estão eletricamente neutros, no vácuo. São retirados $5{,}0 \cdot 10^{14}$ elétrons de um deles e transferidos para o outro.

Dados: carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; constante eletrostática no vácuo $= 9{,}0 \cdot 10^9$ Nm²/C².

Analise as afirmações que seguem.

01. Os dois condutores ficam eletrizados com cargas iguais a $8{,}0 \cdot 10^{-5}$ C.

11. A capacitância eletrostática de cada condutor vale $4{,}5 \cdot 10^{-11}$ F.

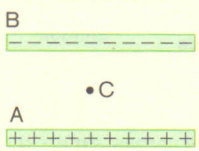
22. O potencial elétrico de cada condutor vale, em relação ao do infinito, $7{,}2 \cdot 10^4$ V.

33. Afastando os dois condutores até que seus centros distem 10 cm, eles se atrairão com força de intensidades $5{,}76 \cdot 10^3$ N.

44. Se cada condutor for isolado de outros corpos eletrizados, o módulo do vetor campo elétrico no seu interior será nulo.

4 *(FMCA-SP)* Uma partícula de massa **m** e carga **q** foi abandonada num ponto *C* situado entre as placas de um capacitor plano, carregadas e dispostas horizontalmente, conforme mostra a figura. A intensidade do campo elétrico é **E** e o meio entre as placas é o vácuo.

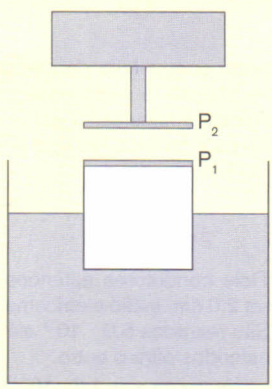
Dados: $g = 10\ m/s^2$; $m = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ kg$; $q = +3{,}0 \cdot 10^{-9}\ C$; $E = 8{,}0 \cdot 10^5\ V/m$.



a) Represente, nomeie e calcule as forças que atuam sobre a partícula. Determine o sentido do movimento adquirido pela partícula.

b) Determine a aceleração da partícula. Suponha que a distância entre as placas é igual a $3 \cdot 10^{-4}$ m. Qual a velocidade final da partícula ao atingir a placa *B*?

5 *(IME-RJ)* A figura ilustra um cubo de madeira parcialmente submerso em um líquido de densidade μ. Sua face superior está coberta por uma placa metálica quadrada P_1. Uma placa idêntica P_2, fixada em um suporte, forma com a primeira um capacitor de placas paralelas. As placas estão carregadas com uma carga **Q**, havendo entre elas uma capacidade **C** e uma tensão elétrica **V**, armazenando o capacitor uma energia **E**. Se o líquido for substituído por igual quantidade de outro com densidade maior, a capacitância (I), a tensão entre as placas (II) e a energia armazenada (III).



A opção que corresponde ao preenchimento correto das lacunas (I), (II) e (III) é:

	(I)	(II)	(III)
a)	aumenta	aumenta	aumenta
b)	aumenta	diminui	aumenta
c)	aumenta	diminui	diminui
d)	diminui	aumenta	aumenta
e)	diminui	diminui	diminui

6 *(UEM-PR)* Considere um capacitor de placas paralelas com vácuo entre as placas. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s). Considere a permissividade elétrica no vácuo $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}\ Nm^2/C^2$.

01) No capacitor, os valores nominais (**C** e **V**) especificam a capacidade e a máxima diferença de potencial que esse suporta sem romper sua rigidez dielétrica.

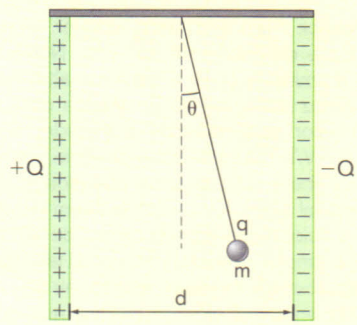
02) Quando o capacitor está completamente carregado, o campo elétrico entre as placas do capacitor é nulo.

04) Para um capacitor com placas de área $S = 150{,}0\ cm^2$ e uma distância entre elas de 0,5 mm, a capacidade do capacitor é $26{,}7 \cdot 10^{-11}$ F.

08) Se ligarmos o capacitor a uma bateria, a carga máxima que pode ser armazenada no mesmo depende da diferença de potencial fornecida pela bateria.

16) A carga máxima que pode ser armazenada em um capacitor com valores nominais de $10{,}0 \cdot 10^{-12}$ F e 5 V é $5{,}0 \cdot 10^{-11}$ C e a energia potencial acumulada no capacitor, nessa condição, é $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ J.

7 *(Ufop-MG)* Considere um pequeno condutor esférico, de massa $m = 0{,}1$ kg e carga $q = 10^{-2}$ C, pendurado por um fio isolante inextensível, de comprimento ℓ, entre duas placas de um capacitor de placas planas e paralelas, cuja área é $S = 1\ m^2$ e cuja distância entre as placas é $d = 0{,}5$ m, conforme a figura abaixo. As placas são mantidas a uma diferença de potencial de $U = 50$ V.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

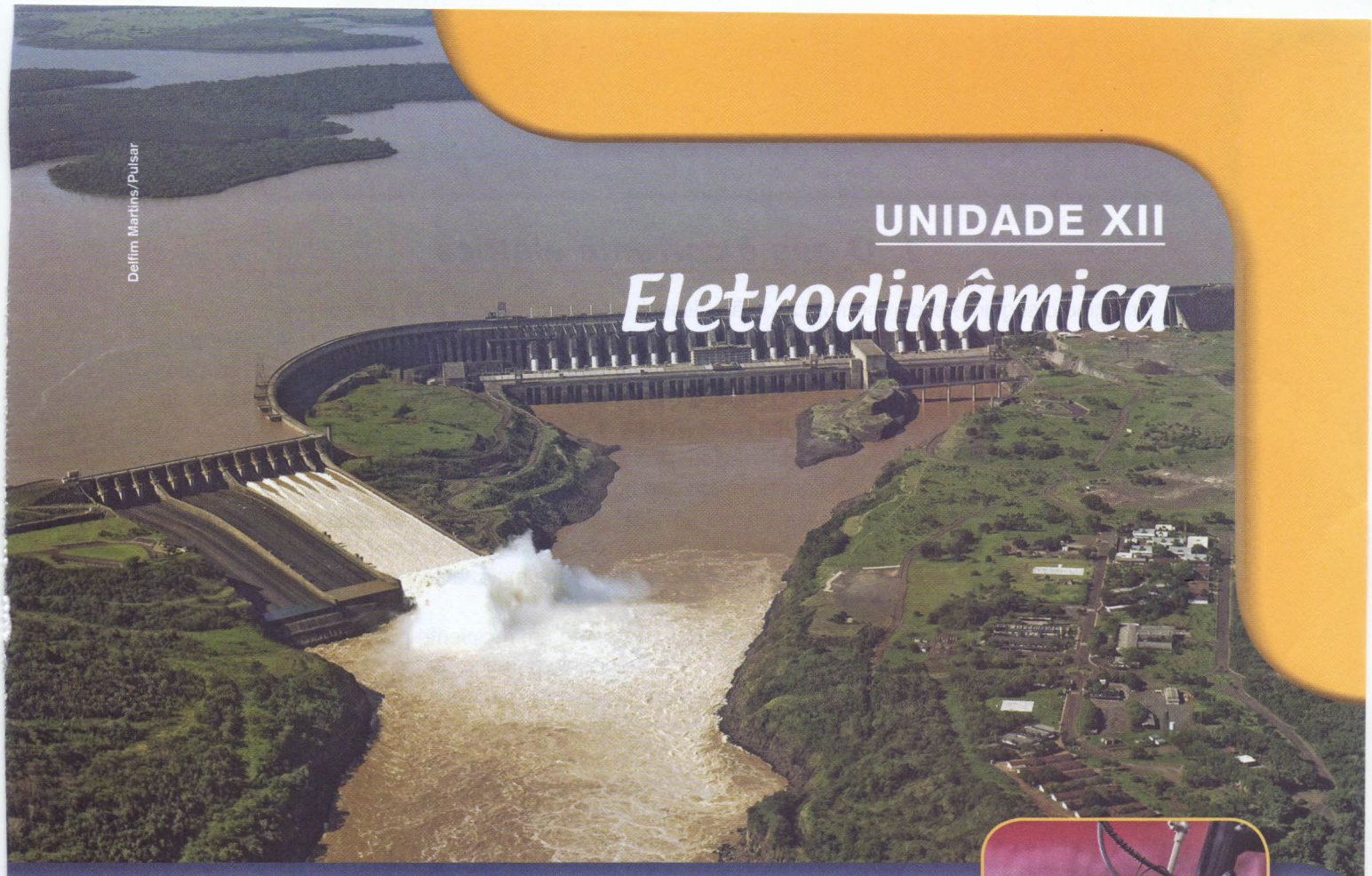
Dado que o condutor está em equilíbrio estático e que $g = 10\ m/s^2$ e

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m, calcule:

a) o ângulo θ;

b) a capacitância **C** do capacitor;

c) a carga **Q** do capacitor.



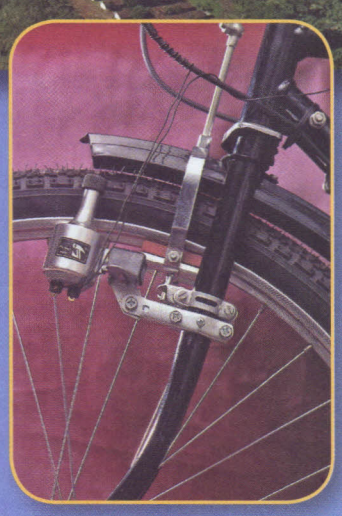
Delfim Martins/Pulsar

UNIDADE XII

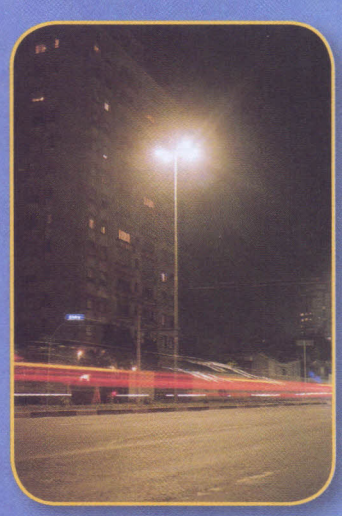
Eletrodinâmica

Nosso dia a dia está repleto de dispositivos que funcionam ligados a uma tomada, a pilhas e baterias ou, ainda, a dínamos. Lâmpadas elétricas, geladeiras, veículos, telefones celulares... quase tudo é movido ou utiliza a eletricidade para entrar em operação. Mas como a eletricidade é produzida? Como pode ser transferida das hidrelétricas até nossas casas, às vezes atravessando mais de um estado da nação? Nesta unidade, estudaremos os circuitos elétricos e o poder das cargas elétricas quando estão em movimento ordenado. Veja alguns exemplos de aplicações das correntes elétricas.

Uma usina hidrelétrica e o dínamo da bicicleta são exemplos de geradores eletromecânicos que transformam a energia mecânica em elétrica. Os cabos de alta-tensão são usados para transportar energia elétrica por grandes distâncias, das represas às cidades e nossas casas. A luz artificial, produzida pela corrente elétrica, mudou nossa forma de vida, aumentando nosso período de atividade. A portabilidade dos telefones, graças à possibilidade de armazenamento e conversão de energia das baterias, transformou a comunicação entre as pessoas.



Sérgio Dotta Jr/The Next



Sérgio Dotta Jr/The Next

CAPÍTULO 36 – CORRENTE ELÉTRICA

1. O que é corrente elétrica

Imagine o seguinte experimento, caso não disponha de instrumentos para fazê-lo.

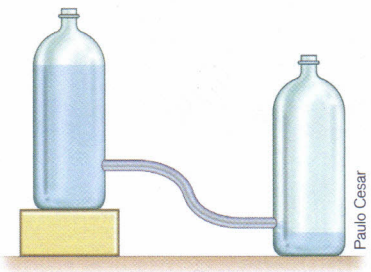
Você tem duas garrafas plásticas, ambas com um pequeno furo na lateral inferior, suficientes para passar uma mangueira flexível. Uma extremidade da mangueira encontra-se inserida na primeira garrafa, e a outra extremidade, na segunda. Ambas as garrafas são preenchidas com a mesma quantidade de água, até um pouco acima do furo, portanto, a mesma altura de água.

Você acabou de construir imaginariamente (ou não) dois vasos comunicantes. Os furos em que está a mangueira encontram-se bem vedados, de modo que não escapa água por eles.

Agora, pense no que acontece se você deixar uma das garrafas com o nível de água um pouco acima da outra. Haverá movimento da água? Para onde ela deve se movimentar, para a outra? Você percebe a ação de uma força de campo nesse processo? É a força da gravidade que movimenta a água e provoca um fluxo de água da maior para a menor altura.

A vazão da água, isto é, a quantidade de líquido que sai de um recipiente para outro na unidade de tempo, aumenta ou diminui quando você aumenta a diferença de potencial entre ambos?

Você sabe que, se não fornecer mais água à garrafa que está no nível mais alto, o fluxo deixará de existir. O fornecimento contínuo de água pode ser conseguido instalando uma bomba hidráulica. Teremos então um circuito hidráulico.


Paulo Cesar

Mas o que tudo isso tem a ver com eletricidade? Esse é um recurso muito usado em Física. Procura-se um fenômeno que conhecemos e podemos ver para explicar, por analogia, outro que não vemos, mas que aparentam semelhanças.

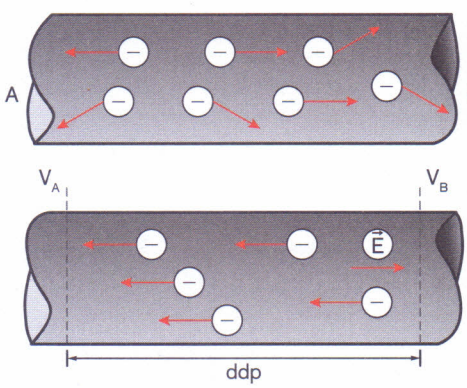
Você estudou que as cargas se movimentam no interior dos condutores. Viu também que as primeiras descobertas da condução da eletricidade levaram os cientistas a pensar que se tratava de dois fluidos e, mais tarde, de um único fluido. Assim, com o modelo do fluido eles tentaram explicar o que acontecia no interior da matéria para existir a condução. Depois, descobriram que as cargas em movimento são, na verdade, elétrons dos átomos do material condutor, os chamados **elétrons livres**, que ficam na última camada eletrônica e, por isso, são menos atraídos pelo núcleo. Os cientistas perceberam, então, que havia um movimento ordenado de cargas, devido à diferença de potencial entre dois pontos dos condutores. Esse fluxo ordenado de cargas é o que se chama **corrente elétrica**, nome que faz alusão à corrente de um fluido.

Para que haja movimento de cargas é preciso que se estabeleça um campo elétrico no condutor, da mesma forma que a água dentro do encanamento que vem da caixa está sob a ação do campo gravitacional.

O que acontece nos fios de eletricidade da sua casa quando você liga o interruptor de luz e a lâmpada se acende?

Observe a figura abaixo, em que está representado o trecho AB de um fio metálico ampliado. Você já sabe que, por ser condutor, o fio contém grande quantidade de elétrons livres, cerca de 10^{22} por centímetro cúbico. Esses elétrons estão sempre em movimento no interior do condutor, mas de maneira desordenada.

Quando estabelecemos entre os pontos *A* e *B* uma diferença de potencial $V_A - V_B$ ($V_A > V_B$), o interior desse trecho passa a ser preenchido por um campo elétrico. Esse campo elétrico é orientado do maior para o menor potencial. Os elétrons livres do material ficam, então, sob a ação do campo, que sobre eles exerce força capaz de movimentá-los no sentido do menor para o maior potencial, portanto sentido oposto ao do campo. Com isso, o movimento de elétrons dentro do fio passa a ser "ordenado".



Editoria de arte/Setup

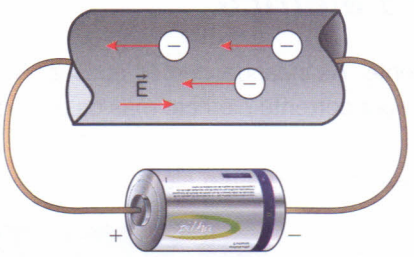
Esse movimento "ordenado" dos elétrons livres, ou seja, a corrente elétrica, é mantido por uma fonte de tensão (ddp) – por exemplo, uma pilha ou uma bateria.

Pense e Responda

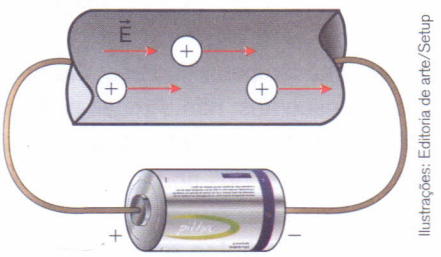
• A analogia com o sistema hidráulico vale para explicar o sentido do movimento dos elétrons num fio? Esse movimento corresponde ao da água no canudo?

Sentido convencional da corrente elétrica

Nos condutores metálicos, a corrente elétrica é formada pelo fluxo de elétrons livres que se desloca do menor para o maior potencial, isto é, no sentido contrário ao do campo elétrico no interior do condutor. Esse seria, normalmente, o sentido real da corrente elétrica nos metais. Entretanto, por razões históricas e também porque não há inconveniente prático, adotou-se como sentido da corrente o que corresponde ao sentido do campo elétrico $\vec{E}$ no interior do condutor.



Sentido do fluxo dos elétrons livres no condutor.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

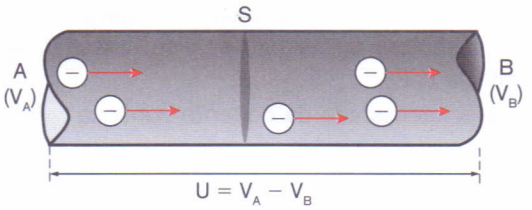
Sentido adotado para a corrente elétrica: sentido contrário ao dos elétrons livres, como se fosse um fluxo de cargas positivas com o mesmo módulo que o fluxo dos elétrons livres.

Assim, sempre que tratarmos de corrente elétrica, estaremos usando o sentido convencional, ou seja, o mesmo do campo elétrico no interior do condutor.

Intensidade da corrente elétrica

Num circuito hidráulico é interessante determinar a vazão de um líquido, por exemplo, para saber quanto tempo será necessário para preencher um determinado reservatório. Da mesma forma, é importante determinar a intensidade da corrente elétrica, ou seja, quantas cargas atravessam um fio por unidade de tempo.

Para calcular a intensidade da corrente, vamos considerar o condutor metálico de seção normal S. Entre os pontos A e B desse condutor há uma diferença de potencial $U = V_A - V_B$.



Suponha que num intervalo de tempo Δt passe pela seção normal S uma quantidade de carga de módulo ΔQ.

Nesse caso, o fluxo de carga é a relação entre a quantidade de carga que atravessa a seção S e o intervalo de tempo em que está sendo feita a medida. Esse fluxo define o que se chama **intensidade média da corrente elétrica** i_m, ou seja, é a razão:

$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Se a intensidade de corrente não variar com o tempo, a intensidade média i_m será a mesma em todos os instantes e, então, poderemos falar apenas em **intensidade de corrente elétrica i**. Já sabemos que a quantidade de carga é um múltiplo da carga elementar, isto é, $\Delta Q = ne$. Em vista disso, tem-se:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t}$$

Considere uma situação hipotética, em que a seção de um fio seja atravessada por um total de cargas de 1 C, em 1 s. Nesse caso, teremos a medida da intensidade de corrente de 1 C/s. Essa é a unidade de corrente no SI definida como **ampère**, nome dado em homenagem ao físico francês André-Marie Ampère, e cujo símbolo é **A**. Assim:

$$1\text{ampère} = 1\ \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}} \Rightarrow 1\text{A} = 1\ \frac{\text{C}}{\text{s}}$$

Nos circuitos eletrônicos, é comum o emprego de submúltiplos do ampère: o miliampère – (mA) = 10^{-3} A – e o microampère – (μA) = 10^{-6} A.

B. Crowell. 1920. Coleção particular

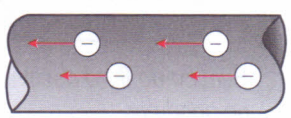
André-Marie Ampère (1775-1836), físico e matemático francês.

2. Natureza da corrente elétrica

Compare uma lâmpada fluorescente com uma incandescente. As incandescentes possuem um filamento, as fluorescentes, não. Ambas podem ser atravessadas por corrente elétrica, mas os portadores de carga são diferentes em cada um dos tipos.

Quanto à natureza dos portadores de carga, podemos classificar a corrente elétrica em três tipos: eletrônica, iônica e mista.

- **Corrente eletrônica** é aquela constituída pelo deslocamento de elétrons livres. Ocorre nos metais, como o filamento de tungstênio das lâmpadas, e também no vácuo, como em tubos de raios catódicos (ou tubos de televisão convencional) e nas válvulas eletrônicas.



A corrente eletrônica ocorre nos metais.

- **Corrente iônica** é aquela constituída pelo deslocamento de íons positivos e negativos, que se movem ao mesmo tempo em sentidos opostos. Ocorre nas soluções eletrolíticas (soluções de ácidos, bases e sais).
- **Corrente mista** é aquela constituída pelo movimento de elétrons livres e pelo fluxo de íons positivos. Essa corrente é iônica e eletrônica ao mesmo tempo. Ocorre no interior dos tubos de lâmpadas fluorescentes.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Corrente elétrica contínua e alternada

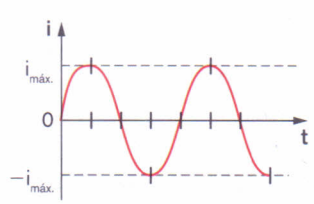
Pilhas e baterias fornecem correntes de intensidade constante que movimentam os elétrons livres sempre no mesmo sentido. Esse tipo de corrente é chamada **contínua** (CC).

O gráfico ao lado representa a intensidade da corrente contínua em função do tempo.

Na corrente contínua, a intensidade não varia com o tempo.

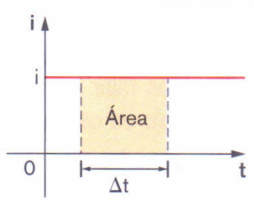
Outro tipo de corrente, usada em casa, quando ligamos aparelhos à tomada, é chamada **corrente alternada** (CA). Provém das usinas geradoras e recebe esse nome porque os elétrons livres, em vez de se deslocar, oscilam em movimento harmônico simples (MHS) numa frequência definida (50 Hz ou 60 Hz). A intensidade da corrente alternada varia periodicamente obedecendo a uma lei matemática senoidal.

O gráfico ao lado representa a intensidade da corrente alternada em função do tempo.



Na corrente alternada, a intensidade varia de forma senoidal com o tempo.

Como no caso da corrente contínua, a área S sob a curva é igual à quantidade de carga elétrica ΔQ que atravessa a seção do condutor no intervalo de tempo Δt. Essa propriedade é sempre válida, mesmo quando a intensidade de corrente varia.



$$\text{área} = \Delta Q$$

Detalhes sobre...

A FORÇA QUE ATUA SOBRE OS ELÉTRONS LIVRES

Tal velocidade, que em média está sendo considerada constante, pode parecer contraditória com o fato de que sobre os elétrons livres atua uma força de natureza elétrica que, conforme mencionado, os acelera na **direção** do campo. Contudo, é necessário levar em conta que, durante seu movimento de avanço, os elétrons se chocam uns com os outros e também com os íons da rede. Esse processo pode ser compreendido admitindo-se que uma outra força de sentido oposto ao da força elétrica também atua sobre os elétrons livres. Desse modo, o movimento dos elétrons livres no fio se dá sob ação de dois tipos de força: a do campo elétrico, responsável pela velocidade de avanço, e a força devida aos choques. Essa força é análoga ao atrito viscoso de um objeto que se move no interior de um fluido, tal como aquela do ar em um paraquedas.

GREF – Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. *Física 3 – Eletromagnetismo*. 3. ed. São Paulo: Edusp, 1998. p. 59.

Aplicações

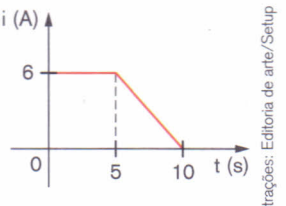
1 Um fio condutor é percorrido por uma corrente elétrica constante de 0,8 A. Calcule, em coulombs, a carga que atravessa uma secção reta do condutor, em meio minuto.

Resolução:

Sendo $i = 0{,}8\ A$ e $\Delta t = 0{,}5\ min = 30\ s$, a carga que atravessa a secção do condutor é:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{\Delta Q}{30} \Rightarrow \Delta Q = 24\ C$$

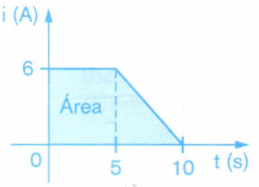
2 Uma corrente elétrica num condutor tem intensidade que varia com o tempo de acordo com o gráfico. Qual o valor da quantidade de carga que atravessa o condutor no intervalo de 0 a 10 s?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

A área do trapézio sob o gráfico representa a quantidade de carga que percorre o condutor.

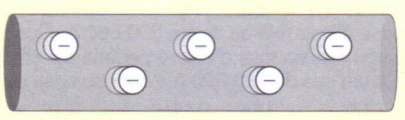


$$\text{área} = \Delta Q = (10 + 5) \cdot \frac{6}{2} \Rightarrow \Delta Q = 45\ C$$

Atividades

1 *(UFSC)* Um fio condutor é percorrido por uma corrente elétrica constante de 0,25 A. Calcule, em coulombs, a carga que atravessa uma seção reta do condutor, num intervalo de 160 s.

2 A figura representa elétrons que se movimentam para a direita em um fio metálico. Qual é o sentido da corrente elétrica e do campo elétrico no interior do fio?

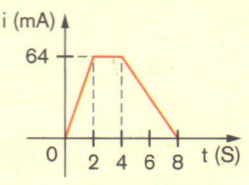


3 *(IME-RJ)* A intensidade da corrente elétrica em um condutor metálico varia, com o tempo, de acordo com o gráfico abaixo. Sendo a carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, determine:

a) a carga elétrica que atravessa uma secção do condutor em 8 s;

b) o número de elétrons que atravessa uma secção do condutor durante esse mesmo tempo;

c) a intensidade média de corrente entre os instantes 0 e 8 s.



4 *(UFG-GO)* O transporte ativo de Na^+ e K^+ através da membrana celular é realizado por uma proteína complexa, existente na membrana, denominada "sódio-potássio-adenosina-trifosfatase" ou, simplesmente, bomba de sódio.

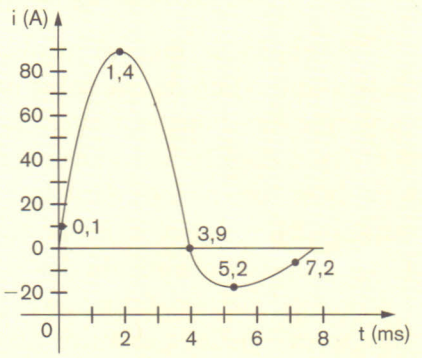
Cada bomba de sódio dos neurônios do cérebro humano pode transportar, por segundo, até 200 Na^+ para fora da célula e 130 K^+ para dentro da célula. (Dado: carga elementar do elétron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.)

a) Sabendo-se que um pequeno neurônio possui cerca de um milhão de bombas de sódio, calcule a carga líquida que atravessa a membrana desse neurônio.

b) Calcule também a corrente elétrica média através da membrana de um neurônio.

5 *(Enem-MEC)* Um desfibrilador é um equipamento utilizado em pacientes durante parada cardiorrespiratória com objetivo de restabelecer ou reorganizar o ritmo cardíaco. O seu funcionamento consiste em aplicar uma corrente elétrica intensa na parede torácica do paciente em um intervalo de tempo da ordem de milessegundos.

O gráfico seguinte representa, de forma genérica, o comportamento da corrente aplicada no peito dos pacientes em função do tempo.



De acordo com o gráfico, a contar do instante em que se inicia o pulso elétrico, a corrente elétrica inverte o seu sentido após:

a) 0,1 ms c) 3,9 ms e) 7,2 ms
b) 1,4 ms d) 5,2 ms

Mais Atividades

1 *(UPE-PE)* Uma corrente de 0,3 A que atravessa o peito pode produzir fibrilação (contrações excessivamente rápidas das fibrilas musculares) no coração de um ser humano, perturbando o ritmo dos batimentos cardíacos com efeitos possivelmente fatais. Considerando que a corrente dure 2,0 min, o número de elétrons que atravessam o peito do ser humano vale

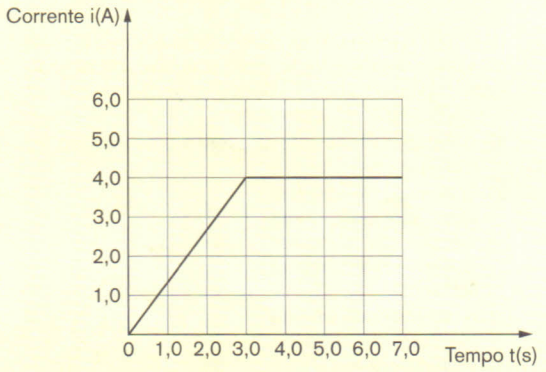
Dado: carga do elétron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) $5{,}35 \cdot 10^{2}$ d) $2{,}45 \cdot 10^{18}$
b) $1{,}62 \cdot 10^{-19}$ e) $2{,}25 \cdot 10^{20}$
c) $4{,}12 \cdot 10^{18}$

2 *(FEPECS-DF)* Uma bateria completamente carregada pode liberar $2{,}16 \cdot 10^{5}$ C de carga. Uma lâmpada que necessita de 2,0 A para ficar acesa normalmente, ao ser ligada a essa bateria, funcionará por:

a) 32 h c) 28 h e) 24 h
b) 30 h d) 26 h

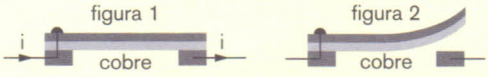
3 *(UFPE)* O gráfico mostra a variação da corrente elétrica I, em ampère, num fio em função do tempo t, em segundos. Qual a carga elétrica, em coulomb, que passa por uma seção transversal do condutor nos primeiros 4,0 segundos?



4 *(UFRR)* A corrente elétrica nos condutores metálicos é constituída de:

a) Elétrons livres no sentido oposto ao convencional
b) Cargas positivas no sentido convencional
c) Cargas positivas no sentido oposto ao convencional
d) Íons positivos e negativos fluindo na estrutura cristalizada do metal
e) Elétrons livres no sentido convencional

5 *(UFRN)* A figura 1, abaixo, mostra o esquema de um termostato que utiliza uma lâmina bimetálica composta por dois metais diferentes – ferro e cobre – soldados um sobre o outro. Quando uma corrente elétrica aquece a lâmina acima de uma determinada temperatura, os metais sofrem deformações, que os encurvam, desfazendo o contato do termostato e interrompendo a corrente elétrica, conforme mostra a figura 2.



Com base nas informações sobre termostato (figuras 1 e 2), é correto afirmar que a corrente elétrica é capaz de aquecer a lâmina bimetálica devido

a) ao campo elétrico gerado pelo movimento dos elétrons dentro dos metais.
b) aos choques entre os portadores de carga e os íons dos metais.
c) ao campo magnético gerado pelo movimento dos elétrons dentro dos metais.
d) ao fato de os portadores de carga moverem-se livremente nos metais.

6 *(Fuvest-SP)* Medidas elétricas indicam que a superfície terrestre tem carga elétrica total negativa de, aproximadamente, 600 000 coulombs. Em tempestades, raios de cargas positivas, embora raros, podem atingir a superfície terrestre. A corrente elétrica desses raios pode atingir valores de até 300 000 A. Que fração da carga elétrica total da Terra poderia ser compensada por um raio de 300 000 A e com duração de 0,5 s?

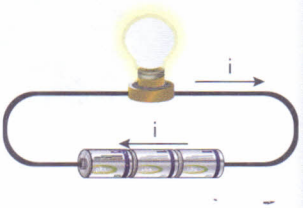
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/10 e) 1/20

CAPÍTULO 37 – RESISTORES

1. Circuito elétrico

Você sabe que para produzir energia elétrica e, assim, pôr em funcionamento uma lanterna, por exemplo, é necessário colocar corretamente as pilhas e fechar o caminho. O que está acontecendo nessa situação? A corrente elétrica sai de um pólo da pilha, percorre o filamento da lâmpada e retorna ao outro polo da pilha, ou seja, percorre um caminho fechado, um circuito elétrico.

De maneira geral, denominamos **circuito elétrico** ao conjunto de caminhos que permitem a passagem da corrente elétrica no qual aparecem dispositivos elétricos ligados a um **gerador**.

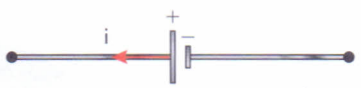


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O **gerador elétrico** é um dispositivo capaz de transformar em energia elétrica outra modalidade de energia. O gerador não cria cargas elétricas. Sua função é fornecer energia às cargas elétricas que o atravessam. Os geradores mais comuns são os químicos e os mecânicos.

Os geradores químicos transformam energia química em energia elétrica. Por exemplo: pilha e bateria. Já os geradores mecânicos transformam energia mecânica em energia elétrica. São exemplos o dínamo e o alternador, operando em conjunto com o motor dos veículos.

Os geradores são representados no circuito por dois traços paralelos entre si de tamanhos diferentes.



O traço maior representa o polo positivo, por onde sai a corrente elétrica convencional.

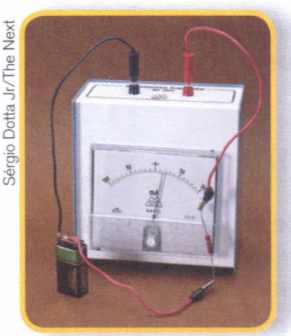
Quando o caminho a seguir pela corrente é único, como no caso da lanterna, ele é chamado circuito simples.

Nos circuitos elétricos também podem ser encontrados os seguintes elementos:

- **Dispositivos de controle:** são utilizados nos circuitos para medir a intensidade da corrente elétrica e a ddp existente entre os dois pontos, ou, simplesmente, para detectás-las. Os mais comuns são o amperímetro, o voltímetro e o galvanômetro.

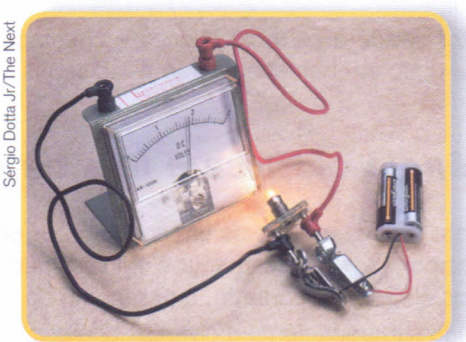
O amperímetro serve para medir a intensidade da corrente elétrica e o voltímetro, para medir a ddp entre dois pontos de um circuito elétrico.

Sérgio Dotta Jr./The Next

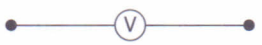


Amperímetro.

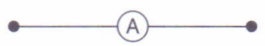
Sérgio Dotta Jr./The Next



Voltímetro.



Representação do voltímetro no circuito.



Representação do amperímetro no circuito.

O galvanômetro é um dispositivo utilizado na construção do voltímetro e do amperímetro, isoladamente, pode ser usado para indicar a presença de corrente ou a existência de diferença de potencial.

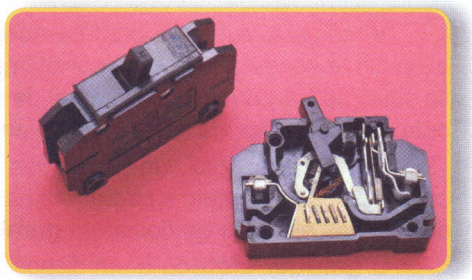
Representação do galvanômetro no circuito.

- **Dispositivos de segurança:** são aqueles que, ao serem atravessados por uma corrente de intensidade maior que certo limite, interrompem a passagem da corrente elétrica, preservando os demais elementos do circuito de possíveis danos ou mesmo destruição total. Os mais comuns são os fusíveis e os disjuntores.

Marcus Cappellano

Fusíveis.

Marcus Cappellano

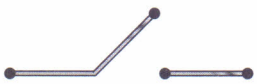


Disjuntores.

Representação dos dispositivos de segurança no circuito.

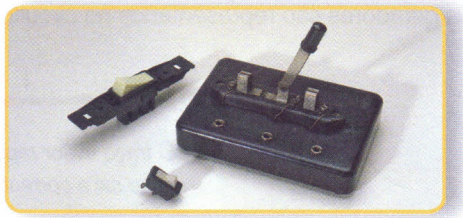
- **Dispositivo de manobra:** são elementos que servem para acionar ou desligar um circuito elétrico. Por exemplo, as chaves e os interruptores.

Editoria de arte/Setup



Representação para o interruptor ou chave.

Sérgio Dotta Jr./The Next



Interruptor e chave.

Os circuitos elétricos são formados em lanternas, computadores, geladeiras, ferro elétrico, sistemas de transmissão e recepção de rádio e TV, entre outros dispositivos. Também o sistema nervoso dos animais – entre eles o ser humano – constitui circuito elétrico.

Efeito Joule ou efeito térmico

Enquanto a corrente elétrica percorre um condutor, as constantes colisões entre os elétrons livres e a rede iônica no interior do condutor transformam parte da energia cinética em calor, ocasionando um aumento na temperatura do condutor.

O aquecimento de um condutor devido à corrente elétrica é chamado efeito térmico ou, como é mais conhecido, **efeito Joule**, nome dado em homenagem ao físico inglês que estudou o fenômeno.

2. Resistência elétrica e leis de Ohm

Durante a passagem de corrente elétrica através de um condutor, as colisões com os íons da rede interna dificultam o deslocamento dos portadores de carga. Isso significa que o meio condutor estabelece uma resistência ao deslocamento dos elétrons e, portanto, à passagem da corrente elétrica.

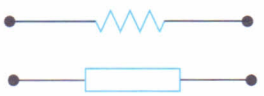
Um condutor genérico submetido separadamente a diversas diferenças de potencial elétrico é percorrido por correntes de diferentes intensidades. Quanto maior a ddp aplicada, maior a intensidade de corrente que o atravessa. Assim, há uma relação entre a ddp **U** aplicada ao condutor e a intensidade de corrente **i** que o atravessa. A relação $\frac{U}{i}$ em um condutor é chamada **resistência elétrica R** desse condutor. Ou seja:

$$R = \frac{U}{i}$$

Nos circuitos elétricos utilizam-se fios condutores de pequena resistência elétrica, como o de cobre, para evitar perdas por efeito Joule. Porém, quando precisamos transformar energia elétrica em energia térmica ou limitar a intensidade de corrente e estabelecemos níveis de tensão apropriadas utilizamos dispositivos que oferecem grande resistência à passagem da corrente elétrica denominados **resistores**, cuja representação esquemática é:

Sérgio Dotta Jr./The Next

Resistores.

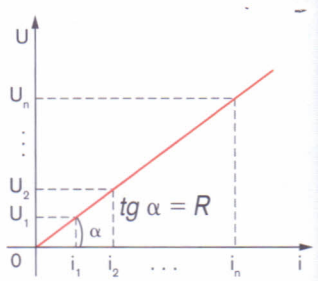


Representação dos resistores nos circuitos.

Observando experimentalmente o comportamento de diversos condutores, o físico Georg Simon Ohm (1789-1854), comprovou, em 1827, que nos resistores a resistência elétrica é constante para a temperatura fixada, para cada material e para o conjunto de dimensões (comprimento e área).

O que Ohm fez foi variar a tensão (U_1, U_2, U_3...) num resistor e medir as respectivas correntes (i_1, i_2, i_3...). Com isso, obteve:

$$\frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = ... = \frac{U_n}{i_n} = cte = R$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Genericamente, a relação $\frac{U}{i} = R$ é conhecida como **1ª lei de Ohm** e pode ser escrita na forma:

$$U = Ri$$

A representação gráfica dessa relação é indicada ao lado.

Os condutores que obedecem à 1ª lei de Ohm são conhecidos como condutores ôhmicos ou lineares. Os fios metálicos de um circuito elétrico também apresentam resistência elétrica, que, se comparada com a dos resistores, pode ser considerada desprezível. A representação desses fios no circuito é uma linha contínua.

Em homenagem a Georg Ohm, a unidade de medida da resistência elétrica, no SI, recebeu o nome de Ohm, e é simbolizada pela letra grega maiúscula ômega (Ω).

$$1 \text{ ohm} = 1 \text{ volt/ampère} \Rightarrow 1\ \Omega = 1\ \frac{V}{A}$$

Podemos dizer que 1 ohm é a resistência elétrica de um condutor que, submetido a uma ddp de 1 volt, é percorrido por uma corrente elétrica de 1 ampère.

Existem resistores com uma ampla faixa de valores. Por exemplo, os fios de cobre de uma televisão possuem resistência muito pequena. Entretanto, os resistores comerciais podem ter resistências que alcançam até 1 MΩ, ou seja, $1 \cdot 10^6\ \Omega$.

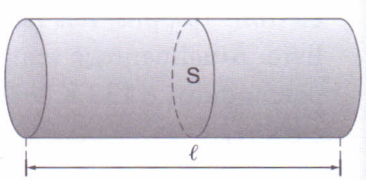
Nos circuitos elétricos, esses resistores são usados para limitar a intensidade de corrente e estabelecer níveis de tensão apropriados. Grande parte da tecnologia atual, como a microeletrônica, utiliza dispositivos que não obedecem à lei de Ohm.

Experimentalmente, Ohm observou que a resistência elétrica, ou seja, a relação entre **U** e **i**, é diferente em resistores distintos. Ela depende do material que constitui o resistor, das dimensões (comprimento e área) e da sua temperatura.

A figura ao lado representa um resistor de comprimento ℓ e secção normal de área **S**.

Primeiramente, Ohm fixou a temperatura e verificou que a resistência **R** do resistor é diretamente proporcional ao seu comprimento ($R \propto \ell$) e inversamente proporcional à área de sua secção $\left(R \propto \frac{1}{S}\right)$.

Reunindo os resultados, tem-se: $R \propto \frac{\ell}{S}$.



A **2ª lei de Ohm** é escrita como:

$$R = \frac{\rho \ell}{S}$$

em que **ρ** (letra grega que se pronuncia rô) é o coeficiente de proporcionalidade. Esse coeficiente é denominado **resistividade elétrica** do material que constitui o resistor (característica do material).

A unidade de resistividade é obtida a partir da expressão: $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{RS}{\ell}$

No SI, a unidade de ρ é: $\rho = \Omega \cdot \frac{m^2}{m}$, ou seja, $\rho = \Omega \cdot m$

A resistividade dos metais aumenta com a temperatura. Num intervalo de temperaturas entre 0 °C a 200 °C, o aumento é considerado linear.

Um fio de cobre curto e com grande área de secção transversal possui resistência menor do que um fio de cobre longo e fino. Os fios de alta-tensão que conduzem grandes correntes por longo percurso possuem diâmetros maiores a fim de oferecer menor resistência.

O inverso da resistividade é a condutividade. Um bom condutor de eletricidade possui condutividade muito maior que um isolante. A condutividade elétrica é análoga à condutividade térmica. Por exemplo, os metais são bons condutores elétricos e bons condutores de calor. Um mau condutor elétrico, como o plástico e a cerâmica, é também mau condutor de calor.

Pense e Responda

• Dois fios de materiais diferentes têm o mesmo comprimento. Esses fios podem ter a mesma resistência? Justifique a sua resposta.

Detalhes sobre...

SUPERCONDUTIVIDADE

Em 1911, o físico holandês Heike Kamerlingh Onnes verificou que a resistência elétrica do mercúrio desaparecia quando era resfriado a 4 kelvin, equivalente a −269,15 °C. Essa propriedade física foi chamada **supercondutividade**.

Em experiências posteriores, constatou-se que, enquanto a maioria dos metais e materiais cerâmicos era resfriada a temperaturas entre o zero absoluto (0 kelvin) e a temperatura do nitrogênio líquido (77 kelvin ou −196 °C), a condução de corrente elétrica se fazia quase sem resistência e perda de energia quase nula. Dessa forma, os elétrons responsáveis pela condução da corrente elétrica podiam transitar de maneira livre. Atualmente, a temperatura mais alta que permite manter a característica de supercondutor é 138 K (−131 °C), apresentada por um composto cerâmico de mercúrio e cobre.

Aplicações

1 Em um laboratório de eletricidade, um fio condutor ôhmico (figura 1) foi submetido a diversas voltagens, com uma fonte de tensão regulável. Medindo-se os valores dessas voltagens e da corrente que cada uma delas estabeleceu no condutor, utilizando, respectivamente, um voltímetro e um amperímetro, obteve-se o gráfico (figura 2) da voltagem em função da corrente.

Figura 1

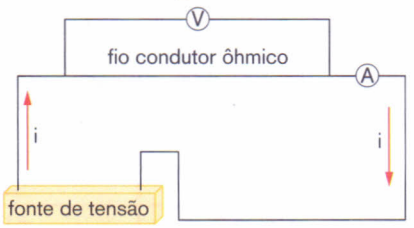
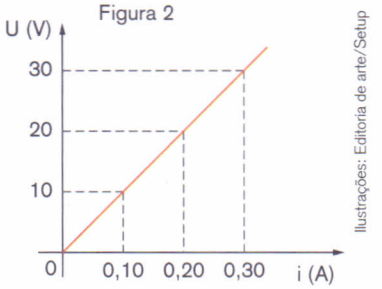


Figura 2



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Qual o valor da resistência desse condutor?

b) Qual a diferença de potencial aplicada ao condutor quando percorrido por uma corrente de 0,40 A?

Resolução:

a) Sendo o gráfico uma reta que passa pela origem, o resistor do fio condutor obedece à lei de Ohm. Logo:

$U = Ri \Rightarrow 10 = R \cdot 0{,}10 \Rightarrow R = 100\ \Omega$

b) Como $R = 100\ \Omega$ é constante, para $i = 0{,}40$ A:

$U = Ri \Rightarrow U = 100 \cdot 0{,}40 \Rightarrow U = 40$ V

2 A resistividade do cobre a 20 °C é $1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega$ m. Calcule a resistência de um fio de cobre de 1 m de comprimento e 0,2 cm² de área de secção transversal nessa temperatura.

Dados: $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m; $\ell = 1$ m; $S = 0{,}2\ \text{cm}^2 = 0{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$.

Resolução:

$$R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow R = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 1}{0{,}2 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow R = 8{,}5 \cdot 10^{-4}\ \Omega$$

Atividades

1 *(Ufla-MG)* O sistema de som de um carro apresenta resistência de 6 Ω. A bateria do carro é de 12 V e está totalmente carregada com carga de $9 \cdot 10^3$ C. O sistema de som drena uma corrente elétrica constante em regime normal de funcionamento. Supondo que não ocorra recarga da bateria durante o uso, o sistema de som poderá permanecer ligado durante:

a) 12h50 c) 9 h e) 4h05
b) 4h50 d) 1h15

2 *(UFPel-RS)* Um fio condutor cilíndrico tem uma resistência de $1{,}0 \cdot 10^2$ ohms e é atravessado por uma carga elétrica de $6{,}0 \cdot 10^3$ C, num intervalo de tempo de 10 min, em qualquer secção reta. Com base em seus conhecimentos sobre Eletrodinâmica, assinale a alternativa correta.

a) A intensidade da corrente elétrica é de 6,0 A.
b) A ddp nos extremos do fio é de $6{,}0 \cdot 10^3$ V.
c) A intensidade da corrente elétrica é de $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ A.
d) A intensidade da corrente elétrica é de 60 A.
e) A ddp nos extremos do fio é de $1{,}0 \cdot 10^3$ V.
f) I. R.

3 *(UFU-MG)* A intensidade de corrente é o fator mais relevante nas sensações do choque elétrico. Estudos cuidadosos desses fenômenos permitiram chegar aos seguintes valores aproximados:

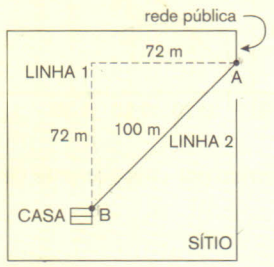
- uma corrente de 1 mA a 10 mA ($1\text{mA} = 10^{-3}$ A) provoca apenas uma sensação de "formigamento";
- correntes de 10 mA a 20 mA já causam sensações dolorosas;
- correntes superiores a 20 mA e inferiores a 100 mA causam, em geral, grandes dificuldades respiratórias;
- correntes superiores a 100 mA são extremamente perigosas, podendo causar a morte da pessoa, por provocar contrações rápidas e irregulares do coração (esse fenômeno é denominado fibrilação cardíaca);
- correntes superiores a 200 mA não causam fibrilação, porém dão origem a graves queimaduras e conduzem à parada cardíaca.

Baseado nas informações anteriores, responda à situação a seguir:

A resistência elétrica do corpo humano pode variar entre, aproximadamente, 100 000 Ω, para a pele seca, e cerca de 1 000 Ω, para a pele molhada. Assim, se uma pessoa com a pele molhada tocar os dois polos de uma tomada de 120 V, poderá vir a falecer em virtude de fibrilação cardíaca? Justifique.

4 Em alguns locais do Brasil, no inverno as pessoas usam um aquecedor elétrico portátil para aquecer os ambientes. Se for necessário o uso de uma extensão, os fabricantes recomendam fios mais grossos (maior calibre). Por que essa recomendação?

5 *(Mack-SP)* Deseja-se alimentar a rede elétrica de uma casa localizada no sítio ilustrado. Em *A* tem-se o ponto de entrada do sítio, que "recebe" a energia da rede pública e, em *B*, o ponto de entrada da casa. Devido a irregularidades no terreno, as possibilidades de linhas de transmissão de *A* até *B* apresentadas pelo eletricista foram a 1 (linha pontilhada) e a 2 (linha cheia); porém, somente uma será instalada. Com uma mesma demanda de energia, independentemente da opção escolhida e utilizando-se fios de mesmo material, deseja-se que no ponto *B* chegue à mesma intensidade de corrente elétrica.



Para que isso ocorra, o diâmetro do fio a ser utilizado na linha 1 deverá ser igual:

a) ao diâmetro do fio utilizado na linha 2.
b) a 0,6 vez o diâmetro do fio utilizado na linha 2.
c) a 0,72 vez o diâmetro do fio utilizado na linha 2.
d) a 1,2 vez o diâmetro do fio utilizado na linha 2.
e) a 1,44 vez o diâmetro do fio utilizado na linha 2.

6 *(Enem-MEC)* A resistência elétrica de um fio é determinada pela suas dimensões e pelas propriedades estruturais do material. A condutividade (σ) caracteriza a estrutura do material, de tal forma que a resistência de um fio pode ser determinada conhecendo-se **L**, o comprimento do fio e **A**, a área de seção reta. A tabela relaciona o material à sua reserva resistividade em temperatura ambiente.

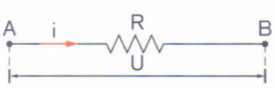
Tabela de condutividade	
Material	**Condutividade (S · m/mm²)**
Alumínio	34,2
Cobre	61,7
Ferro	10,2
Prata	62,5
Tungstênio	18,8

Mantendo-se as mesmas dimensões geométricas, o fio que apresenta menor resistência elétrica é aquele feito de:

a) tungstênio
b) alumínio
c) ferro
d) cobre
e) prata

3. Potência elétrica

Considere um resistor de resistência **R**, submetido a uma ddp **U**, e percorrido por corrente de intensidade **i**. Isso significa que certa quantidade de carga **ΔQ** percorre esse resistor num intervalo de tempo **Δt**.



Editoria de arte/Setup

Para se deslocar entre duas extremidades *A* e *B* do resistor, a carga precisou ser impulsionada por uma força elétrica. Assim, houve a realização de um trabalho que, como já vimos em Eletrostática, é dado por:

$$\tau = \Delta Q U$$

Para calcular a potência **P**, ou seja, o trabalho pela unidade de tempo, vamos dividir ambos os membros pelo tempo **Δt** gasto no deslocamento AB.

$$\frac{\tau}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot U$$

Como a razão $\frac{\tau}{\Delta t}$ equivale à potência **P** e a razão $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ equivale à intensidade de corrente **i**, temos que:

$$P = Ui$$

Assim, temos a potência do resistor em função da corrente que o atravessa e a ddp a que está submetido.

Essa fórmula permite calcular a potência elétrica consumida (ou dissipada) por um resistor ou por qualquer dispositivo instalado no seu lugar, como uma lâmpada incandescente, o ferro de passar roupa, a torradeira, entre outros.

Combinando essa fórmula geral da potência elétrica com a 1ª lei de Ohm, podemos obter duas fórmulas adicionais, mas equivalentes, para a potência elétrica consumida (ou dissipada) por um resistor:

$$P = Ri^2 \text{ e } P = \frac{U^2}{R}$$

Pense e Responda

• Considere as afirmações:

I. A potência elétrica dissipada por um resistor de resistência elétrica **R** é diretamente proporcional à intensidade da corrente que o atravessa.

II. A potência dissipada por um resistor sob certa diferença de potencial é inversamente proporcional ao valor de sua resistência elétrica.

Quais delas são verdadeiras?

Aplicações

1 Um ferro elétrico consome uma potência de 1 100 W quando ligado em 110 V. Calcule:

a) a intensidade da corrente utilizada pelo ferro elétrico;

b) a resistência elétrica do ferro;

c) a energia elétrica consumida pelo ferro elétrico em 0,5 hora de uso, em quilowatts-hora, e o gasto em reais, sabendo que o preço do quilowatt-hora é de R$ 0,40.

Dados: $P = 1\,100$ W; $U = 110$ V; $\Delta t = \frac{1}{2}\text{h} = 1800$ s.

Resolução:

a) Utilizando a fórmula da potência, temos: $P = Ui \Rightarrow 1\,100 = 110 \cdot i \Rightarrow i = 10\ A$

b) Pela 1ª lei de Ohm, temos: $U = Ri \Rightarrow 110 = R \cdot 10 \Rightarrow R = 11\ \Omega$

c) A energia elétrica consumida é medida pelo trabalho realizado. Logo:

$$\tau = P\,\Delta t \Rightarrow \tau = 1\,100 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3600 \Rightarrow \tau = 1{,}98 \cdot 10^6\ J$$

Em kWh:

$$1\ kWh \text{ ——— } 3{,}6 \cdot 10^6\ J$$
$$x \text{ ——— } 1{,}98 \cdot 10^6\ J \Rightarrow x = \frac{1{,}98 \cdot 10^6}{3{,}6 \cdot 10^6} \Rightarrow x = 0{,}55\ kWh$$

Portanto, o gasto é de $0{,}55 \cdot 0{,}40 = R\$\ 0{,}22$.

2 Uma resistência de imersão de 4 Ω foi ligada a uma fonte de tensão de 110 V. Calcule o tempo necessário para que ela aqueça 80 kg de água de 20 °C para 70 °C. (Use: calor específico da água = 1cal/g °C; 1 cal = 4,2 J.)

Dados: $R = 4\ \Omega$; $U = 110$ V; $m = 80$ kg $= 80\,000$ g; $c = 1$cal/g °C; $\theta_f = 70$ °C; $\theta_i = 20$ °C.

Resolução:

Cálculo da quantidade de calor:

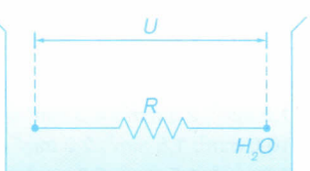
$$Q = mc(\theta_f - \theta_i) \Rightarrow Q = 80\,000 \cdot 1(70 - 20) \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^6\ cal$$

Passando para joule:

$$Q = 4 \cdot 10^6 \cdot 4{,}2 = 16{,}8 \cdot 10^6\ J$$

Considerando que toda energia elétrica consumida pelo resistor é transformada em calor:

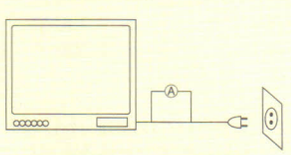
$$\tau = Q \Rightarrow P\Delta t = Q \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t = Q \Rightarrow \frac{(110)^2}{4} \cdot \Delta t = 16{,}8 \cdot 10^6 \Rightarrow \Delta t = 5{,}55 \cdot 10^3\ s \text{ ou } \Delta t = 1\text{h}32\text{min}30\text{s}$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades

1 *(FMTM-MG)* Para que um televisor possa ser acionado por controle remoto, um pequeno circuito elétrico em seu interior denominado *stand by* deve permanecer ligado, consumindo energia. Para confirmar a informação do manual do proprietário onde se garante que o consumo em modo de espera é de 9,9 W, uma pessoa associa um amperímetro ideal conforme indicado na figura. Estando seu televisor ligado em *stand by* e conectado a uma tomada de 110 V, para que a informação trazida pelo manual seja verdadeira, deve-se esperar que o amperímetro indique uma corrente elétrica, em mA, de:



a) 5,5 c) 45,0 e) 300,0
b) 11,0 d) 90,0

2 *(UERGS-RS)* Um resistor ôhmico ligado a uma tensão de 20 V desenvolve uma potência de 300 W. A corrente que circula pelo resistor e a energia gasta em um minuto são, respectivamente:

a) 6 A e 300 J d) 15 A e 6 000 J
b) 6 A e 6 000 J e) 15 A e 18 000 J
c) 6 A e 18 000 J

3 A lâmpada do farol de um carro é de 0,24 W e está ligada a uma bateria de 12 V.

a) Qual a resistência elétrica dessa lâmpada?

b) Qual a intensidade da corrente elétrica que passa por ela?

4 *(Unifesp-SP)* A linha de transmissão que leva energia elétrica da caixa de relógio até uma residência consiste de dois fios de cobre com 10,0 m de comprimento e secção reta com área 4,0 mm² cada um. Considerando que a resistividade elétrica do cobre é $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$:

a) Calcule a resistência elétrica **r** de cada fio desse trecho do circuito.

b) Se a potência fornecida à residência for de 3300 W a uma tensão de 110 V, calcule a potência dissipada **P** nesse trecho do circuito.

5 *(UniCEUB-DF)* A escolha da fiação adequada para a instalação elétrica de uma residência deve levar em conta a corrente máxima que os fios de cobre suportam sem correr o risco de danificá-los. Esses fios são classificados de acordo com a sua bitola que é a área da sua secção transversal dada em mm^2. Utilizando-se as tabelas I e II e considerando-se que em uma residência temos uma ddp por volta de 220 V, a melhor forma de fazer uma instalação elétrica com fiação independente e econômica para os eletrodomésticos constantes na tabela II será usando, em cada aparelho, respectivamente, as seguintes bitolas:

Tabela I: Bitolas dos fios de cobre	
Área (mm^2)	Corrente máxima (A)
1,5	15,5
2,5	21,0
4,0	28,0
6,0	36,0
10,0	50,0

Tabela II: Potência dos eletrodomésticos	
Eletrodoméstico	Potência média (W)
Um chuveiro	5600
Uma lâmpada	150
Uma torneira elétrica	3800
Um televisor comum	200

a) 1,5 mm^2; 2,5 mm^2; 4,0 mm^2 e 6,0 mm^2
b) 10,0 mm^2; 1,5 mm^2; 2,5 mm^2 e 1,5 mm^2
c) 4,0 mm^2; 1,5 mm^2; 2,5 mm^2 e 1,5 mm^2
d) 6,0 mm^2; 10,0 mm^2; 2,5 mm^2 e 4,0 mm^2
e) 4,0 mm^2; 2,5 mm^2; 1,5 mm^2 e 6,0 mm^2

6 *(Vunesp-SP)* Numa propriedade rural existe um pequeno rio com uma queda-d'água. Seu proprietário decidiu construir uma miniusina hidrelétrica para aproveitar a energia desta queda. Um sistema de dutos, com vazão de 1000 litros por segundo, foi montado para levar a água, da parte superior do rio, até o rotor do gerador, num desnível de 2 metros.

a) Se o gerador é capaz de transformar 80% da energia potencial da água, quando no seu nível mais alto, em energia elétrica, calcule a quantidade de energia elétrica gerada por esse sistema em 1 segundo. Considere a densidade da água = 1 kg/L e g = 10 m/s^2.
b) Suponha que, num certo momento, vários equipamentos elétricos dessa fazenda estejam ligados, totalizando um consumo de 15400 W de potência e que o gerador forneça uma tensão elétrica de 220 V. Qual será o valor total da corrente elétrica necessária para o funcionamento simultâneo desses equipamentos? Despreze as perdas de energia nos fios de ligação e considere que todos os aparelhos estejam ligados em paralelo.

7 *(Fuvest-SP)* Na maior parte das residências que dispõem de sistemas de TV a cabo, o aparelho que decodifica o sinal permanece ligado sem interrupção, operando com uma potência aproximada de 6 W, mesmo quando a TV não está ligada. O consumo de energia do decodificador, durante um mês (30 dias), seria equivalente ao de uma lâmpada de 60 W que permanecesse ligada, sem interrupção, durante:

a) 6 horas.
b) 10 horas.
c) 36 horas.
d) 60 horas
e) 72 horas.

8 *(Enem-MEC)* É possível, com 1 litro de gasolina, usando todo o calor produzido por sua combustão direta, aquecer 200 litros de água de 20 °C a 55 °C. Pode-se efetuar esse mesmo aquecimento por um gerador de eletricidade, que consome 1 litro de gasolina por hora e fornece 110 V a um resistor de 11 V, imerso na água, durante um certo intervalo de tempo. Todo o calor liberado pelo resistor é transferido à água.

Considerando que o calor específico da água é igual a 4,19 J g^{-1} $°C^{-1}$, aproximadamente qual a quantidade de gasolina consumida para o aquecimento de água obtido pelo gerador, quando comparado ao obtido a partir da combustão?

a) A quantidade de gasolina consumida é igual para os dois casos.
b) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é duas vezes maior que a consumida na combustão.
c) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é duas vezes menor que a consumida na combustão.
d) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é sete vezes maior que a consumida na combustão.
e) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é sete vezes menor que a consumida na combustão.

9 *(Enem-MEC)* Observe a tabela seguinte. Ela traz especificações técnicas constantes no manual de instruções fornecido pelo fabricante de uma torneira elétrica.

Especificações Técnicas				
Modelo	Torneira			
Tensão Nominal (Volts~)	127		220	
(Frio)	Desligado			
Potência Nominal (Watts) (Morno)	2800	3200	2800	3200
(Quente)	4500	5500	4500	5500
Corrente Nominal (Ampères)	35,4	43,3	20,4	25,0
Fiação Mínima (Até 30 m)	6 mm^2	10 mm^2	4 mm^2	4 mm^2
Fiação Mínima (Acima 30 m)	10 mm^2	16 mm^2	6 mm^2	6 mm^2
Disjuntor (Ampères)	40	50	25	30

Disponível em: http://www.cardal.com.br/manualprod/Manuais/Torneira%20Suprema/-Manual_Torneira_Suprema_roo.pdf

Considerando que o modelo de maior potência da versão 220 V da torneira suprema foi inadvertidamente conectada a uma rede com tensão nominal de 127 V, e que o aparelho está configurado para trabalhar em sua máxima potência. Qual o valor aproximado da potência ao ligar a torneira?

a) 1830 W
b) 2800 W
c) 3200 W
d) 4030 W
e) 5500 W

10 *(Enem-MEC)* Todo carro possui uma caixa de fusíveis, que são utilizados para proteção dos circuitos elétricos. Os fusíveis são constituídos de um material de baixo ponto de fusão, como o estanho, por exemplo, e se fundem quando percorridos por uma corrente elétrica igual ou maior do que aquele que são capazes de suportar. O quadro a seguir mostra uma série de fusíveis e os valores de corrente por eles suportados.

Fusível	Corrente Elétrica (A)
Azul	1,5
Amarelo	2,5
Laranja	5,0
Preto	7,5
Vermelho	10,0

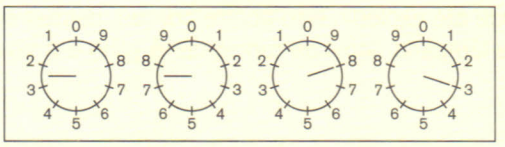
Um farol usa uma lâmpada de gás halogênio de 55 W de potência que opera com 36 V. Os dois faróis são ligados separadamente, com um fusível para cada um, mas, após um mau funcionamento, o motorista passou a conectá-los em paralelo, usando apenas um fusível. Dessa forma, admitindo-se que a fiação suporte a carga dos dois faróis, o menor valor de fusível adequado para proteção desse novo circuito é o

a) azul.
b) preto.
c) laranja.
d) amarelo.
e) vermelho.

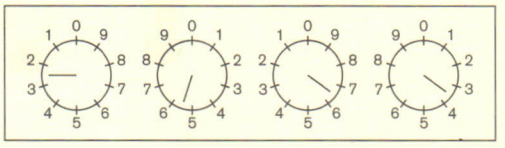
11 *(Enem-MEC)* A energia elétrica consumida nas residências é medida, em quilowatt-hora, por meio de um relógio medidor de consumo. Nesse relógio, da direita para esquerda, tem-se o ponteiro da unidade, da dezena, da centena e do milhar. Se um ponteiro estiver entre dois números, considera-se o último número ultrapassado pelo ponteiro.

Suponha que as medidas indicadas nos esquemas seguintes tenham sido feitas em uma cidade em que o preço do quilowatt-hora fosse de R$ 0,20.

leitura atual



leitura do mês passado



FILHO, A.G.; BAROLLI, E. *Instalação Elétrica*. São Paulo: Scipione, 1997.

O valor a ser pago pelo consumo de energia elétrica registrado seria de

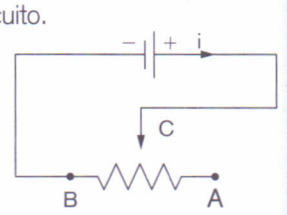
a) R$ 41,80.
b) R$ 42,00.
c) R$ 43,00.
d) R$ 43,80.
e) R$ 44,00.

Reostato

A variação do aquecimento da água proporcionada pelo chuveiro elétrico se dá pela variação da sua resistência elétrica.

Resistores com resistência variável ou ajustável são chamados **reostatos**. Esse dispositivo consiste basicamente em um resistor dotado de um cursor ou um contato deslizante, que permite variar o comprimento do resistor e, desse modo, controlar a intensidade da corrente ou da tensão no circuito.

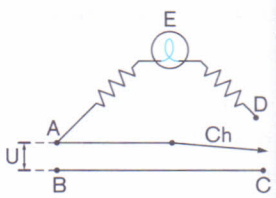
No circuito representado no esquema, quando o cursor *C* desliza sobre o resistor no sentido de *A* para *B*, o comprimento efetivo deste diminui e, gradativamente, aumenta a intensidade de corrente no circuito.



A resistência pode variar do seu valor total (cursor em *A*) até um valor praticamente nulo (cursor em *B*).

Nos chuveiros elétricos a variação da resistência é feita por meio de um reostato de pontos, possibilitando maior ou menor aquecimento da água. Num chuveiro, a ddp é mantida constante. Quanto menor a resistência, maior a potência dissipada e, consequentemente, a temperatura da água.

O esquema a seguir representa o reostato e a chave (Ch) de um chuveiro.



Quando a chave Ch do chuveiro encontra-se na posição *C*, o chuveiro está desligado; na posição *D*, o chuveiro está na posição inverno e na posição *E*, na posição verão.

Como em geral, a tensão (ddp) nos terminais do chuveiro é constante (220 V), a variação da potência é obtida pela variação da resistência $P = \frac{U^2}{R}$.

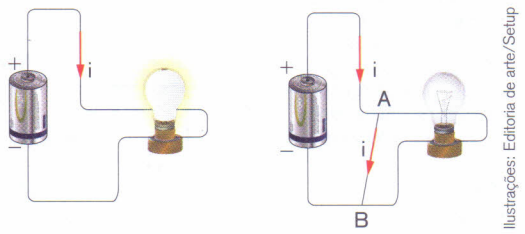
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

• (PUC-SP) Durante o inverno, o chuveiro elétrico da residência de um eletricista-aprendiz não esquenta a água o suficiente para proporcionar "aquele" banho. Ele resolve, então, duplicar o comprimento do fio metálico que compõe a resistência do chuveiro, pretendendo, com isso, que ela aqueça mais ainda a mesma quantidade de água.
O eletricista-aprendiz consegue seu intento? Explique. Se você discorda da ideia dele, dê outra sugestão.

Curto-circuito

A figura abaixo representa uma lâmpada ligada a uma pilha. A lâmpada não acenderia se ligássemos entre os pontos *A* e *B* um condutor de resistência desprezível (R = 0). Mas tome cuidado! Não procure comprovar isso na prática, mesmo que seja por um tempo muito curto, pois a pilha se aquece e pode até explodir. Isso ocorre porque, nessas condições, a corrente **i** passa totalmente pelo condutor AB e a lâmpada deixa de funcionar. A pilha e o fio se aquecem bastante.



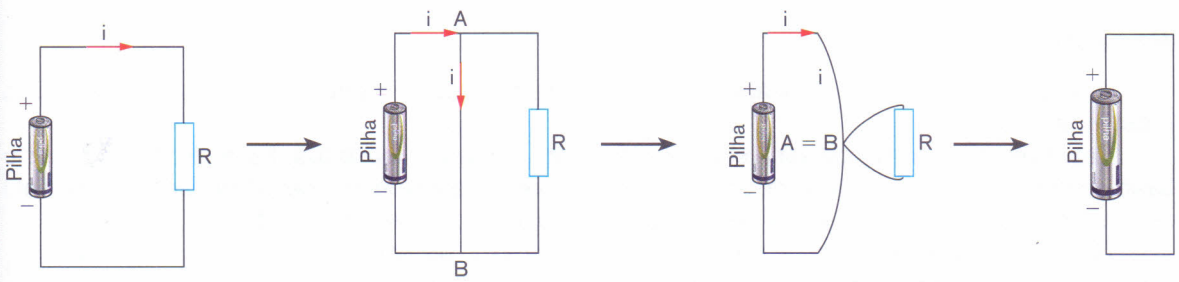
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Como a corrente passa a circular através de um circuito mais curto, dizemos que ocorreu um curto-circuito.

Usando a lei de Ohm no condutor, temos:

$V_A - V_B = Ri \Rightarrow V_A - V_B = 0 \Rightarrow V_A = V_B$

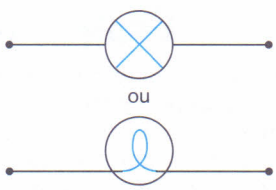
Como os pontos *A* e *B* têm o mesmo potencial, podemos tomá-los como eletricamente coincidentes em um novo esquema do circuito. Nesse caso, a lâmpada (resistor) pode ser considerada fora do circuito, pois nela não passa corrente elétrica.



Esse fato, às vezes, ocorre nos fios que ligam os eletrodomésticos à tomada de luz. Quando os isolantes estragam, os fios condutores entram em contato entre si e provocam um curto-circuito.

Lâmpada incandescente

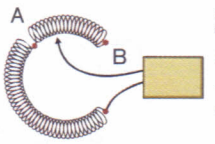
Essa lâmpada consiste em um fio de tungstênio em forma de espiral, chamado filamento, colocado dentro de um bulbo de vidro para evitar a oxidação. Dentro do bulbo há um gás inerte: nitrogênio ou argônio, que retarda a sublimação do filamento. O criptônio também pode ser usado, mas devido ao seu preço só é usado em lâmpadas especiais. Quando atravessado por uma corrente elétrica, o filamento se aquece, torna-se incandescente e emite luz.



Representação de uma lâmpada no circuito.

Aplicações

1 Na figura ao lado, temos a ilustração de um chuveiro elétrico, com suas especificações impressas e o esquema da parte interna, destacando-se o resistor, a chave e os pontos onde ela se conecta para regular a temperatura desejada da água, ou seja, inverno (água quente) e verão (água morna).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) verão?

b) inverno?

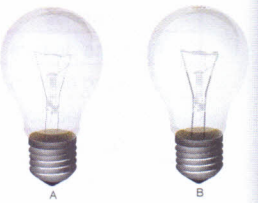
Resolução:

a) No verão, o chuveiro opera com menor potência (4400 W), pois não se deseja água muito quente.

Para uma maior resistência, teremos menor potência dissipada (a tensão tem valor constante); deste modo, a chave deve ser conectada em B, e seu valor será $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow 4400 = \frac{220^2}{R} \Rightarrow R = 11\ \Omega$.

b) No inverno, o chuveiro opera com maior potência (6600 W), pois se deseja água muito quente. Assim, para uma menor resistência, teremos maior potência. Deste modo, a chave deve ser conectada em A, e seu valor será: $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow 6600 = \frac{220^2}{R} \Rightarrow R = 7{,}3\ \Omega$

2 Considere duas lâmpadas, *A* e *B*, idênticas a não ser pelo fato de que o filamento de *B* é mais grosso que o filamento de *A*. Se cada uma estiver sujeita a uma ddp de 110 volts, qual delas será mais brilhante?



Resolução:

Utilizando a expressão para a potência em função da tensão e da resistência $P = \frac{U^2}{R}$, *temos:*

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 \cdot S}{\rho \cdot \ell}$$

ρ e ℓ são iguais para as duas lâmpadas A e B, e a área da secção transversal de B é maior que a de A, pois o filamento B é mais grosso que o da lâmpada A. Examinando a expressão, podemos concluir que B dissipará maior potência que A.

Assim, a lâmpada B brilhará mais que a lâmpada A, porque sua potência é maior que a potência desta última.

Atividades

1 *(UEM-PR)* Considere um chuveiro elétrico que possui uma chave com três posições (desligado, verão e inverno) para controlar a temperatura da água, ligado à rede elétrica de 110 V de uma residência. Considere que o chuveiro tenha um único resistor, que funciona como um reostato. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

01) Ao colocar a chave na posição inverno, a diferença de potencial nos terminais da resistência do chuveiro é aumentada, o que faz aumentar a temperatura da água.

02) Ao colocar a chave na posição inverno, é aumentado o comprimento do resistor, aumentando a temperatura da água.

04) Ao colocar a chave na posição desligado, é fechado o circuito entre o polo positivo e negativo da rede elétrica.

08) Ao colocar a chave na posição verão, a potência dissipada no resistor é maior que na posição inverno.

16) Se aumentar a sessão reta do resistor, a potência dissipada nas duas posições inverno e verão irá aumentar.

2 *(UFRJ)* Um chuveiro elétrico está instalado em uma residência cuja rede elétrica é de 110 V. Devido a um problema de vazão baixa, a água fica insuportavelmente quente quando o chuveiro é ligado. Para sanar o problema, o morador substitui a resistência original $\mathbf{R_1}$ do chuveiro pela resistência $\mathbf{R_2}$ de um segundo chuveiro, fabricado para funcionar em uma rede de 220 V. Suponha que ambos os chuveiros, funcionando com vazões iguais, nas tensões indicadas pelos fabricantes, aqueçam igualmente a água.

Calcule a razão entre a potência elétrica $\mathbf{P_1}$ dissipada pela resistência original $\mathbf{R_1}$ do chuveiro e a potência elétrica $\mathbf{P_2}$ dissipada pela resistência $\mathbf{R_2}$ após a substituição da resistência. Analise o resultado e responda se a troca da resistência causa o efeito desejado ou se aumenta ainda mais a temperatura da água. Justifique sua resposta.

3 *(Cesupa-PA)* A figura a seguir mostra as especificações de três lâmpadas incandescentes. Para satisfazer a essas especificações, a resistência elétrica de cada filamento deve ser diferente das demais.

Assinale a alternativa que contém a relação correta entre as resistências das três lâmpadas: R_1, R_2, R_3.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) $R_1 < R_2 < R_3$
b) $R_1 > R_3 > R_2$
c) $R_2 > R_1 > R_3$
d) $R_3 > R_1 > R_2$

4 *(Enem-MEC)* A instalação elétrica de uma casa envolve várias etapas, desde a alocação dos dispositivos, instrumentos e aparelhos elétricos, até a escolha dos materiais que a compõem, passando pelo dimensionamento da potência requerida, da fiação necessária, dos eletrodutos*, entre outras.

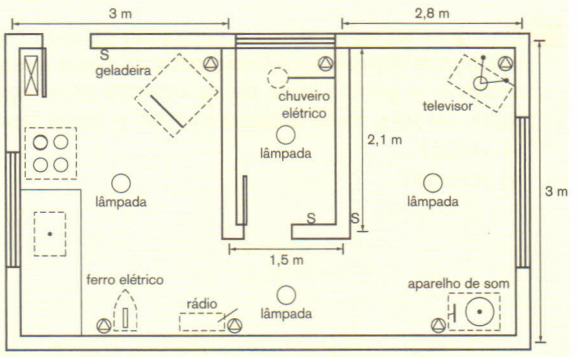
Para cada aparelho elétrico existe um valor de potência associado. Valores típicos de potências para alguns aparelhos elétricos são apresentados no quadro seguinte:

Aparelhos	Potência (W)
Aparelho de som	120
Chuveiro elétrico	3000
Ferro elétrico	500
Televisor	200
Geladeira	200
Rádio	50

*Eletrodutos são condutos por onde passa a fiação de uma instalação elétrica, com a finalidade de protegê-la.

A escolha das lâmpadas é essencial para obtenção de uma boa iluminação. A potência da lâmpada deverá estar de acordo com o tamanho do cômodo a ser iluminado. O quadro a seguir mostra a relação entre as áreas dos cômodos (em m^2) e as potências das lâmpadas (em W), e foi utilizado como referência para o primeiro pavimento de uma residência

Área do cômodo (m^2)	Potência da lâmpada (W)		
	Sala/copa /cozinha	Quarto, varanda e corredor	Banheiro
Até 6,0	60	60	60
6,0 a 7,5	100	100	60
7,5 a 10,5	100	100	100



Obs.: Para efeitos dos cálculos das áreas, as paredes são desconsideradas.

Considerando a planta baixa fornecida, com todos os aparelhos em funcionamento, a potência total, em watts, será de

a) 4070
b) 4270
c) 4320
d) 4390
e) 4470

5 *(Enem-MEC)* Quando ocorre um curto-circuito em uma instalação elétrica, a resistência elétrica total do circuito diminui muito, estabelecendo-se nele uma corrente muito elevada.

O superaquecimento da fiação, devido a esse aumento da corrente elétrica, pode ocasionar incêndios, que seriam evitados instalando-se fusíveis e disjuntores que interrompem essa corrente, quando a mesma atinge um valor acima do especificado nesses dispositivos de proteção.

Suponha que um chuveiro instalado em uma rede elétrica de 110 V, em uma residência, possua três posições de regulagem da temperatura da água. Na posição verão utiliza 2100 W, na posição primavera, 2400 W e na posição inverno, 3200 W.

GREF. Física 3: Eletromagnetismo. São Paulo: EDUSP, 1993 (adaptado).

Deseja-se que o chuveiro funcione em qualquer uma das três posições de regulagem de temperatura, sem que haja riscos de incêndio. Qual deve ser o valor mínimo adequado do disjuntor a ser utilizado?

a) 40 A
b) 30 A
c) 25 A
d) 23 A
e) 20 A

4. Associação de resistores

Em muitos casos práticos torna-se necessário uma resistência maior ou menor do que a fornecida por um único resistor. Em outros casos, um resistor não suporta a intensidade da corrente fornecida pelo gerador. Nessas situações utilizam-se vários resistores associados entre si.

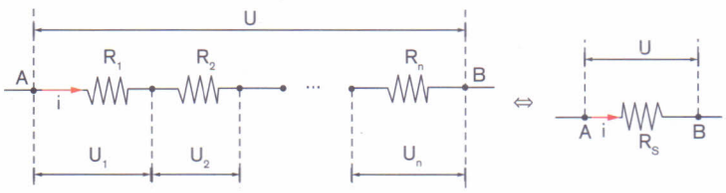
Os resistores podem ser associados em série, em paralelo ou numa combinação de ambas, ou seja, uma associação mista.

Uma associação de resistores pode ser representada por um único resistor, chamado **resistor equivalente**, que produza o mesmo efeito, isto é, que dissipe a mesma quantidade de energia no mesmo tempo que a associação. Isso equivale a substituir todos os resistores da associação por outro que esteja submetido à mesma diferença de potencial e seja percorrido por corrente elétrica de igual intensidade à da associação.

Associação em série

Um circuito elétrico com resistores ligados um em seguida do outro, de modo que ofereça um único caminho para a corrente passar, é um **circuito série**.

A figura representa **n** resistores ligados entre si em série.



R_s representa o resistor equivalente da associação.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Três lâmpadas associadas em série são percorridas pela mesma corrente elétrica. Se uma lâmpada queimar, o circuito fica interrompido e as demais lâmpadas se apagam.

Características da associação em série:

- A intensidade da corrente **i** é a mesma em todos os resistores, pois eles estão ligados um após o outro.
- A diferença de potencial **U** na associação é igual à soma das diferenças de potencial em cada resistor.

$$U = U_1 + U_2 + ... + U_n$$

Para obter o valor de $\mathbf{R_s}$, em termos dos resistores da associação, aplica-se a 1ª lei de Ohm a cada um dos resistores e adicionam-se os resultados:

$$U = U_1 + U_2 + ... + U_n \Rightarrow R_s\, i = R_1\, i + R_2\, i + ... + R_n\, i \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_s\, i = (R_1 + R_2 + ... + R_n)\, i$$

$$R_s = R_1 + R_2 + ... + R_n$$

Pense e Responda

- Numa associação em série de dois resistores, o de maior resistência dissipa maior potência. Essa afirmação é verdadeira ou falsa?

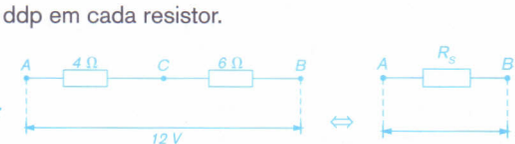
Aplicações

1 Dois resistores de 4 Ω e 6 Ω são associados em série. Uma bateria fornece aos extremos da associação uma ddp de 12 V. Calcule:

a) a resistência equivalente da associação;

b) a intensidade da corrente em cada resistor;

c) a ddp em cada resistor.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

a) Para o cálculo da resistência equivalente, temos:

$R_s = R_{AC} + R_{CB} \Rightarrow R_S = 4 + 6 \Rightarrow R_S = 10\ \Omega$

b) Calculando a corrente, temos:

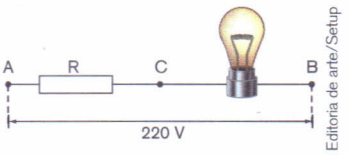
$U_{AB} = R_S \cdot i \Rightarrow 12 = 10 \cdot i \Rightarrow i = 1{,}2\ A$

c) Cálculo da ddp em cada resistor:

$U_{AC} = R_{AC}\, i \Rightarrow U_{AC} = 4 \cdot 1{,}2 \Rightarrow U_{AC} = 4{,}8\ V$

$U_{CB} = R_{CB}\, i \Rightarrow U_{CB} = 6 \cdot 1{,}2 \Rightarrow U_{CB} = 7{,}2\ V$

2 Qual o valor da resistência **R** que deve ser associada em série a uma lâmpada de 60 W – 110 V para que ela trabalhe dentro da sua tensão especificada, num local onde a tensão da rede é de 220 V?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Para o funcionamento da lâmpada, de acordo com sua especificação, a corrente é:

$$P = Ui \Rightarrow 60 = 110 \cdot i \Rightarrow i = \frac{6}{11}\ A$$

Na associação em série, temos:

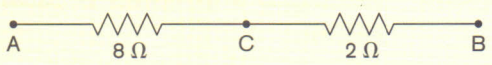
$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} \Rightarrow 220 = U_{AC} + 110 \Rightarrow U_{AC} = 110\ V$$

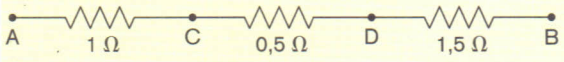
Como a corrente no resistor e na lâmpada é a mesma, obtemos:

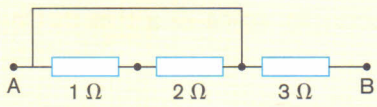
$$U_{AC} = R\,i \Rightarrow 110 = R \cdot \frac{6}{11} \Rightarrow R \simeq 201{,}6\ \Omega$$

Atividades

1 Calcule a resistência do resistor equivalente entre os pontos *A* e *B* das seguintes associações:



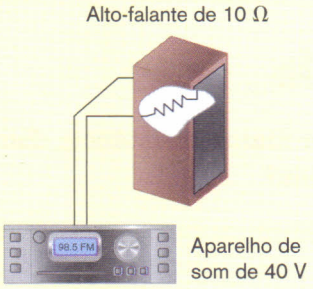




2 Com base na figura, calcule:

a) a intensidade da corrente nesse circuito;

b) a potência elétrica do aparelho de som.



3 *(Vunesp-SP)* A corrente que passa por um certo tipo de lâmpada de lanterna, fabricada para funcionar corretamente com 6,0 V, é igual a 60 mA. Se quisermos ligá-la a uma bateria de 12 V, será preciso lhe associar, em série, um resistor conveniente, para que a lâmpada funcione corretamente, com seu brilho normal. Nestas condições, determine:

a) o valor da resistência desse resistor;

b) a potência dissipada por esse resistor.

4 *(Faap-SP)* Uma associação em série de dois resistores de 4,0 Ω e 6,0 Ω é ligada aos terminais de um gerador de tensão 20 V. Determine a energia elétrica consumida pelo resistor de 4,0 Ω durante 1 minuto.

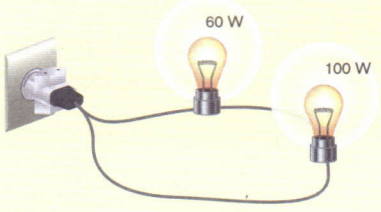
5 *(UEL-PR)* Nas lâmpadas incandescentes, encontramos informações sobre sua tensão e potência de funcionamento. Imagine associarmos em série duas lâmpadas incandescentes, uma de 110 V, 100 W, e outra de 220 V, 60 W. Nesse caso, qual deverá ser, aproximadamente, o valor máximo da tensão de alimentação a ser aplicada neste circuito, para que nenhuma das lâmpadas tenha sua potência nominal excedida?

Considere que o valor das resistências das lâmpadas seja independente da tensão aplicada.

a) 110 V **c)** 220 V **e)** 360 V

b) 127 V **d)** 250 V

6 *(PUC-RJ)* A tomada de sua casa produz uma ddp de 120 V. Você vai ao supermercado e compra duas lâmpadas, uma de 60 W e outra de 100 W. Essas especificações correspondem à situação em que a lâmpada é conectada isoladamente à ddp considerada. Você conecta as duas lâmpadas em série como mostrado na figura. Qual a que brilhará mais?



7 *(Efoa-MG)* Dois resistores, um de 400 Ω e outro de 600 Ω, ligados em série, estão submetidos à tensão de 200 V. Qual o valor da:

a) corrente que percorre esses resistores?

b) tensão aplicada no resistor de 600 Ω?

8 *(UMET-SP)* Cem resistores são associados em série. O primeiro resistor da série tem resistência elétrica de 2 Ω, o segundo de 4 Ω, o terceiro de 6 Ω e assim sucessivamente, formando uma progressão aritmética de razão 2. O valor da resistência equivalente dessa associação é:

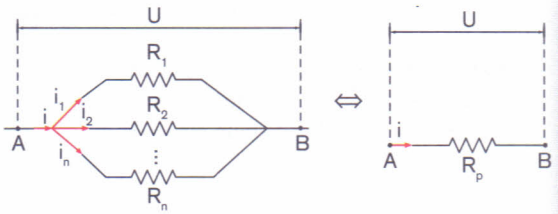
a) 200 Ω **d)** 1 000 Ω

b) 20 200 Ω **e)** 400 Ω

c) 10 100 Ω

Associação em paralelo

Na associação em paralelo, dois ou mais resistores encontram-se ligados através de dois pontos em comum, suportando a mesma diferença de potencial. Na representação esquemática da associação em paralelo, temos:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

R_p representa o resistor equivalente da associação.

Cada ponto comum *A* e *B* é um nó. A corrente total de intensidade **i** se ramifica em *A*, e as partes se reúnem em *B*.

Características da associação em paralelo:

- A diferença de potencial **U** é a mesma em todos os resistores, pois estão ligados aos mesmos terminais *A* e *B*.
- A intensidade de corrente **i** na associação é igual à soma das intensidades de corrente em cada resistor:

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n$$

Aplicando a 1ª lei de Ohm a cada resistor, podemos calcular a resistência R_p do resistor equivalente:

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n \Rightarrow \frac{U}{R_p} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \ldots + \frac{U}{R_n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U}{R_p} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right)U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

Sérgio Dotta Jr/The Next

Circuito com lâmpadas associadas em paralelo. Se uma lâmpada queimar, as outras permanecem acesas.

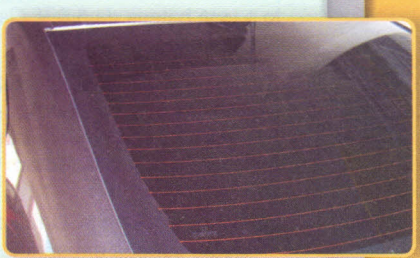
Para facilitar o cálculo, a resistência do resistor equivalente a dois resistores de resistências diferentes R_1 e R_2 e ligados em paralelo pode ser calculada fazendo-se:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Saiba mais sobre...

DESEMBAÇADORES AUTOMOTIVOS

Os automóveis modernos contam com dispositivos que impedem o acúmulo das gotículas de água que constituem o vapor. Um deles é o ventilador de ar quente. Localizado no painel do automóvel, esse ventilador pode ser direcionado para o vidro dianteiro, impedindo a condensação de vapor. O ar quente, no entanto, não é suficiente para desembaçar o vidro traseiro. Para isso, são usados vidros devidamente adaptados, isto é, dotados de um conjunto de trilhas finas de filme metálico, pintadas horizontalmente entre duas trilhas verticais mais grossas. As trilhas horizontais, dessa forma, são resistores elétricos associados em paralelo por duas trilhas verticais. Ao se ligar o dispositivo, a corrente elétrica circulante provoca o aquecimento das trilhas horizontais (efeito Joule). Aquecido, o vidro traseiro não condensa o vapor-d'água, mantendo-se transparente. Como são trilhas metálicas muito finas, os fabricantes recomendam bastante cuidado na limpeza do vidro traseiro a fim de não danificá-las, o que causaria o não funcionamento desse item de segurança tão importante.



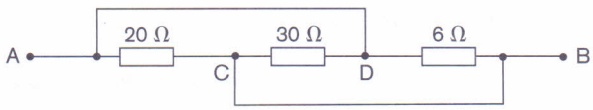
Daniel de Carvalho

Aplicação

Entre os terminais *A* e *B* representados na figura aplica-se uma ddp de 120 V. Calcule:

a) a resistência equivalente da associação;

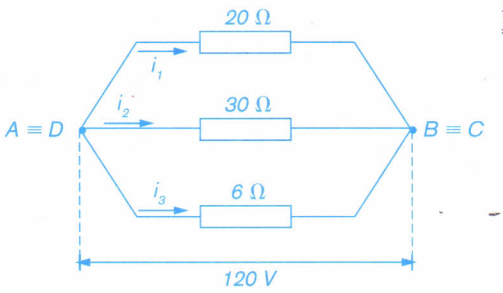
b) a intensidade da corrente em cada resistor.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

a) Os pontos A e D estão em curto-circuito (ligados por fios de resistência desprezível). Portanto, são pontos eletricamente coincidentes (A ≡ D). O mesmo ocorre com os pontos B e C (B ≡ C). Em vista disso, efetuamos uma mudança na associação dada, fixando os pontos A e D como terminal de entrada da corrente B e C como terminal de saída da corrente. Calculando a resistência equivalente, temos:



$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_p = 4\ \Omega$$

b) Sendo uma associação em paralelo, a ddp é comum.

$120 = 20i_1 \Rightarrow i_1 = 6\ A$

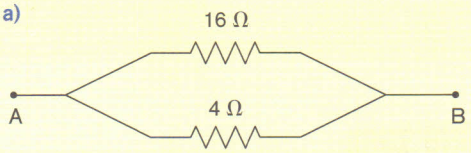
$120 = 30i_2 \Rightarrow i_2 = 4\ A$

$120 = 6i_3 \Rightarrow i_3 = 20\ A$

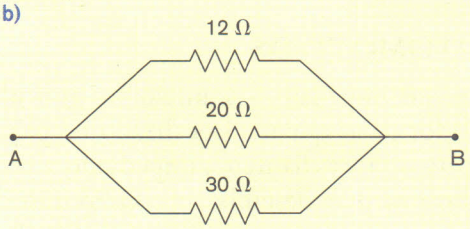
Atividades

1 Calcule a resistência equivalente às associações das figuras:

a)



b)



2 Duas resistências de 6,0 Ω cada uma são ligadas, primeiramente, em série e, em seguida, em paralelo a uma bateria de 6,0 V. Calcule a corrente total em cada caso.

3 *(Ufersa-RN)* Em uma sala há três lâmpadas acesas, ligadas a um mesmo interruptor. Em um certo instante uma das lâmpadas se apaga, enquanto as outras permanecem acesas. Considere as afirmações abaixo:

I. Se apenas uma lâmpada se apagou, elas estão ligadas em série.

II. Se o defeito fosse no interruptor, todas as lâmpadas se apagariam.

III. Se as lâmpadas estivessem ligadas em série, o rompimento do filamento de uma delas interromperia a corrente também nas outras.

A alternativa que apresenta as afirmações incorretas é:

a) somente I.

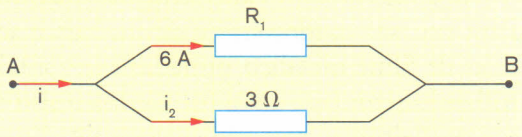
b) somente II.

c) somente III.

d) somente II e III.

e) somente I e II.

4 Na associação, $U_{AB} = 12$ V. Calcule i_2 e R_1.



5 *(Fuvest-SP)* A uma bateria de 12 V ligam-se dois resistores pelos quais passam, respectivamente, 0,50 A e 1,5 A.

a) Qual a carga fornecida pela bateria durante 5 minutos?

b) Qual a potência total dissipada nos resistores?

6 Numa associação em paralelo de dois resistores, o de maior resistência dissipa maior potência. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Justifique a sua resposta.

7 *(Fuvest-SP)* As especificações de 4 lâmpadas ligadas em paralelo em um lustre são: 110 W/110 V. Pretende-se utilizar uma outra lâmpada que dissipe a mesma potência das 4 lâmpadas juntas, mas sob uma tensão de 220 V.

a) Quais as características da nova lâmpada?

b) Em qual das duas situações a corrente total será maior? Justifique.

8 *(UFPE)* Considere um conjunto *A* de 6 resistores de resistência $R_A = 3\ \Omega$, cada, associados em paralelo, e um conjunto *B* de 4 resistores de resistência $\mathbf{R_B}$, cada, associados em série. Se as resistências equivalentes dos dois conjuntos são iguais, conclui-se que $\mathbf{R_B}$ vale:

a) 0,125 Ω

b) 0,25 Ω

c) 0,5 Ω

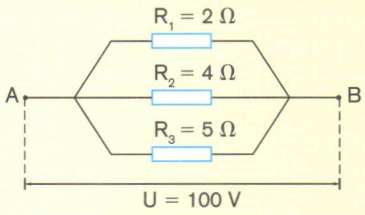
d) 0,75 Ω

e) 0,825 Ω

9 Considere a associação da figura. Determine:

a) a intensidade total da corrente no circuito;

b) a intensidade da corrente em cada resistor.



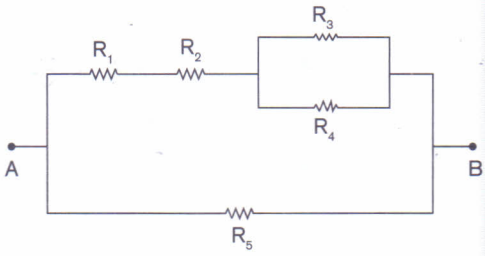
10 Duas lâmpadas, uma de resistência $\mathbf{R_1}$ e outra de resistência $\mathbf{R_2}$, sendo $R_2 < R_1$, são ligadas a uma fonte de tensão. Primeiro elas são ligadas em paralelo e depois em série. Qual é a lâmpada mais brilhante em cada caso? Justifique sua resposta.

11 *(Fatec-SP)* Dois resistores ôhmicos de resistências $R_1 = 3\ \Omega$ e $R_2 = 6\ \Omega$ podem ser associados em série e em paralelo. Quando a associação em série é ligada a uma tomada, dissipa uma potência de 16 W. Quando a associação em paralelo for ligada à mesma tomada dissipará uma potência, em watts, de:

a) 72 c) 15 e) 3,0

b) 30 d) 9,0

Associação mista



As associações mistas de resistores apresentam combinações em série e em paralelo.

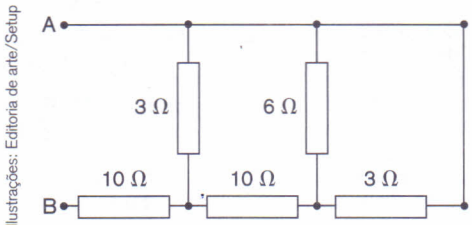
Para determinar a resistência equivalente de toda a associação, é necessário encontrar as associações em série e em paralelo separadamente e calcular a resistência equivalente de cada uma, até obter um circuito simples.

Vamos lembrar que:

- na associação série, a intensidade de corrente é comum a todos os elementos;
- na associação paralela, a ddp **U** é igual em todos os associados;
- durante o funcionamento de um circuito, há consumo de energia elétrica, causando queda do potencial elétrico desde o mais alto – polo (+) do gerador – até o mais baixo – polo (−) do gerador;
- os nós existentes entre os polos (+) e (−) do gerador estão em potenciais intermediários;
- para visualizar pontos com potenciais diferentes, convém iniciar o processo de resolução ou de redução de uma associação mista designando os terminais (pontos entre os quais se pretende calcular a resistência equivalente) com as letras maiúsculas *A* e *B* e os nós com as demais letras (*C*, *D*, ...).

Aplicação

Calcule a resistência equivalente entre os pontos *A* e *B* da associação da figura.

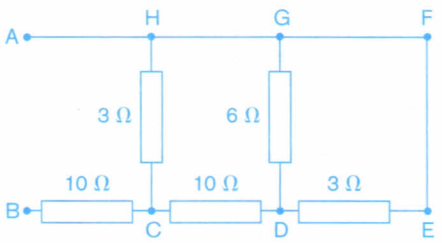


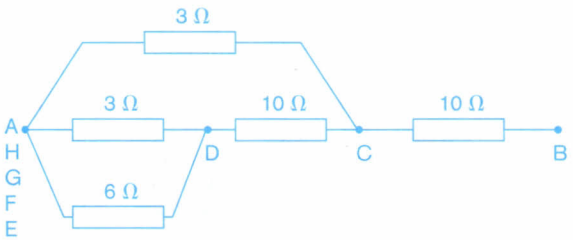
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Inicialmente, vamos colocar letras em todos os nós. Na linha AHGFE não há dispositivos consumidores de energia elétrica; assim, podemos afirmar que esses pontos estão no mesmo potencial e, eletricamente, são considerados coincidentes.

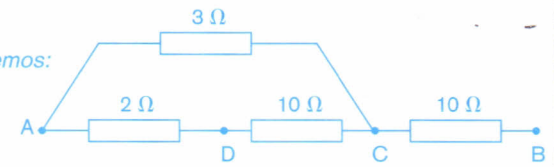
Em vista disso, efetuamos uma mudança na configuração da associação entre os terminais A e B, deixando apenas C e D como nós intermediários.





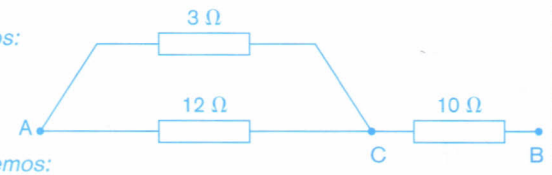
Resolvendo a associação em paralelo entre A e D, temos:

$$R_{AD} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = \frac{18}{9} \Rightarrow R_{AD} = 2\ \Omega$$



Resolvendo a associação em série entre A e C, temos:

$$R_{AC} = 2 + 10 \Rightarrow R_{AC} = 12\ \Omega$$



Resolvendo a associação em paralelo entre A e C, temos:

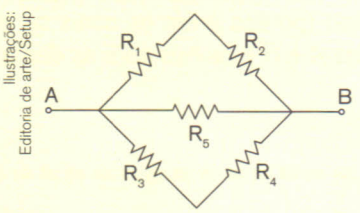
$$R_{AC} = \frac{3 \cdot 12}{3 + 12} \Rightarrow R_{AC} = 2{,}4\ \Omega$$

$$R_{eq} = 2{,}4 + 10 \Rightarrow R_{eq} = 12{,}4\ \Omega$$

Atividades

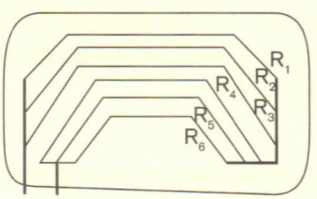
1 *(UEMS)* A figura abaixo mostra a associação de cinco resistores ôhmicos entre os pontos *A* e *B*. É conhecido que $R_1 = R_4 = R$ e $R_2 = R_3 = 2R$. Para que a resistência equivalente à associação seja **R**, o valor da resistência $\mathbf{R_5}$ deve ser:

Ilustrações: Editoria de arte/Setup



a) R b) 2R c) 3R d) 4R e) 5R

2 *(Uniube-MG)* Você pode observar que muitos veículos de passeio possuem linhas de cor marrom no vidro traseiro. Essas linhas são, na verdade, resistências elétricas instaladas na face interna do vidro, conectadas, de alguma forma, ao sistema elétrico do veículo. Sabe-se que, com a passagem de determinada(s) corrente(s) nas resistências, ocorre, por Efeito Joule, aquecimento do vidro, eliminando o embaçamento. As referidas resistências são, geralmente, interligadas, como mostra a figura abaixo. Nesse sentido, sobre a forma como as resistências equivalentes (R_{eq}) estão associadas, pode-se afirmar que a:



a) R_{eq} de R_1, R_2 e R_3 (em série) está em paralelo com a R_{eq} de R_4, R_5 e R_6 (em série).

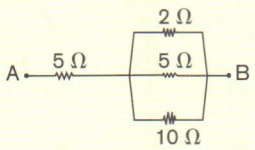
b) R_{eq} de R_1, R_2 e R_3 (em série) está em série com a R_{eq} de R_4, R_5 e R_6 (em série).

c) R_{eq} de R_1, R_2 e R_3 (em paralelo) está em paralelo com a R_{eq} de R_4, R_5 e R_6 (em paralelo).

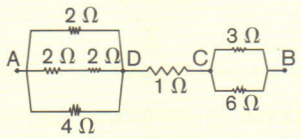
d) R_{eq} de R_1, R_2 e R_3 (em paralelo) está em série com a R_{eq} de R_4, R_5 e R_6 (em paralelo).

3 Calcule a resistência equivalente entre os pontos *A* e *B* das seguintes associações:

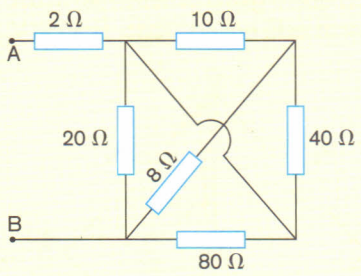
a)



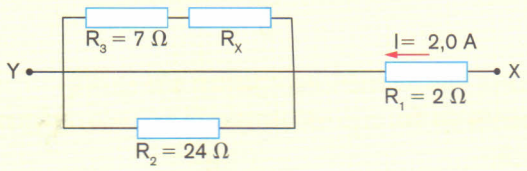
b)



c)



4 *(UFAL)* A diferença de potencial entre os pontos *X* e *Y* do circuito representado no esquema é 20 V e a resistência do resistor $\mathbf{R_x}$ é desconhecida.

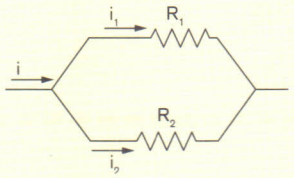


Considerando os valores indicados no próprio esquema, determine:

a) a resistência equivalente da associação formada pelos resistores $\mathbf{R_2}$, $\mathbf{R_3}$ e $\mathbf{R_x}$;

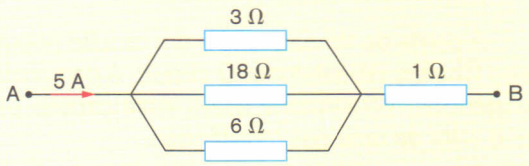
b) a resistência de $\mathbf{R_x}$, em ohms.

5 *(UFES)* No circuito abaixo, a corrente **I** vale 2,0 A e as resistências são $R_1 = 8\ \Omega$ e $R_2 = 2\ \Omega$. A corrente $\mathbf{I_2}$ em $\mathbf{R_2}$ é:



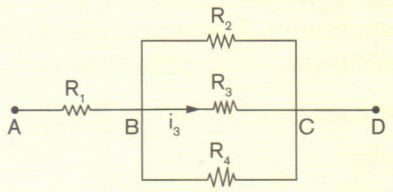
a) 1,0 A
b) 1,6 A
c) 0,4 A
d) 0,2 A
e) 2,0 A

6 São associados quatro resistores conforme o esquema a seguir. A corrente elétrica total que passa por esta associação tem intensidade de 5 A. Qual a diferença de potencial entre os pontos *A* e *B*?

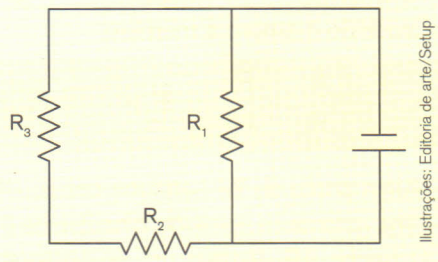


7 *(UCSal-BA)* A figura mostra uma associação de resistores em que $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 1{,}5\ \Omega$, $R_3 = R_4 = 3\ \Omega$ e $i_3 = 2$ A. A intensidade de corrente elétrica que atravessa $\mathbf{R_2}$ vale:

a) 2 A b) 3 A c) 4 A d) 5 A e) 6 A

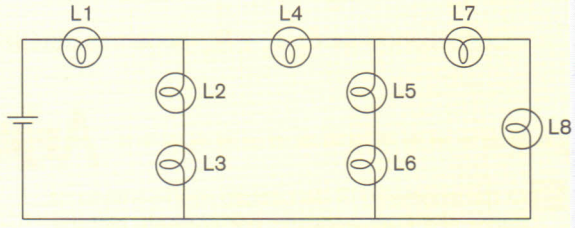


8 *(UnB-DF)* Calcule a corrente, em ampères, que passa pela resistência $\mathbf{R_3}$, sabendo-se que V = 30 V, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$ e $R_3 = 6\ \Omega$.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

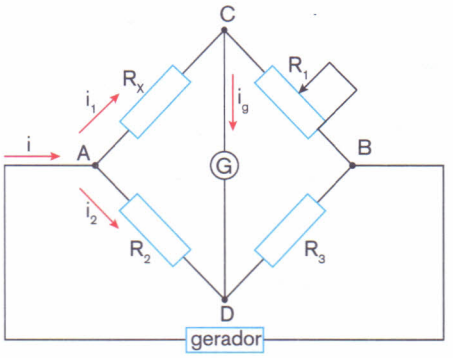
9 *(Enem-MEC)* Considere a seguinte situação hipotética: ao preparar o palco para a apresentação de uma peça de teatro, o iluminador deveria colocar três atores sob luzes que tinham igual brilho, e os demais, sob luzes de menor brilho. O iluminador determinou, então, aos técnicos, que instalassem no palco oito lâmpadas incandescentes com a mesma especificação (L1 a L8), interligadas em um circuito com uma bateria, conforme mostra a figura.



Nessa situação, quais são as três lâmpadas que acendem com o mesmo brilho por apresentarem igual valor de corrente fluindo nelas, sob as quais devem se posicionar os três atores?

a) L1, L2 e L3.
b) L2, L3 e L4.
c) L2, L5 e L7.
d) L4, L5 e L6.
e) L4, L7 e L8.

Ponte de Wheatstone

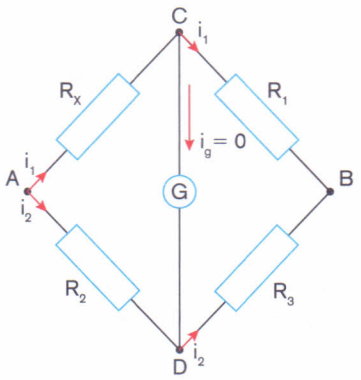


A ponte de Wheatstone é um circuito popularizado pelo físico Charles Wheatstone. O circuito é composto por quatro resistências. Wheatstone usava esse circuito para determinar o valor de uma das resistências.

A representação esquemática do circuito da ponte de Wheatstone, em geral, tem a forma de losango, como na figura ao lado.

Esse circuito recebeu o nome de **ponte** porque o galvanômetro liga os pontos *C* e *D*, que pertencem a ramos diferentes.

Sejam $\mathbf{R_x}$ a resistência que se quer medir, $\mathbf{R_1}$ um reostato, $\mathbf{R_2}$ e $\mathbf{R_3}$ resistores de resistências conhecidas e **G** um galvanômetro. Ajustamos o reostato convenientemente, de modo que o galvanômetro não acuse a passagem de corrente elétrica entre os pontos *C* e *D*. Quando $i_g = 0$, a ponte está em equilíbrio, ficando $V_C = V_D$.



ponte em equilíbrio $\Rightarrow i_g = 0$ e $V_C = V_D$

Dados:

$V_A - V_C = R_X i_1$; $V_A - V_D = R_2 i_2$

$V_C - V_B = R_1 i_1$; $V_D - V_B = R_3 i_2$

Como $V_C = V_D$, temos:

$R_X i_1 = R_2 i_2$ e $R_1 i_1 = R_3 i_2$

Dividindo membro a membro:

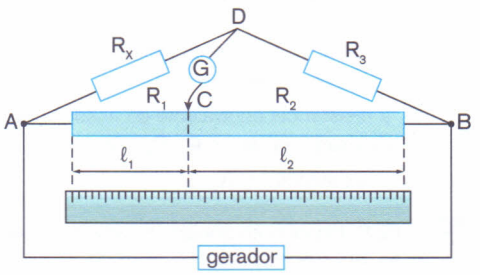
$$\frac{R_X}{R_1} = \frac{R_2}{R_3} \Rightarrow R_X R_3 = R_1 R_2$$

Numa ponte de Wheatstone em equilíbrio, os produtos das resistências opostas são iguais.

Uma variante da ponte de Wheatstone é a chamada **ponte de fio**, cujo esquema está indicado na figura:

O trecho AB contém um fio homogêneo, de secção transversal constante, sobre o qual desliza o cursor *C*, até encontrar o ponto para o qual o galvanômetro não acusa passagem de corrente.

Abaixo do fio, situa-se uma régua que fornece os comprimentos ℓ_1 e ℓ_2.



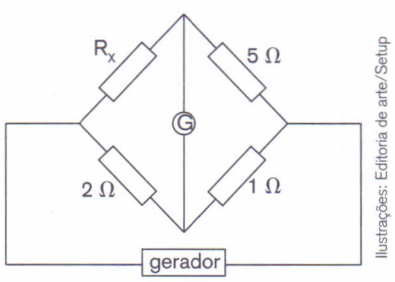
Estabelecido o equilíbrio, temos:

$$R_X R_2 = R_3 R_1 \Rightarrow \frac{R_X \rho \ell_2}{S} = \frac{R_3 \rho \ell_1}{S} \Rightarrow R_X \ell_2 = R_3 \ell_1$$

Conhecendo-se ℓ_1, ℓ_2 e $\mathbf{R_3}$, podemos determinar $\mathbf{R_x}$: $R_X = \frac{\ell_1}{\ell_2} R_3$

Aplicações

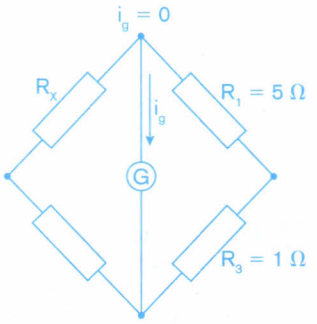
1 O galvanômetro *G* do circuito representado na figura não é atravessado por corrente elétrica. Qual o valor da resistência **Rx**?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

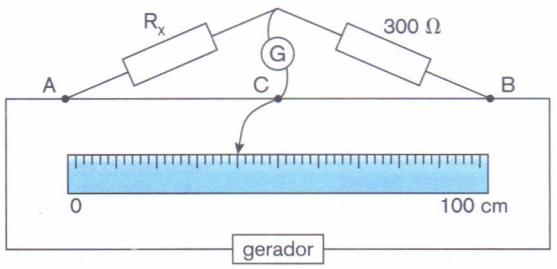
Resolução:

Como o galvanômetro não acusa passagem de corrente ($i_g = 0$); a ponte está em equilíbrio. Então, são iguais os produtos das resistências opostas.



$R_x R_3 = R_2 R_1 \Rightarrow R_x \cdot 1 = 5 \cdot 2 \Rightarrow R_x = 10\ \Omega$

2 Na ponte de fio, representada na figura, o equilíbrio é estabelecido quando o cursor *C* estiver a 40 cm do ponto *A*. Calcule o valor da resistência R_x.
Dados: $\ell_1 = 40$ cm; $\ell_2 = 100$ cm $- \ell_1 = 60$ cm; R = 300 Ω.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

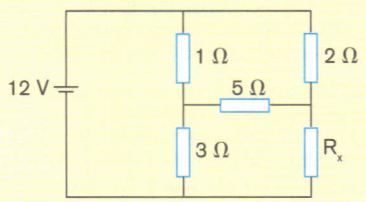
Resolução:

Quando o equilíbrio é estabelecido, $i_g = 0$.

$$R_X \cdot \ell_2 = 300 \cdot \ell_1 \Rightarrow R_X = \frac{\ell_1}{\ell_2} \cdot 300 \Rightarrow R_X = \frac{40}{60} \cdot 300 \Rightarrow R_X = 200\ \Omega$$

Atividades

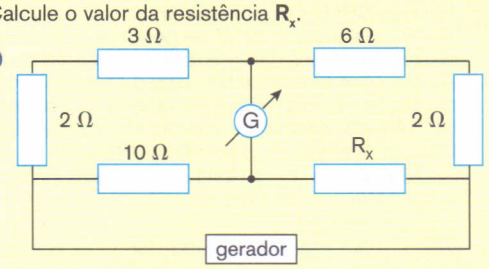
1 *(Unicamp-SP)* No circuito da figura, a corrente na resistência de 5,0 Ω é nula.



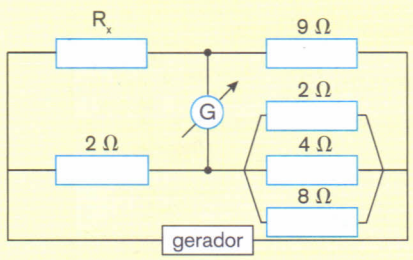
a) Determine o valor da resistência R_x.
b) Qual a corrente fornecida pela bateria?

2 Nos circuitos esquematizados a seguir, o galvanômetro não é percorrido por corrente elétrica. Calcule o valor da resistência R_x.

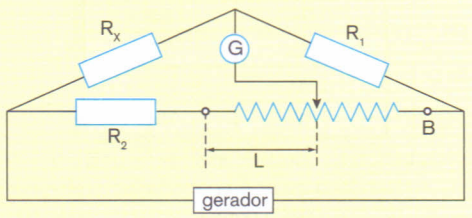
a)



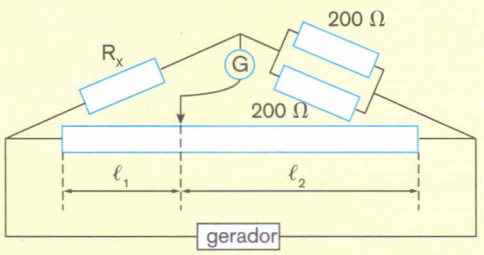
b)



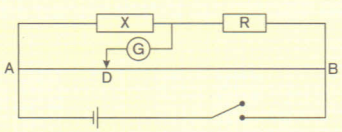
3 *(Unisa-SP)* No circuito esquematizado, $R_1 = 210\ \Omega$ e $R_2 = 30\ \Omega$. AB é um fio homogêneo de secção constante, resistência 50,0 Ω e comprimento 500 mm. Obteve-se o equilíbrio da ponte para L = 150 mm. Determine o valor da resistência R_x.



4 *(UFSC)* O circuito da figura é o de uma "ponte de fio" e serve para a determinação de uma resistência desconhecida R_x. Sabendo que a ponte da figura está equilibrada, isto é, o galvanômetro *G* não acusa nenhuma passagem de corrente elétrica, determine o valor de R_x, na situação de equilíbrio, considerando que $\ell_1 = 20$ cm e $\ell_2 = 50$ cm.



5 *(UEFS-BA)* Para medir uma resistência desconhecida **X**, emprega-se uma ponte de fio conforme a figura.



O fio AB é de resistência uniforme e a leitura do galvanômetro, *G*, é zero. Considerando-se AD = 4 L, DB = 6 L, pode-se afirmar que o valor da resistência *X* é dado pela expressão:

a) $\frac{2}{3}R$ b) $\frac{1}{2}R$ c) R d) $\frac{3}{4}R$ e) $\frac{3}{2}R$

Mais Atividades

1 *(UEL-PR)* Muitos aparelhos eletrodomésticos têm seu funcionamento baseado simplesmente no comportamento de resistências elétricas. Exemplos destes são as lâmpadas incandescentes, ferros de passar, chuveiros elétricos, entre outros. Considerando o funcionamento das resistências, é correto afirmar:

a) Ao se diminuir a resistência de um chuveiro elétrico, reduz-se a potência consumida por ele.

b) A resistência de uma lâmpada incandescente de 100 W é maior que a de uma lâmpada de 60 W.

c) Em um chuveiro elétrico, para manter estável a temperatura quando se aumenta a vazão de água, deve-se diminuir a resistência do chuveiro.

d) Quando se seleciona em um ferro de passar a posição "mais quente", o que se está fazendo é aumentar a resistência do ferro ao maior valor possível.

e) A potência consumida independe da resistência desses aparelhos.

2 *(UFG-GO)* Um telefone celular funciona numa faixa de frequência de 824 a 849 MHz. As cargas e os tempos de duração das baterias, de 6 V, para esse tipo de telefone são dados na tabela a seguir:

Carga (Ah)	Tempo (min)
0,30	40
0,38	50
0,55	70
0,80	110
1,10	150

a) Sabendo-se que a velocidade de uma onda eletromagnética no ar é aproximadamente igual a $3 \cdot 10^8$ m/s, qual o comprimento de onda aproximado para a frequência de 830 MHz?

b) Qual a quantidade de carga (em coulombs) fornecida pela bateria de 0,80 Ah?

c) Calcule a corrente média e a potência média fornecidas pela bateria de 0,80 Ah.

3 *(Unic-MT)* Uma andorinha pousa em um dos fios de uma linha de transmissão de energia elétrica. O fio conduz uma corrente elétrica i = 1 000 A e sua resistência é de $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ Ω/m por unidade de comprimento. A distância que separa os pés do pássaro, ao longo do fio, é de 5,0 cm. A diferença de potencial, em milivolts (mV), entre os seus pés é:

a) 1,5 b) 3,0 c) 2,5 d) 2,8 e) 4,0

4 *(Vunesp-SP)* Células fotovoltaicas foram idealizadas e desenvolvidas para coletar a energia solar, uma forma de energia abundante, e convertê-la em energia elétrica. Esses dispositivos são confeccionados com materiais semicondutores que, quando iluminados, dão origem a uma corrente elétrica que passa a alimentar um circuito elétrico. Considere uma célula de 100 cm^2 que, ao ser iluminada, possa converter 12% da energia solar incidente em energia elétrica. Quando um resistor é acoplado à célula, verifica-se que a tensão entre os terminais do resistor é 1,6 V. Considerando que, num dia ensolarado, a célula recebe uma potência de 1 kW por metro quadrado, calcule a corrente que passa pelo resistor.

5 *(UFF-RJ)* Um aquecedor elétrico usa um resistor de 2 Ω ligado a uma diferença de potencial de 100 V para aquecer a água.

a) Calcule a potência consumida pelo aquecedor quando ligado.

b) Um banho que use 20 litros de água está dentro dos limites recomendados para evitar o desperdício. Se uma pessoa usa esta quantidade de água a 40 °C para seu banho, e se a temperatura da água antes de ser aquecida é de 20 °C, durante quanto tempo o aquecedor deverá ficar ligado? Considere 1 cal = 4,2 J.

c) Num país como o Brasil, a superfície da Terra recebe cerca de 500 W/m^2 de radiação solar por aproximadamente 10 horas diárias. Usando placas captadoras de radiação solar com uma área total de 2 m^2, quantos litros de água poderiam ser aquecidos de 20 °C a 40 °C diariamente, usando apenas energia solar? Suponha que as placas tenham eficiência de 100%.

6 *(UERJ)* Para aquecer o ar no interior de um cômodo que se encontra, inicialmente, a uma temperatura de 10 °C, utiliza-se um resistor elétrico cuja potência média consumida é de 2 kW.

O cômodo tem altura igual a 2,5 m e área do piso igual a 20 m^2.

Considere que apenas 50% da energia consumida pelo resistor é transferida como calor para o ar. Determine o tempo necessário para que a temperatura no interior do cômodo seja elevada a 20 °C. Dados: $d_{ar} = 1{,}25$ kg/m^2 e $c_{ar} = 1 \cdot 10^3$ J/kg °C.

7 *(Unifesp-SP)* Um consumidor troca a sua televisão de 29 polegadas e 70 W de potência por uma de plasma de 42 polegadas e 220 W de potência. Se em sua casa se assiste televisão durante 6,0 horas por dia, em média, pode-se afirmar que o aumento de consumo mensal de energia elétrica que essa troca vai acarretar é, aproximadamente, de

a) 13 kWh c) 40 kWh e) 220 kWh

b) 27 kWh d) 70 kWh

8 *(Enem-MEC)* Uma estudante que ingressou na universidade e, pela primeira vez, está morando longe da sua família, recebe a sua primeira conta de luz:

Medidor			Consumo	Leitura		Cód.	Emissão	Id. Bancária		
Número	Consumidor	Leitura	kWh	Dia	Mês	21	01/04/2009	Banco	Agência	Município
7131312	951672	7295	260	31	03			222	999-7	S. José das Moças

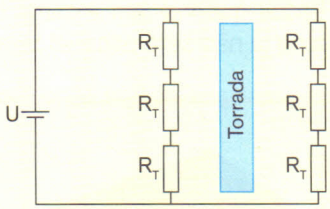
Consumo dos últimos 12 meses em kWh				Descrição
253 Mar/08 247 Abr/08 255 Mai/ 08	276 Jun/08 280 Jul/08 275 Ago/08	272 Set/08 270 Out/08 260 Nov/08	265 Dez/08 266 Jan/08 268 Fev/08	Fornecimento ICMS

Base de Cálculo ICMS	Alíquota	Valor		Total
R$ 130,00	25%	R$ 32,50		R$ 162,50

Se essa estudante comprar um secador de cabelos que consome 1 000 W de potência e considerando que ela e suas 3 amigas utilizem esse aparelho por 15 minutos cada uma durante 20 dias no mês, o acréscimo em reais na sua conta mensal será de:

a) R$ 10,00 b) R$ 12,50 c) R$ 13,00 d) R$ 13,50 e) R$ 14,00

9 *(Unicamp-SP)* O diagrama abaixo representa um circuito simplificado de uma torradeira elétrica que funciona com uma tensão U = 120 V. Um conjunto de resistores $R_T = 20\ \Omega$ é responsável pelo aquecimento das torradas e um cronômetro determina o tempo durante o qual a torradeira permanece ligada.

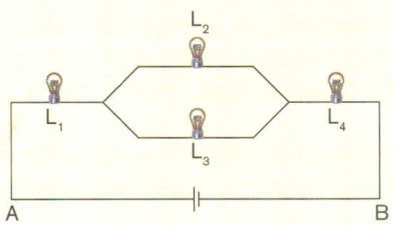


a) Qual é a corrente que circula em cada resistor R_T quando a torradeira está em funcionamento?

b) Sabendo-se que essa torradeira leva 50 segundos para preparar uma torrada, qual é a energia elétrica total consumida no preparo dessa torrada?

c) O preparo da torrada só depende da energia elétrica total dissipada nos resistores. Se a torradeira funcionasse com dois resistores R_T de cada lado da torrada, qual seria o novo tempo de preparo da torrada?

10 *(UFPel-RS)* No circuito esquematizado na figura abaixo, as lâmpadas são idênticas e a resistência de cada uma vale 120 Ω. A diferença de potencial mantida entre os pontos *A* e *B* é igual a 270 V.



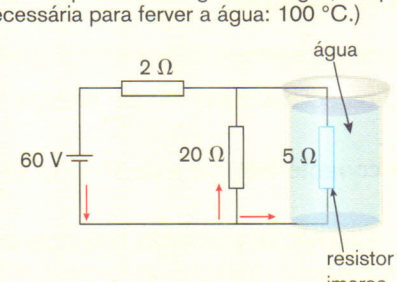
Analisando o circuito, responda às seguintes questões:

a) Qual a resistência equivalente à associação de resistores formada pelas quatro lâmpadas?

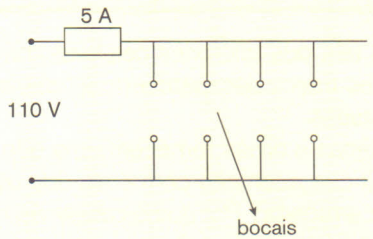
b) Qual a corrente elétrica que passa na lâmpada L_3?

c) Se a lâmpada L_3 for retirada da associação, o brilho de L_4 aumenta, diminui ou não se altera? Justifique sua resposta.

11 *(IME-RJ)* Um circuito é construído com o objetivo de aquecer um recipiente adiabático que contém 1 litro de água a 25 °C. Considerando-se total a transferência de calor entre o resistor e a água, determine o tempo estimado de operação do circuito da figura a seguir para que a água comece a ferver. (Dados: calor específico da água = 1 cal/g °C; massa específica da água = 1 kg/L; temperatura necessária para ferver a água: 100 °C.)



12 *(Vunesp-SP)* Uma luminária com vários bocais para conexão de lâmpadas possui um fusível de 5 A para proteção da rede elétrica alimentada com uma tensão de 110 V, como ilustrado na figura.

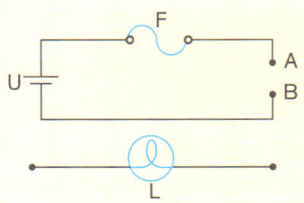


Calcule:

a) a potência máxima que pode ser dissipada na luminária;

b) o número máximo de lâmpadas de 150 W que podem ser conectadas na luminária.

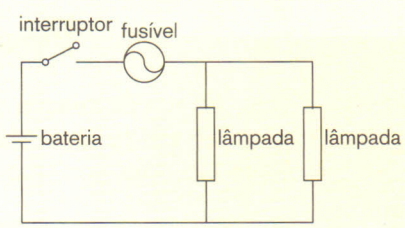
13 *(PUC-SP)* No circuito da figura, *F* representa um fusível que suporta até 4 A sem se romper, e U = 9 V é fornecida por uma bateria. Dispõe-se de diversas lâmpadas ôhmicas *L*, cujas características gravadas no vidro do bulbo são $\frac{6\ W}{9\ V}$.



a) Quantas lâmpadas *L* podem ser associadas em paralelo nos terminais *A* e *B* sem "queimar" o fusível? Despreze a resistência do fusível neste item.

b) Se o fusível for feito com o fio de cobre (resistividade média $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\ m$) de 1,0 mm^2 de área da secção transversal e 2,0 cm de comprimento, qual será sua resistência real?

14 *(UFPB)* Um automóvel possui dois faróis dianteiros, equipados com lâmpadas idênticas de 12 V e de potência igual a 48 W. Elas são alimentadas por uma bateria de 12 V e resistência interna desprezível. As duas lâmpadas estão ligadas em paralelo à bateria e o circuito (conforme esquema abaixo) é protegido por um fusível, de resistência desprezível.



O fusível é especificado por um valor I_0 de corrente em ampères, tal que se a corrente através dele ultrapassar este valor I_0, o fusível se "queima", interrompendo o circuito.

Determine:

a) a corrente através de cada uma das lâmpadas, quando estiverem acesas;

b) o menor valor possível da especificação I_0 do fusível, para que ele não se "queime" neste circuito.

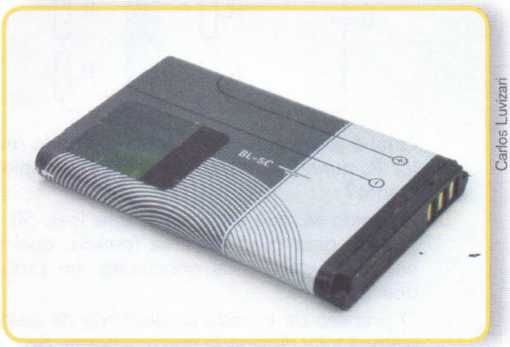
CAPÍTULO 38 – GERADORES ELÉTRICOS

1. O que é um gerador elétrico

Na tela dos telefones celulares, há um ícone com alguns traços que indicam a carga da bateria. Quando os traços desaparecem, a bateria precisa ser recarregada ou já não será possível fazer ou receber chamadas.

Baterias e pilhas fornecem uma ddp entre seus terminais. O que acontece com essa ddp quando a bateria está descarregada? Por que o celular deixa de funcionar? O mesmo efeito pode ser observado com uma lanterna, isto é, à medida que esta é usada, a luz que fornece vai ficando mais fraca. Se as reações químicas continuam a ocorrer dentro da pilha e se é dessas reações que provém a ddp da bateria, por que isso acontece?

Neste capítulo estudaremos os geradores elétricos – fontes de tensão ou voltagem, como também são chamados –, que fornecem energia aos resistores e aos demais elementos de um circuito elétrico.



Carlos Luvizari

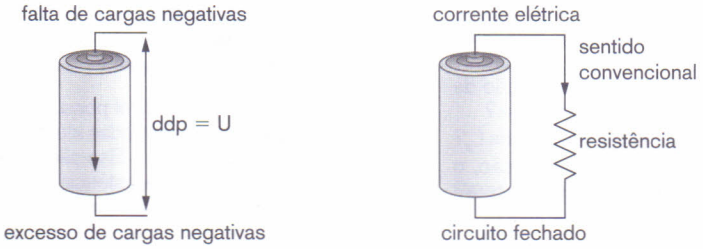
Bateria de celular.

Pense e Responda

• Os geradores elétricos criam energia?

As pilhas e as baterias são geradores químicos – transformam energia química em energia elétrica – dotados de dois polos, um positivo e outro negativo. No polo positivo há ausência de cargas negativas, ao passo que no polo negativo há excesso dessas cargas. Isso ocorre sempre, mesmo que a pilha não esteja inserida em um circuito elétrico.

Dessa diferença de quantidade de cargas e de polaridade resulta uma voltagem ou ddp entre os polos. Se ligarmos algum circuito condutor elétrico fechado entre os polos, haverá circulação de corrente elétrica.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

• Verifique que, ao aproximar o polo positivo de uma pilha ao negativo de outra, não ocorre atração entre eles. Não deveria ocorrer, já que há concentração de cargas positivas no polo positivo e negativas no polo negativo?

Dínamos, alternadores e geradores de usinas hidrelétricas ou eólicas transformam energia mecânica em energia elétrica.

Esse tipo de gerador fornece a voltagem (que dá origem à corrente elétrica) a partir de fenômenos mecânicos associados a outros de origem magnética.

A função de um gerador elétrico, qualquer tipo que seja, é aumentar a energia potencial elétrica das cargas que o atravessam. As cargas ganham essa energia por meio do trabalho de forças que atuam sobre elas. Esse trabalho é a medida da energia que as cargas recebem.

Já vimos que, nos condutores, parte da energia transferida às cargas é utilizada para vencer a resistência oferecida no seu percurso, resultante dos inúmeros choques dos elétrons livres com os íons do condutor.

Essa resistência também ocorre dentro do gerador, ao longo do caminho das cargas entre os polos negativo e positivo. A energia gasta na resistência interna ressurge na forma de calor, e a parte útil é transferida ao circuito ligado externamente aos polos do gerador.

2. Características dos geradores

Força eletromotriz (fem)

Você já deve ter percebido que há pilhas de diferentes voltagens. As pilhas alcalinas comuns têm ddp entre seus terminais de 1,5 V. As pilhas de botão têm voltagens diferentes, dependendo da finalidade. A voltagem entre os terminais é uma característica de cada tipo de pilha, e isso vale para todos os geradores. A ddp entre os terminais da pilha se deve ao trabalho da força elétrica no interior dela ao levar as cargas do terminal negativo (de menor potencial) ao positivo (maior potencial). Esse trabalho no deslocamento de um polo a outro realizado por unidade de carga é chamado **força eletromotriz do gerador (fem)**, cujo símbolo é a letra grega **ε** (épsilon).

Assim, por definição:

$$\varepsilon = \frac{\tau}{\Delta Q}$$

em que **τ** é o trabalho realizado e **ΔQ** é a quantidade de carga levada do polo negativo ao positivo. Assim, a força eletromotriz exprime a energia necessária para levar uma carga unitária de um polo a outro.

Observe que falamos em energia e demos o nome de força. Na verdade, a fem não é uma força, ou seja, trata-se de um nome inadequado. A fem representa a quantidade de energia total transferida à **unidade de carga** dentro do gerador durante o processo de transformação de uma dada modalidade de energia em energia elétrica.

Em todos os processos físicos há perdas energéticas: máquinas em movimento não transferem toda a energia para os sistemas que alimentam porque há perdas, na verdade, transformações, de parte da energia em calor.

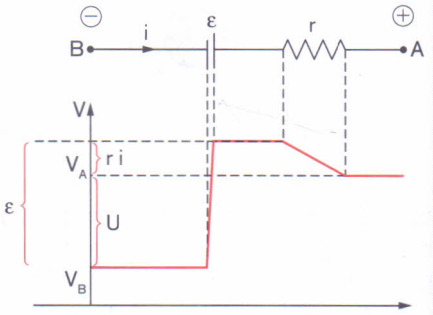
A fem corresponde à ddp que o gerador forneceria entre os polos se não houvesse perdas na resistência interna. Ela é uma constante para cada gerador.

No SI, a unidade de medida de fem é joule/coulomb = volt: J/C = V

Os geradores elétricos reais são representados pelo símbolo:

em que **r** representa a resistência interna do gerador.

A variação do potencial das cargas desde a sua entrada no polo negativo até a saída no polo positivo está representada na figura ao lado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No gráfico, a subida do potencial de V_B para V_A corresponde à fem **ε** do gerador. A queda de potencial **ri** ocorre na resistência interna. A ddp que o gerador disponibiliza para o circuito externo é $V_A - V_B = U$.

Observe que a ddp **U** disponível ao circuito externo é igual à diferença entre a fem ε e a queda de potencial interna correspondente ao produto **ri**, o que pode ser representado matematicamente pela expressão:

$$U = \varepsilon - ri \text{ (equação do gerador)}$$

em que ε e **r** são constantes.

Essa é a equação do gerador elétrico real. Se não houvesse dissipação interna (r = 0), o gerador seria ideal e a ddp entre os seus polos seria a própria fem.

3. Potência no gerador elétrico

Já vimos que, para calcular a potência elétrica em um trecho de circuito, devemos multiplicar a ddp (**U**) entre as extremidades desse trecho pela intensidade de corrente que o atravessa. Assim, para determinar a potência do gerador, vamos multiplicar ambos os membros da equação do gerador pela intensidade **i** da corrente elétrica que o atravessa.

$U = \varepsilon - ri \Rightarrow Ui = \varepsilon i - ri^2$

O 1º membro (Ui) representa a potência que o gerador fornece ao circuito externo, isto é, **a potência útil P_u**.

$$P_u = Ui$$

No 2º membro, εi corresponde à **potência total do gerador P_t**:

$$P_t = \varepsilon i$$

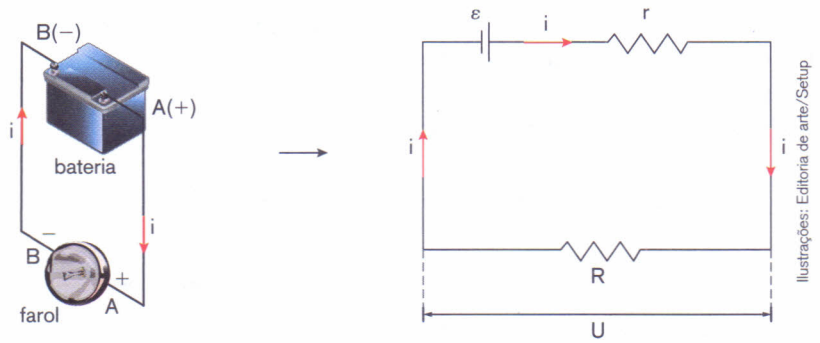
e o 3º membro, ri^2 é a **potência dissipada internamente P_d**, ou seja, a parcela da potência total que não é aproveitada pelo circuito externo:

$$P_d = ri^2$$

A relação entre a potência útil e a potência total indica o rendimento do gerador. Quanto mais energia é aproveitada (e menos dissipada) maior o rendimento do gerador. Costuma-se exprimir o rendimento pela letra grega η (eta). Assim, o **rendimento η** de um gerador elétrico real é dado pelo quociente:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{U}{\varepsilon}$$

Como exemplo, vamos examinar uma aplicação da energia potencial elétrica em um farol de automóvel ligado a uma bateria.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

*A bateria é a fonte de fem ε e **r** é sua resistência interna. O farol faz parte do circuito externo (resistência r).*

Quando as cargas elétricas passam pelo farol, a energia potencial delas se transforma em calor, fazendo o filamento do farol irradiar calor e emitir luz. No terminal negativo, as cargas elétricas têm menor energia potencial. A bateria fornece, então, energia potencial às cargas enviando-as para o terminal positivo com um potencial mais alto e, assim, o ciclo se repete. A bateria fornece energia potencial às cargas usando sua energia química.

A corrente que flui do terminal positivo não é consumida ao longo do percurso. Ela é sempre igual em todos os pontos do circuito, mesmo que a espessura do fio seja diferente em certa parte do circuito. Experimente ligar um aparelho a uma extensão com fio de maior espessura e veja se ocorre alguma diferença no funcionamento do aparelho. Ele vai funcionar normalmente, ou seja, a corrente será a mesma no fio fino e no mais espesso. Isso ocorre porque existe conservação das cargas elétricas, e estas não podem se acumular nos dispositivos do circuito. Se houvesse acúmulo, a diferença de potencial seria variável com o tempo.

Pense e Responda

• A intensidade de corrente no motor de arranque de um automóvel ao ser posto em funcionamento é bastante elevada – cerca de 100 A. Quando o veículo é acionado com os faróis acesos ou o rádio ligado, é possível notar uma redução na intensidade luminosa dos faróis ou na intensidade sonora do rádio. Por que isso acontece?

Aplicações

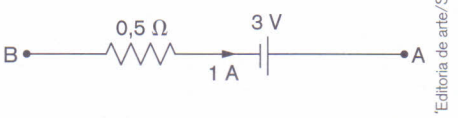
1 O gerador representado na figura é percorrido por uma corrente de intensidade 1 A. Calcule:

a) a ddp entre os terminais *A* e *B*;

b) a potência dissipada no gerador;

c) o rendimento do gerador;

d) a energia entregue ao circuito externo, se o gerador permanecer ligado por 20 s.



Editoria de arte/Setup

(Dados: $\varepsilon = 3$ V; $r = 0{,}5\ \Omega$; $i = 1$ A; $\Delta t = 20$ s.)

Resolução:

a) Pela equação do gerador, temos:

$U = \varepsilon - ri \Rightarrow U = 3 - 0{,}5 \cdot 1 \Rightarrow U = 2{,}5$ V

b) A potência dissipada é:

$P_d = ri^2 \Rightarrow P_d = 0{,}5 \cdot 1^2 \Rightarrow P_d = 0{,}5$ W

c) O rendimento é:

$$n = \frac{U}{E} \Rightarrow n = \frac{2{,}5}{3} \Rightarrow n = 0{,}83 \text{ ou } n = 83\%$$

d) A energia entregue ao circuito externo é a útil:

$E_{útil} = P_u \cdot \Delta t \Rightarrow E_{útil} = Ui\Delta t \Rightarrow E_{útil} = 2{,}5 \cdot 1 \cdot 20 \Rightarrow E_{útil} = 50$ J

2 Em circuito aberto, a ddp entre os terminais de uma bateria é 12 V. Quando percorrida por uma corrente de valor 2 A, fornece a um circuito externo a potência de 20 W. Calcule a fem e a resistência interna da bateria.

Resolução:

Em circuito aberto, não passa corrente pela bateria:

$i = 0 \Rightarrow U = E \Rightarrow E = 12$ V

A potência fornecida ao circuito externo é a útil:

$P_u = Ui \Rightarrow 20 = U \cdot 2 \Rightarrow U = 10$ V

Pela equação do gerador, temos:

$U = E - ri \Rightarrow 10 = 12 - r \cdot 2 \Rightarrow r = 1\ \Omega$

Atividades

1 Descreva o efeito Joule em um gerador.

2 Qual é a transformação de energia que ocorre numa pilha? E no dínamo de um automóvel?

3 Uma pilha de fem igual a 10 V e resistência interna de 0,5 Ω, quando em uso, apresenta entre os seus terminais uma ddp de 9 V. Calcule:

a) a intensidade da corrente que a atravessa;

b) a potência dissipada na pilha;

c) o rendimento da pilha.

4 Um gerador tem fem igual a 60 V e resistência interna de 0,5 Ω. Ao ser atravessado por uma corrente de 20 A, calcule:

a) a potência total do gerador;

b) a potência dissipada no gerador;

c) a potência transferida ao circuito externo;

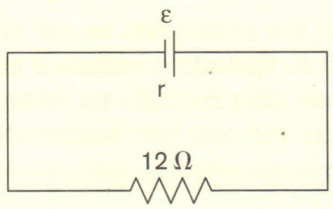
d) o rendimento elétrico do gerador.

5 Qual o motivo da queda de voltagem entre os polos de uma pilha ou bateria quando ela está ligada a um circuito elétrico em funcionamento?

6 Medindo-se a ddp entre os terminais de uma bateria, quando por ela passa uma corrente de 2 A, obtêm-se 11 V. Quando em circuito aberto, a medida entre esses terminais é 12 V. Qual o valor da fem ε e da resistência interna **r** da bateria?

7 Uma corrente de intensidade de 2 A é mantida durante 2 minutos em um circuito ligado a um gerador de fem 12 V e resistência interna $r = 2\ \Omega$. Qual o valor da energia elétrica fornecida ao circuito nesse intervalo de tempo?

8 *(Mack-SP)* Quando a intensidade de corrente elétrica que passa no gerador do circuito elétrico a seguir é 2,0 A, o rendimento do mesmo é de 80%. A resistência interna desse gerador vale:



a) 1,0 Ω
b) 1,5 Ω
c) 2,0 Ω
d) 2,5 Ω
e) 3,0 Ω

9 *(UCDB-MS)* O corpo do peixe-elétrico, que habita as águas dos rios da região Amazônica, pode ser comparado com um gerador de força eletromotriz de 729 V e de resistência interna de 50 Ω. Sendo 800 Ω a resistência elétrica oferecida pela água, a intensidade da corrente elétrica que eletrifica a água nas vizinhanças do peixe é igual a

a) 0,5 A
b) 0,7 A
c) 0,9 A
d) 1,0 A
e) 1,2 A

10 *(UFMG)* Nara liga um voltímetro, primeiro, a uma pilha nova e, em seguida, a uma pilha usada. Ambas as pilhas são de 9 V e o voltímetro indica, igualmente, 9,0 V para as duas. Considerando essas informações:

1. Explique por que o voltímetro indica 9,0 V tanto para a pilha nova quanto para a pilha usada.

Continuando sua experiência, Nara liga cada uma dessas pilhas a uma lâmpada de baixa resistência elétrica, especificada para 9 V.

Então, ela observa que a lâmpada, quando ligada à pilha nova, acende normalmente, mas, quando ligada à pilha usada, acende com um brilho muito menor.

2. Explique por que a lâmpada acende normalmente ao ser ligada à pilha nova e com brilho menor ao ser ligada à pilha usada.

11 *(Unifesp-SP)* Uma das alternativas modernas para a geração de energia elétrica limpa e relativamente barata é a energia eólica. Para a avaliação preliminar da potência eólica de um gerador situado em um determinado local, é necessário calcular a energia cinética do vento que atravessa a área varrida pelas hélices desse gerador por unidade de tempo.

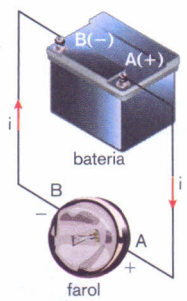
a) Faça esse cálculo para obter a potência média disponível, em watts, de um gerador eólico com hélices de 2,0 m de comprimento, colocado em um lugar onde, em média, a velocidade do vento, perpendicular à área varrida pelas hélices, é de 10 m/s. (Dados: área do círculo: $A = \pi r^2$ (adote $\pi = 3{,}1$); densidade do ar: $d(ar) = 1{,}2\ kg/m^3$.)

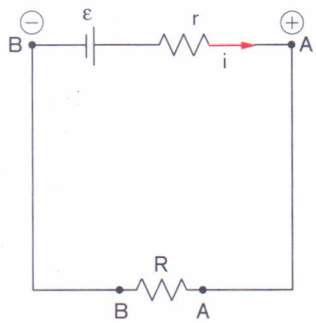
b) Mesmo em lugares onde o vento é abundante, há momentos de calmaria ou em que sua velocidade não é suficiente para mover as pás do gerador. Indique uma forma para se manter o fornecimento de energia elétrica aos consumidores nessas ocasiões.

4. Lei de Pouillet

Observe o circuito ao lado, que representa *grosso modo* o circuito do farol de um automóvel.

Nesse circuito, a bateria é o gerador, e o farol, o resistor externo de resistência elétrica **R**. Esse circuito pode ser representado da seguinte forma:





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O físico francês Claude Pouillet verificou que a diferença de potencial entre os polos do gerador é a mesma que nos terminais do resistor. Logo:

$U_{AB} = \varepsilon - ri$ e $U_{AB} = Ri$

Então:

$\varepsilon - ri = Ri$

$$\varepsilon = (R + r)i$$

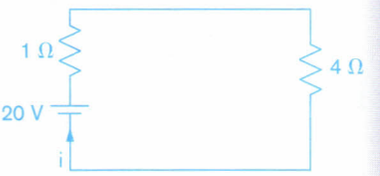
Essa relação ficou conhecida como **lei de Pouillet**.

Pense e Responda

• A ddp entre os terminais de um gerador é sempre a mesma? Ela independe do circuito externo?

Aplicações

1 Um gerador de fem 20 V e resistência interna 1 Ω é ligado diretamente a um resistor de 4 Ω. Calcule a intensidade da corrente do circuito.



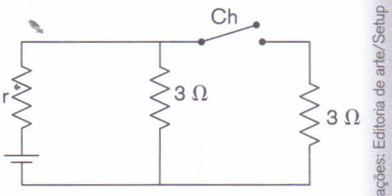
Resolução:

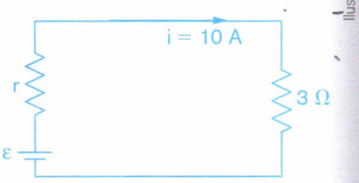
Representando o circuito, temos:

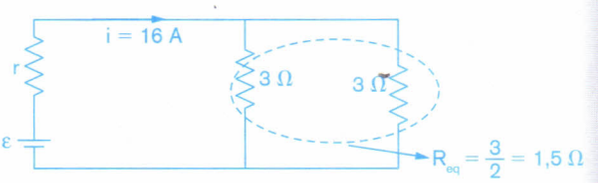
Sendo ε = 20 V, r = 1 Ω, R_{eq} = 4 Ω e aplicando a lei de Pouillet, obtemos:

$\varepsilon = (R_{eq} + r)i \Rightarrow 20 = (4 + 1)i \Rightarrow i = 4\ A$

2 Um gerador elétrico está ligado como indica a figura. Com a chave Ch aberta, a corrente que o atravessa é de intensidade 10 A; com a chave fechada, a intensidade da corrente passa a ser de 16 A. Calcule a resistência interna **r** e a fem ε do gerador.







Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

Com a chave aberta obtemos o circuito.

Usando a lei de Pouillet, temos:

$E = (3 + r) \cdot 10 \quad (1)$

Com a chave fechada, vamos determinar a resistência do resistor externo equivalente.

$R_{eq} = \frac{3}{2} \Rightarrow R_{eq} = 1{,}5\ \Omega$

Usando a lei de Pouillet, temos:

$\varepsilon = (1{,}5 + r) \cdot 16 \quad (2)$

Igualando (1) e (2), vem:

$(3 + r) \cdot 10 = (1{,}5 + r) \cdot 16 \Rightarrow r = 1\ \Omega$

Substituindo r = 1 Ω em (1):

$\varepsilon = (3 + 1) \cdot 10 \Rightarrow \varepsilon = 40\ V$

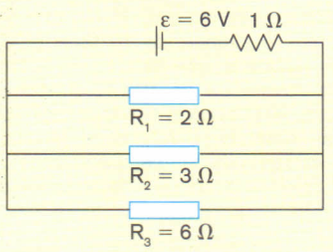
Atividades

1 *(Unitau-SP)* Uma resistência elétrica de 19,9 ohms é ligada a uma bateria de força eletromotriz 2,0 volts e resistência interna 0,1 ohm. Determine:

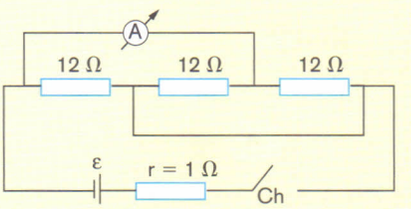
a) a corrente que atravessa a bateria;

b) a potência dissipada na resistência de carga.

2 *(UFPA)* Considere o circuito abaixo para determinar as correntes elétricas i_1, i_2, i_3, em ampères, que passam nos resistores R_1, R_2 e R_3 e a potência dissipada no resistor $R_2 = 3\ \Omega$.



3 *(UFRRJ)* Dispositivos que são capazes de realizar trabalho sobre cargas elétricas que passam através deles são chamados de geradores de força eletromotriz. No entanto, essa denominação é inadequada, visto que não se trata de força no sentido em que esse conceito é usado na Física. No circuito a seguir, quando a chave Ch é fechada, o amperímetro indica uma corrente igual a 4 A.

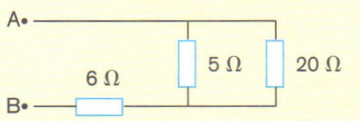


Para este caso, determine:

a) a resistência equivalente dos três resistores;

b) a força eletromotriz do gerador de resistência interna r = 1 Ω.

4 *(UFSC)* No circuito abaixo é aplicada uma ddp V_{AB} entre os terminais *A* e *B* igual a 10 V.

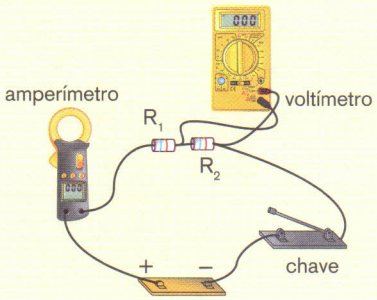


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01. A intensidade da corrente elétrica do resistor equivalente do circuito é de 2,0 A.
02. A potência dissipada no resistor equivalente vale 10 W.
04. A intensidade da corrente que atravessa o resistor de 6,0 Ω vale 1,0 A.
08. A potência dissipada no resistor 6,0 Ω vale 60 W.

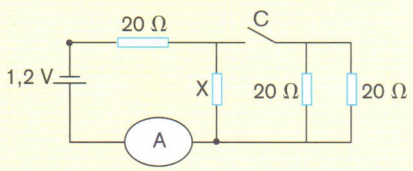
16. A ddp aplicada entre os pontos *A* e *B* é muito pequena para gerar efeito Joule.
32. A ddp sobre o resistor de 5,0 Ω é 8,0 V.
64. A intensidade da corrente que atravessa o resistor de 20 Ω é 0,2 A.

5 *(Unifesp-SP)* A montagem experimental representada na figura se destina ao estudo de um circuito elétrico simples.

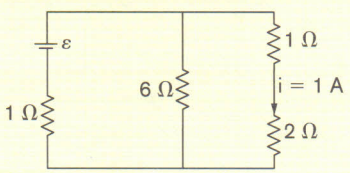


a) Usando símbolos convencionais para cada componente, represente esquematicamente esse circuito.
b) Sabendo que $R_1 = 100\ \Omega$ e $R_2 = 200\ \Omega$ e que no suporte de pilhas são colocadas duas pilhas em série, de força eletromotriz 1,5 V cada, determine as leituras no amperímetro e no voltímetro quando a chave é fechada. (Admita que as resistências internas das pilhas, dos fios de ligação e dos medidores não interferem nessas leituras.)

6 *(UFPE)* Considere o circuito abaixo alimentado por uma bateria de 1,2 volts. Quando a chave *C* está aberta a corrente no amperímetro *A* vale 30 mA. O valor do resistor **X** não é conhecido. Determine o valor da corrente, em mA, que atravessa o amperímetro quando a chave está fechada.

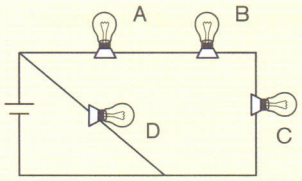


7 *(Uesb-BA)* A figura representa um circuito constituído por um gerador de resistência interna igual a 1,0 Ω e três resistores de resistências elétricas iguais, respectivamente, a 1,0 Ω, 2,0 Ω e 6,0 Ω.



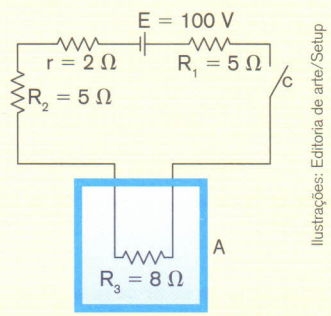
Desprezando-se a resistência elétrica dos fios de ligação, pode-se afirmar que a força eletromotriz é igual, em **V**, a:
a) 4,5 b) 3,0 c) 2,5 d) 1,5 e) 1,0

8 *(UFCG-PB)* As lâmpadas mostradas no desenho são idênticas e têm resistência elétrica interna igual a $2{,}0 \cdot 10^2\ \Omega$ que se comportam como condutores ôhmicos. A diferença de potencial aplicada pela bateria ao circuito vale 120 V. Considere um modelo em que a resistência elétrica dos condutores e interna da bateria seja desprezível quando comparada à resistência das lâmpadas.



Analisando o circuito, pode-se afirmar que:
a) retirando-se as lâmpadas *C* e *D*, o brilho das lâmpadas *A* e *B* aumenta.
b) a resistência elétrica equivalente às resistências elétricas das lâmpadas no circuito vale $7{,}0 \cdot 10^2\ \Omega$.
c) pelo Princípio da Conservação da Carga Elétrica, a corrente elétrica que circula pela lâmpada *C* vale 0,80 A.
d) retirando-se as lâmpadas *A* e *B*, a corrente na lâmpada *C* é de 1,2 A.
e) pelo Princípio da Conservação da Energia, a diferença de potencial aplicada à lâmpada *B* vale 40 V.

9 *(UERJ)* O circuito abaixo é utilizado para derreter 200 g de gelo contido em um recipiente e obter água aquecida.

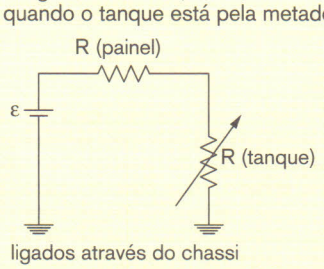


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

E: força eletromotriz do gerador
r: resistência interna do gerador
$\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ e $\mathbf{R_3}$: resistências
C: chave de acionamento
A: recipiente adiabático

No momento em que a chave *C* é ligada, a temperatura do gelo é igual a 0 °C.
Estime o tempo mínimo necessário para que a água no recipiente *A* atinja a temperatura de 20 °C.

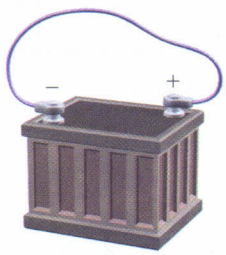
10 *(UECE)* A figura mostra o esquema de um medidor de gasolina usado em automóveis. O indicador, no painel, tem resistência de 10 Ω. A unidade sensora do tanque é uma boia ligada a um resistor que tem resistência de 120 Ω quando o tanque está vazio, 20 Ω quando o tanque está cheio, e varia linearmente com o volume de gasolina. Sendo 12 V a voltagem da bateria, a corrente no circuito, em mA, quando o tanque está pela metade é:

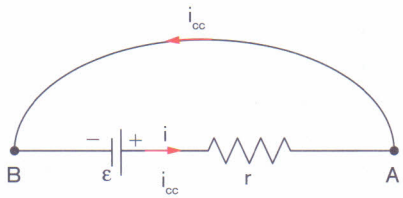


a) 0,15 b) 1,5 c) 15 d) 150

Corrente de curto-circuito em um gerador

Ligando-se um fio de resistência elétrica desprezível aos terminais de um gerador, provoca-se nele um curto-circuito.





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Estando o gerador em curto-circuito, a sua potência elétrica total é integralmente dissipada na resistência interna, causando superaquecimento e possíveis danos ao gerador.

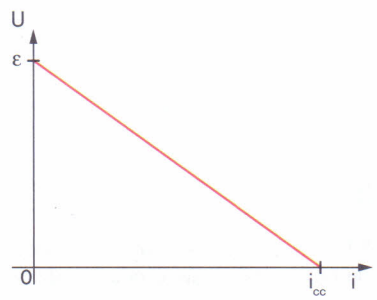
Em curto, a diferença de potencial entre os terminais do gerador torna-se nula ($U_{AB} = 0$), e a corrente que se estabelece é a corrente de curto-circuito $\mathbf{i_{cc}}$, a qual corresponde à máxima intensidade de corrente elétrica que pode atravessar o gerador. Para calculá-la vamos retomar a equação do gerador: $U = \varepsilon - ri$. Quando $U_{AB} = 0$, temos $i = i_{cc}$. Logo:

$$U = \varepsilon - ri \Rightarrow 0 = \varepsilon - ri_{cc} \Rightarrow i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}$$

Curva característica de um gerador

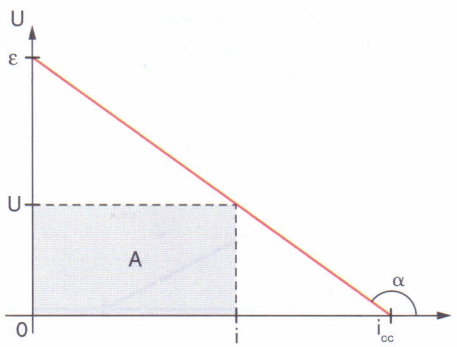
Para um gerador são constantes a fem ε e a resistência interna **r**.

A equação do gerador, no plano U × i, é representada por um segmento de reta decrescente, como mostra a figura.



Em circuito aberto:
$i = 0 \Rightarrow U = \varepsilon$
Em curto-circuito:
$i = i_{cc} \Rightarrow U = 0$

A declividade dessa reta é igual à resistência interna **r** do gerador:



$$|\operatorname{tg}\alpha| \overset{N}{=} \frac{\varepsilon}{i_{cc}} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{r}} \Rightarrow |\operatorname{tg}\alpha| \overset{N}{=} r$$

$$A = P_u$$

A área destacada no gráfico é igual à potência útil **Ui** fornecida ao circuito externo.

Aplicações

1 Uma bateria tem resistência interna 2 Ω e força eletromotriz 10 V.

a) Calcule a diferença de potencial entre os terminais da bateria quando percorrida por correntes de intensidades indicadas na tabela.

i(A)	0	1	2	3	4	5

b) Usando os valores da tabela, construa a curva característica da bateria.

Resolução:

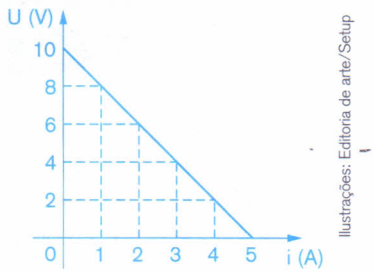
a) Usando a equação do gerador, temos:

$U = \varepsilon - ri \Rightarrow U = 10 - 2i$

Substituindo i pelos valores da tabela, vem:

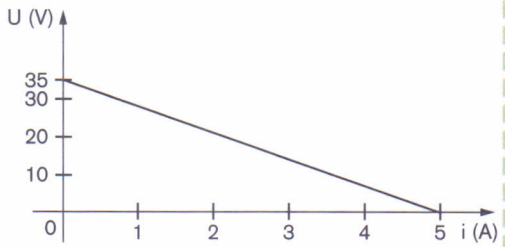
i (A)	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
U (V)	*10*	*8*	*6*	*4*	*2*	*0*

b) Construindo a curva característica, temos:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 O gráfico representa a curva característica de um gerador. Calcule:



a) a fem;

b) a resistência interna;

c) a ddp entre seus terminais para i = 3 A;

d) a intensidade da corrente de curto-circuito;

e) a potência elétrica lançada no circuito, quando i = 2 A.

Resolução:

a) Sendo $U = \varepsilon - ri$, para $i = 0$, obtemos: $35 = \varepsilon - r \cdot 0 \Rightarrow \varepsilon = 35\ V$

b) Para $U = 0$, temos: $0 = 35 - r \cdot 5 \Rightarrow r = 7\ \Omega$

c) Para $i = 3\ A$, vem: $U = 35 - 7 \cdot 3 \Rightarrow U = 14\ V$

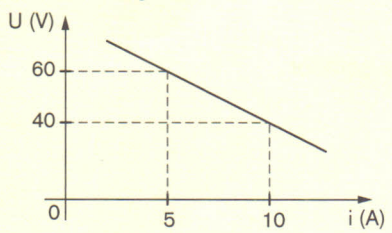
d) Para $U = 0$, temos: $0 = 35 - 7 \cdot i_{cc} \Rightarrow i_{cc} = 5\ A$

e) Para $i = 2\ A$, vem:

$P_u = U \cdot i \Rightarrow P_u = (\varepsilon - ri)i \Rightarrow P_u = (35 - 7 \cdot 2) \cdot 2 \Rightarrow P_u = 42\ W$

Atividades

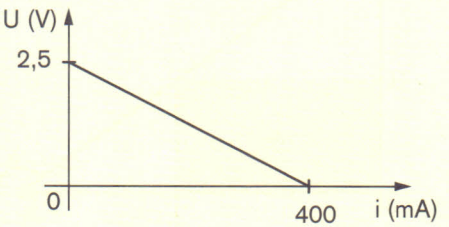
1 *(UFS-SE)* O gráfico abaixo representa a curva característica de um gerador.



Analise as afirmações que seguem sobre esse gerador.

00. A força eletromotriz do gerador vale E = 60 V.
11. A resistência interna do gerador vale r = 2,0 Ω.
22. A corrente de curto-circuito do gerador vale 10 A.
33. A máxima potência que o gerador pode fornecer é 400 W.
44. Quando percorrido por corrente elétrica de intensidade 6,0 A, seu rendimento é de 70%.

2 *(UFPE)* Uma questão tecnológica importante nos dias de hoje consiste em produzir baterias portáteis capazes de armazenar muita energia elétrica. Uma medida da energia que a bateria é capaz de fornecer por unidade de tempo (potência) pode ser obtida a partir do levantamento da curva da tensão produzida entre seus terminais, em função da corrente que passa por ela. Considere uma bateria cujo gráfico U × i se comporta como mostra a figura abaixo:



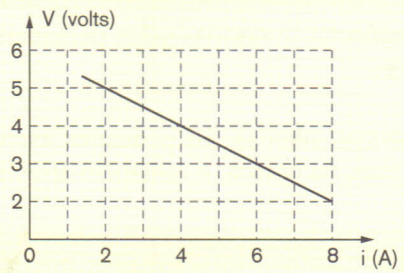
Com base nas informações anteriores, considere as seguintes afirmativas:

1. A potência máxima fornecida pela bateria vale 1,2 W.
2. A bateria tem uma força eletromotriz, ou fem, que vale 2,5 V.
3. Ao produzir uma tensão de 2,0 V entre seus terminais, a bateria é percorrida por uma corrente de 100 mA.
4. A resistência interna da bateria vale 12,5 Ω.

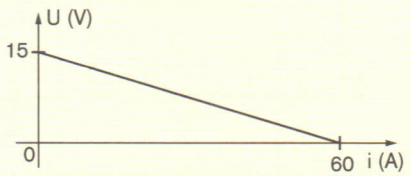
Assinale a alternativa correta.

a) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
b) Somente as afirmativas 1 e 4 são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas 3 e 4 são verdadeiras.
e) Somente as afirmativas 2, 3 e 4 são verdadeiras.

3 *(UFBA)* Nos terminais de um gerador que alimenta um circuito, a ddp passa de 8 V para 5 V, quando a intensidade da corrente que atravessa o gerador passa de 2 A para 5 A, determine, em ampères, a intensidade da corrente que passa pelo gerador no momento em que a potência transferida para o circuito for máxima.



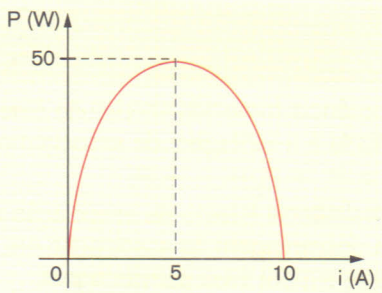
4 *(Ceut-PI)* A curva da bateria de uma certa marca de carro está apresentada a seguir:



Quando a bateria está fornecendo a máxima intensidade de corrente, momento em que o motorista liga o carro, a diferença de potencial, a resistência interna da bateria e a potência elétrica dissipada são, nesta ordem:

a) Zero, 050 Ω e 600 W
b) 15 V, 0,25 Ω e 350 W
c) 10 V, 0,30 Ω e 800 W
d) Zero, 0,25 Ω e 900 W
e) 15 V, 0,50 Ω e 100 W

5 O gráfico mostra a potência lançada por um gerador num circuito elétrico.



a) Qual a corrente de curto-circuito do gerador?
b) Qual a resistência interna e a fem do gerador?

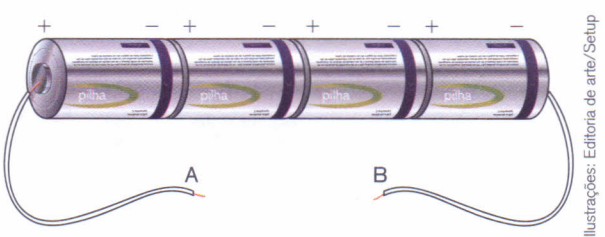
5. Associação de geradores

Os geradores podem ser associados em série, em paralelo e numa combinação de ambas as formas.

Para cada associação é definido o gerador equivalente como sendo aquele que, sozinho, produz o mesmo efeito do conjunto de geradores da associação.

Associação em série

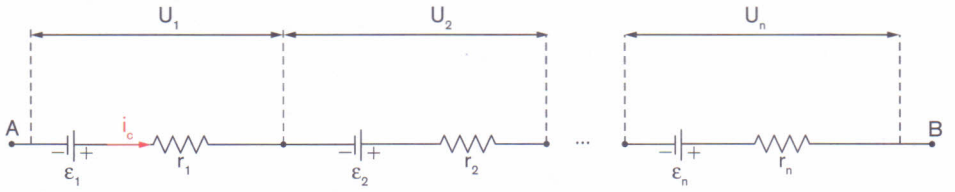
O objetivo de uma associação em série é aumentar a potência útil por meio do aumento da diferença de potencial aplicada ao circuito externo. Esse tipo é comum em lanternas, rádios e diversos aparelhos alimentados por pilhas. Repare que nesses aparelhos as pilhas são colocadas de forma que o polo positivo de uma fique conectado ao polo negativo da seguinte – característica da associação em série. É usada para aumentar a ddp entre os terminais.



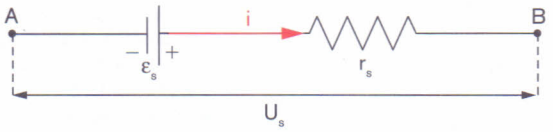
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A figura representa quatro pilhas associadas em série.

Observe a representação simbólica de **n** geradores associados em série:



a qual pode ser simplificada pelo gerador equivalente:



São características da associação em série:

- a intensidade da corrente é a mesma em todos os geradores;
- a fem da associação é a soma das fem dos geradores associados:

$\varepsilon_s = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n$

A ddp nos terminais da associação é a soma das diferenças de potencial nos geradores associados:

$$U_s = U_1 + U_2 + ... + U_n$$

A potência fornecida ao circuito externo é a soma das potências fornecidas pelos geradores associados. Essa é a vantagem de associarmos geradores em série:

$P_s = P_1 + P_2 + ... + P_n$

A resistência interna da associação é a soma das resistências internas dos geradores associados. Essa é a desvantagem da associação em série de geradores mas, na prática, a vantagem apontada anteriormente supera essa desvantagem:

$$r_s = r_1 + r_2 + ... + r_n$$

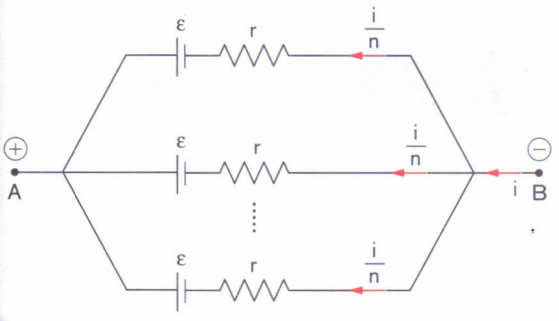
Associação em paralelo

Na associação em paralelo os polos positivos são ligados a um único ponto, e os polos negativos, a outro.

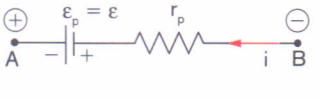
Na prática, a associação em paralelo só é conveniente quando os geradores têm forças eletromotrizes iguais, caso contrário haverá dispêndio inútil de energia.

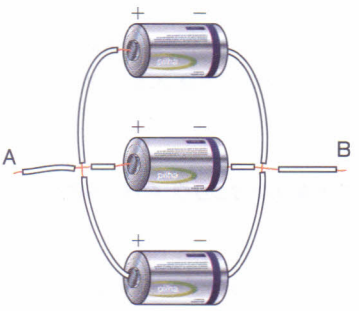
Na associação em paralelo de geradores, o aumento da potência fornecida ao circuito externo ocorre por conta da redução da resistência interna e consequente aumento da intensidade de corrente para o circuito ligado aos geradores.

A figura a seguir corresponde ao esquema em que **n** geradores iguais entre si estão associados em paralelo e sua respectiva associação equivalente:



gerador equivalente





A figura representa três pilhas associadas em paralelo.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

São características da associação em paralelo:

- a corrente se subdivide entre os geradores;
- a fem do gerador equivalente é igual àquela de cada um dos geradores associados: $\varepsilon_p = \varepsilon$.

Quando as resistências internas forem diferentes entre si, o inverso da resistência do gerador equivalente é igual à soma dos inversos das resistências dos geradores associados:

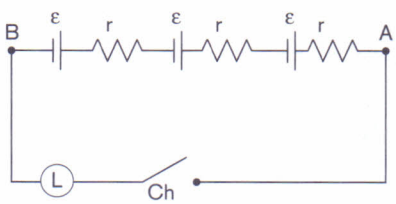
$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots + \frac{1}{r_n}$$

Se a associação tiver **n** geradores iguais com resistência interna igual a **r**, a resistência do gerador equivalente será:

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots + \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{r_p} = \frac{n}{r} \Rightarrow r_p = \frac{r}{n}$$

Aplicações

1 A figura representa o esquema de um circuito com uma lanterna de três pilhas idênticas associadas em série, com polos *A* e *B*, uma lâmpada *L* cujo filamento tem resistência 10 Ω e uma chave interruptora Ch.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Com a chave aberta, a ddp entre *A* e *B* é 4,5 V e, com a chave fechada, é 4,0 V. Calcule:

a) a fem de cada pilha;
b) a intensidade de corrente no circuito com a chave fechada;
c) a resistência interna de cada pilha.

Resolução:

a) Com a chave Ch aberta, temos: $i = 0$ *e* $U_{AB} = \varepsilon_s = 3\varepsilon$. *Logo:* $U_{AB} = 3\varepsilon \Rightarrow 4{,}5 = 3\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 1{,}5\ V$

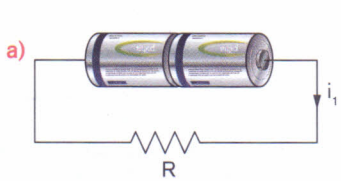
b) Com a chave Ch fechada, temos: $U_{AB} = R_L i \Rightarrow 4 = 10i \Rightarrow i = 0{,}40\ A$

c) Com a chave fechada, temos:

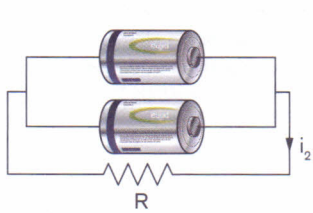
$U_{AB} = \varepsilon_s - r_s i \Rightarrow U_{AB} = 3\varepsilon - 3ri \Rightarrow 4 = 3 \cdot 1{,}5 - 3r \cdot 0{,}4 \Rightarrow 4 = 4{,}5 - 1{,}2r \Rightarrow r = \frac{5}{12}\ \Omega$

2 Duas pilhas iguais, cada uma com fem $\varepsilon = 1{,}5$ V e resistência interna $r = 0{,}5\ \Omega$, são associadas, e a associação é ligada a um resistor de 2 Ω, conforme as figuras. Calcule a intensidade da corrente no resistor em cada uma das associações.

a)



b)



Resolução:

a) A fem e a resistência equivalente da associação em série são:

$\varepsilon_s = 1{,}5 + 1{,}5 \Rightarrow \varepsilon_s = 3\ V$ $\qquad r_s = 0{,}5 + 0{,}5 \Rightarrow r_s = 1\ \Omega$

Aplicando a lei de Pouillet, calculamos a intensidade da corrente i_1*:*

$\varepsilon_s = (R + r_s)i_1 \Rightarrow 3 = (2 + 1)i_1 \Rightarrow i_1 = 1\ A.$

b) A fem e a resistência equivalente da associação em paralelo são, respectivamente:

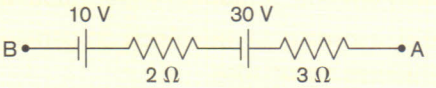
$\varepsilon_p = 1{,}5V$ *e* $r_p = \frac{r}{2} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25\ \Omega$

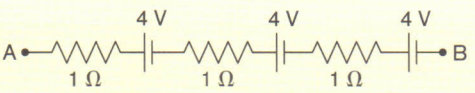
Aplicando a lei de Pouillet, vem:

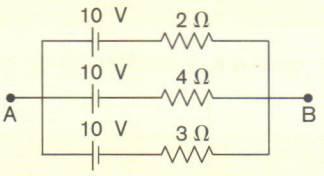
$\varepsilon_p = (R + r_s)\, i_2 \Rightarrow 1{,}5 = (2 + 0{,}25)i \Rightarrow i = \frac{150}{225} \Rightarrow i \simeq 0{,}67\ A.$

Atividades

1 Calcule a fem e a resistência interna do gerador equivalente entre os pontos *A* e *B* das associações:

a)


b)


c)


2 *(FMTM-MG)* Uma lanterna funciona com duas pilhas iguais, de força eletromotriz 1,5 V cada uma. A lâmpada tem como valores nominais: 2,5 V; 2,0 W.

a) Faça o esquema do circuito dessa lanterna, em que estejam representadas as duas pilhas, as resistências internas de cada uma e a lâmpada.

b) Qual a soma das resistências internas das pilhas, sabendo que a lâmpada funciona de acordo com as especificações do fabricante?

3 *(UERJ)* Para tirar fotos na festa de aniversário da filha, o pai precisou usar o *flash* da máquina fotográfica. Este dispositivo utiliza duas pilhas de 1,5 V, ligadas em série, que carregam completamente um capacitor de 15 μF. No momento da fotografia, quando o *flash* é disparado, o capacitor, completamente carregado, se descarrega sobre sua lâmpada, cuja resistência elétrica é igual a 6 Ω.

Calcule o valor máximo:

a) da energia armazenada no capacitor;

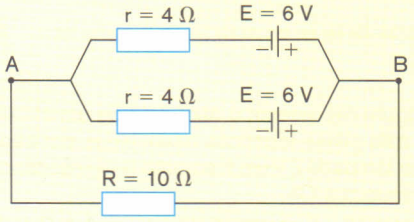
b) da corrente que passa pela lâmpada quando o *flash* é disparado.

4 *(Efei-MG)* Têm-se vinte pilhas iguais de fem igual a 2 V e resistência interna de 1 Ω, cada uma. Deseja-se construir com estas pilhas uma associação mista regular de modo a dissipar a máxima potência possível em um resistor de 5 Ω.

a) Quantas pilhas devem ser ligadas em série e quantas séries em paralelo, para se obter o efeito desejado?

b) Qual a energia dissipada em 1 minuto no resistor?

5 *(UMC-SP)* No circuito elétrico da figura, calcule a tensão elétrica entre os pontos *A* e *B* e a intensidade da corrente elétrica no resistor **R**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

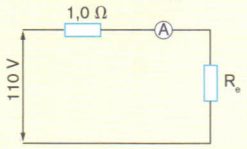
Mais Atividades

1 *(Unifesp-SP)* Em um enfeite de Natal alimentado com tensão de 110 V, há 5 lâmpadas idênticas ligadas em paralelo, todas acesas, e os fios de ligação apresentam resistência elétrica de 1,0 Ω. O circuito elétrico correspondente a esta situação está esquematizado na figura, na qual as lâmpadas estão representadas pela sua resistência equivalente R_e.

Considerando que o amperímetro ideal registra uma corrente de 2,2 A, calcule:

a) o valor da resistência elétrica de cada lâmpada;

b) a energia dissipada em 30 dias pelos fios de ligação, em Wh, se as lâmpadas ficarem acesas por 5 horas diárias.

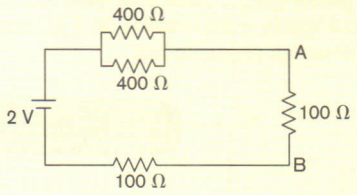


2 *(UFJF-MG)* Você dispõe de uma bateria de 12,0 V, com resistência interna desprezível, de uma lâmpada com valores nominais de $\frac{6,0\ V}{23,0\ W}$ e de três resistores, $R_1 = 1,0\ \Omega$, $R_2 = 2,0\ \Omega$ e $R_3 = 3,0\ \Omega$.

a) Calcule a resistência da lâmpada e a corrente que a percorre quando ela opera nas condições nominais.

b) Desenhe o diagrama de um circuito que você poderia usar para ligar a lâmpada à bateria, de modo que ela funcione nas condições nominais, aproveitando um ou mais dos resistores dados.

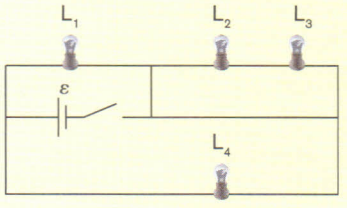
3 *(UFRGS-RS)* A figura abaixo representa um circuito elétrico alimentado por uma fonte ideal.



Assinale a alternativa que fornece o valor correto do módulo da diferença de potencial entre os pontos *A* e *B* desse circuito.

a) 2,0 V b) 1,0 V c) 0,5 V d) 0,2 V e) 0,0 V

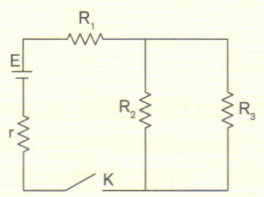
4 *(UFG-GO)* Observe o esquema representado na figura:



Considere que cada lâmpada possui resistência de 6 Ω e que a fonte de fem, de 12 V, possui resistência interna desprezível. Quando o interruptor for ligado:

a) Quais lâmpadas acenderão? Justifique.
b) Qual a intensidade da corrente total do circuito?
c) Qual a potência dissipada em cada lâmpada?

5 *(Unifor-CE)* Um circuito elétrico é constituído de um gerador de fem E = 15 V e resistência interna r = 2,0 Ω, três resistores de resistências elétricas R_1 = 8,0 Ω, R_2 = 30 Ω e R_3 = 60 Ω e uma chave interruptora *K*, como representa o esquema abaixo.



Fechando a chave *K* durante 1,0 minuto, a energia elétrica que o gerador fornece aos resistores, em joules, é:

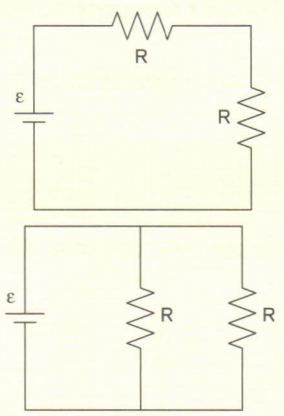
a) 420 b) 210 c) 70 d) 21 e) 7,0

6 *(UERJ)* Na tabela abaixo, são apresentadas as resistências e as ddp relativas a dois resistores, quando conectados, separadamente, a uma dada bateria.

Resistência (Ω)	ddp (V)
5,8	11,6
3,8	11,4

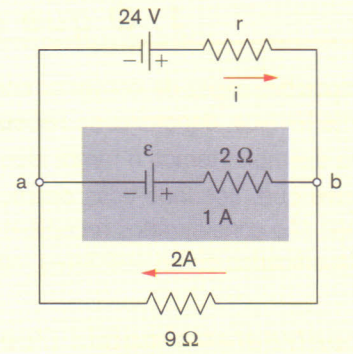
Considerando que os terminais da bateria estejam conectados a um resistor de resistência igual a 11,8 Ω, calcule a energia elétrica dissipada em 10 segundos por esse resistor.

7 *(Furg-RS)* Na figura abaixo, são mostrados dois circuitos. Em ambos, ε = 100 V e R = 10 kΩ. As potências elétricas fornecidas pela fonte de fem nestes dois circuitos valem, respectivamente:



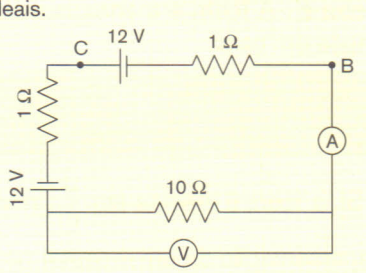
a) 1 W e 2 W
b) 1 W e 1 W
c) 0,5 W e 2 W
d) 2 W e 0,5 W
e) 2 W e 1 W

8 *(UEM-PR)* Analise o circuito elétrico representado na figura abaixo e assinale o que for correto.



01. A corrente *i* é 3 A.
02. A resistência interna *r* é 5 Ω.
04. A força eletromotriz ε é 16 V.
08. A diferença de potencial entre os pontos *a* e *b* é 10 V.
16. O circuito elétrico englobado pelo retângulo central em destaque, na figura acima, pode representar uma bateria sendo carregada.

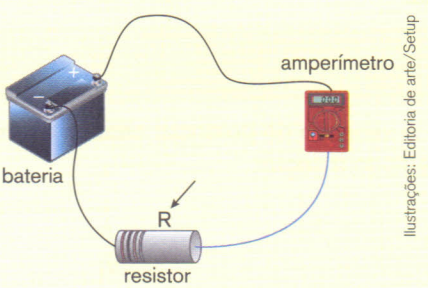
9 *(UPE-PE)* No circuito elétrico a seguir, estão representados dois geradores idênticos, com ε = 12 V e r = 1 Ω. O amperímetro e o voltímetro são ideais.



Analise as proposições a seguir e conclua.

00. A leitura do amperímetro é de 2A.
01. A leitura do voltímetro é de 10 V.
02. A resistência equivalente do circuito é de 12 Ω.
03. A potência dissipada no resistor de 10 Ω é de 40 W.
04. O rendimento do gerador entre os pontos C e B é de aproximadamente 83,33%.

10 *(UFPE)* Para determinar a resistência interna, r, de uma bateria foi montado o circuito da figura. Verificou-se que quando o resistor R vale 20 Ω o amperímetro indica 500 mA.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Quando R = 112 Ω o amperímetro marca 100 mA. Qual o valor de r, em ohms? Considere que a resistência do amperímetro é desprezível.

CAPÍTULO 39 – RECEPTORES ELÉTRICOS

1. O que é um receptor elétrico

O dispositivo capaz de converter energia elétrica do circuito em outra forma de energia que não exclusivamente térmica, denomina-se **receptor elétrico**.

Como exemplo, temos o motor elétrico.

Observe que, segundo essa definição, os dispositivos que transformam a energia elétrica apenas em calor não são considerados receptores. O chuveiro, o secador de cabelos, o ferro elétrico, por exemplo, são classificados como resistores, não como receptores.

Força contraeletromotriz (fcem)

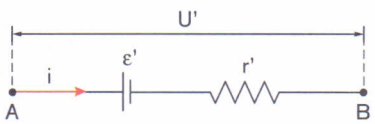
Os receptores recebem energia elétrica do gerador, quando estão ligados a ele. Receptores também possuem dois polos. Neles, o sentido da corrente que os atravessa é oposto ao do gerador: vai do polo positivo, de potencial maior, para o negativo, de potencial menor. A energia que recebem das cargas elétricas não é totalmente transformada em energia útil. Podemos constatar isso facilmente ao tocar qualquer aparelho em funcionamento: ele fica ligeiramente aquecido. Ou seja, parte da energia que recebe é transformada em calor em razão de sua resistência interna.

A parcela de energia que o receptor recebe por unidade de carga e transforma em energia útil denomina-se **força contraeletromotriz do receptor**. Abrevia-se: **fcem**, e aqui vamos representá-la pela letra **ε'**. A fcem é a energia elétrica transferida por unidade de carga ao receptor e que não é transformada em calor.

$$\varepsilon' = \frac{\tau}{\Delta Q}$$

No SI, a fcem é medida em $\frac{J}{C} = V$.

A representação de um receptor no circuito é:

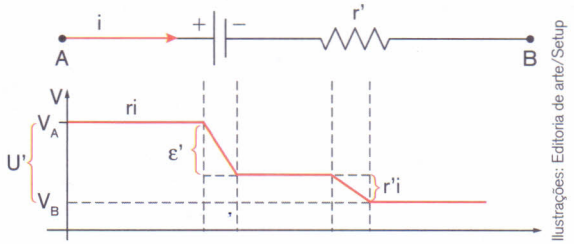


Percorrendo o receptor no sentido convencional da corrente, ocorrem dois decréscimos de potencial elétrico: **ε'**, decorrente da transformação de energia elétrica em útil; e **r'i**, decorrente da transformação de energia elétrica em calor na resistência interna do receptor.

Desse modo, a ddp **U'** entre os terminais do receptor é igual à soma dessas duas quedas de potencial:

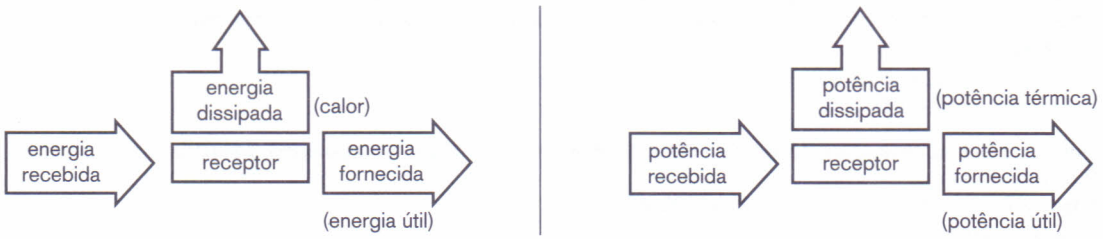
$$U' = \varepsilon' + r'i \quad \text{(equação do receptor)}$$

A variação do potencial elétrico quando o receptor é percorrido por uma corrente elétrica está representado a seguir.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Os esquemas a seguir são a representação esquemática do balanço energético do receptor, tanto em termos da energia quanto em termos de potência:



Lembrando que a potência num dispositivo elétrico é dada pelo produto da tensão nos seus terminais pela corrente que o atravessa, vamos multiplicar ambos os membros da equação do receptor pela intensidade de corrente **i**:

$$U' = \varepsilon' + r'i \Rightarrow U'i = \varepsilon'i + r'i^2 \Rightarrow P_t = P_u + P_d$$

em que o termo:

- U'i representa a potência elétrica total P_t fornecida **ao** receptor ou potência recebida;
- ε'i representa a potência elétrica útil P_u fornecida **pelo** receptor;
- $r'i^2$ representa a potência dissipada P_d **no** receptor.

O rendimento elétrico de um receptor é o quociente entre a potência elétrica fornecida pelo receptor (potência útil P_u) e a potência elétrica recebida por ele (potência total P_t). Assim:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} \Rightarrow \eta = \frac{\varepsilon'i}{U'i} \Rightarrow \eta = \frac{\varepsilon'}{U'}$$

Quando r' = 0 (receptor ideal), o rendimento é máximo, isto é, $\eta = 1$ ou, ainda, $\eta = 100\%$.

Na prática, não se consegue um rendimento de 100%.

Gerador reversível

O que acontece com a bateria do celular quando a ligamos ao carregador? Normalmente ela funciona como gerador, mas, ligada ao carregador e à tomada, passa a funcionar de forma diferente, como um receptor.

Teoricamente, todo gerador pode ser reversível, isto é, funcionar também como receptor, bastando para isso inverter o sentido da corrente e submetê-lo a uma ddp maior do que sua fem.

Pense e Responda

- Que tipo de conversão energética ocorre nas baterias durante a recarga?

Além da bateria recarregável, como a dos celulares e *laptops* e algumas pilhas usadas em máquinas fotográficas, também a bateria dos veículos é reversível.

Mas não existem apenas geradores reversíveis. O processo também ocorre com alguns receptores. Um exemplo é o motor do trem elétrico. Normalmente ele é um receptor, mas nas desacelerações age como um gerador, devolvendo energia elétrica à linha.

Aplicações

1 Aplicando-se uma diferença de potencial de 100 V a um motor elétrico de resistência interna 20 Ω passará por ele uma corrente elétrica de intensidade 0,2 A. Qual o valor da força contraeletromotriz desse motor?

Resolução:

Usando a equação característica do receptor (motor elétrico), temos:

$U' = \varepsilon' + r'i \Rightarrow 100 = \varepsilon' + 20 \cdot 0{,}2 \Rightarrow \varepsilon' = 96\ V$

2 Um motor elétrico recebe a potência de 1 000 W, sob a tensão de 100 V. Se a potência dissipada internamente for 200 W, calcule:

(Dados: $P_t = 1\,000$ W, $U' = 100$ V, $P_d = 200$ W.)

a) a resistência interna do motor;

b) a fcem do motor;

c) o rendimento elétrico do motor.

Resolução:

a) Para o cálculo da resistência interna, temos:

$P_t = U'i \Rightarrow 1\,000 = 100 \cdot i \Rightarrow i = 10\ A$

$P_d = r'i^2 \Rightarrow 200 = r \cdot 10^2 \Rightarrow r = 2\ \Omega$

b) Para o cálculo da fcem, temos:

$P_t = P_u + P_d \Rightarrow 1\,000 = P_u + 200 \Rightarrow P_u = 800\ W$

$P_u = \varepsilon'i \Rightarrow 800 = \varepsilon' \cdot 10 \Rightarrow \varepsilon' = 80\ V$

c) Calculando o rendimento, vem:

$$\eta = \frac{800}{1000} \Rightarrow \eta = 0{,}8 \text{ ou } \eta = 80\%$$

Atividades

1 Um motor elétrico (receptor), de resistência interna de 10 Ω, está ligado a uma tomada de 200 V, recebendo uma potência de 1 600 W. Calcule:

a) a potência elétrica dissipada internamente;

b) a força contraeletromotriz do motor;

c) o rendimento do motor.

2 Um motor recebe de um circuito a potência de 800 W, sob ddp de 100 V, e dissipa internamente uma potência de 320 W. Calcule:

a) a fcem;

b) a resistência interna.

3 O motor de partida de certo automóvel tem de desenvolver a potência mecânica de 600 W. Sabendo que sua fcem é 200 V, calcule a intensidade da corrente que o atravessa.

4 *(Mack-SP)* O vendedor de um motor elétrico de corrente contínua informa que a resistência interna desse motor é 1,0 Ω e que o mesmo consome 30,0 W, quando ligado à ddp de 6,0 V. A força contraeletromotriz (fcem) do motor que ele está vendendo é:

a) 6,0 V c) 3,0 V e) 0,8 V

b) 5,0 V d) 1,0 V

5 *(UFPE)* O motor elétrico de uma bomba-d'água é ligado a uma rede elétrica que fornece uma ddp de 200 V. Em quantos segundos o motor da bomba consome uma energia de 35,2 kJ, se por ele circula uma corrente elétrica de 2 A?

6 *(Enem-MEC)* Os motores elétricos são dispositivos com diversas aplicações, dentre elas destacam-se aquelas que proporcionam conforto e praticidade para as pessoas. É inegável a preferência pelo uso de elevadores quando o objetivo é o transporte de pessoas pelos andares de prédios elevados. Nesse caso, um dimensionamento preciso da potência dos motores utilizados nos elevadores é muito importante e deve levar em consideração fatores como economia de energia e segurança.

Considere que um elevador de 800 kg, quando lotado com oito pessoas ou 600 kg, precisa ser projetado. Para tanto, alguns parâmetros deverão ser dimensionados. O motor será ligado à rede elétrica que fornece 220 volts de tensão. O elevador deve subir 10 andares, em torno de 30 metros, a uma velocidade constante de 4 metros por segundo. Para fazer uma estimativa simples da potência necessária e da corrente que deve ser fornecida ao motor do elevador para ele operar com lotação máxima, considere que a tensão seja contínua, que a aceleração da gravidade vale 10 m/s² e que o atrito pode ser desprezado. Nesse caso, para um elevador lotado, a potência média de saída do motor do elevador e a corrente elétrica máxima que passa no motor serão respectivamente de:

a) 24 kW e 109 A

b) 32 kW e 145 A

c) 56 kW e 255 A

d) 180 kW e 8 181 A

e) 240 kW e 1 090 A

7 *(Encceja)* O manual de utilização de um refrigerador recomenda:

I. Armazene os alimentos em embalagens apropriadas, tais como sacos plásticos ou recipientes com tampas.

II. Não coloque alimentos quentes no refrigerador, aguarde até que estejam à temperatura ambiente.

III. Evite quantidades excessivas e períodos longos de abertura das portas.

IV. Mantenha seu refrigerador vazio e operando por pelo menos duas horas antes de abastecê-lo com alimentos.

Contribuem para a economia de energia elétrica as recomendações:

a) I e II
b) I e IV
c) II e III
d) III e IV

8 *(Enem-MEC)* Atualmente, existem inúmeras opções de celulares com telas sensíveis ao toque (*touchscreen*). Para decidir qual escolher, é bom conhecer as diferenças entre os principais tipos de telas sensíveis ao toque existentes no mercado. Existem dois sistemas básicos usados para reconhecer o toque de uma pessoa:

- O primeiro sistema consiste de um painel de vidro normal, recoberto por duas camadas afastadas por espaçadores. Uma camada resistente a riscos é colocada por cima de todo o conjunto. Uma corrente elétrica passa através das duas camadas enquanto a tela está operacional. Quando um usuário toca a tela, as duas camadas fazem contato exatamente naquele ponto. A mudança no campo elétrico é percebida, e as coordenadas do ponto de contato são calculadas pelo computador.
- No segundo sistema, uma camada que armazena carga elétrica é colocada no painel de vidro do monitor. Quando um usuário toca o monitor com seu dedo, parte da carga elétrica é transferida para o usuário, de modo que a carga na camada que a armazena diminui. Esta redução é medida nos circuitos localizados em cada canto do monitor. Considerando as diferenças relativas de carga em cada canto, o computador calcula exatamente onde ocorreu o toque.

Disponível em: http://eletronicos.hsw.uol.com.br. Acesso em: 18 set. 2010 (adaptado).

O elemento de armazenamento de carga análogo ao exposto no segundo sistema e a aplicação cotidiana correspondente são, respectivamente,

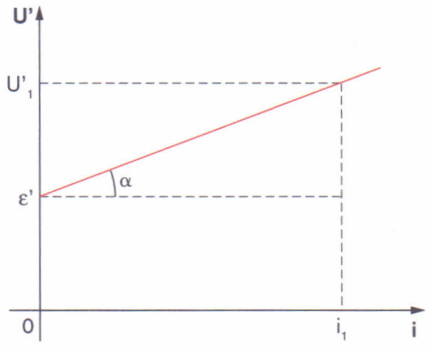
a) receptores – televisor.
b) resistores — chuveiro elétrico.
c) geradores — telefone celular.
d) fusíveis — caixa de forca residencial.
e) capacitores — *flash* de máquina fotográfica.

Curva característica de um receptor

No receptor, são constantes a fcem ε' e a resistência interna **r'**. A função $U' = \varepsilon' + r'i$ é do 1º grau em relação a **i** e seu gráfico representativo é linear.

A declividade dessa reta determina a resistência interna **r'** do receptor.

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{U'_1 - \varepsilon'}{i_1} = r' \Rightarrow \boxed{\text{tg}\,\alpha = r'}$$

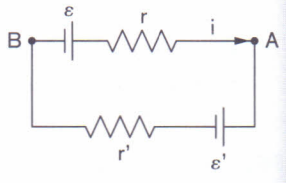


Circuito gerador-receptor

Num circuito simples, constituído de um gerador de fem ε e de um receptor de fcem ε' ($\varepsilon' < \varepsilon$), podemos aplicar a lei de Pouillet.

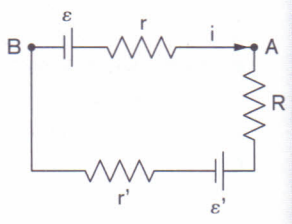
A diferença de potencial entre os polos do gerador e do receptor são iguais. Logo:

$$\varepsilon - ri = \varepsilon' + r'i \Rightarrow \varepsilon - \varepsilon' = (r + r')\,i \Rightarrow i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r - r'}$$



Para o caso de circuito em série constituído de gerador, receptor e resistor, temos:

$$\varepsilon - \varepsilon' = (R + r + r')\,i \Rightarrow i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'}$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Quando o circuito em série for constituído de geradores, receptores e resistores, podemos generalizar e escrever:

$$\Sigma\varepsilon - \Sigma\varepsilon' = R_{eq}\,i$$

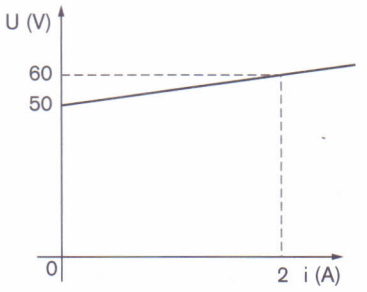
em que:

- $\Sigma\varepsilon$: soma das fem
- $\Sigma\varepsilon'$: soma das fcem
- R_{eq}: resistência equivalente do circuito

Aplicação

O gráfico representa a curva característica de um receptor.
Calcule:

a) a fcem do receptor;
b) a resistência interna do receptor;
c) a ddp entre seus terminais para i = 3 A.



Resolução:

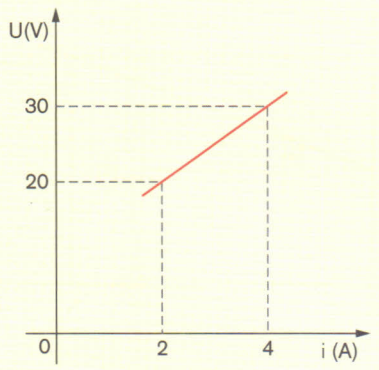
a) Quando $i = 0 \Rightarrow U' = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon' = 50\ V$

b) $tg\ \alpha = r' \Rightarrow r' = \dfrac{60 - 50}{2 - 0} \Rightarrow r' = 5\ \Omega$

c) $U' = \varepsilon' + r'i \Rightarrow U' = 50 + 5i \Rightarrow U' = 50 + 5 \cdot 3 \Rightarrow U' = 65\ V$

Atividades

1 A curva característica de um motor elétrico é representada pelo gráfico linear da figura.



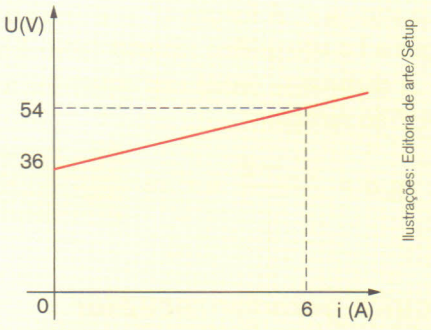
Calcule:

a) a fcem e a resistência interna do motor.
b) a potência dissipada pelo motor quando i = 3 A.

2 Um motor elétrico consome uma potência de 1 200 W, sob ddp de 120 V, e dissipa, sob forma de calor, uma potência de 400 W. Calcule:

a) a intensidade da corrente que o atravessa;
b) a potência útil;
c) a resistência interna;
d) a fcem.

3 A figura mostra a curva característica de um receptor. Calcule seu rendimento quando percorrido por uma corrente de intensidade 10 A.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4 Um motor elétrico funciona sob tensão contínua de 220 V, recebendo corrente de 10 A. O rendimento global do motor é de 90%. Calcule a potência elétrica extraída da linha e a potência útil do motor.

5 Um motor elétrico tem fcem 50 V e é percorrido por uma corrente de 6 A. Sabendo que a resistência interna é 2 Ω, calcule:

a) a potência mecânica desenvolvida;
b) a potência térmica dissipada;
c) o rendimento do motor.

2. Lei de Ohm generalizada

Quando estamos interessados num único trecho de circuito, não precisamos estudá-lo por inteiro.

Consideremos um trecho AB de um circuito qualquer, no qual o sentido da corrente convencional é de *A* para *B* ($V_A > V_B$).

Vamos percorrer esse trecho do circuito, no sentido da corrente, adicionando algebricamente todas as variações de potencial que ocorrem em cada um dos seus elementos.

Lembre que os geradores elevam o potencial das cargas elétricas enquanto receptores, e resistores retiram energia dessas cargas e, portanto, provocam queda no potencial.

Partindo do ponto *A*, de potencial elétrico $\mathbf{V_A}$, vamos atingir o ponto *B*, de potencial elétrico $\mathbf{V_B}$.

$$V_A + \varepsilon_1 - r_1 i + \varepsilon_2 - r_2 i - \varepsilon'_1 - r'_1 i - \varepsilon'_2 - r'_2 i - R_1 i - R_2 i = V_B$$

A ddp entre os pontos *A* e *B* será:

$$V_A - V_B = \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + r_1 i + r_2 i + r'_1 i + r'_2 i + R_1 i + R_2 i$$

Para um trecho AB de circuito contendo vários geradores, receptores e resistores, podemos escrever:

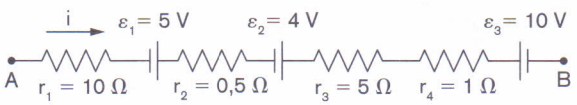
$$V_A - V_B = \Sigma\varepsilon' - \Sigma\varepsilon + R_{eq} i$$

Essa é a expressão da **lei de Ohm generalizada**. Ela permite calcular a diferença de potencial entre dois pontos de um trecho de circuito que contém geradores, receptores e resistores.

Se o trecho do circuito for percorrido em sentido contrário ao da corrente, invertem-se os sinais.

Aplicações

1 Calcule a ddp entre os pontos *A* e *B* da figura, sabendo-se que a intensidade da corrente é 10 A.



Resolução:

Partindo do ponto A, de potencial V_A, e caminhando no sentido da corrente, temos:

$V_A - r_1 i + \varepsilon_1 - r_2 i + \varepsilon_2 - r_3 i - r_4 i - \varepsilon_3 = V_B$

$V_A - 10 \cdot 10 + 5 - 0{,}5 \cdot 10 + 4 - 5 \cdot 10 - 1 \cdot 10 - 10 = V_B$

$V_A - V_B = 166\ V$

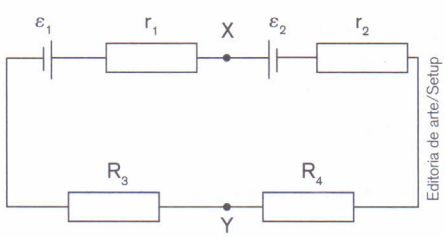
2 Considere o circuito representado.

Calcule:

a) a intensidade da corrente no circuito;

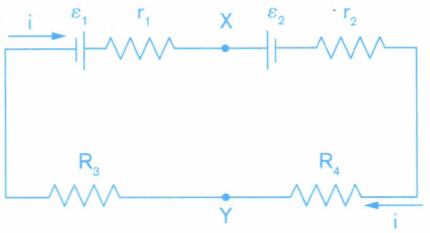
b) a diferença de potencial entre os pontos *X* e *Y*.

(Dados: $\varepsilon_1 = 30$ V; $\varepsilon_2 = 50$ V; $r_1 = 1\ \Omega$; $r_2 = 2\ \Omega$; $R_3 = 3\ \Omega$; $R_4 = 4\ \Omega$.)



Editoria de arte/Setup

Resolução:



a) Adotaremos, em primeiro lugar, um sentido de percurso arbitrário para a corrente elétrica. O sentido horário, por exemplo. Usando a lei de Ohm generalizada, vamos percorrer todo o circuito, adicionando algebricamente as diferenças de potencial que ocorrem em cada um dos seus elementos. Assim, partiremos do ponto X de potencial V_x e percorreremos o circuito no sentido horário. Quando chegarmos ao fim do circuito, estaremos novamente no mesmo ponto X, de potencial V_x. Logo:

$$V_x - \varepsilon_2 - r_2 i - R_4 i - R_3 i + \varepsilon_1 - r_1 i = V_x$$

$$-\varepsilon_2 - r_2 i - R_4 i - R_3 i + \varepsilon_1 - r_1 i = 0$$

Como no fim do circuito estamos no mesmo potencial de início, a soma dos potenciais deve ser sempre nula.

Substituindo os valores:

$$-50 - 2i - 4i - 3i + 30 - 1i = 0 \Rightarrow i = -2\ A$$

Como a corrente elétrica é negativa, o sentido da corrente convencional é contrário ao estabelecido no início. Logo, a corrente no circuito tem intensidade 2A e sentido anti-horário.

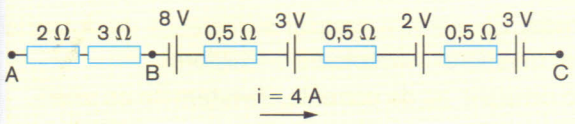
Observe que, no início, poderíamos indicar o sentido correto ao observar que $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ e, portanto, ε_2 é fem de um gerador.

b) Mantendo o sentido de circulação da corrente, indicado no início, e percorrendo o trecho de circuito entre os pontos X e Y:

$$V_x - \varepsilon_2 - r_2 i - R_4 i = V_Y \Rightarrow V_x - 50 - 2(-2) - 4(-2) = V_Y \Rightarrow V_x - V_Y = 38\ V$$

Atividades

1 *(Uni-Rio-RJ)* A figura representa um trecho de um circuito percorrido por uma corrente com uma intensidade de 4,0 A.

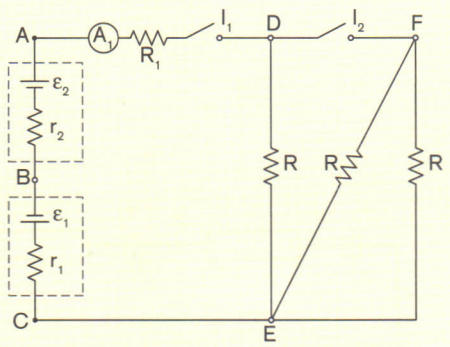


Calcule:

a) a diferença de potencial entre os pontos *A* e *B* ($V_A - V_B$);

b) a diferença de potencial entre os pontos *C* e *B* ($V_C - V_B$).

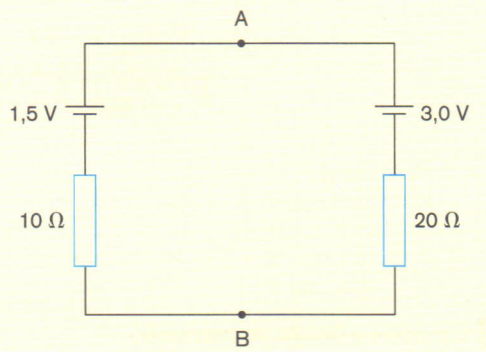
2 *(UFSC)* No circuito mostrado na figura abaixo, A_1 é um amperímetro e I_1 e I_2 são interruptores do circuito. Suponha que os interruptores estejam fechados e que $\varepsilon_1 = 2$ V, $\varepsilon_2 = 5$ V, $R_1 = 3\ \Omega$, $R = 9\ \Omega$, $r_1 = 2\ \Omega$, $r_2 = 1\ \Omega$.



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01. A diferença de potencial entre *A* e *B* é maior que o valor da força eletromotriz ε_2.
02. A diferença de potencial entre *C* e *B* é maior que o valor da força eletromotriz ε_1.
04. A diferença de potencial entre *D* e *E* é igual à diferença de potencial entre *F* e *E*.
08. O amperímetro A_1 registra a mesma corrente, esteja com o interruptor I_2 aberto ou fechado.
16. Abrindo o interruptor I_1, a diferença de potencial entre *A* e *B* é igual ao valor da força eletromotriz ε_2.

3 *(Vunesp-SP)* O esquema representa duas pilhas ligadas em paralelo, com as resistências internas indicadas.



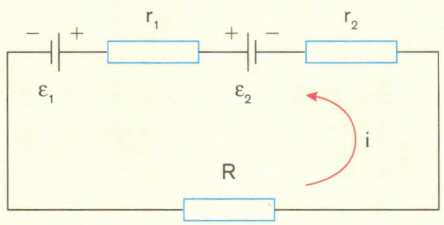
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Qual o valor da corrente que circula pelas pilhas?

b) Qual é o valor da ddp entre os pontos *A* e *B* e qual o ponto de maior potencial?

c) Qual das duas pilhas está funcionando como receptor?

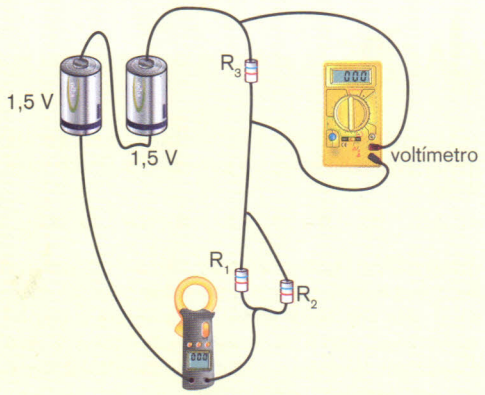
4 *(Uneb-BA)* Na figura, $\varepsilon_1 = 20$ V, $\varepsilon_2 = 40$ V, $r_1 = 2\ \Omega$, $r_2 = 3\ \Omega$ e $R = 5\ \Omega$.



A corrente que circula no circuito é igual a:

a) 8 A c) 4 A e) 1 A
b) 6 A d) 2 A

5 *(PUC-SP)* No circuito esquematizado na figura, duas pilhas idênticas de força eletromotriz 1,5 V estão associadas a três resistores: R_1 de 1,0 Ω, R_2 de resistência não conhecida e R_3 de 2,0 Ω. Para a montagem representada, a leitura do amperímetro ideal é 1,2 A e o voltímetro, colocado em paralelo a R_3, é ideal.

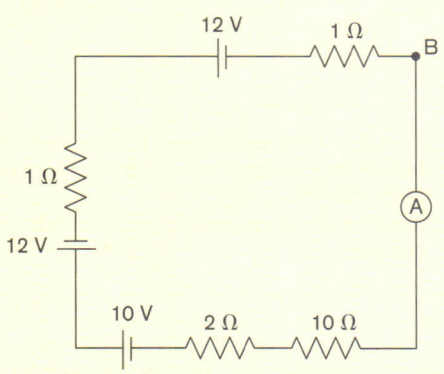


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O valor da resistência do resistor R_2, em ohm, e a leitura do voltímetro, em volt, são respectivamente iguais a

a) 1,0 e 2,4 c) 2,0 e 2,4 e) 1,2 e 2,4
b) 2,0 e 0,8 d) 1,0 e 0,8

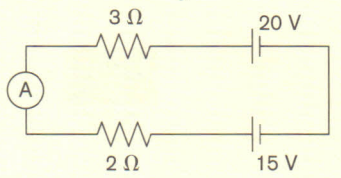
6 No circuito elétrico abaixo, estão representados dois geradores idênticos, com $\varepsilon = 12$ V e $r = 1\ \Omega$ e um receptor com $\varepsilon' = 10$ V e $r' = 2\ \Omega$.



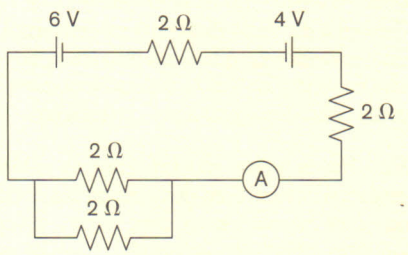
Qual a corrente medida pelo amperímetro?

7 Qual a leitura do amperímetro **A** ideal representado nos circuitos a seguir?

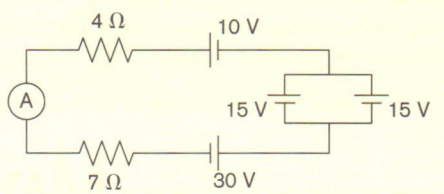
a)



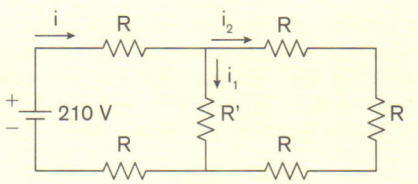
b)



c)



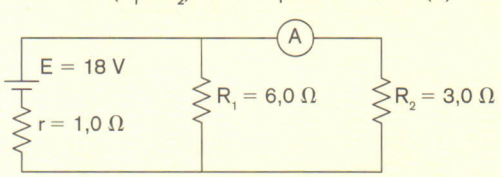
8 *(Ufop-MG)* Considere o circuito elétrico abaixo:



Sabendo que $R = 30\ \Omega$ e que $R' = 90\ \Omega$, assinale a alternativa incorreta:

a) A energia dissipada em todo o circuito durante uma hora é de 1512 J.
b) Os valores das correntes i_1 e i_2 são $i_1 = i_2 = 1$A.
c) A potência dissipada na resistência **R'** é de 90 W.
d) A resistência equivalente do circuito é de 105 Ω.

9 *(Unit-SE)* Considere o circuito elétrico esquematizado abaixo, constituído por um gerador (**E**, **r**), dois resistores ($\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{R_2}$) e um amperímetro ideal (**A**).

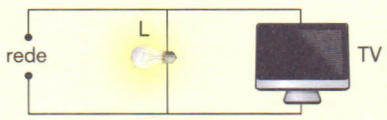


De acordo com o esquema e os valores indicados, a leitura que o amperímetro fornece, em ampères, é:

a) 1,8 c) 3,0 e) 4,0
b) 2,0 d) 3,6

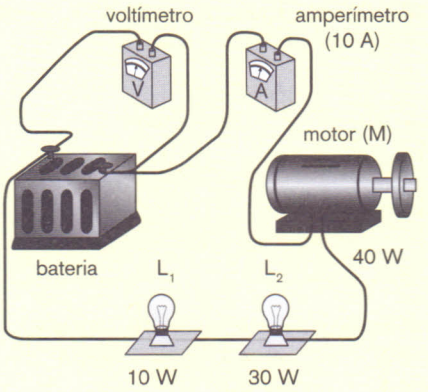
10 *(UFU-MG)* Parte da instalação elétrica de uma casa é formada por uma lâmpada (*L*), de resistência elétrica 100 Ω e um televisor (TV), ligados a uma rede elétrica que fornece 100 V de

diferença de potencial elétrico (ddp), como na figura a seguir.



a) Obtenha a diferença de potencial (ddp) na TV.
b) Calcule a potência dissipada na lâmpada *L*.
c) Com a lâmpada e o televisor ligados, a corrente total na rede é de 1,5 A. Calcule a corrente que passa pelo fio que está ligado ao televisor.

11 *(UFMG)* Nessa figura, são indicadas as potências fornecidas ao motor e às duas lâmpadas, todos ligados a uma mesma bateria, bem como a leitura do amperímetro introduzido no circuito. Sabe-se que a força eletromotriz da bateria é 12 V e que o voltímetro e o amperímetro são ideais.

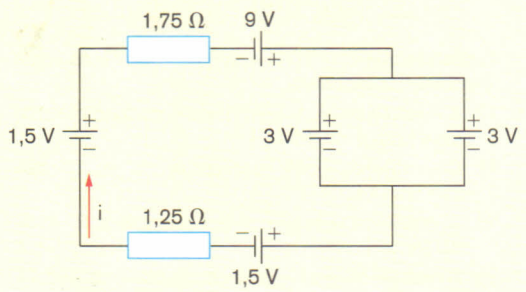


A resistência interna **r** da bateria e a leitura do voltímetro valem:

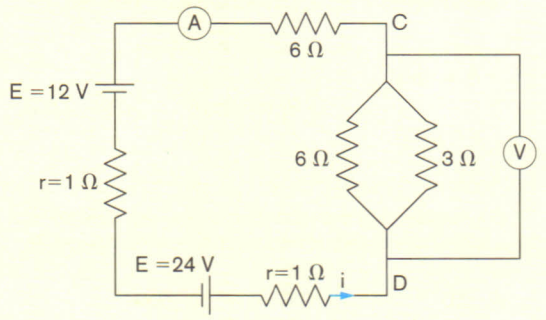
a) r = 0 Ω e U = 12 V
b) r = 0 Ω e U = 80 V
c) r = 0,4 Ω e U = 8 V
d) r = 0,8 Ω e 8 = 12 V
e) r = 10 Ω e U = 80 V

Mais Atividades

1 No circuito apresentado na figura estão representadas diversas fontes de força eletromotriz de resistência interna desprezível que alimentam os resistores R_1 = 1,75 Ω e R_2 = 1,25 Ω. Qual a intensidade da corrente **i** do circuito?



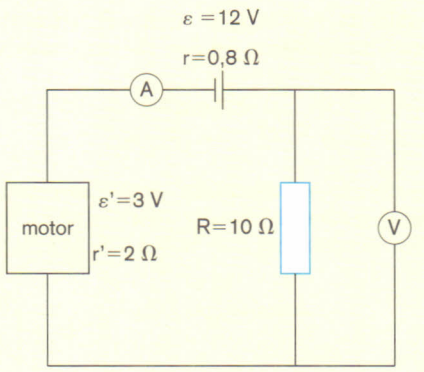
Instrução: Responder às questões 2 e 3 com base no circuito elétrico abaixo:



2 *(PUC-RS)* A leitura do amperímetro **A**, considerado ideal, inserido no circuito, em ampères, é de:
a) 1,2 b) 1,8 c) 2,0 d) 2,2 e) 5,0

3 *(PUC-RS)* A leitura do voltímetro **V**, considerado ideal, colocado entre os pontos *C* e *D*, em volts, é de:
a) 1,5 b) 2,4 c) 3,3 d) 5,2 e) 8,8

4 *(Ufop-MG)* A figura mostra um circuito no qual uma bateria encontra-se ligada em série com um resistor e com um motor elétrico. Considere o amperímetro ideal, isto é, sua resistência interna é zero. Considere, também, o voltímetro como ideal, isto é, sua resistência interna é infinita.

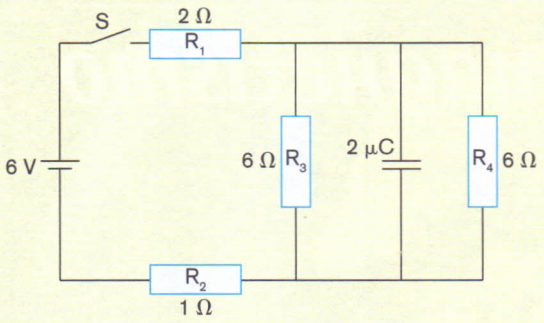


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Calcule o valor da corrente elétrica que será medida no amperímetro e indique o seu sentido no desenho.
b) Calcule a diferença de potencial elétrica lida no voltímetro.

5 *(UFC-CE)* Considere o circuito elétrico da figura. A chave *S* encontra-se inicialmente aberta e o capacitor encontra-se completamente descarregado. A soma das correntes no resistor de 2 Ω no instante em que a chave *S* é fechada e em um instante de

tempo posterior, suficientemente longo para que o capacitor esteja completamente carregado, é:



a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A

6 *(UFRJ)* O circuito da figura 1 mostra uma bateria ideal que mantém uma diferença de potencial de 12 V entre seus terminais, um amperímetro também ideal e duas lâmpadas acesas de resistências R_1 e R_2. Nesse caso, o amperímetro indica uma corrente de intensidade 1,0 A.

Na situação da figura 2, a lâmpada de resistência R_2 continua acesa e a outra está queimada. Nessa nova situação, o amperímetro indica uma corrente de intensidade 0,40 A. Calcule as resistências R_1 e R_2.

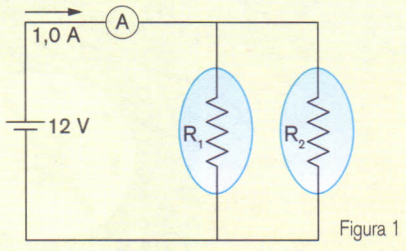


Figura 1

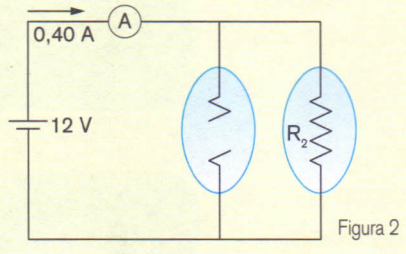
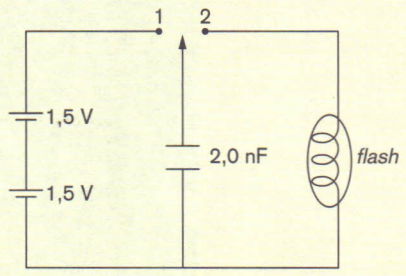


Figura 2

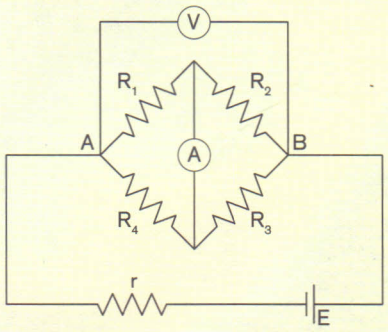
7 *(Uesc-BA)* A figura representa um dos circuitos usados no *flash* de uma máquina fotográfica.



Considerando-se os geradores como sendo ideais, após a análise do circuito, é correto afirmar que a energia elétrica "despejada" sobre a lâmpada do *flash*, no instante em que é batida a fotografia, é igual, em nJ, a:

01) 3,0
02) 6,0
03) 9,0
04) 18,0
05) 25,0

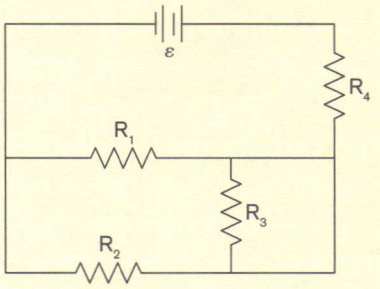
8 *(UFS-SE)* Considere o circuito elétrico esquematizado abaixo com quatro resistores ($R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ e $R_4 = 10\ \Omega$), um gerador de fem $E = 150$ V e resistência interna $r = 5{,}0\ \Omega$, um voltímetro e um amperímetro, ambos ideais.



Analise as afirmações que seguem.

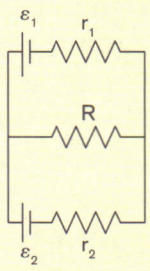
00 – A indicação do amperímetro é zero.
11 – O voltímetro registra 150 V.
22 – A resistência equivalente entre *A* e *B* vale 20 Ω.
33 – A corrente elétrica em R_2 tem intensidade de 4,0 A.
44 – A potência elétrica dissipada em R_4 é 40 W.

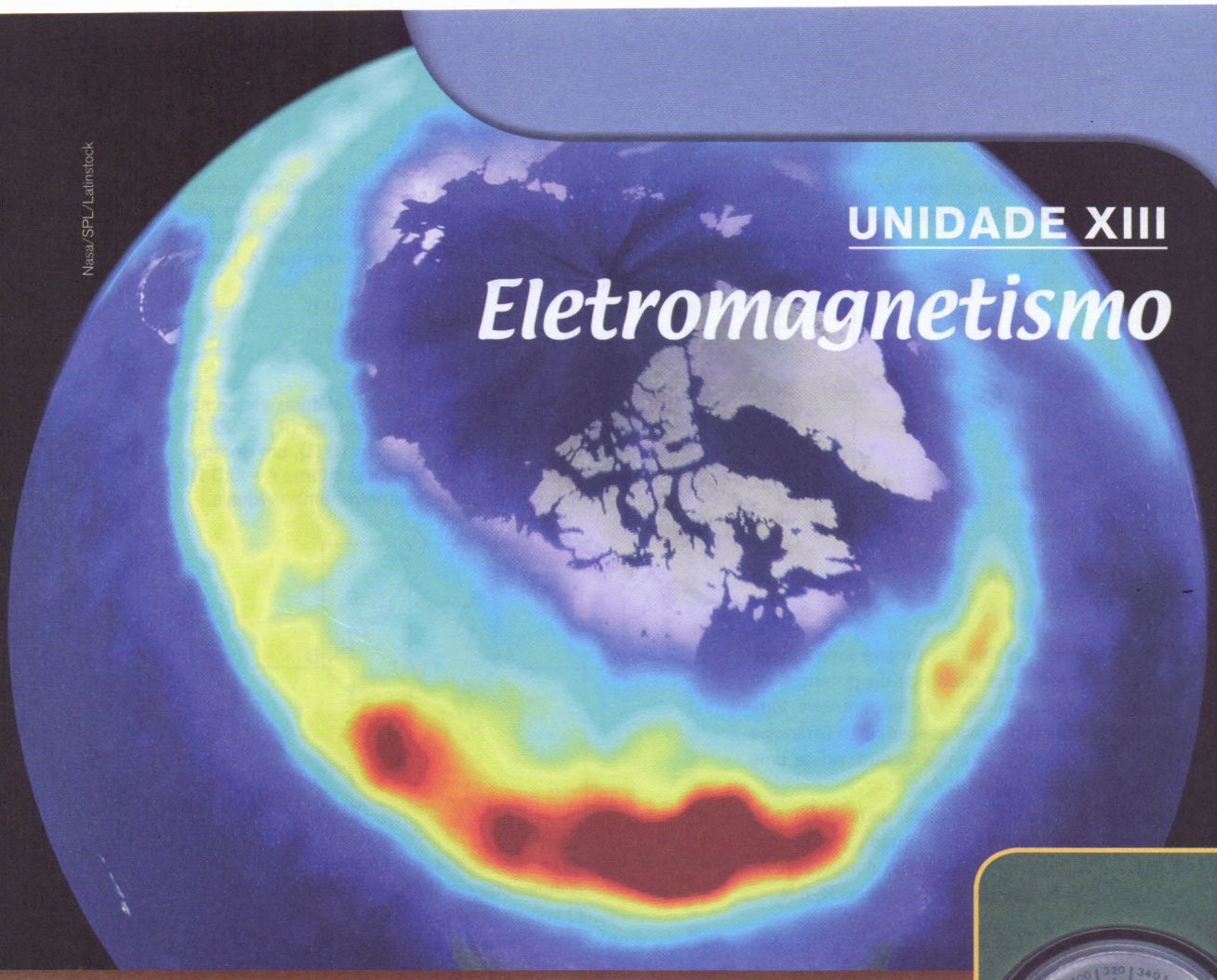
9 *(UnB-DF)* Dado o circuito abaixo, em que $\varepsilon = 62$ V, $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, calcule a corrente (em ampères) que passa pela resistência R_2.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

10 *(UnB-DF)* Duas pilhas com força eletromotriz (fem) e resistência interna $\varepsilon_1 = 2$V, $r_1 = 1\ \Omega$ e $\varepsilon_2 = 1\ \Omega$ e $r_2 = 1\ \Omega$, respectivamente, estão ligadas conforme o circuito abaixo. Para $R_2 = 5\ \Omega$, calcule a intensidade da corrente que passa através da resistência **R** (em ampères). Multiplique o resultado por 111.





Nasa/SPL/Latinstock

UNIDADE XIII

Eletromagnetismo

Sérgio Dotta Jr/The Next

Sérgio Dotta Jr/The Next

O espetáculo das auroras boreais ou austrais é um fenômeno luminoso que ocorre apenas no céu das localidades próximas aos polos. Isso porque é para essa região que são desviadas, por causa do magnetismo terrestre, as partículas eletricamente carregadas provenientes do Sol. Esse é um fenômeno que envolve eletricidade e magnetismo, uma interação que será o objeto de estudo desta unidade.

Além das auroras o eletromagnetismo também se faz presente em dispositivos de nosso cotidiano como os aparelhos de telefonia móvel, que emitem e recebem sinais eletromagnéticos, resultantes da aceleração e desaceleração de partículas eletricamente carregadas. Efeito que também ocorre nos tubos de televisões, que, para formar imagens sobre a tela, os elétrons dentro do tubo são desviados por campos magnéticos. A bússola, a primeira aplicação prática do magnetismo, funciona com base no fato de a Terra atuar como um grande ímã. Os eletroímãs, usados para diversas finalidades, podem produzir campos magnéticos intensos graças à corrente elétrica que os atravessa.

CAPÍTULO 40 – O CAMPO MAGNÉTICO

1. Características dos ímãs

Segundo relatos, alguns fenômenos magnéticos foram notados pelos gregos cerca de seis séculos antes de Cristo. Em uma região da Ásia, que fazia parte da Grécia nessa época, foi encontrado um tipo de pedra que tinha a propriedade de atrair pedaços de ferro. O nome dessa região, chamada Magnésia, deu origem ao termo **magnetismo**. Tal pedra é, na verdade, um óxido de ferro (Fe_3O_4) denominado **magnetita** e trata-se de um ímã natural.

De modo geral, ímãs são corpos que podem atrair ferro ou aço e são constituídos de ferro, cobalto e níquel ou de ligas que contêm esses elementos.

Muito tempo depois dos gregos, por volta do século X da Era Cristã, os chineses aprenderam um processo simples de imantação, criando, assim, os primeiros ímãs artificiais. Com uma pedra de magnetita, esfregavam um corpo de ferro sempre no mesmo sentido, transformando-o em ímã.

Atualmente são confeccionados ímãs com formas e tamanhos diferentes, os quais têm em sua composição diferentes porcentagens de ferro, níquel e cobalto.

Quando fazemos um ímã entrar em contato com limalha de ferro, observamos nele duas regiões específicas onde é maior a quantidade de limalha aglutinada, ou seja, duas regiões do ímã onde suas ações magnéticas são mais acentuadas. Tais regiões denominam-se **polos** do ímã.

Para determinar a polaridade de um ímã basta suspendê-lo por um fio amarrado ao seu centro de gravidade e aguardar que ele atinja o equilíbrio. Ele ficará disposto aproximadamente na direção norte-sul geográfica, como ilustrado na figura ao lado.

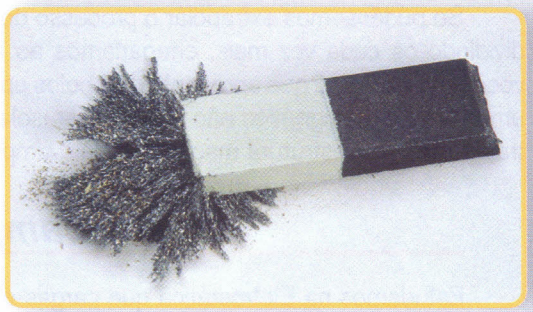
Adota-se como polo norte do ímã a sua extremidade voltada para o norte geográfico e como polo sul do ímã a extremidade voltada para o sul geográfico.

A Terra se comporta como um ímã, o que explicaria a orientação da bússola aproximadamente na direção norte-sul.

Dois fatos importantes foram verificados experimentalmente e que constituem princípios básicos do magnetismo:

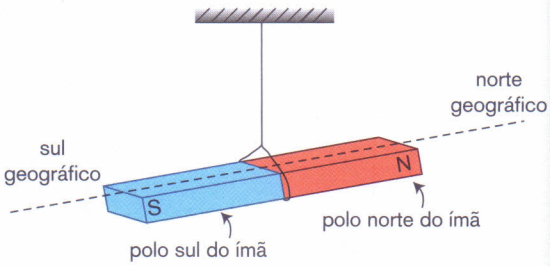
Sérgio Dotta Jr/The Next

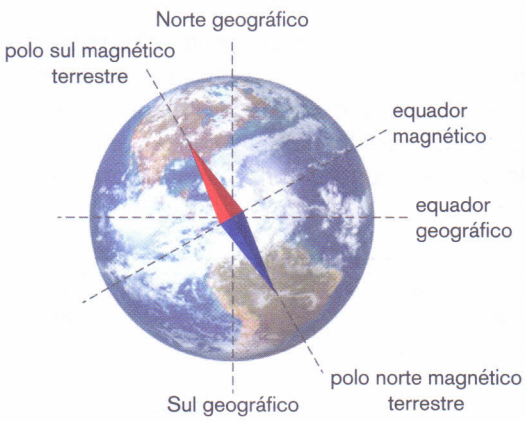
Cristal de Fe_3O_4 (magnetita), um ímã natural.



Thales Trigo

Os polos dos ímãs são regiões onde os efeitos magnéticos são mais intensos.

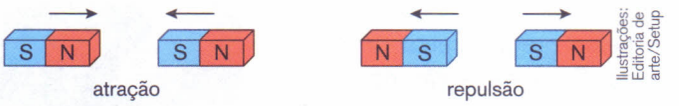




Ilustrações: Editoria de arte/Setup

- **Princípio da atração e repulsão magnéticas**

Polos magnéticos de mesma polaridade se repelem, e polos magnéticos de polaridades contrárias se atraem.



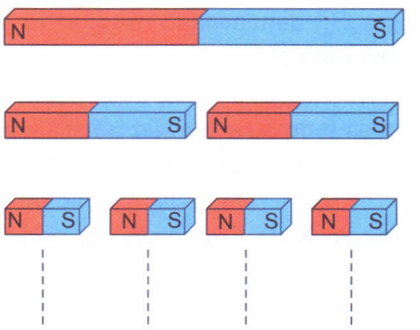
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

- **Inseparabilidade dos polos magnéticos**

Não existe ímã com apenas um polo.

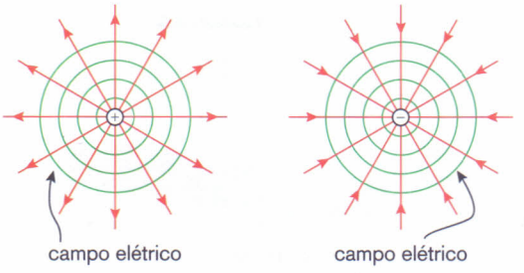
Toda tentativa de isolar um único polo magnético resultou infrutífera. Se dividirmos um ímã em partes, na região onde se efetua a divisão surgem dois polos contrários, de modo que cada pedaço apresentará dois polos e será, portanto, um ímã.

Se pudéssemos extrapolar o processo de quebra dos ímãs, dividindo-os cada vez mais, chegaríamos ao átomo, que como você verá é um ímã que apresenta dois polos opostos. Conclusão: um único polo magnético não pode existir isoladamente. Em outras palavras, a estrutura magnética mais simples é dipolar.

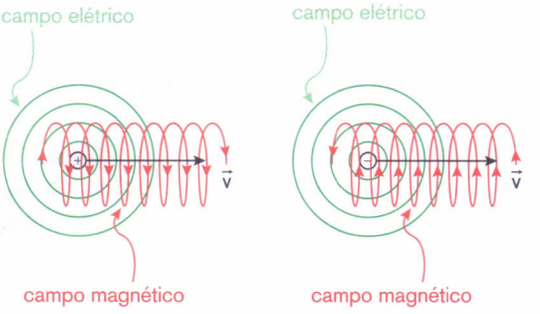


2. Campo magnético

Estudamos na Eletrostática que cargas elétricas em repouso ou em movimento criam campos elétricos. Quando estão em movimento, no entanto, elas dão origem também a campos magnéticos. Isso foi comprovado experimentalmente em 1820, pelo físico dinamarquês Hans Christian Oersted (1777-1851).

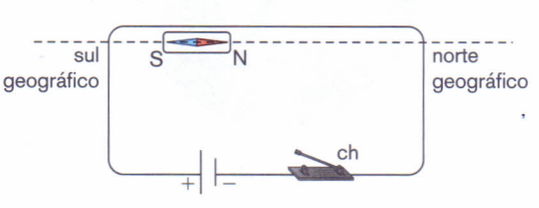


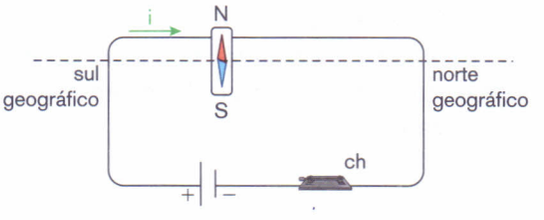
Cargas elétricas em repouso produzem campo elétrico ao seu redor.



Cargas elétricas em movimento produzem ao seu redor campo elétrico e campo magnético.

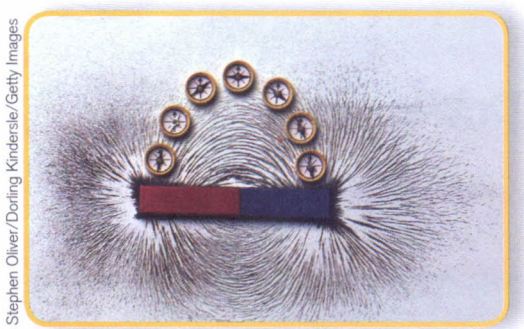
O experimento de Oersted foi bastante simples: ele colocou um fio elétrico próximo e paralelamente à agulha de uma bússola. Ao fazer passar corrente elétrica pelo fio, ele descobriu a conexão existente entre eletricidade e magnetismo: notou uma deflexão na agulha da bússola, que, em vez de continuar apontando aproximadamente para o norte-sul geográfico, posicionou-se perpendicularmente ao condutor. Ao abrir o interruptor, ele observou que a agulha voltava a ocupar a posição primitiva.

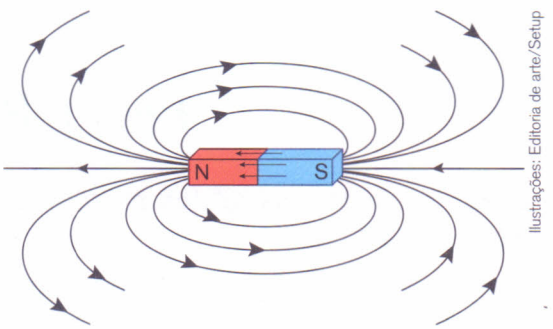




Isso significa que uma corrente elétrica, ou seja, cargas em movimento ordenado, produz ao seu redor uma região de influência magnética. Essa região é chamada **campo magnético**. Assim, campos magnéticos formam-se ao redor de ímãs ou de condutores percorridos por corrente elétrica.

Nesse espaço ao redor deles, o campo magnético é representado por linhas de campo ou linhas de indução. Para observar a forma desse campo, você pode espalhar limalha de ferro em uma folha de papel e depois aproximar um ímã ou um fio conduzindo corrente elétrica.

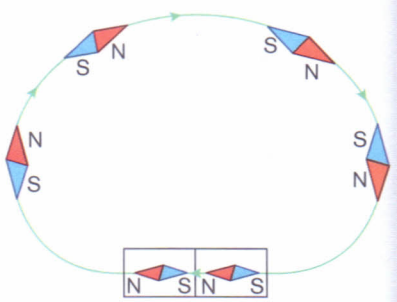

Stephen Oliver/Dorling Kindersle/Getty Images



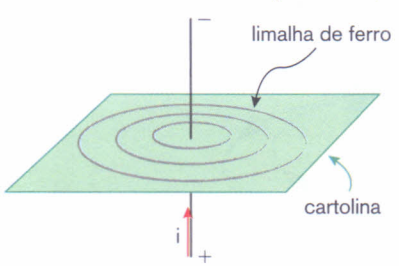
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

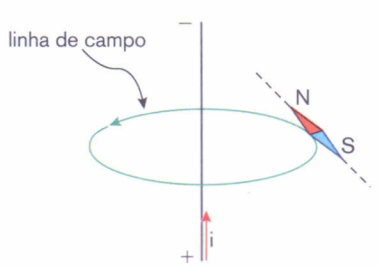
As limalhas de ferro são atraídas pelo ímã, orientadas de acordo com as linhas do campo magnético.

A presença próxima do ímã causa a imantação da limalha, transformando suas partículas em pequenos magnetos (magnetização por indução), que se alinham conforme a geometria do campo magnético do ímã principal e se orientam de acordo com o estabelecido pelo princípio da atração e repulsão. A visualização do campo com o recurso da limalha revela que as linhas de indução magnética são fechadas. Com o auxílio de bússolas, fica evidenciado que, externamente ao ímã, as linhas se orientam do polo norte para o polo sul e, internamente ao ímã, do sul para o norte.

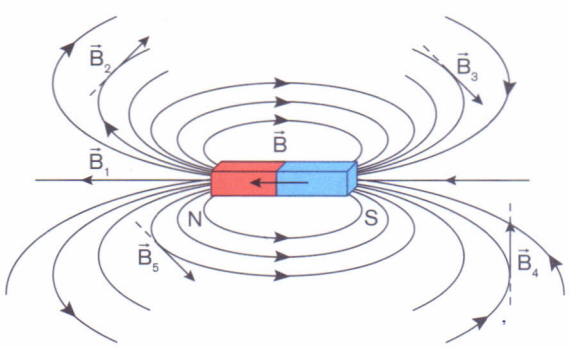


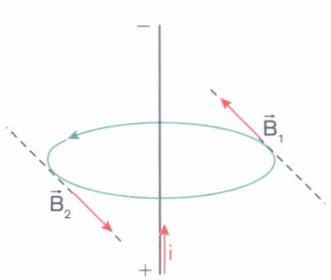
Também é possível, com o uso da limalha, visualizar a geometria do campo magnético ao redor do condutor percorrido por corrente elétrica. Se o fio percorrido por corrente elétrica for reto, a distribuição das pequenas partículas de ferro imantadas pelo campo magnético da corrente é circular e concêntrica ao fio.



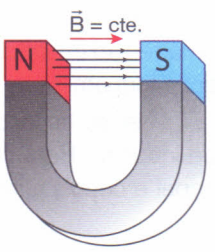


A representação do campo magnético em cada ponto é feita por meio do chamado **vetor indução magnética $\vec{B}$**, comumente denominado **vetor campo magnético**. A direção desse vetor, em cada ponto, é a da tangente à linha de campo que passa pelo ponto considerado, e seu sentido concorda com o das linhas.





Um caso particular importante é o do campo magnético uniforme, cujos sentido, intensidade e direção são os mesmos em todos os pontos. As linhas de indução de um campo magnético uniforme são paralelas, igualmente orientadas, e sua densidade é constante, fato representado por uma igualdade no espaçamento entre elas. Para os campos magnéticos uniformes, o vetor indução $\vec{B}$ é constante. Um exemplo de campo magnético uniforme é o que existe entre os polos de um ímã em forma de ferradura, como indica a figura ao lado.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

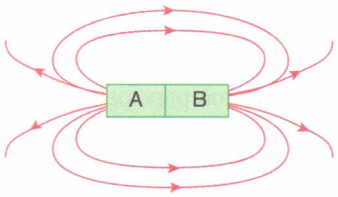
• O polo norte de uma agulha magnética é atraído ou repelido pelo polo norte geográfico da Terra?

Aplicação

A figura representa as linhas de indução do campo magnético, criado por um ímã em forma de barra.

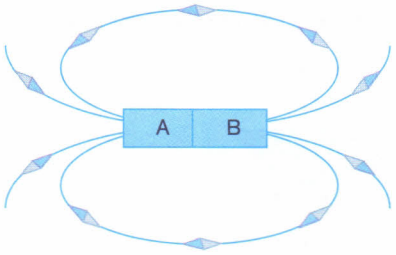
a) Identifique os polos *norte* e *sul* do ímã.

b) Qual é o sentido do vetor campo magnético $\vec{B}$?



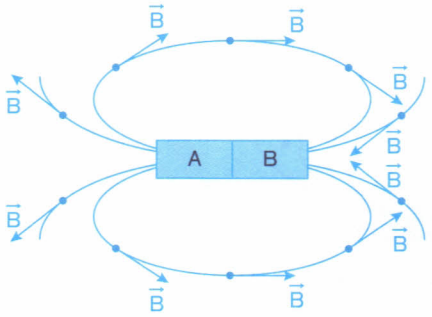
Resolução:

a) Colocando-se pequenas agulhas N⟷S no plano do ímã, o eixo norte-sul das agulhas orienta-se de acordo com o esquema:



Como polos de sinais contrários se atraem, conclui-se que A é o polo norte e B o polo sul.

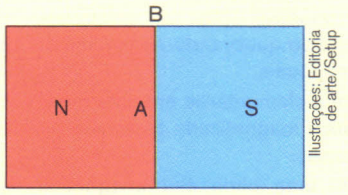
b) O vetor $\vec{B}$ é tangente às linhas de campo e tem em cada ponto o sentido destas, ou seja, o sentido do vetor $\vec{B}$ em cada ponto é o sentido em que aponta o polo norte da agulha magnética.



Atividades

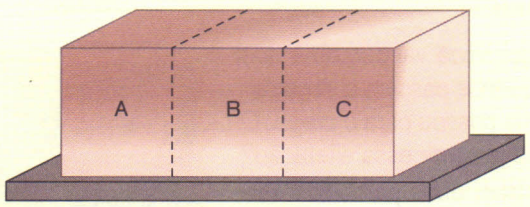
1 *(FMTM-MG)* Na figura está representado um ímã em forma de barra. Represente graficamente ou descreva a direção e o sentido do campo magnético nos pontos:

a) *A* (no interior do ímã); b) *B* (externo).



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

2 Uma barra imantada, apoiada numa superfície perfeitamente lisa e horizontal, é dividida habilmente em três pedaços *A*, *B* e *C*. Explique o que irá acontecer com os pedaços *A* e *C*, se a parte *B* for cuidadosamente retirada.



3 *(Unemat-MT)* Sobre o estudo do Magnetismo, analise os itens abaixo.

I. Quando uma barra de ferro é magnetizada, os ímãs elementares da barra são ordenados.

II. Quando um alfinete não imantado é atraído por uma tesoura imantada, então a intensidade da força aplicada no alfinete é maior que a aplicada na tesoura.

III. Uma agulha magnética sujeita apenas ao campo magnético terrestre e suspensa pelo seu centro de massa inclina-se cada vez mais à medida que a aproximarmos das regiões polares da Terra.

IV. Uma bússola orienta-se na posição norte-sul devido ao campo magnético terrestre ser na direção norte-sul.

Assinale a alternativa correta.

a) Apenas I, III e IV são corretos.
b) Apenas I, II e IV são corretos.
c) Apenas II e IV são corretos.
d) Apenas I e IV são corretos.
e) Todos os itens são corretos.

4 *(PUC-SP)* Na experiência de Oersted, o fio de um circuito passa sobre a agulha de uma bússola. Com a chave *C* aberta, a agulha alinha-se como mostra a figura 1. Fechando-se a chave *C*, a agulha da bússola assume nova posição (figura 2).

Figura 1

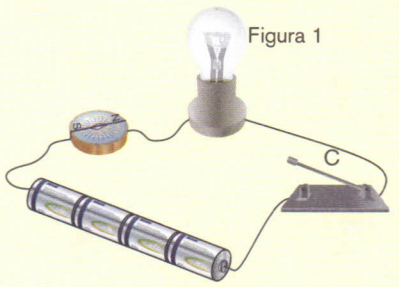
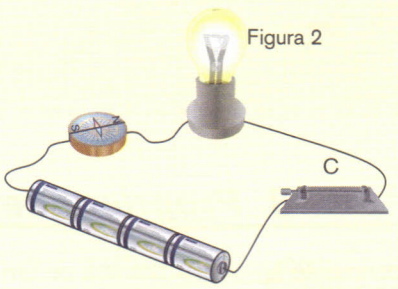


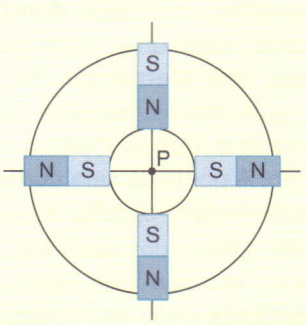
Figura 2



A partir desse experimento, Oersted concluiu que a corrente elétrica estabelecida no circuito:

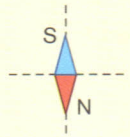
a) gerou um campo elétrico numa direção perpendicular à da corrente.
b) gerou um campo magnético numa direção perpendicular à da corrente.
c) gerou um campo elétrico numa direção paralela à da corrente.
d) gerou um campo magnético numa direção paralela à da corrente.
e) não interfere na nova posição assumida pela agulha da bússola que foi causada pela energia térmica produzida pela lâmpada.

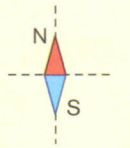
5 *(Fuvest-SP)* Quatro ímãs iguais em forma de barra, com as polaridades indicadas, estão apoiados sobre uma mesa horizontal, como na figura, vistos de cima.

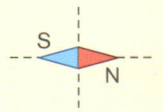


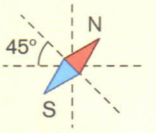
Uma pequena bússola é também colocada na mesa, no ponto central *P*, equidistante dos ímãs, indicando a direção e o sentido do campo magnético dos ímãs em *P*. Não levando em conta o efeito

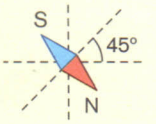
do campo magnético terrestre, a figura que melhor representa a orientação da agulha da bússola é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

6 *(FGV-SP)* O comportamento magnético dos corpos costuma causar grandes dúvidas e curiosidades nas pessoas. Sobre este tema, é correto afirmar que:

a) cargas elétricas em repouso geram ao seu redor um campo magnético.

b) um ímã sujeito a altas temperaturas tende a perder suas propriedades magnéticas.

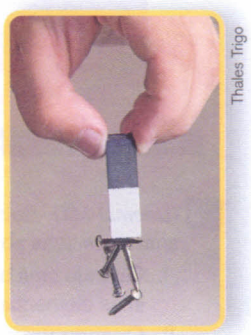
c) é possível obter um único polo magnético isolado quebrando-se um ímã em dois pedaços iguais.

d) ímãs elementares em uma mesma barra metálica magnetizada assumem orientações diversas.

e) em uma onda eletromagnética os vetores que indicam os campos elétrico e magnético em determinado ponto são paralelos.

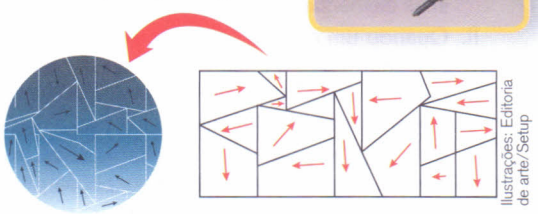
3. Propriedades magnéticas da matéria

Experimente aproximar um ímã de um prego de aço. Você vai perceber que ocorre atração. Observe que outros objetos metálicos pequenos passam a ser atraídos pelo prego, indicando que a mesma propriedade do ímã passou para o prego. O que acontece no material de que é composto o prego para produzir essa alteração?


Thales Trigo

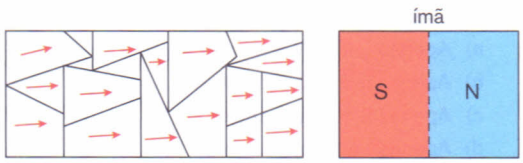
Sabemos que na composição de toda matéria entram duas partículas carregadas eletricamente: o próton e o elétron. Sabemos também que uma carga elétrica em movimento produz em torno de si um campo magnético. Podemos imaginar que o magnetismo natural dos ímãs tenha alguma relação com esse fato. Mas qual será a diferença entre os ímãs e os outros materiais? E por que alguns materiais podem ser magnetizados e outros não?

Uma explicação para o magnetismo dos ímãs, foi proposta em 1907 pelo físico Pierre Weiss. Ele sugeriu que os campos magnéticos criados pelos ímãs seriam decorrentes do movimento dos elétrons de seus átomos.


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Cada domínio consiste em bilhões de átomos de ferro alinhados. As setas, que apontam nas mais diversas direções, nos revelam que os domínios não estão alinhados entre si.

Weiss considerou que, nos ímãs, cada conjunto de átomos, cerca de 10^{20}, define uma região cuja extensão varia entre 0,1 mm a 1 mm. Weiss admitiu que essas regiões, chamadas **domínios magnéticos**, equivalem, cada uma, a um pequeno ímã que denominamos **ímã elementar**. No modelo criado por Weiss, cada ímã elementar é representado por uma pequena seta, que simboliza o campo magnético no domínio. A ponta da seta corresponde ao polo norte, e a extremidade oposta, ao polo sul.



Com a presença de um campo magnético externo, ocorre o alinhamento dos ímãs elementares no interior da matéria que passa a ficar magnetizada.

Segundo a teoria dos domínios, quando um corpo de ferro ou aço não está magnetizado, os seus **ímãs elementares** estão distribuídos no material com orientação totalmente ao acaso.

Para magnetizar esse corpo, basta colocá-lo nas proximidades de um ímã, que passa a agir sobre seus domínios magnéticos, causando a orientação ou o "alinhamento" dos ímãs elementares. Esse processo de imantação é chamado **indução magnética** do ímã sobre o corpo inicialmente desmagnetizado.

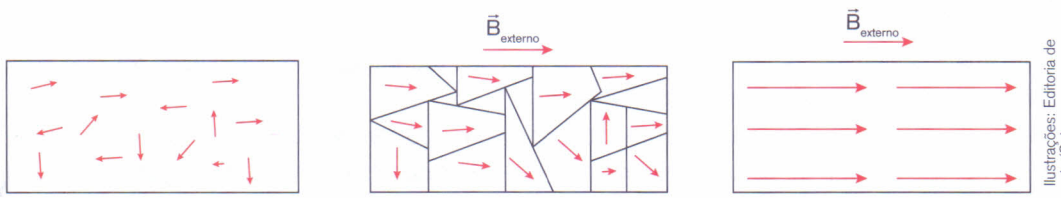
Quanto maior o alinhamento dos ímãs elementares, mais intensa é a magnetização. Na região central do corpo, ocorre uma "neutralização" dos efeitos magnéticos, devido ao cancelamento causado pela proximidade de polos contrários. Sobram nos extremos dele os polos norte (à direita) e sul (à esquerda) dos ímãs elementares. Isso justifica a existência da polaridade de um ímã e explica o porquê da inseparabilidade dos polos. Imagine o que acontece ao cortar o ímã da figura anterior ao meio: a orientação permanecerá a mesma em ambas as partes cortadas.

Nem todos os corpos são magnetizáveis da mesma forma – alguns se magnetizam pela ação de um campo magnético externo mais facilmente que outros. Experimentalmente, comprovou-se a existência de três tipos de material com propriedades distintas, denominadas **ferromagnetismo**, **paramagnetismo** e **diamagnetismo**.

Ferromagnetismo

Em certas substâncias, como o ferro (daí o nome da propriedade), apesar do movimento de agitação térmica, os ímãs elementares podem se alinhar rigorosamente com o campo magnético externo, conforme a intensidade desse campo.

Assim, sob a ação de um campo externo, esse tipo de material torna-se um poderoso ímã permanente, criando ao seu redor um campo magnético que pode apresentar intensidade de cem a mil vezes maior que a do campo externo aplicado. Substâncias com esse comportamento são denominadas **ferromagnéticas**. Exemplos: ferro, cobalto, níquel, gadolínio e ligas constituídas com esses elementos.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No ferromagnetismo, a maioria dos ímãs elementares dos domínios magnéticos passa a ter a mesma orientação do campo magnético externo.

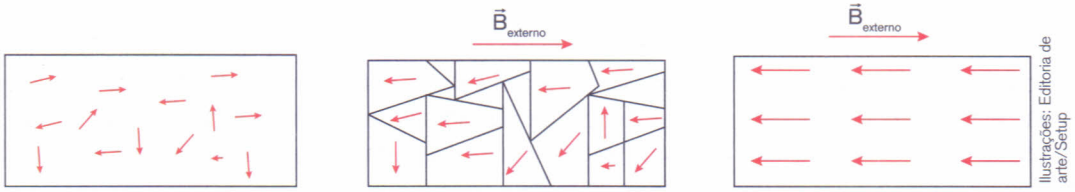
Os materiais ferromagnéticos sujeitos a elevação de temperatura sofrem redução na intensidade de seu magnetismo. Há uma temperatura acima da qual eles perdem a condição de se manter ferromagnéticos. Essa temperatura ficou conhecida como **temperatura** ou **ponto Curie**.

Paramagnetismo

Nos materiais paramagnéticos, os ímãs elementares não se alinham perfeitamente com o campo externo, o que resulta em imantação pouco intensa. A dificuldade de alinhamento nos ímãs elementares tem relação com o nível de agitação térmica dos átomos. Nesses casos, torna-se fraca a magnetização, e o campo magnético resultante de mesma orientação do campo magnético externo é apenas um pouco mais intenso que o campo inicial. Alguns exemplos de substâncias paramagnéticas são: magnésio, alumínio, platina, paládio, potássio e sódio.

Diamagnetismo

Há substâncias que submetidas à ação de um campo magnético externo se imantam fracamente, resultando num campo magnético menos intenso que se opõe ao campo magnético externo aplicado. Nesses materiais, o que ocorre é uma inversão no sentido do campo nos domínios, isto é, os ímãs elementares são invertidos pela ação do campo magnético externo. Essas substâncias são chamadas **diamagnéticas**. Alguns exemplos de substâncias diamagnéticas: bismuto, ouro, prata, cobre, chumbo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No diamagnetismo, a maioria dos ímãs elementares dos domínios magnéticos passa a ter orientação contrária ao campo magnético externo.

Em ambos os casos (diamagnéticos e paramagnéticos), ao retirarmos o material do campo magnético externo, a magnetização desaparece.

Pense e Responda

- Um pedaço de ferro é colocado próximo ao polo sul de um ímã. O que deve acontecer?
- E se no lugar do pedaço de ferro colocarmos um pedaço de prata, o que é esperado que ocorra?

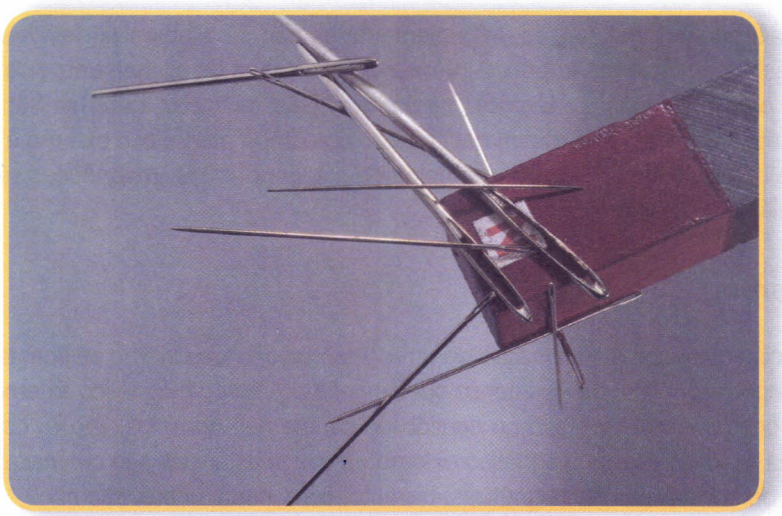
Ímãs permanentes e temporários

Um ímã é denominado permanente quando continua magnetizado mesmo após ter sido removido o campo magnético responsável pela sua imantação.

Muitos ímãs permanentes são confeccionados com aço temperado em tamanhos e formas diversas. Para obter esse tipo de aço, durante o processo de preparo ele é resfriado rapidamente, adquirindo dureza e resistência mecânica e imantação permanente.

Entre os ímãs temporários – aqueles que perdem o magnetismo quando não estão sob ação de um campo magnético externo – inclui-se o ferro doce (ferro puro aquecido e esfriado lentamente). Portanto, o ferro puro pode ser magnetizado e desmagnetizado com bastante facilidade, sendo frequentemente usado nos ímãs temporários.

Alfinetes, quando submetidos à ação de um campo magnético, conseguem atrair outros alfinetes. Retirando-os da presença do ímã que originou o campo magnético, eles perdem sua imantação e não exercem o poder de ímã.

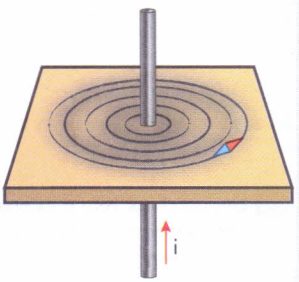


Sérgio Dotta Jr./The Next

4. Campo magnético criado por corrente elétrica em condutores retilíneos

Lei de Ampère

Logo após a descoberta da relação entre magnetismo e eletricidade, feita por Oersted, Ampère realizou experiências, em diversas situações, a fim de determinar as características do campo magnético existente ao redor de condutores percorridos por corrente elétrica. Uma delas foi com condutores retilíneos. Para tanto, ele se valeu de um procedimento simples: depositou limalha de ferro em um pedaço de cartolina atravessado perpendicularmente por um fio metálico.



Representação da distribuição das limalhas de ferro em torno de um fio percorrido por corrente elétrica.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Ao estabelecer uma corrente elétrica nesse fio, Ampère observou que as limalhas se arranjavam circular e concentricamente ao fio. Utilizando uma bússola, ele obteve a orientação das linhas e do campo magnético ao redor do fio.

Essa observação experimental permitiu a Ampère estabelecer uma regra prática para obter o sentido do campo sem o auxílio da bússola, que ficou conhecida como regra da mão direita. Para aplicá-la, siga as instruções, acompanhando a figura:

- Segure o condutor com a mão direita, envolvendo-o com os dedos e mantenha o polegar apontado no sentido convencionado da corrente.
- O sentido das linhas de indução é dado pela indicação dos dedos que envolvem o condutor.

Intensidade do campo

Ampère verificou que a intensidade do campo criado pela corrente elétrica variava com a intensidade da corrente **i** no condutor retilíneo e com a distância **r** entre o ponto externo considerado e o condutor. Para determinar a relação entre essas variáveis, ele mediu a intensidade do campo num ponto fixo do espaço externo ao condutor para diversos valores de corrente. Depois, mantendo a corrente constante, mediu o valor do campo em pontos diferentes do espaço em volta de uma seção do condutor. Ele concluiu que a intensidade **B** do campo magnético é diretamente proporcional à intensidade **i** da corrente e inversamente proporcional à distância **r**.

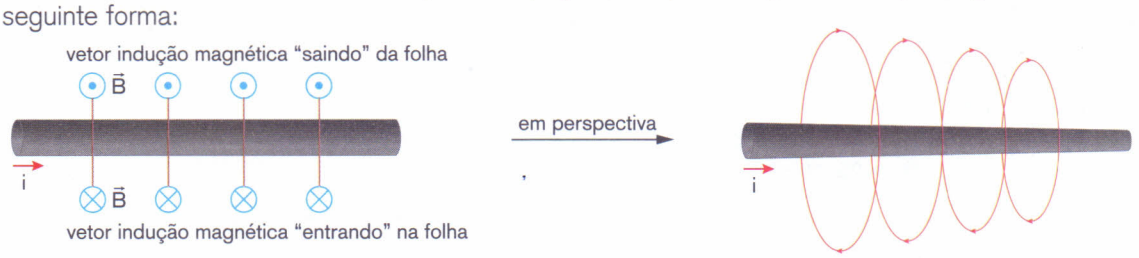
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

em que μ é chamada **permeabilidade magnética do meio**.

Supondo-se que o espaço ao redor do fio seja o vácuo, a constante indica a permeabilidade magnética do vácuo, cujo valor é igual a $4\pi \cdot 10^{-7}$ unidades do SI.

A unidade de campo magnético no SI é o tesla (**T**), nome dado em homenagem ao cientista croata Nikola Tesla (1856-1943).

Quando o fio condutor está no plano da página, a representação do campo magnético é feita da seguinte forma:

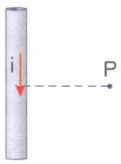


Na figura anterior, o círculo com ponto central ⊙ representa o vetor campo magnético perpendicular ao plano da folha do papel e orientado para fora, isto é, "saindo da página"; simboliza a ponta da seta. Esse símbolo também é usado para representar uma corrente "saindo" da página.

O símbolo ⊗ indica o vetor campo magnético perpendicular ao plano da folha do papel e orientado para dentro, isto é, "entrando na página" – corresponde à cauda da seta. A simbologia usada aqui serve também para representar uma corrente "entrando" na página.

Aplicações

1 Um condutor reto e extenso é percorrido por uma corrente de intensidade 2 A. Determine a intensidade e o sentido do vetor indução magnética num ponto *P*, localizado a 10 cm do condutor. (Use $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.)



Resolução:

(Dados $i = 2\ A$; $r = 10\ cm = 0{,}1\ m$; $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$)

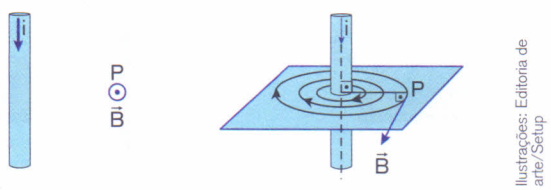
A intensidade é:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \Rightarrow B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 0{,}1} \Rightarrow B = 4 \cdot 10^{-6}\ T$$

De acordo com a regra da mão direita, temos a direção e o sentido indicados na figura.

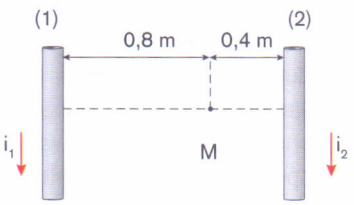
Portanto, $B = 4 \cdot 10^{-6}\ T$, saindo perpendicularmente do plano da página.

Uma visão em perspectiva seria:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

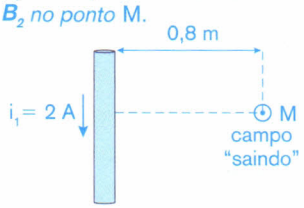
2 A figura representa dois fios metálicos longos (1) e (2) percorridos pelas correntes $i_1 = 2\ A$ e $i_2 = 6\ A$. Calcule a intensidade do vetor indução magnética resultante no ponto *M*. O meio é o vácuo: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.

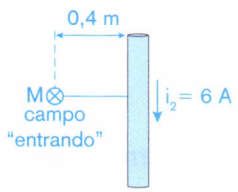


Resolução:

(Dados $i_1 = 2\ A$; $r_1 = 0{,}8\ m$; $i_2 = 6\ A$; $r_2 = 0{,}4\ m$; $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$)

Pela regra da mão direita, determinamos o sentido dos vetores $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ no ponto M.





Calculando: $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 0{,}8} \Rightarrow B_1 = 5 \cdot 10^{-7}\ T$$

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6}{2\pi \cdot 0{,}4} \Rightarrow B_2 = 30 \cdot 10^{-7}\ T$$

O vetor resultante em M *é dado pela soma vetorial:* $\vec{B}_R = \vec{B}_2 + \vec{B}_1$

Como são de sentidos opostos:

$B_R = B_2 - B_1 \Rightarrow B_R = 30 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-7}$

$B_R = 25 \cdot 10{-}7\ T$ ou $B_R = 2{,}5 \cdot 10{-}6\ T$

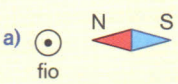
Atividades

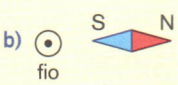
1 *(EEM-SP)* É dado um fio metálico reto, muito longo, percorrido por uma corrente elétrica constante.

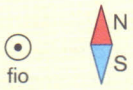
a) Esboce as linhas de campo do vetor indução magnética **B** produzido por esse fio.

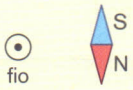
b) Explique como se determina o sentido desse campo.

2 *(UFPI)* Um fio retilíneo é percorrido por uma corrente elétrica contínua. Uma bússola é disposta em um plano perpendicular ao fio, estando sujeita unicamente à influência do campo magnético gerado pela corrente elétrica. Se a posição do fio condutor é perpendicular ao plano desta prova, e a corrente está saindo do papel conforme representado na figura, a posição correta da agulha da bússola é (despreze os efeitos do campo magnético da Terra):

a) 

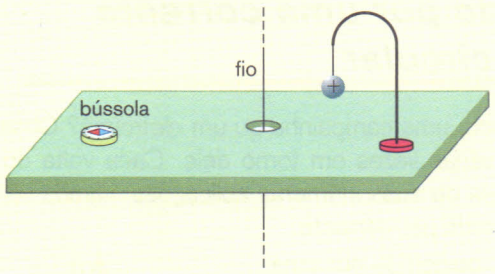
b) 

c) 

d) 

e) A agulha não encontrará uma posição de equilíbrio.

3 *(UFMG)* Um fio condutor reto e vertical passa por um furo em uma mesa, sobre a qual, próximo ao fio, são colocadas uma esfera carregada, pendurada em uma linha de material isolante, e uma bússola, como mostrado nesta figura:



Inicialmente, não há corrente elétrica no fio e a agulha da bússola aponta para ele, como se vê na figura. Em certo instante, uma corrente elétrica constante é estabelecida no fio. Considerando-se essas informações, é correto afirmar que, após se estabelecer a corrente elétrica no fio:

a) a agulha da bússola vai apontar para uma outra direção e a esfera permanece na mesma posição.

b) a agulha da bússola vai apontar para uma outra direção e a esfera vai se aproximar do fio.

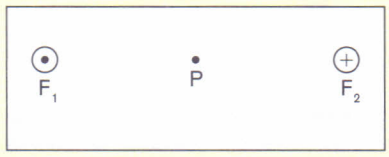
c) a agulha da bússola não se desvia e a esfera permanece na mesma posição.

d) a agulha da bússola não se desvia e a esfera vai se afastar do fio.

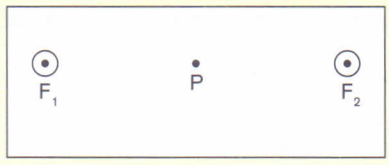
4 *(UFPB)* Nas figuras abaixo, estão representadas as seções transversais de dois fios condutores longos e paralelos, F_1 e F_2. As correntes nos condutores têm sentidos opostos no caso 1, e mesmo sentido no caso 2. Os condutores são percorridos por correntes de 5 A, e o ponto *P* está 0,2 m distante de cada um deles.

(Use $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$)

caso 1



caso 2



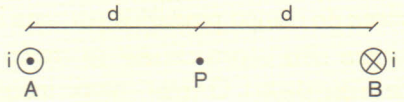
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Para cada caso, reproduza a figura no caderno e:

a) represente as linhas de campo da indução magnética resultante devido às correntes nos condutores;

b) determine a intensidade do vetor indução magnética resultante no ponto **P**.

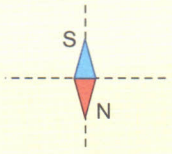
5 *(PUC-SP)* O Eletromagnetismo estuda os fenômenos que surgem da interação entre campo elétrico e campo magnético. Hans Christian Oersted, em 1820, realizou uma experiência fundamental para o desenvolvimento do Eletromagnetismo, na qual constatou que a agulha de uma bússola era defletida sob a ação de uma corrente elétrica percorrendo um fio condutor próximo à bússola. A figura abaixo representa as secções transversais de dois fios condutores *A* e *B*, retos, extensos e paralelos. Esses condutores são percorridos por uma corrente elétrica **i** cujo sentido está indicado na figura.

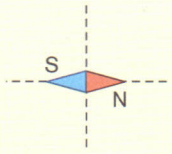


⊗ *corrente elétrica entrando ortogonalmente ao plano do papel*

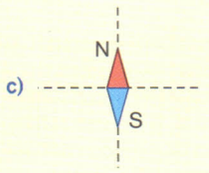
⊙ *corrente elétrica saindo ortogonalmente ao plano do papel*

Uma pequena bússola é colocada no ponto *P* equidistante dos fios condutores. Desprezando os efeitos do campo magnético terrestre e considerando a indicação *N* para polo norte e *S* para polo sul, a alternativa que apresenta a melhor orientação da agulha da bússola é:

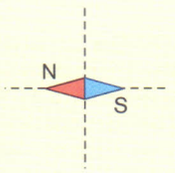
a) 

b) 

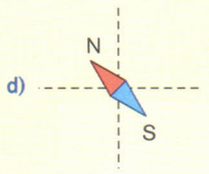
c)



e)



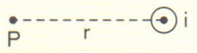
d)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

6 *(UFPB)* A figura abaixo representa um fio retilíneo muito longo (tão longo que pode ser considerado infinito) e perpendicular ao plano do papel. Esse fio é percorrido por uma corrente i = 2 A, que tem sentido "saindo do papel", como indicado na figura.

Considere $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.



a) Reproduza a figura no seu caderno e esboce algumas linhas de indução do campo magnético produzido pela corrente **i**. Nessa figura, indique claramente a direção e o sentido do vetor indução magnética existente no ponto *P*.

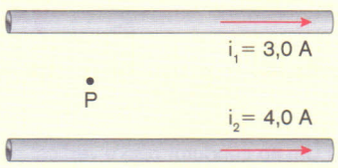
b) Sabendo-se que a distância do ponto *P* ao fio é de 1 m, determine a intensidade do vetor indução magnética nesse ponto.

7 *(Unicamp-SP)* A corrente elétrica contínua em uma dada linha de transmissão é de 4000 A. Um escoteiro perdido, andando perto da linha de transmissão, tenta se orientar utilizando uma bússola. O campo magnético terrestre é de $B_T = 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ T perto da superfície da Terra. A permeabilidade magnética é $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.

a) Se a corrente está sendo transmitida no sentido Leste para Oeste, qual é o sentido do campo magnético gerado pela corrente perto do chão? Justifique sua resposta.

b) A que distância do fio o campo gerado pela corrente terá o módulo igual ao do campo magnético terrestre?

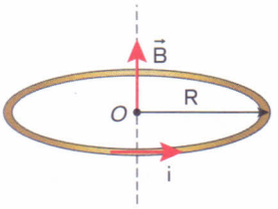
8 *(Osec-SP)* Dois fios longos são percorridos por correntes de intensidades 3,0 A e 4,0 A, nos sentidos indicados na figura. Determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor indução magnética no ponto *P*, que dista 2,0 cm de $\mathbf{i_1}$ e 4,0 cm de $\mathbf{i_2}$.



5. Campo magnético criado por uma corrente numa espira circular

Você já viu as partes que compõem um motor elétrico, uma campainha ou um eletroímã? Observe que neles há sempre um núcleo com um fio enrolado várias vezes em torno dele. Cada volta do fio constitui uma espira, e o conjunto, uma bobina. Por causa de suas inúmeras aplicações, vamos ver as características do campo produzido por uma espira percorrida por corrente.

Considere uma espira circular de centro *O* e raio **R**, percorrida por uma corrente de intensidade **i**. O vetor campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$, localizado no centro *O* da espira, é perpendicular ao plano da espira e tem seu sentido obtido pela regra da mão direita, pois depende do sentido da corrente.

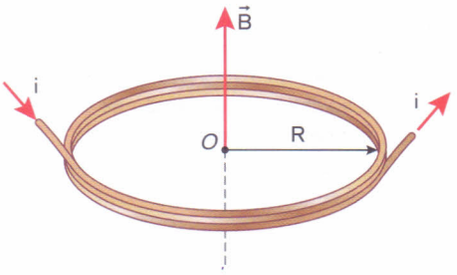


A intensidade do vetor campo magnético vale:

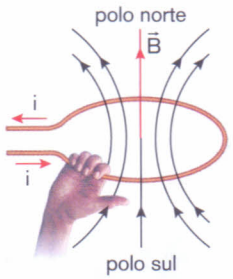
$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i}{R}$$

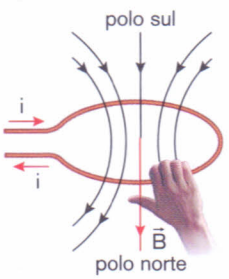
Para **N** espiras circulares iguais e justapostas (bobina chata), a intensidade do vetor $\vec{\mathbf{B}}$ no centro da bobina vale:

$$B = N \cdot \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i}{R}$$



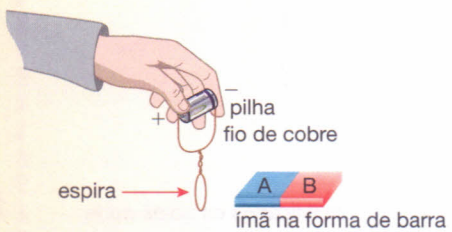
A regra da mão direita estabelece que, na espira circular, o lado pelo qual entram as linhas de campo magnético é associado ao polo sul, e o lado de onde saem as linhas corresponde ao polo norte.





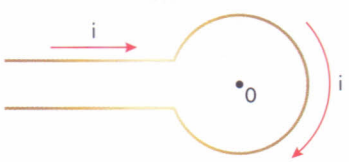
Pense e Responda

• No arranjo experimental da figura, se colocarmos a espira perto do polo *A* do ímã, ela se afasta, ao passo que, se a colocarmos perto do polo *B*, ela se aproxima. Qual é a polaridade de *A* e de *B*?



Aplicações

1 Uma espira circular de raio 20 cm é percorrida por uma corrente de 12 A no sentido horário. Determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor indução magnética no centro da espira. (Use $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.)



Resolução:

(Dados: $R = 20\ cm = 0{,}2\ cm$; $i = 12\ A$; $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.)

A intensidade é dada pela fórmula:

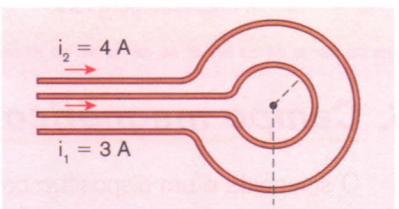
$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i}{R} \Rightarrow B = 4\pi \cdot \frac{10^{-7}}{2} \cdot \frac{12}{0{,}2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B \simeq 3{,}8 \cdot 10^{-5}\ T$$

A direção é perpendicular ao plano da espira.

O sentido é obtido pela regra da mão direita. $\vec{B}$ está entrando na página, portanto, $\otimes\ \vec{B}$.

2 Duas espiras circulares, concêntricas e coplanares, de raios 3π m e 5π m, são percorridas por correntes de 3 A e 4 A (figura). Calcule a intensidade do vetor indução magnética no centro das espiras.



Resolução:

(Dados: $R_1 = 3\pi\ m$; $R_2 = 5\pi\ m$; $i_1 = 3\ A$; $i_2 = 4\ A$; $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$.)

Cálculo da intensidade de $\vec{B}_1$:

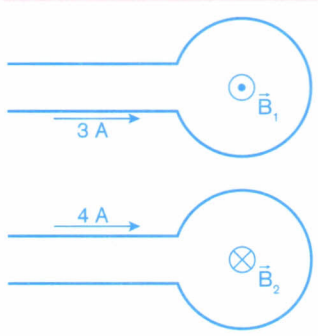
$$B_1 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i_1}{R_1} \Rightarrow B_1 = 4\pi \cdot \frac{10^{-7}}{2} \cdot \frac{3}{3\pi} \Rightarrow B_1 = 2 \cdot 10^{-7}\ T$$

$\vec{B}_1$ "sai" da página.

Cálculo da intensidade de $\vec{B}_2$:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i_2}{R_2} \Rightarrow B_2 = 4\pi \cdot \frac{10^{-7}}{2} \cdot \frac{4}{5\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-7}\ T$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Cálculo da intensidade do vetor indução magnética resultante:

$\vec{B}_R = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow B_R = B_1 - B_2 \Rightarrow$

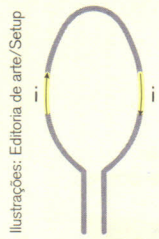
$\Rightarrow B_R = 2 \cdot 10^{-7} - 1{,}6 \cdot 10^{-7}$

$B_R = 0{,}4 \cdot 10^{-7}\ T \Rightarrow B_R = 4 \cdot 10^{-8}\ T$

O vetor indução magnética resultante "sai" da página: $\odot\ \vec{B}_R$.

Atividades

1 A figura representa uma espira circular sendo percorrida por uma corrente elétrica.

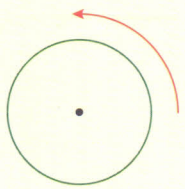


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Como podem ser identificados os polos norte e sul dessa espira?

b) Represente a direção e o sentido do vetor campo magnético **B**, no centro da espira, visto em perspectiva e visto de frente.

2 *(Osec-SP)* Uma espira circular de raio π cm é percorrida por uma corrente de intensidade 2,0 A, no sentido anti-horário, como mostra a figura. O vetor indução magnética no centro da espira é perpendicular ao plano da figura e de intensidade: (Dado: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$)



a) $4 \cdot 10^{-5}$ T, orientado para fora.

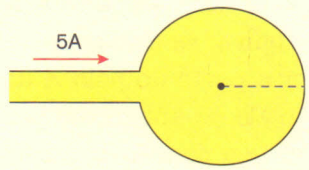
b) $4 \cdot 10^{-5}$ T, orientado para dentro.

c) $2 \cdot 10^{-4}$ T, orientado para fora.

d) $2 \cdot 10^{-4}$ T, orientado para dentro.

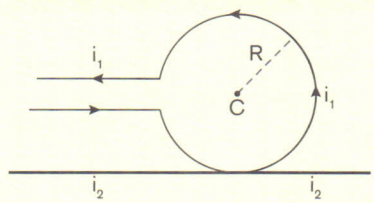
e) $4 \cdot 10^{-4}$ T, orientado para fora.

3 A espira representada na figura tem raio 0,2 m e é percorrida por uma corrente de intensidade de 5 A no sentido horário. Determine as características do vetor campo magnético no centro da espira.



4 *(UFPB)* Uma espira circular de raio R = 0,1 m e com centro no ponto *C* é percorrida por uma corrente i_1, no sentido anti-horário. A espira está apoiada sobre um fio retilíneo longo que é percorrido por uma corrente i_2, como indicado na figura abaixo. No entanto, não há contato elétrico entre o fio e a espira e, como os fios são muito finos, pode-se considerar como sendo **R** a distância entre o fio retilíneo e o centro da espira.

$\left(\text{Considere: } \mu = 4\pi \times 10^{-7}\ \frac{Tm}{A} \text{ e } \pi = 3\right)$



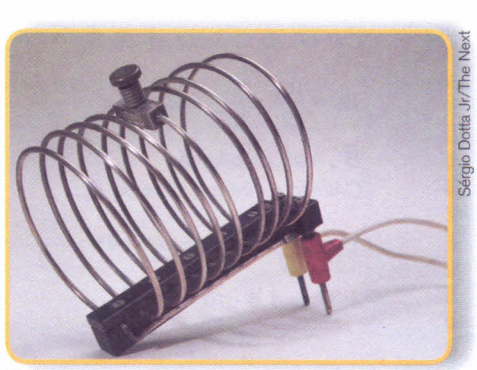
Verifica-se então que o campo magnético no centro da espira é nulo. Para que isso ocorra, determine:

a) o sentido de i_2; b) o valor da razão $\frac{i_2}{i_1}$.

6. Campo magnético criado por corrente em um solenoide

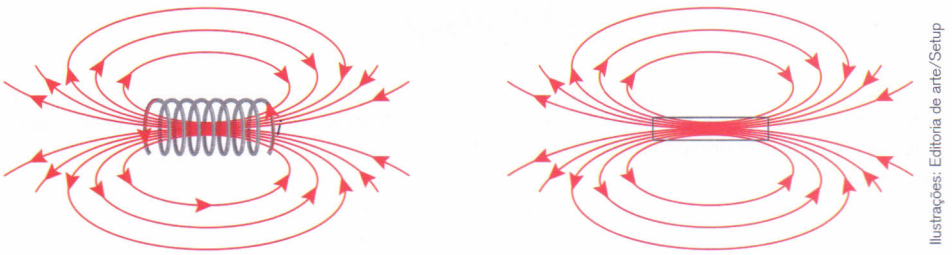
O solenoide é um dispositivo constituído de um fio condutor enrolado na forma de uma hélice, com as espiras bem próximas umas das outras, percorrido por corrente elétrica. Recebe também o nome de bobina longa.

O solenoide possui larga aplicação industrial, pois, quando percorrido por uma corrente elétrica, se comporta como um ímã na forma de barra, no qual o polo sul é o lado por onde entram as linhas de indução e o polo norte, o lado por onde elas saem. Também nesse caso, a regra para se determinar o sentido do campo é a da mão direita.



Sérgio Dotta Jr./The Next

Solenoide.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A configuração das linhas do campo magnético criado por um solenoide é idêntica à de um imã de barra com o mesmo formato.

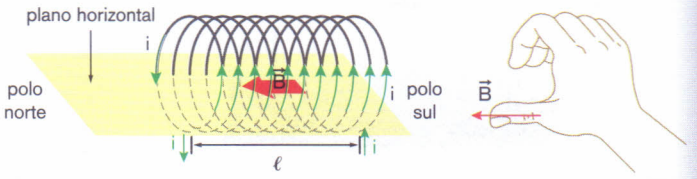
A **intensidade** do vetor indução magnética no interior de um solenoide com as características da figura acima é dada pela expressão:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{\ell} \cdot i$$

em que **N** é o número de espiras no comprimento ℓ do solenoide e **i** é a intensidade da corrente elétrica que percorre o fio condutor.

A **direção** do campo magnético é perpendicular ao plano das espiras, e o **sentido** é determinado pela regra da mão direita.

Tome o solenoide com a mão direita, de modo que os dedos curvados indiquem o sentido da corrente. O polegar estendido indicará o sentido de $\vec{B}$.



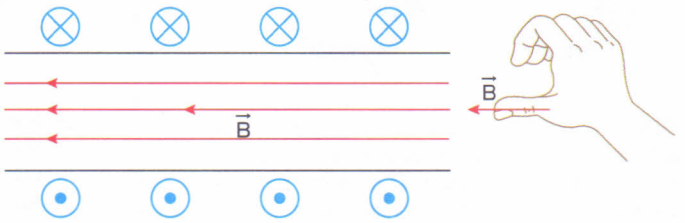
No solenoide ilustrado, o fio entra no plano (linha cheia) e sai por ele (linha pontilhada) diversas vezes.

No interior da espira, e longe das bordas, o campo magnético é praticamente uniforme.

Quando a corrente "sai" ou "entra" perpendicularmente à página, usamos a mesma convenção para determinar o sentido do vetor indução magnética $\vec{B}$. Observe:

⊙ *Corrente saindo perpendicularmente do plano da página.*

⊗ *Corrente entrando perpendicularmente no plano da página.*

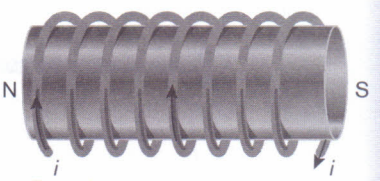


Eletroímã

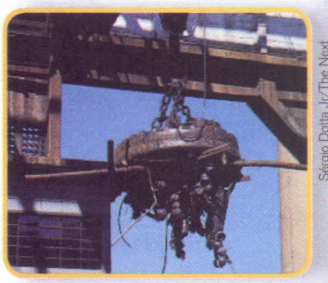
A fabricação de ímãs temporários é possível graças à propriedade do ferro doce de magnetizar-se sob a influência da corrente elétrica e perder sua magnetização logo que essa influência cessa. O eletroímã é um ímã temporário: consiste em uma barra de ferro doce envolvida por um solenoide.

A intensidade do campo de um solenoide poderá aumentar milhares de vezes se o fio condutor for enrolado sobre um núcleo de ferro. A passagem de uma corrente elétrica pelo fio origina um campo magnético no solenoide, que causa a orientação dos ímãs elementares da barra de ferro, imantando-a.

Os solenoides são usados comumente em relés, chaves automáticas, campainhas elétricas, alto-falantes, receptor telefônico, disjuntores, guindastes eletromagnéticos, entre outros.



Eletroímã em forma de barra reta.



Sérgio Dotta Jr./The Next

A sucata metálica é atraída pelo eletroímã do guindaste eletromagnético.

Aplicação

É dado um solenoide retilíneo de comprimento 100 cm que contém 2000 espiras e é percorrido por uma corrente de intensidade 5 A. Sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A a permeabilidade no vácuo, determine a intensidade do vetor indução magnética na região central do solenoide.

Resolução:

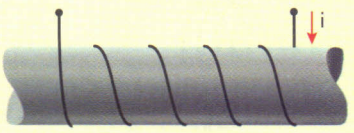
(Dados: $\ell = 100$ cm $= 1$ m; $N = 2000$ espiras; $i = 5$ A; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A.)

A intensidade do vetor indução magnética no centro do solenoide é dada por:

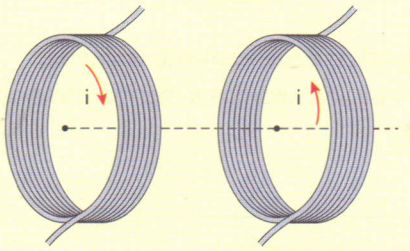
$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{\ell} \cdot i \Rightarrow B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2000}{1} \cdot 5 \Rightarrow 4\pi \cdot 10^{-3}\ T$$

Atividades

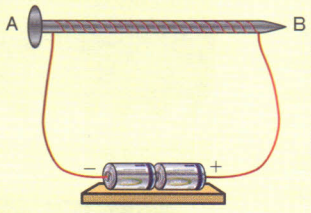
1 O solenoide da figura é percorrido por uma corrente contínua. Se a corrente tiver o sentido indicado, qual dos lados do solenoide se comportará como o polo sul magnético?



2 Diga se haverá atração ou repulsão entre as bobinas planas mostradas na figura a seguir.



3 *(PUC-SP)* A figura mostra um prego de ferro envolto por um fio fino de cobre esmaltado, enrolado muitas vezes ao seu redor. O conjunto pode ser considerado um eletroímã quando as extremidades do fio são conectadas aos polos de um gerador, que, no caso, são duas pilhas idênticas, associadas em série.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A respeito do descrito, fazem-se as seguintes afirmações:

I. Ao ser percorrido por corrente elétrica, o eletroímã apresenta polaridade magnética. Na representação da figura, a extremidade *A* (cabeça do prego) será um polo norte e a extremidade *B* será um polo sul.

II. Ao aproximar-se um prego de ferro da extremidade *A* do eletroímã e outro da extremidade *B*, um deles será atraído e o outro será repelido.

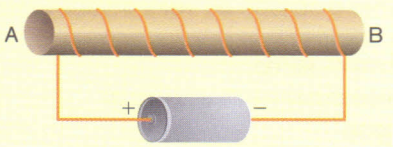
III. Ao substituir-se o conjunto de duas pilhas por outro de 6 pilhas idênticas às primeiras, também associadas em série, a intensidade do vetor indução magnética no interior e nas extremidades do eletroímã não sofrerá alteração, uma vez que esse valor independe da intensidade da corrente elétrica que circula no fio.

Está correto apenas o que se afirma em:

a) I e II **c)** I e III **e)** III

b) II e III **d)** I

4 *(UFG-GO)* Um fio fino, encapado ou esmaltado, é enrolado em uma haste de ferro. O fio é ligado aos polos de uma pilha, como mostrado na figura.

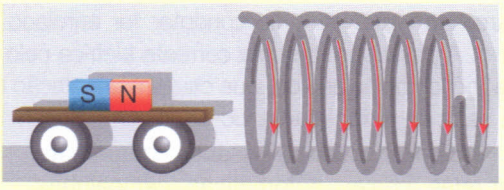


a) Por que a haste passa a atrair pequenos objetos de ferro ou aço (alfinetes, clipes, pequenos pregos etc.)?

b) Aproximando-se uma bússola dessa haste, qual extremidade ela indicará como sendo o polo norte?

c) Qual a mudança que ocorre ao se inverter a pilha (inverter os polos)?

5 *(UFSCar-SP)* A figura representa um solenoide, sem núcleo, fixo a uma mesa horizontal. Em frente a esse solenoide está colocado um ímã preso a um carrinho que se pode mover facilmente sobre essa mesa, em qualquer direção.

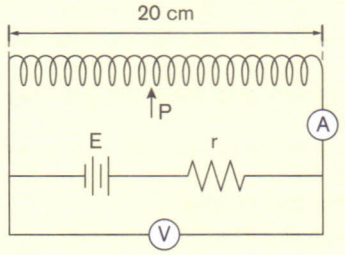


Estando o carrinho em repouso, o solenoide é ligado a uma fonte de tensão e passa a ser percor-

rido por uma corrente contínua cujo sentido está indicado pelas setas na figura. Assim, é gerado no solenoide um campo magnético que atua sobre o ímã e tende a mover o carrinho:

a) aproximando-o do solenoide.
b) afastando-o do solenoide.
c) de forma oscilante, aproximando-o e afastando-o do solenoide.
d) lateralmente, para dentro do plano da figura.
e) lateralmente, para fora do plano da figura.

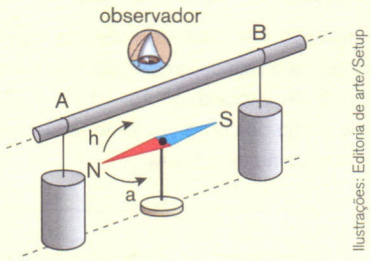
6 *(Unifesp-SP)* A figura representa uma bateria, de força eletromotriz **E** e resistência interna r = 5,0 Ω, ligada a um solenoide de 200 espiras. Sabe-se que o amperímetro marca 200 mA e o voltímetro marca 8,0 V, ambos supostos ideais. Dados: $\mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i$ (módulo do campo magnético no interior de um solenoide).



a) Qual o valor da força eletromotriz da bateria?
b) Qual a intensidade do campo magnético gerado no ponto *P*, localizado no meio do interior vazio do solenoide?

Mais Atividades

1 *(Fatec-SP)* O esquema representa o experimento de Oersted. Enquanto não passar corrente pelo condutor metálico AB, o eixo magnético N-S da agulha magnética é paralelo a AB. Faz-se passar corrente elétrica **i** dirigida de *A* para *B*. O observador vê a montagem de cima para baixo.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) No condutor metálico fluem elétrons de *A* para *B*.
b) No condutor metálico fluem prótons de *B* para *A*.
c) O observador vê a agulha magnética desviar-se em sentido anti-horário (seta *a*).
d) O observador vê a agulha magnética desviar-se em sentido horário (seta *h*).
e) n.d.a.

2 *(Furb-SC)* A bússola é um instrumento valioso quando se quer fazer um deslocamento entre um ponto em que estamos e outro não visível. Na carta topográfica, mede-se o ângulo entre o norte geográfico e a linha formada por estes pontos encontrando-se, assim, a direção a ser seguida. Um grupo de combatentes, à noite, na selva, já de posse deste ângulo, iluminou com uma lanterna a bússola para fazer a leitura e seguiu a direção encontrada. Para sua surpresa, foram recebidos a tiros, pois estavam em território inimigo, diferente do que tinham planejado. Descartando-se falha de leitura, qual o fenômeno físico mais provável que poderia ter causado tal erro?

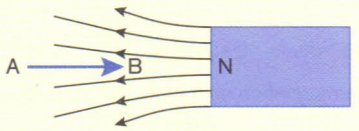
a) A temperatura, que era muito baixa (5 °C).
b) A corrente elétrica na lanterna, que gerou um campo magnético nas proximidades dela.
c) À noite há uma inversão dos polos magnéticos da Terra.
d) A entrada de uma frente fria, que altera sensivelmente a pressão atmosférica.
e) A umidade relativa do ar.

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

3 *(UFSC)* As afirmativas abaixo referem-se a fenômenos magnéticos:

01) Um estudante quebra um ímã ao meio, obtendo dois pedaços, ambos com polo sul e polo norte.
02) Um astronauta, ao descer na Lua, constata que não há campo magnético na mesma, portanto ele poderá usar uma bússola para se orientar.
04) Uma barra imantada se orientará ao ser suspensa horizontalmente por um fio preso pelo seu centro de gravidade ao teto de um laboratório da UFSC.
08) Uma barra não imantada não permanecerá fixa na porta de uma geladeira desmagnetizada, quando nela colocada.
16) Uma das formas de desmagnetizar uma bússola é colocá-la num forno quente.
32) Uma das formas de magnetizar uma bússola é colocá-la numa geladeira desmagnetizada.

4 *(FCC)* O prego de ferro AB, inicialmente não imantado, é aproximado do polo norte *N* de um ímã, como mostra a figura a seguir:

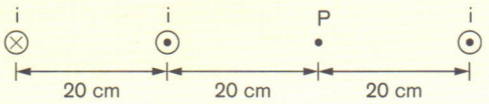


A respeito dessa situação, são feitas três afirmações:

I. O campo magnético do ímã magnetiza o prego.
II. Em *A* forma-se um polo norte e, em *B*, um polo sul.
III. O ímã atrai o prego.

Quais são as afirmações corretas?

5 *(UFMG)* Observe a figura:

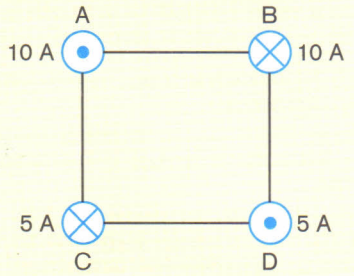


Essa figura mostra três fios paralelos, retos e longos, dispostos perpendicularmente ao plano do papel, e, em cada um deles, uma corrente **i**. Cada fio, separadamente, cria, em um ponto, a 20 cm de distância dele, um campo magnético de intensidade **B**. O campo magnético resultante no ponto *P*, devido à presença dos três fios, terá intensidade igual a:

a) $\frac{B}{2}$ c) B e) 3B

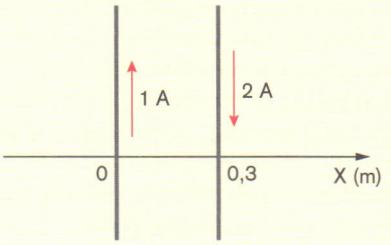
b) $\frac{B}{3}$ d) $\frac{5B}{3}$

6 *(UFG-GO)* Quatro fios retilíneos e longos estão dispostos nos vértices de um quadrado de lado 1 m, percorridos por correntes indicadas na figura.

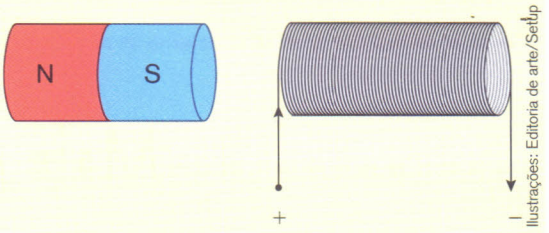


a) Reproduza a figura e desenhe uma linha de indução do campo magnético para pontos bem próximos a cada fio. Represente vetores indução magnética (vetores campo magnético **B**) nestas linhas.
b) Calcule a intensidade do vetor indução magnética no centro do quadrado. Dê sua resposta em função de π e μ_0.

7 *(UFPB)* Considere dois fios condutores retilíneos paralelos, de comprimentos infinitos e perpendiculares ao eixo *X*, conforme figura a seguir. Um dos fios é percorrido por uma corrente de 1 A e passa por $x_0 = 0$, enquanto o outro fio é percorrido por uma corrente de 2 A de sentido oposto e passa por $x_1 = 0{,}3$ m. Determine a coordenada x_2 do ponto do eixo *X* no qual o campo magnético resultante é nulo.



8 Na figura a seguir temos um ímã em forma de barra e um longo solenoide percorrido por corrente contínua. Sobre eles, são feitas as seguintes afirmativas:

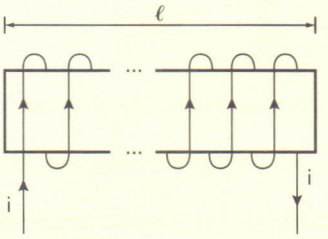


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Entre o íma e o solenoide ocorre atração.
b) Nos pontos internos do solenoide, as linhas de indução do campo magnético são retas paralelas ao eixo do solenoide.
c) O campo magnético no interior do solenoide é nulo.

Identifique as afirmativas corretas.

9 *(Vunesp-SP)* Um professor deseja construir um eletroímã que seja capaz de gerar um campo magnético **B** de intensidade $12 \cdot 10^{-3}$ T. Para isso, enrola um fio de cobre em torno de um cilindro de ferro, como indica a figura.



Sabendo que a expressão para determinação da intensidade do campo magnético é $B = \frac{\mu \cdot i \cdot N}{L}$, que a permeabilidade magnética do ferro é $\mu = 3 \cdot 10^{-4}$ T · m/A e que a intensidade de corrente **i** que percorrerá o fio será de 2,0 A, determine $\frac{N}{L}$, número de espiras por metro de solenoide.

Admitindo que a corrente elétrica circule em torno do cilindro de ferro como indicado na figura, refaça, no caderno, o desenho do eletroímã, nele indicando o sentido do campo magnético gerado.

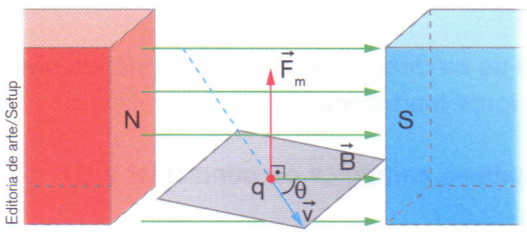
CAPÍTULO 41 – FORÇA MAGNÉTICA

1. Força magnética atuando em cargas elétricas

A força magnética exercida sobre cargas elétricas em movimento submetidas a um campo magnético é chamada **força de Lorentz**.

Em campos magnéticos uniformes, a força de origem magnética, quando atua sobre uma carga em movimento, modifica apenas a direção da velocidade, e não o seu módulo, que permanece constante.

Para determinar as características dessa força, considere uma carga elétrica $q > 0$ lançada dentro de um campo magnético uniforme, com velocidade vetorial $\vec{v}$, formando um ângulo θ com o vetor indução magnética $\vec{B}$.



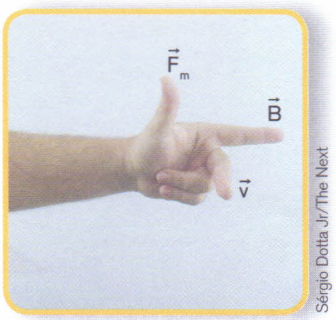
*A carga positiva **q**, movendo-se com velocidade $\vec{v}$ em um campo magnético uniforme, fica sujeita à força magnética $\vec{F}_m$ perpendicular ao plano definido pelas direções de $\vec{B}$ e $\vec{v}$.*

São características da força magnética $\vec{F}_m$ que age na carga:

- **Direção**: perpendicular ao plano formado pelos vetores $\vec{B}$ e $\vec{v}$.
- **Sentido**: dado pela regra da mão esquerda. Para tanto, disponha os dedos polegar, indicador e médio, conforme a foto ao lado.

O indicador representa o sentido de $\vec{B}$; o dedo médio, o sentido de $\vec{v}$; e o polegar, o sentido de $\vec{F}_m$.

Se a carga for positiva, o sentido de $\vec{F}_m$ é o indicado pelo polegar na figura e, se a carga for negativa, o sentido de $\vec{F}_m$ é, ao contrário, ao dado pelo polegar.



Disposição dos dedos para a aplicação da regra da mão esquerda.

- **Intensidade**: experimentalmente verificou-se que a intensidade da força magnética é dada pela expressão abaixo.

$$F_m = qvB \cdot \operatorname{sen}\theta$$

Isolando *B* nessa expressão, tira-se a unidade de medida do campo magnético no SI.

$$B = \frac{F}{qv \cdot \operatorname{sen}\theta} = \frac{1N}{1C \cdot \frac{1m}{s}} = 1\,\frac{N}{A \cdot m} = 1T \text{ (tesla)}$$

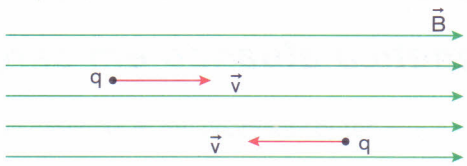
Podemos, então, afirmar que 1 tesla é a intensidade de um campo magnético que exerce a força de 1 N em um condutor retilíneo de comprimento 1 m situado no vácuo perpendicularmente ao campo percorrido por corrente elétrica de intensidade 1 A.

Cargas elétricas em campo magnético uniforme

- **1º caso: carga em repouso ($v = 0$)**

  $F_m = qvB \operatorname{sen}\theta \Rightarrow F_m = 0$

- **2º caso: carga lançada na direção do campo ($\vec{v}$ paralelo a $\vec{B}$)**



$\theta = 0° \Rightarrow \text{sen}\ \theta = 0$ (carga lançada no sentido do campo)

$\theta = 180° \Rightarrow \text{sen}\ \theta = 0$ (carga lançada no sentido contrário ao do campo)

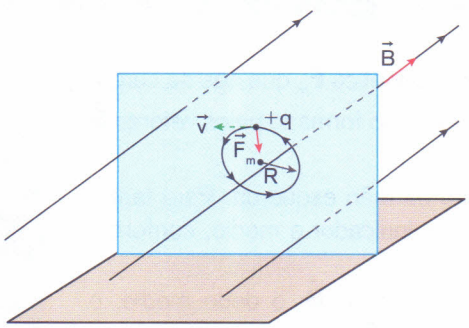
$F_m = qvB\ \text{sen}\ \theta \Rightarrow F_m = 0$

Como a força magnética é nula, a carga, movendo-se na direção do campo, realiza movimento retilíneo uniforme.

Para o 1º e o 2º casos, podemos concluir:

Cargas elétricas em repouso ou movendo-se na direção do campo magnético não sofrem a ação da força magnética.

- **3º caso: carga lançada perpendicularmente ao campo ($\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$)**



$\vec{B}$ é perpendicular ao plano da folha azul.

$\theta = 90° \Rightarrow \text{sen}\ \theta = 1$ (velocidade perpendicular ao campo)

$F_m = qvB\ \text{sen}\ \theta \Rightarrow F_m = qvB$

Nesse caso, a força magnética tem intensidade constante e é perpendicular ao vetor velocidade. Portanto, a força magnética atuante na partícula de carga **q** e massa **m** é centrípeta, e a partícula realiza movimento circular uniforme de raio **R**.

$$F_m = F_{cp}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

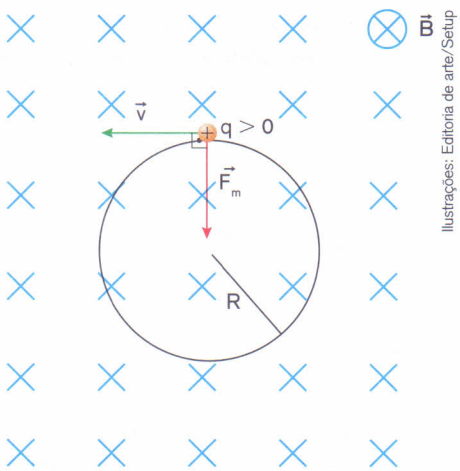
que é a expressão do raio **R** da trajetória descrita pela carga.

Numa volta completa: $\Delta s = 2\pi R$ e $\Delta t = T$.

$\Delta s = v\Delta t \Rightarrow 2\pi R = vT$

Substituindo **R**, obtemos a expressão para o cálculo do período:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$



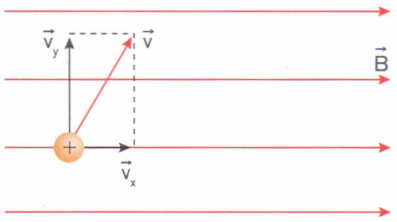
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Na figura representamos uma partícula eletrizada movimentando-se perpendicularmente a um campo magnético uniforme. Ela descreve trajetória circular com velocidade de módulo constante.

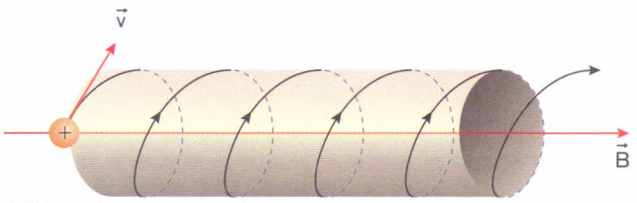
- **4º caso: cargas lançadas obliquamente ao campo magnético**

Vamos considerar uma carga lançada com velocidade $\vec{v}$ formando um ângulo (diferente de 0°, 90° e 180°).

O movimento devido à componente $\vec{v}_x$ é retilíneo e uniforme (MRU), ao passo que o movimento devido à componente $\vec{v}_y$ é MCU. A composição desses dois movimentos é um movimento helicoidal simples e a trajetória descrita é uma hélice cilíndrica.



Componentes da velocidade, paralela e perpendicular ao campo magnético.



Hélice cilíndrica.

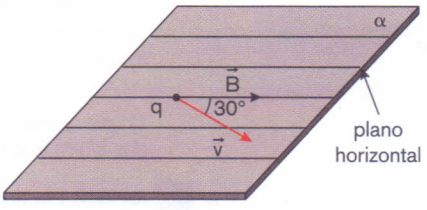
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

• Um próton, movendo-se inicialmente em linha reta, penetra em uma região onde existe um campo magnético uniforme. No momento em que o próton penetra na região do campo, sua velocidade é paralela às linhas de indução. Qual a trajetória descrita pelo próton, na região do campo?

Aplicações

1 Uma partícula com carga 5 μC desloca-se com velocidade de 1 000 m/s, formando um ângulo de 30° com um campo magnético uniforme de intensidade 0,8 T, conforme representamos na figura. Caracterize a força magnética que atua sobre a partícula.



Resolução:

(Dados: $q = 5\ \mu C = 5 \cdot 10^{-6}$ C; $v = 1\ 000$ m/s; $\alpha = 30°$; $B = 8 \cdot 10^{-1}$ T.)

A força magnética tem as seguintes características:

direção: perpendicular ao plano α; sentido: para cima; módulo: $F_m = qvB \operatorname{sen} \theta$

$F_m = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-1} \cdot \operatorname{sen} 30°$

$F_m = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-1} \cdot 0{,}5$

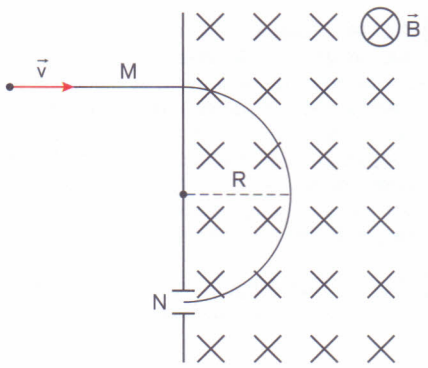
$F_m = 2 \cdot 10^{-3}$ N

2 Um elétron com velocidade $3 \cdot 10^6$ m/s penetra perpendicularmente em um campo magnético uniforme de indução magnética $8 \cdot 10^{-5}$ T, passando a descrever uma trajetória circular conforme indica a figura.

A massa do elétron é $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg e sua carga é $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Calcule:

a) o raio **R** da trajetória descrita pelo elétron entre os pontos *M* e *N*;

b) o intervalo de tempo Δt decorrido entre a entrada e a saída do elétron do campo magnético uniforme.



Resolução:

(Dados: $v = 3 \cdot 10^6$ m/s; $B = 8 \cdot 10^{-5}$ T; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.)

a) A força magnética é centrípeta, pois $\vec{v}$ é perpendicular a $\vec{B}$.

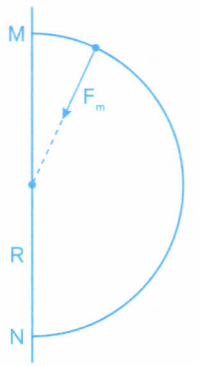
$$F_m = F_{cp} \Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

$$R = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow R \simeq 0{,}21 \text{ m}$$

b) O intervalo de tempo Δt para o elétron percorrer o arco MN (meia volta) corresponde à metade do período T. O período é dado por:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow T \simeq 4{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} \simeq 2{,}25 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

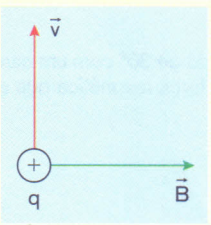
Atividades

1 Descreva o movimento de um elétron num campo magnético uniforme nas circunstâncias, considerando que o lançamento é feito de modo que sua velocidade:

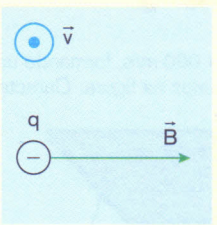
a) tem direção paralela ao campo;
b) é perpendicular ao campo;
c) forma um ângulo de 30° com a direção do campo.

2 Represente a força magnética que atua sobre a carga **q**, lançada com velocidade **v**, num campo de indução magnética uniforme **B**, nos casos seguintes:

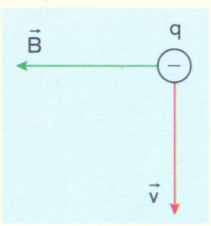
a)



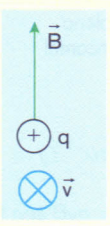
c)



b)

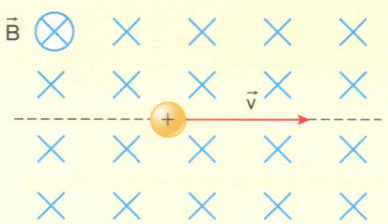


d)



3 *(UEMA)* Pessoas que trabalham em indústrias, que necessitam de altas correntes elétricas para acionamento de determinadas máquinas e equipamentos, estão sujeitas à exposição de altos campos magnéticos. Qual a intensidade do campo magnético a que estará sujeito um trabalhador nas proximidades de uma carga de 100 C passando por ele com uma velocidade 90 m/s na direção perpendicular a uma força magnética de $9 \cdot 10^5$ N?

4 *(Feevale-RS)* A figura mostra um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da página, com sentido entrando na página. A direção e o sentido da força magnética que atua na carga **q**, positiva, que se movimenta com velocidade $\vec{v}$ em relação ao campo, serão:



a) paralelo ao plano da página, para cima.
b) paralelo ao plano da página, para baixo.
c) paralelo ao plano da página, para a esquerda.
d) paralelo ao plano da página, para a direita.
e) perpendicular ao plano da página, para dentro.

No problema a seguir, a resposta deve ser a soma das alternativas corretas.

5 *(UFSC)* Em relação ao campo magnético, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01. Imagine que você esteja sentado numa sala com as costas voltadas para uma parede da qual emerge um feixe de elétrons que se move horizontalmente para a parede em frente. Se este feixe de elétrons for desviado para a sua direita, o campo magnético existente na sala terá o sentido do teto para o chão.

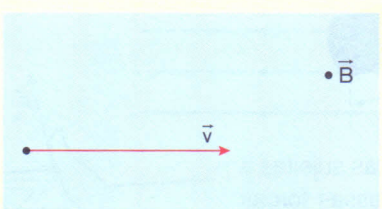
02. Um campo magnético pode ser criado por cargas em movimento ou em repouso. Um exemplo deste último é o campo magnético criado por um ímã.

04. Se uma partícula carregada for lançada em uma região onde existe um campo magnético $\vec{B}$, ela será sempre desviada perpendicularmente a $\vec{B}$.

08. Como a força magnética agindo sobre uma partícula carregada é sempre perpendicular ao vetor velocidade da partícula, um campo magnético $\vec{B}$ constante não pode alterar o módulo da velocidade desta partícula.

16. Se uma partícula carregada for lançada com velocidade $\vec{v}$ em uma região onde existe um campo magnético $\vec{B}$, ela descreverá uma trajetória circular desde que $\vec{v}$ seja perpendicular a $\vec{B}$.

6 *(UFV-MG)* Uma câmara de bolhas é representada na figura, com campo magnético perpendicular à folha deste papel e orientado para fora. Uma partícula com carga positiva é então introduzida na câmara de bolhas, com velocidade $\vec{v}$, perpendicularmente a $\vec{B}$. (Dados: B = 1,0 T; $v = 3 \cdot 10^3$ m/s; $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C.)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Represente na figura o vetor força magnética que atua na partícula.

b) Calcule a intensidade dessa força.

7 Um elétron em um tubo de imagens de um televisor está se movendo paralelamente ao eixo do tubo com velocidade 10^7 m/s (figura 1). Aplica-se um campo de indução magnética B, de 0,025 T, horizontal, formando um ângulo de 30° com o eixo do tubo (figura 2).

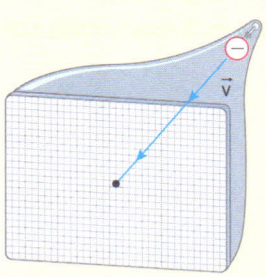


Figura 1

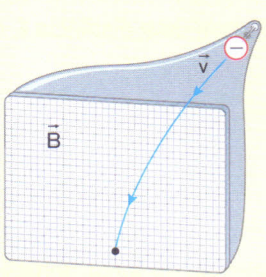


Figura 2

Sendo a carga do elétron $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, determine:

a) a direção, o sentido e a intensidade da força que modificou a trajetória do elétron;

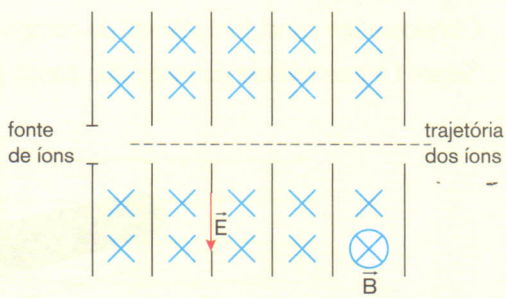
b) a orientação de $\vec{B}$.

8 Um cíclotron que acelera prótons possui um campo magnético de 1,5 T e um raio máximo de 0,5 m. Nesse cíclotron, determine:

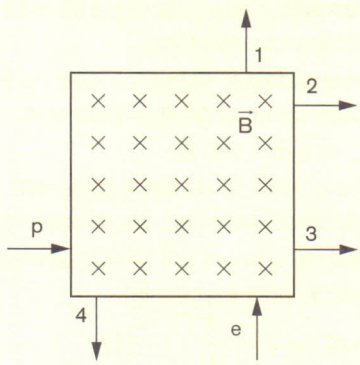
a) o período de um próton;

b) a velocidade máxima atingida por um próton. (Dados: carga do próton = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; massa do próton = $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg.)

9 *(UFU-MG)* A figura mostra um dispositivo que emite íons positivos que deslocam com uma velocidade $\vec{v}$ muito elevada. Fazendo $E = 1{,}0 \cdot 10^3$ N/C e $B = 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ T, os íons atravessam o campo em linha reta. Determine a intensidade de $\vec{v}$.



10 *(Vunesp-SP)* Na figura, as setas com as legendas *p* e *e* representam a direção e o sentido da velocidade de um próton e de um elétron, respectivamente, ao penetrarem numa região de campo magnético constante e uniforme $\vec{B}$, em diferentes instantes e com diferentes velocidades.



Considerando que cada uma dessas partículas esteve sujeita apenas à ação do campo magnético, pode-se afirmar que, das setas 1, 2, 3 e 4 representadas na figura:

a) somente a seta 3 pode representar a saída do próton e a 1 a do elétron.

b) a seta 1 pode representar a saída do próton, mas não há seta que possa representar a saída do elétron.

c) a seta 3 pode representar a saída do elétron, mas não há seta que possa representar a saída do próton.

d) as setas 1 e 3 podem representar a saída do próton e do elétron, respectivamente.

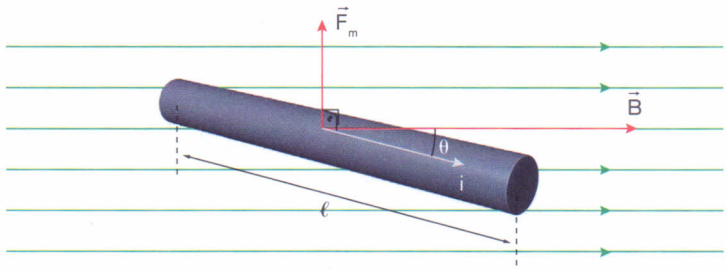
e) as setas 4 e 2 podem representar a saída do próton e do elétron, respectivamente.

2. Força magnética atuando em um condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica

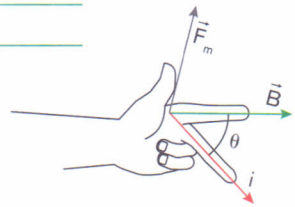
Se o campo magnético age sobre uma carga em movimento, é de esperar que ele atue também sobre várias cargas em movimento, como aquelas que constituem uma corrente elétrica em um condutor. Essas forças sobre a corrente elétrica estão presentes no nosso cotidiano. São elas as responsáveis pelo movimento dos motores elétricos na geladeira, na máquina de lavar roupa, na rotação do aparelho reprodutor de CD, entre outros tantos dispositivos. Vamos ver como essa força pode ser descrita matematicamente.

Considere um condutor retilíneo, de comprimento ℓ, imerso num campo magnético uniforme $\vec{B}$.

Sejam **i** a intensidade corrente que passa pelo condutor e θ o ângulo entre $\vec{B}$ e **i**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup



Uma vez que esse condutor é percorrido por cargas elétricas sujeitas a forças magnéticas, podemos supor que haja uma resultante dessas forças sobre todo o condutor. Essa força tem as características descritas a seguir:

- **Direção**: perpendicular a $\vec{B}$ e a **i**.
- **Sentido**: dado pela regra da mão esquerda, com o dedo médio apontando o sentido da corrente elétrica convencional.
- **Intensidade**: sabemos que no interior de um campo magnético de intensidade **B**, a força $\mathbf{F_m}$ sobre cada carga **q** é dada por:

  $F_m = qvB \cdot \text{sen}\,\theta$,

em que **v** é o módulo da velocidade das cargas na corrente elétrica e θ o ângulo entre as direções do campo e da velocidade (ou, da mesma forma, entre a corrente elétrica e o campo magnético).

Considere que em um tempo Δt essas cargas percorram uma distância ℓ, que está relacionada com a velocidade **v**, pela expressão:

$$\ell = v\Delta t \Rightarrow v = \frac{\ell}{\Delta t} \qquad (1)$$

Por outro lado:

$$q = i\Delta t \qquad (2)$$

em que **i** é a corrente elétrica no condutor.

Portanto, substituindo as relações (1) e (2) na expressão da força, temos:

$$F_m = qvB \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow F_m = i \cdot \Delta t \cdot \frac{\ell}{\Delta t} \cdot B \cdot \text{sen}\,\theta$$

$$\boxed{F_m = Bi\ell\,\text{sen}\,\theta}$$

Situações particulares:

- **$\vec{B}$ e i têm direções paralelas ($\vec{B}$ paralelo a i)**

  $F_m = Bi\ell\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow F_m = 0$

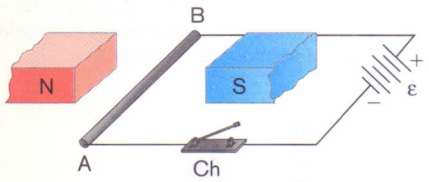
- **$\vec{B}$ e i têm direções ortogonais ($\vec{B}$ perpendicular a i)**

  $F_m = Bi\ell\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow F_m = Bi\ell$

Pense e Responda

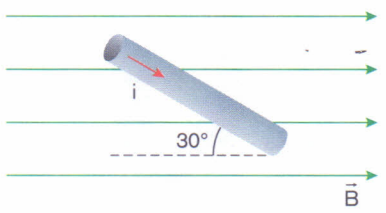
• Um condutor retilíneo AB é alimentado por uma bateria de força eletromotriz ε, conforme mostra a figura.

Colocando-se esse condutor entre os polos norte e sul de um ímã e fechando-se a chave Ch, para que lado ocorrerá o deslocamento do condutor?



Aplicações

1 Um condutor de comprimento 2 m é percorrido por uma corrente i de intensidade 10 A. Esse condutor está situado num campo magnético uniforme de intensidade B = 0,05 T. Qual a direção, o sentido e a intensidade da força magnética que atua no condutor?



Resolução:

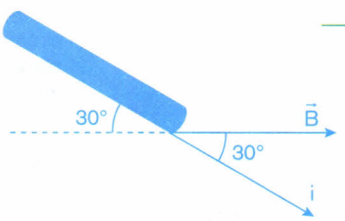
(Dados: $\ell = 2$ m; $i = 10$ A; $B = 0{,}05$ T)

Cálculo da intensidade:

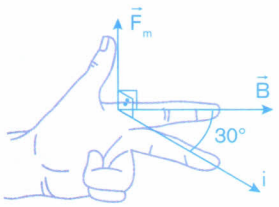
$F_m = Bi\ell \cdot \operatorname{sen}\theta \Rightarrow$

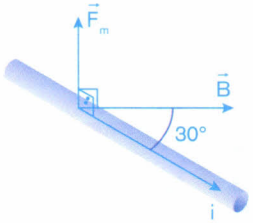
$\Rightarrow F_m = 0{,}05 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \operatorname{sen} 30° =$

$= 0{,}05 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}5$ N

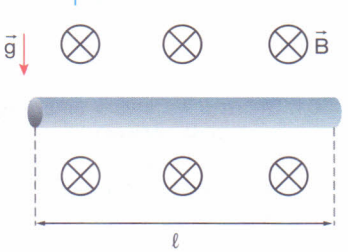


A direção é perpendicular ao plano formado por $\vec{B}$ e i e o sentido é dado pela aplicação da regra da mão esquerda.





2 Um segmento de condutor reto e horizontal, tendo comprimento $\ell = 20$ cm e massa m = 40 g, percorrido por uma corrente i = 5,0 A, apresenta-se em equilíbrio sob as ações exclusivas da gravidade e de um campo magnético $\vec{B}$, conforme a figura. Calcule o módulo de $\vec{B}$ e determine o sentido de i. (Dado: $g = 10\,m/s^2$.)



Resolução:

(Dados: $m = 40\ g = 40 \cdot 10^{-3}$ kg; $\ell = 20\ cm = 20 \cdot 10^{-2}$ m; $i = 5{,}0$ A.)

As forças que atuam no condutor são o peso e a força magnética.

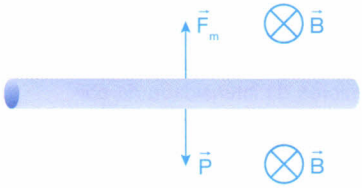
Para que haja equilíbrio é necessário que a força magnética $\vec{F}_m$ equilibre o peso $\vec{P}$ da barra. Logo:

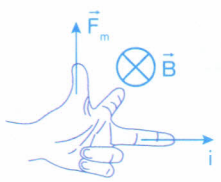
$F_m = P \Rightarrow Bi\ell = mg$

$B \cdot 5 \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 40 \cdot 10^{-3} \cdot 10$

$B = 0{,}4T$

O sentido da corrente é dado pela regra da mão esquerda, ou seja, para a direita.



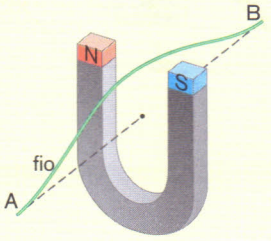


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

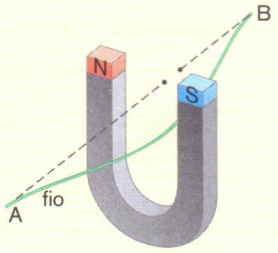
Atividades

1 Um fio condutor retilíneo, transportando corrente, sofre uma pequena deflexão quando colocado no campo magnético uniforme do ímã. Em cada caso, determine o sentido da corrente:

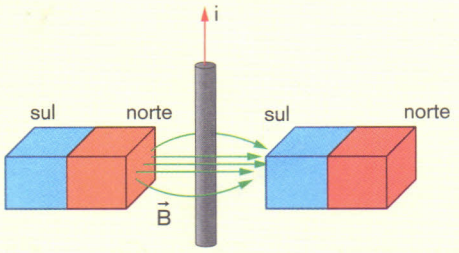
a)



b)



2 *(UFSC)* O magnetismo e a eletricidade estão intimamente relacionados. A experiência mostra que poderá ser exercida uma força magnética sobre uma carga móvel que se desloca nas proximidades de um campo magnético $\vec{B}$. A figura representa um fio condutor reto conduzindo uma corrente elétrica de intensidade **i**, posicionado entre os polos de um par de ímãs.

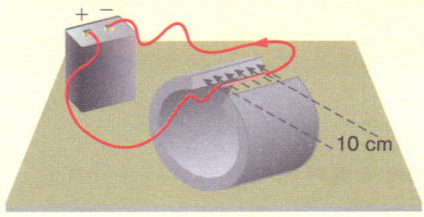


Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. Sobre o fio atuará uma força magnética no sentido da corrente.
02. Sobre o fio atuará uma força proporcional à intensidade da corrente.
04. Sobre o fio atuará uma força horizontal, no sentido do polo norte para o polo sul.
08. Mesmo que a corrente seja muito intensa, não haverá força magnética aplicada sobre o fio condutor.
16. Se a corrente elétrica tiver o sentido invertido ao mostrado na figura acima, a força será nula.
32. Duplicando os valores da intensidade da corrente elétrica **i** e do campo magnético $\vec{B}$, a força magnética será quatro vezes maior.

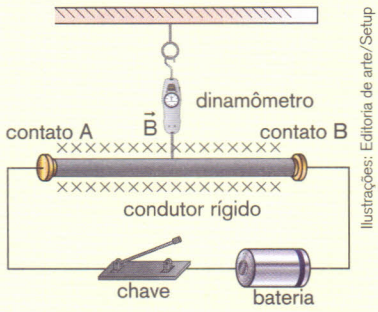
3 *(UEMA)* Suponha que sua sala de aula seja uma região onde exista um campo magnético vertical, orientado de baixo para cima. Suponha ainda que existe um condutor, horizontal e paralelo ao quadro, percorrido por uma corrente elétrica cujo sentido é da esquerda para a direita. Qual será a direção e o sentido da força magnética gerada pelo campo condutor?

4 *(UFPE)* Um fio de 10 cm de comprimento no qual circula uma corrente de 50 A é colocado entre os polos de um ímã, como indicado na figura.



Supondo que o campo magnético gerado pelo ímã é de $1 \cdot 10^{-3}$ N/(A · m), calcule a força que age sobre o fio, em unidade de 10^{-3} N.

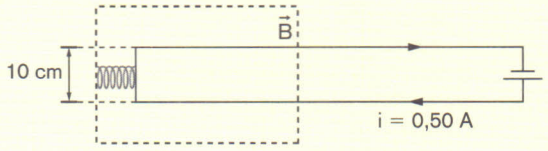
5 *(Unicamp-SP)* Um fio condutor rígido de 200 g e 20 cm de comprimento é ligado ao restante do circuito através de contatos deslizantes sem atrito, como mostra a figura a seguir. O plano da figura é vertical. Inicialmente a chave está aberta. O fio condutor é preso a um dinamômetro e encontra-se numa região com campo magnético de 1,0 T, entrando perpendicularmente no plano da figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

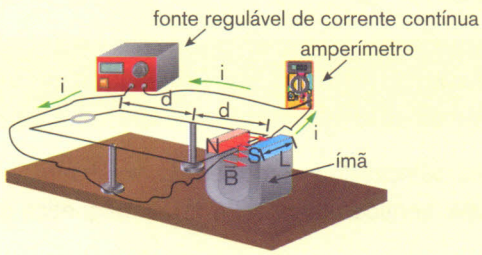
a) Calcule a força medida pelo dinamômetro com a chave aberta, estando o fio em equilíbrio.
b) Determine o sentido e a intensidade da corrente elétrica no condutor após o fechamento da chave, sabendo-se que o dinamômetro passa a indicar leitura zero.
c) Calcule a tensão da bateria, sabendo que a resistência total do circuito é de 6,0 Ω.

6 *(Vunesp-SP)* Parte de uma espira condutora está imersa em um campo magnético constante e uniforme, perpendicular ao plano que a contém. Uma das extremidades de uma mola de constante elástica k = 2,5 N/m está presa a um apoio externo isolado e a outra a um lado dessa espira, que mede 10 cm de comprimento.



Inicialmente não há uma corrente na espira e a mola não está distendida nem comprimida. Quando uma corrente elétrica de intensidade i = 0,50 A percorre a espira, no sentido horário, ela se move e desloca de 1,0 cm a extremidade móvel da mola para a direita. Determine o módulo e o sentido do campo magnético.

7 *(UFBA)* A figura mostra a representação esquemática de uma balança de corrente que equivale a uma balança convencional de dois pratos, um instrumento de medida milenar, que, além do seu emprego usual, é o símbolo da justiça na tradição romana.



Em uma balança de dois pratos, a determinação da quantidade de massa de um corpo é feita por comparação, ou seja, quando a balança está equilibrada, sabe-se que massas iguais foram colocadas nos dois pratos.

Na balança de corrente da figura, o "prato" da direita é um fio de comprimento **L** submetido a uma força magnética. Quando uma certa massa é colocada no prato da esquerda, o equilíbrio é obtido, ajustando-se a corrente medida no amperímetro.

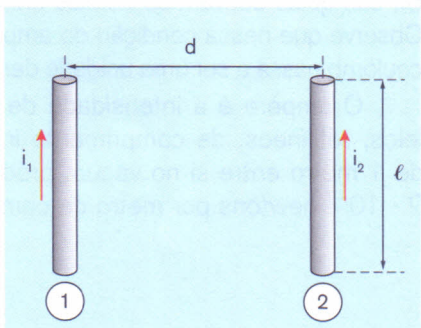
Considerando que o campo magnético no "prato" da direita é igual a 0,10 T, que o amperímetro indica uma corrente igual a 0,45 A, que L = 10 cm e que a aceleração da gravidade local é igual a 10 m/s², calcule o valor da massa que deve ser colocada no prato da esquerda para equilibrar a balança. Suponha que, na ausência de corrente e de massa, a balança está perfeitamente equilibrada.

3. Força magnética atuando em dois condutores paralelos percorridos por corrente elétrica

Ampère utilizou condutores paralelos para observar a interação magnética entre ambos quando atravessados por corrente elétrica. Na verdade, ele queria provar que o magnetismo era uma decorrência da eletricidade, mostrando que obtinha os mesmos efeitos magnéticos sem a necessidade de utilizar ímãs.

O conhecimento que hoje temos sobre a interação entre condutores se deve a seus experimentos.

Para saber como se dá essa interação, considere dois fios condutores (1) e (2) de comprimentos iguais a ℓ e separados pela distância **d**, imersos no vácuo e percorridos respectivamente pelas correntes $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$ no mesmo sentido.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Cada um dos fios, isoladamente, origina um campo magnético que age sobre o outro. Assim, a corrente $\mathbf{i_1}$ cria um campo $\vec{B}_1$, que atua sobre o fio 2, e a corrente $\mathbf{i_2}$ cria um campo $\vec{B}_2$, que age sobre o fio 1.

Suas linhas de campo são círculos concêntricos cujos sentidos estão indicados na figura 1, e a representação no plano na figura 2.

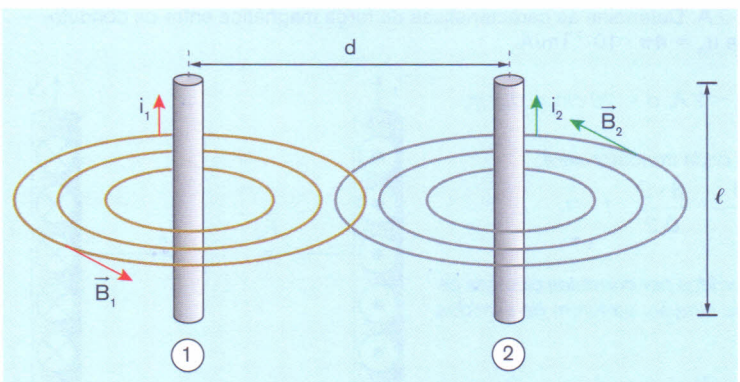


Figura 1

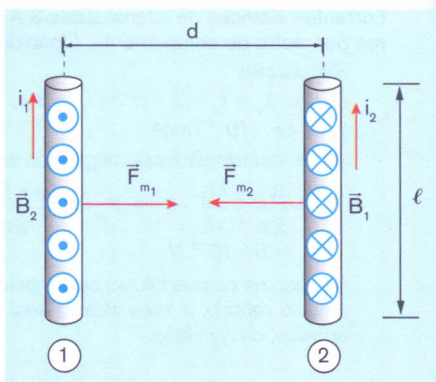


Figura 2

Vamos calcular a força $\vec{F}_{m_1}$ que atua no fio 1, percorrido por corrente i_1 e imerso no campo $\vec{B}_2$.

$F_{m_1} = B_2 i_1 \ell \cdot \text{sen}\theta$

$$F_{m_1} = B_2 i_1 \ell = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_2}{d} \cdot i_1 \cdot \ell = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_1 i_2}{d} \cdot \ell$$

Da mesma forma, o fio 2, percorrido pela corrente i_2 e imerso no campo $\vec{B}_1$, fica submetido à força $\vec{F}_{m_2}$, dada por:

$$F_{m_2} = B_1 i_2 \ell \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow F_{m_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_1 i_2}{d} \cdot \ell$$

Portanto, $F_{m_1} = F_{m_2} = F_m$.

A intensidade da força entre os dois fios é calculada por:

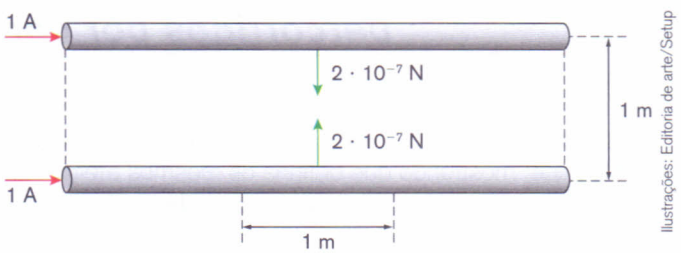
$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_1 i_2}{d} \cdot \ell$$

Dois fios condutores paralelos, percorridos por correntes elétricas de mesmo sentido, se atraem.

Quando as correntes em fios condutores paralelos têm sentidos opostos, a força magnética entre eles é de repulsão.

Definição oficial de ampère

A força magnética que age entre dois fios paralelos percorridos por correntes é a base para a definição oficial de **ampère**, unidade de intensidade de corrente elétrica. O ampère é uma das unidades básicas do SI, das quais derivam as demais unidades. Observe que nessa condição do ampère, o coulomb passa a ser uma unidade derivada.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O ampère é a intensidade de uma corrente elétrica que, mantida em dois condutores paralelos, retilíneos, de comprimento infinito e seção normal circular desprezível, situados à distância de 1 metro entre si no vácuo, produz entre eles uma força de natureza magnética de intensidade $2 \cdot 10^{-7}$ newtons por metro de comprimento em cada um dos fios.

Aplicação

Dois fios condutores retos de comprimento igual a 1 m estão situados a 20 cm um do outro e são percorridos por correntes elétricas de intensidades 3 A e 2 A. Determine as características da força magnética entre os condutores por metro de comprimento. Considere $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A.

Resolução:

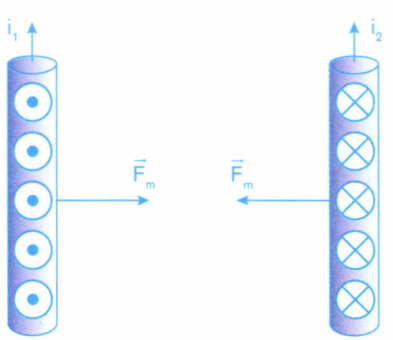
Dados: $\ell_1 = \ell_2 = \ell = 1$ m; $i_1 = 3$ A, $i_2 = 2$ A; $d = 20$ cm $= 0{,}2$ m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A.

A intensidade da força magnética em cada condutor será:

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_1 i_2}{d} \cdot \ell \Rightarrow F_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{3 \cdot 2}{0{,}2} \cdot 1 \Rightarrow$$

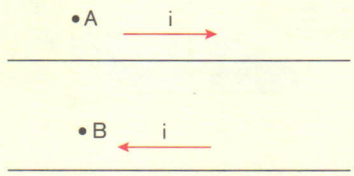
$$\Rightarrow F_m = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{N}$$

No caso de os condutores serem percorridos por correntes elétricas de mesmo sentido, a força elétrica será de atração; se forem de sentidos opostos, de repulsão.



Atividades

1 *(UEL-PR)* Dois longos fios condutores retilíneos e paralelos são percorridos por correntes elétricas de mesma intensidade, porém de sentidos opostos. Considerando que os fios estejam próximos um do outro, é correto afirmar:



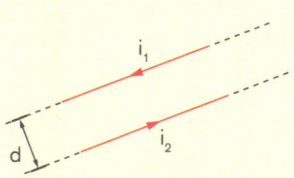
a) Sobre os fios condutores aparecem forças atrativas.
b) No ponto *A*, os módulos dos campos magnéticos gerados pelos dois fios condutores são somados.
c) Sobre os fios condutores aparecem forças repulsivas.
d) No ponto *B*, que se encontra exatamente entre os dois fios, o campo magnético é nulo.
e) Correntes elétricas em condutores não geram campos magnéticos ao seu redor.

2 *(UEPG-PR)* No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

A respeito de dois condutores retos e extensos separados por uma distância **r**, que são percorridos por intensidades de corrente $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$, assinale o que for correto.

01) Existe uma força entre os dois condutores, de origem magnética, cuja intensidade é inversamente proporcional à distância entre eles.
02) Se as intensidades de correntes tiverem o mesmo sentido, a força que atua entre os condutores é de atração.
04) A força que atua entre os condutores assim caracterizados é neutralizada quando os sentidos das correntes que os atravessam são opostos.
08) As linhas de ação das forças seguem a regra da mão direita fechada, de acordo com o qual o polegar indica o sentido da corrente que atravessa o condutor, e os demais dedos indicam o sentido das linhas das forças.
16) A força que atua entre os condutores depende somente de seus respectivos comprimentos.

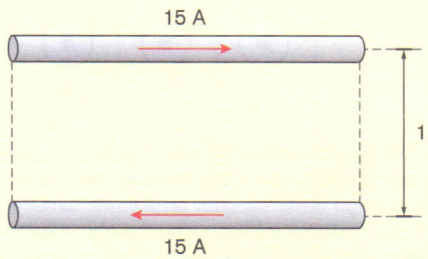
3 *(PUCCamp-SP)* Dois condutores retos, extensos e paralelos, estão separados por uma distância d = 2,0 cm e são percorridos por correntes elétricas de intensidade i_1 = 1,0 A e i_2 = 2,0 A, com os sentidos indicados na figura.



Se os condutores estão situados no vácuo, a força magnética entre eles, por unidade de comprimento, no Sistema Internacional, tem intensidade de:
(Dado: permeabilidade magnética do vácuo = $4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A.)

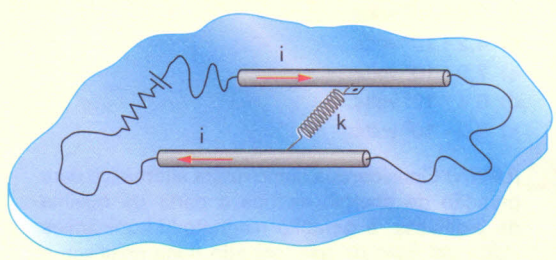
a) $2 \cdot 10^{-5}$, sendo de repulsão.
b) $2 \cdot 10^{-5}$, sendo de atração.
c) $2\pi \cdot 10^{-5}$, sendo de atração.
d) $2\pi \cdot 10^{-5}$, sendo de repulsão.
e) $4\pi \cdot 10^{-5}$, sendo de atração.

4 Na figura representamos dois condutores retilíneos, separados de 1,5 mm, percorridos por correntes contrárias, cada uma com intensidade 15 A. Que massa deve ter o condutor superior para equilibrar a força magnética de repulsão? (Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A; g = 10 m/s^2.)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

5 *(Mack-SP)* Dois fios retilíneos, de 1,00 m de comprimento cada um, estão dispostos paralelamente um ao outro e separados pela distância de 5,00 cm. Entre eles, foi presa uma pequena mola de constante elástica k = $1{,}28 \cdot 10^{-1}$ N/m e praticamente não existe atrito com a superfície de apoio. (Dado $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A)

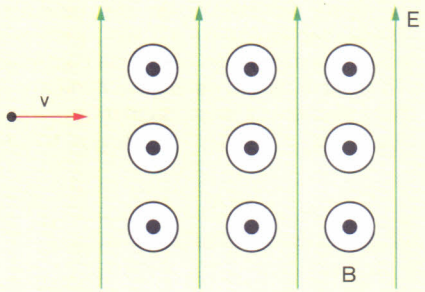


Se as ações gravitacionais forem desprezadas e houver uma corrente elétrica de intensidade 8,00 A pelos condutores, conforme a ilustração, a mola:

a) distende-se 0,25 mm.
b) distende-se 2,00 mm.
c) comprime-se 0,25 mm.
d) comprime-se 2,00 mm.
e) não se deforma.

Mais Atividades

1 *(UFPR)* Um aparelho destinado a medir cargas e massas de partículas em análises físicas possui uma região onde estão presentes um campo elétrico uniforme e, perpendicularmente a ele, um campo de indução magnética também uniforme. Quando um elétron é injetado nessa região (ver figura abaixo) com determinada velocidade ao longo de uma direção perpendicular a ambos os campos, observa-se que ela segue um movimento retilíneo uniforme. Considerando que o módulo do campo elétrico seja de 700 V/m e o módulo da indução magnética seja igual a 0,50 T, determine o módulo da velocidade do elétron.



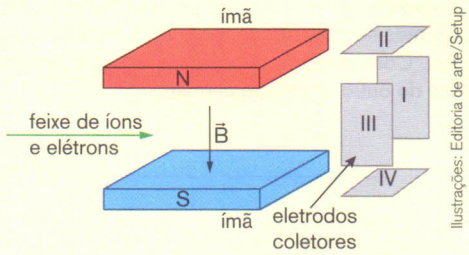
2 *(UFPI)* Um tipo de seletor de velocidade para partículas carregadas pode ser simplesmente uma região do espaço onde estejam presentes, simultaneamente, um campo elétrico e um campo magnético adequadamente ajustados de modo que uma partícula, com a velocidade desejada, atravesse a região com aceleração nula. Considere um tal seletor constituído de duas placas metálicas paralelas separadas por uma distância $d = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m, tendo entre elas um campo magnético uniforme de intensidade B = 1,2 T (tesla). Nosso objetivo é selecionar íons cuja velocidade é $v = 3{,}5 \cdot 10^{6}$ m/s. Para produzir o campo elétrico correto, temos de aplicar entre as placas uma diferença de potencial ΔV igual a:

a) $2{,}4 \cdot 10^{3}$ volts.
b) $4{,}2 \cdot 10^{3}$ volts.
c) $7{,}0 \cdot 10^{3}$ volts.
d) $8{,}4 \cdot 10^{3}$ volts.
e) $9{,}2 \cdot 10^{3}$ volts.

3 *(UFRN)* Considerada como futura alternativa para geração de energia elétrica a partir da queima de biomassa, a geração magneto-hidrodinâmica utiliza um fluxo de gás ionizado (íons positivos e elétrons), que passa com velocidade, $\vec{v}$, através de um campo magnético intenso $\vec{B}$.

A ação da força magnética desvia essas partículas para eletrodos metálicos distintos, gerando, entre eles, uma diferença de potencial elétrico capaz de alimentar um circuito externo.

O esquema a seguir mostra um gerador magneto-hidrodinâmico no qual estão identificados a direção do fluxo do gás, os polos do ímã gerador do campo magnético e quatro eletrodos coletores dos íons e dos elétrons.



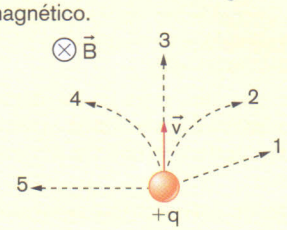
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Nessas condições, pode-se afirmar que os íons e os elétrons são desviados, respectivamente, para os eletrodos:

a) IV e II b) III e I c) II e IV d) I e III

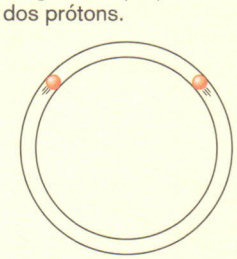
4 *(UFMG)* Em forno de micro-ondas, a radiação eletromagnética é produzida por um dispositivo em que elétrons descrevem um movimento circular em um campo magnético. Suponha-se que, nesse caso, os elétrons se movem com velocidade constante e que a frequência da radiação produzida é de $2{,}45 \cdot 10^{9}$ Hz e é igual à frequência de rotação dos elétrons. Suponha, também, que o campo magnético é constante e uniforme. Calcule o módulo desse campo magnético.

5 *(Uespi-PI)* A figura ilustra uma carga elétrica puntiforme **+q** que penetra com velocidade de módulo **v** numa região de campo magnético uniforme de módulo **B** e sentido e direção indicados. Tal região é mostrada em cinza na figura. Sabe-se que o vetor velocidade é perpendicular ao vetor campo magnético. Assinale a alternativa que indica a trajetória da carga (indicada pelas linhas tracejadas) durante o seu movimento na região onde atua o campo magnético.



a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6 *(UFMS)* O acelerador LHC colidiu dois prótons, girando em trajetórias circulares com sentidos opostos, sendo um no sentido horário e o outro no sentido anti-horário, veja a figura. Considere que as trajetórias dos prótons antes da colisão eram mantidas circulares devido unicamente à interação de campos magnéticos perpendiculares ao plano das órbitas dos prótons.



Com fundamentos no eletromagnetismo, é correto afirmar:

01) A finalidade do campo magnético é apenas mudar a direção da velocidade dos prótons.
02) A finalidade do campo magnético é aumentar a energia cinética dos prótons.
04) O próton que está girando no sentido anti-horário está submetido a um campo magnético que possui um sentido que está entrando no plano da página.
08) A força magnética aplicada em cada próton possui direção tangente à trajetória.
16) A força magnética aplicada em cada próton não realiza trabalho.

7 *(UFC-CE)* Analise as afirmações abaixo em relação à força magnética sobre uma partícula carregada em um campo magnético.

I. Pode desempenhar o papel de força centrípeta.
II. É sempre perpendicular à direção de movimento.
III. Nunca pode ser nula, desde que a partícula esteja em movimento.
IV. Pode acelerar a partícula, aumentando o módulo de sua velocidade.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente II é verdadeira.
b) Somente IV é verdadeira.
c) Somente I e II são verdadeiras.
d) Somente II e III são verdadeiras.
e) Somente I e IV são verdadeiras.

8 *(UFABC-SP)* Uma barra metálica AC de massa desprezível está presa ao teto por duas molas ideais isolantes e idênticas de constante elástica K = 36 N/m, inicialmente sem deformação. A barra é mantida na horizontal e está ligada a um gerador de força eletromotriz E = 120 V com resistência interna desprezível. Uma chave Ch aberta impede a passagem de corrente pelo circuito. Parte da barra está imersa numa região quadrada de lado L = 20 cm, onde atua um campo magnético horizontal uniforme de intensidade B = 0,3 T, perpendicular ao plano da figura e com sentido para dentro dela (Figura 1).

Figura 1

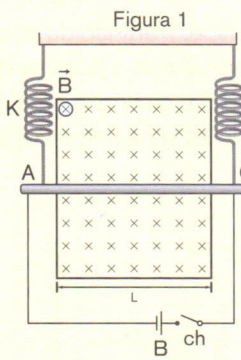
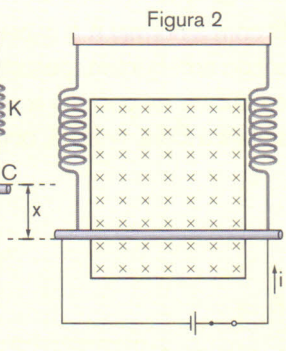
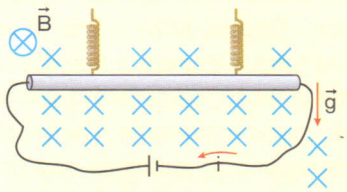


Figura 2



Ao fechamento da chave Ch, uma corrente de intensidade **i** passa a circular e, devido à ação do campo magnético, surge uma força na barra, causando nessa um deslocamento vertical **x** (Figura 2). Sabendo que a resistência elétrica total desse circuito vale R = 2 Ω e desconsiderando o campo magnético da Terra, determine **x**.

9 *(PUC-SP)* Qual deve ser a intensidade da corrente **i** para que o fio da figura (de massa igual a 0,2 kg e 2,0 m de comprimento) possa manter-se suspenso, em repouso, no campo magnético $\vec{B}$, sem a ajuda das molas? (Dados: B = 1,0 T; g = 10 m/s².)

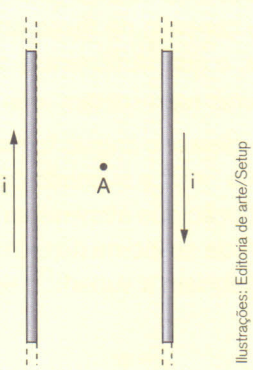


10 *(Unimontes-MG)* A intensidade da força de atração, por unidade de comprimento, entre dois fios paralelos, separados por R = 1,5 cm, conduzindo uma corrente i = 20 A, cada um, é igual a, aproximadamente,

(Dado: Permeabilidade magnética no vácuo $\mu 0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A.)

a) $1,0 \cdot 10^{-3}$ (N/m).
b) $5,3 \cdot 10^{-3}$ (N/m).
c) $3,2 \cdot 10^{-3}$ (N/m).
d) $4,1 \cdot 10^{-3}$ (N/m).

11 *(Vunesp-SP)* A figura mostra um experimento com dois fios suspensos, de raios e massas desprezíveis, extensos, paralelos e flexíveis, no instante em que começam a ser percorridos por correntes de mesma intensidade i = 1 A, contudo em sentidos opostos. O ponto *A* encontra-se à mesma distância, d = 10 cm, dos dois fios.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Determine o módulo, a direção e o sentido do campo magnético no ponto *A* para a situação representada na figura. Considere $\mu_{ar} = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A.
b) Devido à ação das forças magnéticas entre os fios, a distância **d** se alterou. Ela aumentou ou diminuiu? Justifique.

CAPÍTULO 42 – INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

1. Corrente induzida – fem induzida

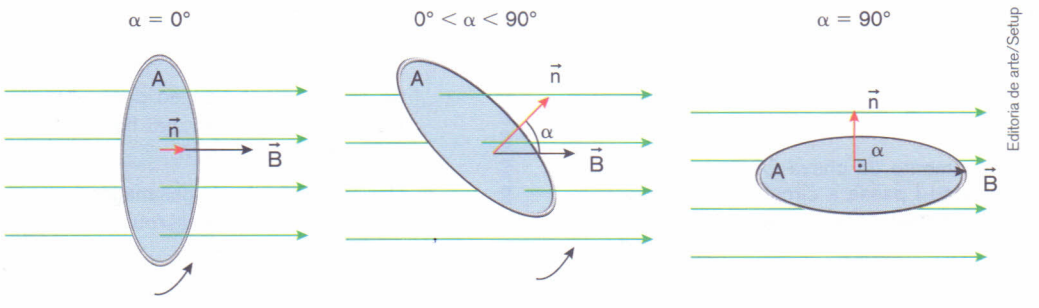
Se você dispõe de um pequeno mas forte ímã e de um tubo de cobre imantado e com cerca de 100 cm de comprimento, pode fazer uma experiência intrigante. Posicione o tubo verticalmente e solte o ímã dentro dele. Sobre o ímã vai atuar a força gravitacional e ele vai cair. Depois, solte o ímã da mesma altura, mas fora do tubo. Ocorrerá a mesma coisa, mas, se você prestar atenção, perceberá que o tempo de queda nos dois casos é diferente. Dentro do tubo, o ímã cai mais devagar. Isso acontece não porque o ímã é atraído pelo cobre, pois não há atração entre ambos. O que freia o ímã no interior do tubo é uma força resistente, uma força magnética, por causa da interação do campo magnético com cargas elétricas.

Paulo Cesar

Em 1820, Oersted uniu eletricidade e magnetismo ao descobrir que a corrente elétrica produz efeitos magnéticos. Essa descoberta aguçou a curiosidade de vários cientistas, que começaram a investigar a possibilidade de conseguir o efeito inverso, isto é, obter corrente elétrica a partir do magnetismo. Por volta de 1822, Faraday começou a pesquisar essa possibilidade e, em 1831, seus experimentos o levaram à descoberta de um dos mais importantes fenômenos da combinação entre eletricidade e magnetismo.

Faraday percebeu que, mesmo sem a presença de pilha ou bateria, em um circuito **condutor** fechado sempre que ocorria alguma variação no número de linhas de indução magnética que o atravessava, o circuito era percorrido por corrente elétrica que recebeu o nome de **corrente induzida** e o fenômeno ficou conhecido como **indução eletromagnética**. A descoberta de Faraday está relacionada com o conceito de **fluxo do campo magnético** ou **fluxo de indução** ou, simplesmente, **fluxo magnético**, o qual definiremos a seguir.

As figuras representam uma superfície plana de área A girando no interior de um campo magnético uniforme $\vec{B}$. Seja α o ângulo formado pelas direções de $\vec{B}$ com a normal $\vec{n}$ à superfície. Partindo da posição em que $\alpha = 0°$ e supondo o giro da superfície no sentido anti-horário, percebe-se que o número de linhas de indução que atravessam ("furam") a superfície é máximo na posição $\alpha = 0°$ e diminui à medida que a superfície se inclina aproximando-se da posição paralela a $\vec{B}$ ($\alpha = 90°$), onde as linhas de indução apenas tangenciam a superfície sem atravessá-la.



O fluxo magnético é uma grandeza escalar relacionada com o número de linhas de indução. É representado pela letra grega Φ (phi) e é definido e calculado pelo produto:

$$\Phi = BA \cdot \cos \alpha$$

em que **B** representa a intensidade do campo magnético suposto uniforme; **A**, a área da superfície plana atravessada pelo fluxo; e α, o ângulo formado pela normal à superfície e pela direção de $\vec{B}$.

No SI, a unidade de fluxo magnético é Tm^2, que recebeu o nome de Weber (Wb).

$1\ Wb = 1T \cdot m^2$

Podemos visualizar experimentalmente a descoberta de Faraday com o auxílio de um ímã e um circuito fechado condutor, formado por uma espira ligada em série a um amperímetro. Vamos considerar a sequência:

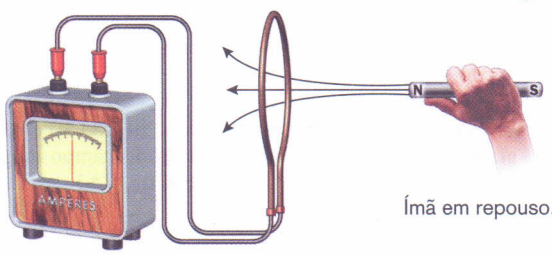
1º) Ímã em repouso em relação ao circuito. O amperímetro não registra corrente.

2º) Aproximando-se o ímã da espira, o número de linhas de indução através da espira aumenta (ocorre uma variação do fluxo magnético através do circuito) e o amperímetro acusará a presença da corrente induzida.

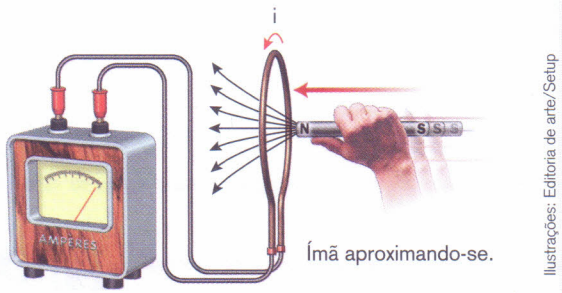
3º) Afastando-se o ímã da espira, o ponteiro do amperímetro se deslocará no sentido contrário ao anterior, revelando inversão no sentido da corrente induzida.

Essa experiência revela que a **variação** do fluxo magnético através da espira é consequência do movimento relativo entre o ímã e a espira. Uma vez que surge uma corrente induzida, podemos dizer que um trabalho é realizado durante o deslocamento dos elétrons livres ao longo da espira. Esse trabalho por unidade de carga só ocorre se há uma ddp na espira. Isso quer dizer que a variação do fluxo magnético estabelece na espira uma força eletromotriz **ε**.

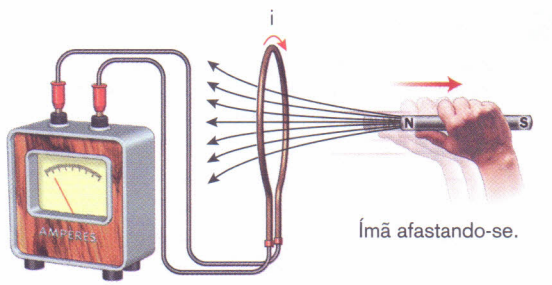
Faraday percebeu que, quanto mais rápida for a variação do fluxo através da espira, maior será a intensidade da corrente induzida porque maior é o valor da fem induzida. Faraday enunciou a lei da indução eletromagnética em termos da fem induzida por ser mais geral, uma vez que, se o circuito da espira estiver aberto mas ocorrer uma variação do fluxo, não teremos corrente induzida, mas apenas a fem induzida entre as extremidades que definem a abertura. Além disso, a fem induzida independe da resistência elétrica da espira. O mesmo não ocorre com a corrente induzida.



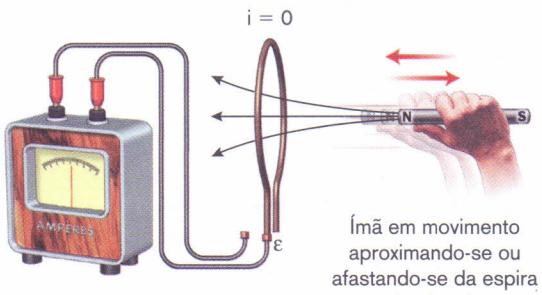
Ímã em repouso.



Ímã aproximando-se.



Ímã afastando-se.



Ímã em movimento aproximando-se ou afastando-se da espira em circuito aberto.

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A lei da indução pode ser enunciada como segue: a força eletromotriz induzida num circuito é expressa pela razão entre a variação do fluxo magnético e o intervalo de tempo decorrido nessa variação.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

No caso da variação do fluxo magnético através de uma bobina de **N** espiras, a fem induzida na bobina é dada por:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

A fem induzida é medida em $\frac{\text{weber}}{\text{segundo}} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} = \text{volt};\ \frac{Wb}{s} = \frac{J}{C} = V$

Analisando a expressão $\Phi = BA \cdot \cos\alpha$, verificamos que o fluxo magnético pode variar quando se altera a intensidade do campo magnético $\vec{B}$, a área da superfície A ou o ângulo entre $\vec{n}$ e $\vec{B}$.

Aplicação

Um fio condutor, de forma quadrada, de lado 10 cm, é colocado perpendicularmente a um campo magnético de intensidade $8 \cdot 10^{-5}$ T. A intensidade do campo magnético é reduzida a zero em 4 s. Determine a fem induzida neste intervalo de tempo. (Dado: cos 0° = 1.)

Resolução:

Cálculo do fluxo inicial:

$\phi = BA \cdot \cos\alpha \Rightarrow \phi = 8 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{2} \cdot 10^{-4} \cdot \cos 0° \Rightarrow \phi = 8 \cdot 10^{-7}\ Wb$

Cálculo $\Delta\phi$:

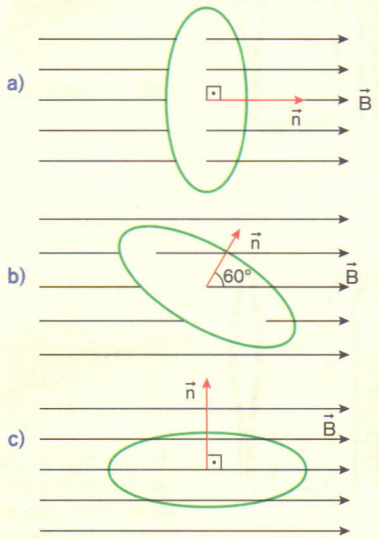
$\Delta\phi = \phi_f - \phi_i \Rightarrow \Delta\phi = 0 - 8 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \Delta\phi = -8 \cdot 10^{-7}\ Wb$

Cálculo de ε:

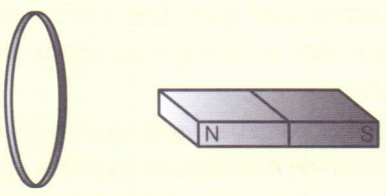
$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{8 \cdot 10^{-7}}{4} \Rightarrow \varepsilon = 2 \cdot 10^{-7}\ V$

Atividades

1 A espira das figuras tem área de 20 cm^2 e está imersa num campo magnético uniforme $\vec{B}$, de intensidade $4 \cdot 10^{-3}$ T. Em cada caso, calcule o fluxo magnético através dessas espiras.



2 *(UFV-MG)* As figuras abaixo representam uma espira e um ímã próximos.

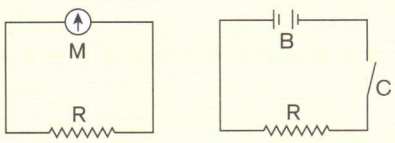


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Das situações seguintes, a que *não* corresponde a indução de corrente na espira é aquela em que:

a) a espira e o ímã se afastam.
b) a espira está em repouso e o ímã se move para cima.
c) a espira se move para cima e o ímã para baixo.
d) a espira e o ímã se aproximam.
e) a espira e o ímã se movem com a mesma velocidade para a direita.

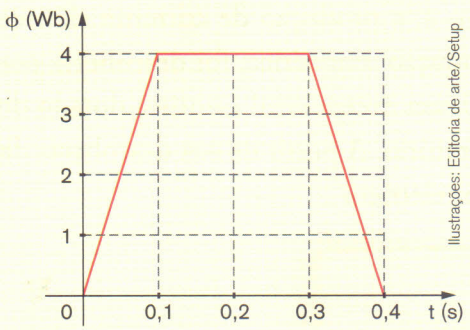
3 *(FCMMG)* A figura mostra dois circuitos elétricos. O da esquerda consta de um microamperímetro *M* e um resistor *R*. O da direita consta de uma bateria *B*, um resistor *R* e uma chave liga-desliga *C*.



Não haverá corrente elétrica induzida no microamperímetro:

a) instantes depois da chave *C* ser ligada.
b) no instante em que a chave *C* é ligada.
c) no instante em que a chave *C* é desligada.
d) quando a chave *C* permanece ligada e os dois circuitos são afastados.
e) quando a chave *C* permanece ligada e os dois circuitos são aproximados.

4 *(Vunesp-SP)* Uma espira locomove-se paralelamente ao solo e com velocidade constante, numa região onde existe um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da espira e ao solo. O fluxo magnético registrado, a partir do instante em que a espira entra nessa região até o instante de sua saída, é apresentado no gráfico da figura.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Analisando o gráfico, pode-se dizer que a força eletromotriz induzida, em volts, no instante t = 0,2 s, é:

a) 80 b) 60 c) 40 d) 20 e) 0

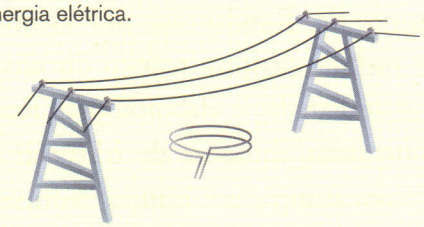
5 *(UFPA)* O fluxo magnético que atravessa uma bobina de 400 espiras cai de 10^{-4} Wb a zero, em 0,05 s. O módulo do valor médio da fem induzida é, em volts:

a) 1,4 b) 1,2 c) 0,8 d) 0,6 e) 0,5

6 *(Faap-SP)* Uma espira quadrada de 8 cm de lado é perpendicular a um campo magnético tal que a indução magnética vale $5 \cdot 10^{-3}$ T.

a) Calcule o fluxo magnético através da espira.
b) Se o campo cai a zero em 0,1 s, qual será a fem média induzida na espira nesse intervalo de tempo?

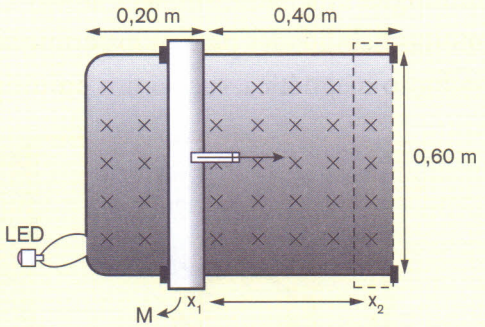
7 *(UFMG)* A figura mostra um tipo de "gato", prática ilegal e extremamente perigosa usada para roubar energia elétrica.



Esse "gato" consiste em algumas espiras de fio colocadas próximas a uma linha de corrente elétrica alternada de alta voltagem. Nas extremidades do fio que forma as espiras, podem ser ligadas, por exemplo, lâmpadas, que se acendem.

Explique o princípio físico de funcionamento desse "gato".

8 *(Fuvest-SP)* É possível acender um LED movimentando-se uma barra com as mãos? Para verificar essa possibilidade, um jovem utiliza um condutor em forma de *U*, sobre o qual pode ser movimentada um barra *M*, também condutora, entre as posições x_1 e x_2. Essa disposição delimita uma espira condutora, na qual é inserido o LED, cujas características são indicadas na tabela a seguir. Todo o conjunto é colocado em um campo magnético *B* (perpendicular ao plano dessa folha e entrando nela), com intensidade de 1,1 T. O jovem, segurando em um puxador isolante, deve fazer a barra deslizar entre X_1 e X_2. Para verificar em que condições o LED acenderia durante o movimento, estime:



LED (diodo emissor de luz)	
Potência	24 mW
Corrente	20 mA
Luminosidade	2 Lumens

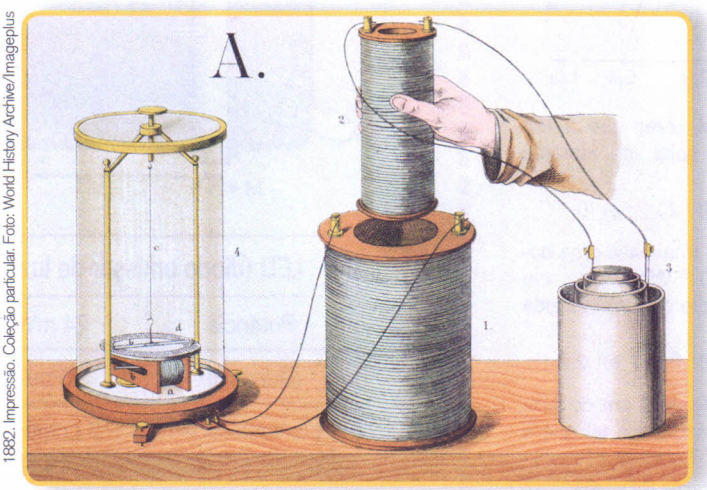
a) A tensão **V**, em volts, que deve ser produzida nos terminais LED, para que ele acenda de acordo com suas especificações.
b) A variação $\Delta\phi$ do fluxo do campo magnético através da espira, no movimento entre X_1 e X_2.
c) O intervalo de tempo Δt, em **s**, durante o qual a barra deve ser deslocada entre as duas posições, com velocidade constante, para que a LED acenda.

(Note e adote: A força eletromotriz induzida ε é tal que $\varepsilon = -\Delta\phi/\Delta t$.)

A História conta

Conquistas eletromagnéticas

A relação entre eletricidade e magnetismo era de interesse de vários cientistas no século XVIII. Suspeitava-se que a eletricidade podia gerar magnetismo, pois já se sabia que o raio, ou uma descarga elétrica, podia magnetizar o ferro. Foi o dinamarquês Hans Christian Oersted (1777-1851) que, em 1820, experimentalmente demonstrou a relação entre os fenômenos elétricos e os magnéticos ao observar que um fio que conduz corrente elétrica fez a agulha de uma bússola colocada próxima a ele se mover. Oersted concluiu que uma corrente elétrica fluindo pelo fio induz um campo magnético em volta dele. Em seguida, o francês André-Marie Ampère (1775-1836), que hoje dá nome à unidade de corrente elétrica (A), elaborou um tratado sobre a corrente elétrica e seus efeitos magnéticos. O inverso, isto é, a produção de corrente elétrica pela variação de campo magnético, a chamada indução magnética, foi descoberta por um inglês chamado Michel Faraday (1791-1867), um excepcional cientista dotado de muitas habilidades para os experimentos em laboratório. A partir de sua descoberta da indução magnética, surgiu um protótipo do motor elétrico.



1882. Impressão. Coleção particular. Foto: World History Archive/Imageplus

Gravura do aparato com o qual Faraday demonstrou o fenômeno da indução eletromagnética. A bobina central está ligada a uma pilha e a bobina externa a um amperímetro que acusava a passagem da corrente induzida.

Por causa da falta de formação em matemática, os trabalhos de Faraday careciam de amparo teórico, o que foi proporcionado por cientistas como J. J. Thomson (1856-1940), o descobridor do elétron, e James Clerk Maxwell (1831-1879). Este, em particular, é outro nome importantíssimo em eletromagnetismo. Se Faraday foi um cientista experimental excepcional, Maxwell é considerado o melhor cientista teórico do século XIX. Ele complementou de forma perfeita o trabalho de Faraday e elaborou uma teoria unificada do eletromagnetismo, desenvolvendo as chamadas equações de Maxwell ou equações fundamentais do eletromagnetismo. Todos esses avanços nos estudos teóricos e experimentais conquistados abriram caminho para o uso cada vez maior da eletricidade.

2. Lei de Lenz

Imagine o seguinte experimento: dispondo de uma espira circular e um ímã, você movimenta este último, aproximando-o da espira, segundo uma reta perpendicular ao plano que a contém. Você já sabe que, pela lei de Faraday, deve aparecer na espira uma fem e uma corrente induzida na espira. Mas qual o sentido dessa corrente?

Na expressão matemática que corresponde à lei de Faraday, o sinal negativo que precede o quociente $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ está relacionado com o sentido de atuação da fem induzida e que determina o sentido da corrente induzida.

Faraday descobriu que a variação do fluxo em relação ao tempo causava o aparecimento da fem induzida, mas não conseguiu o processo para definir o sentido da fem e, portanto, da corrente induzida em circuitos fechados. A questão foi resolvida em 1834 pelo físico russo Heinrich Friedrich Lenz (1804-1865). A sua descoberta ficou conhecida como **lei de Lenz**, a qual pode ser assim enunciada:

> O sentido da corrente elétrica induzida em um circuito condutor fechado é aquele que dá origem a um fluxo magnético induzido que sempre se opõe à variação do fluxo que lhe deu origem.

Em outras palavras, podemos dizer que:

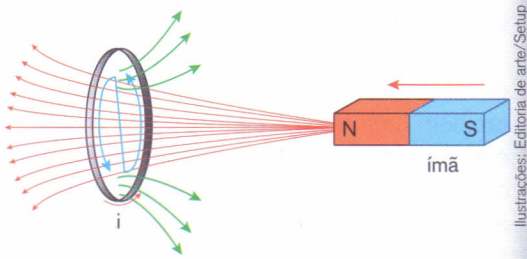
"A corrente induzida em um circuito condutor fechado aparecerá sempre no sentido contrário ao das causas que lhe deram origem". O sinal negativo da lei de Faraday expressa essa oposição.

Vamos analisar o exemplo a seguir:

Considere a mesma espira condutora circular fechada e o ímã sugeridos anteriormente. Vamos aproximar o ímã da espira e depois afastá-lo. Com o emprego da lei de Lenz, é possível determinar, para as duas situações, o sentido da corrente induzida.

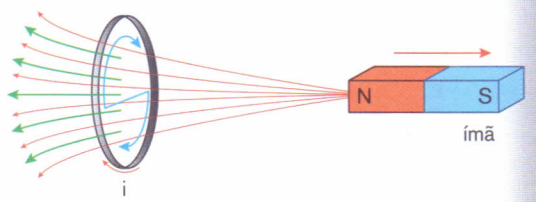
Vamos considerar o polo norte do ímã aproximando-se da espira. Com a **aproximação**, o fluxo magnético do campo do ímã através da espira aumenta, e nela surge uma corrente induzida. O sentido dessa corrente é tal que ela dá origem a um fluxo induzido que "enfraquece" ou se opõe ao aumento do fluxo do ímã. O sentido da corrente induzida na espira causa em sua "face" voltada para o ímã uma polaridade norte, ou seja, opondo-se ao norte do ímã. Aplicando a regra da mão direita, concluímos que o sentido da corrente induzida na espira é **anti-horário**.

Com o **afastamento** do polo norte do ímã, o fluxo magnético do seu campo através da espira diminui, e nela surge uma corrente induzida cujo sentido origina uma fluxo induzido que "reforça" ou se opõe à diminuição do fluxo do ímã. O sentido da corrente induzida na espira causa na sua "face" voltada para o ímã uma polaridade sul. Logo, o sentido da corrente induzida na espira é **horário**.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Em vermelho: linhas de indução do campo do ímã que atravessam a espira. Em verde: linhas de indução do campo gerado pela corrente induzida opondo-se ao aumento do número de linhas do campo do ímã.

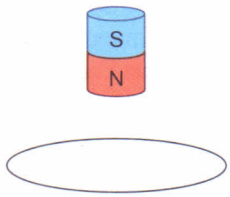


O afastamento do polo norte do ímã causa redução do número de linhas de indução do campo de ímã através da espira (linhas vermelhas). Opondo-se a essa redução, a corrente induzida cria o campo cujas linhas de indução (verde) reforçam o campo que se enfraquece. Para isso, ela deve percorrer a espira no sentido horário.

Pense e Responda

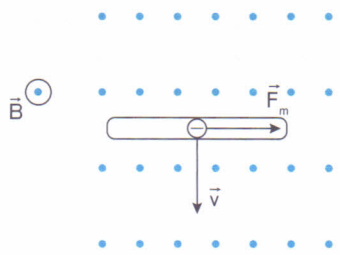
• A figura ao lado ilustra um ímã cilíndrico que é abandonado acima de uma espira condutora situada num plano horizontal, no campo gravitacional da Terra. Após abandonado, o ímã cai verticalmente passando pelo centro da espira.

Explique qual é o sentido da força vertical que a bobina exerce no ímã quando este está se aproximando e, depois, se afastando daquela.



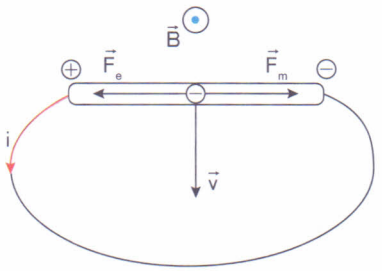
3. Força eletromotriz induzida em condutor móvel

Consideremos o condutor de comprimento **L**, que se desloca verticalmente para baixo, com velocidade $\vec{v}$ perpendicular em relação a um campo magnético uniforme $\vec{B}$, cujas linhas de indução "saem" perpendicularmente da página.



Nessas condições, os elétrons livres do condutor ficarão sujeitos à ação de força magnética $\vec{F}_m$ de intensidade constante. Numa extremidade do condutor teremos elétrons em excesso e na outra extremidade cargas positivas.

Essas cargas originaram um campo elétrico entre as extremidades e cada elétron livre ficará sujeito além da força magnética, também a uma força elétrica $\vec{F}_e$ de sentido contrário a $\vec{F}_m$. Enquanto essas duas forças $\vec{F}_m$ e $\vec{F}_e$ não se equilibrarem haverá separação de cargas. Quando essas forças tiverem a mesma intensidade os excessos de cargas elétricas nas extremidades permanecerão constantes.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Se o condutor for ligado a um fio mudo que forme um percurso fechado, circulará por ele uma corrente elétrica induzida.

Como no interior do condutor o campo elétrico não é nulo, tem-se entre os terminais uma ddp chamada **força eletromotriz induzida** ε.

Quanto a ddp é constante tem-se: $F_e = F_m \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow E = vB$ (1)

Mas $E = \frac{U}{d}$, neste caso $E = \frac{\varepsilon}{L}$ (2)

Substituindo (2) em (1), temos:

$\frac{\varepsilon}{L} = vB$

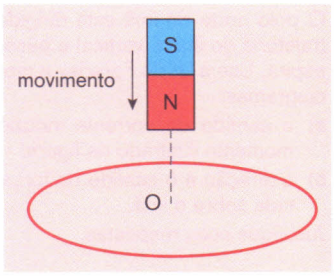
$$\varepsilon = BLv$$

O resultado mostra que quanto maior a velocidade **v** do condutor em relação ao campo magnético, maior será o valor da fem induzida.

Se o condutor efetuar um movimento do tipo MHS com frequência igual a 60 Hz em relação ao campo, os elétrons livres oscilarão, e teremos no percurso condutor fechado uma corrente elétrica alternada do tipo que as usinas oferecem para o uso doméstico e industrial. Isso significa que, nessas condições, o condutor desempenhará a função de gerador de **tensão induzida alternada**.

Aplicações

1 Considere uma espira circular fixa e um ímã em forma de barra, cujo eixo longitudinal é perpendicular ao plano da espira e passa pelo seu centro, conforme indica a figura. Aproximando-se o ímã da espira, determine o sentido da corrente nela induzida.



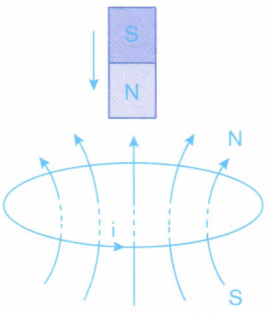
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Resolução:

A corrente induzida tem um sentido que cria um polo que se opõe ao polo norte que se aproxima (Lei de Lenz).

Desse modo, a face da espira voltada para o polo norte do ímã é um polo norte.

Aplicando a regra da mão direita na espira, determinamos que a corrente deverá circular no sentido anti-horário.

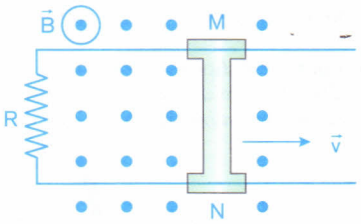


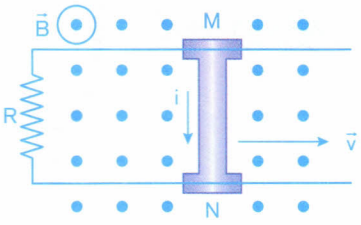
2 Uma barra condutora MN, de resistência desprezível e comprimento 2 m, se move sobre dois trilhos condutores, com velocidade constante v = 10 m/s. Perpendicularmente ao plano dos trilhos, existe um campo de indução magnética uniforme de intensidade $4 \cdot 10^{-2}$ T. O resistor *R* tem resistência de 1 Ω. Determine:

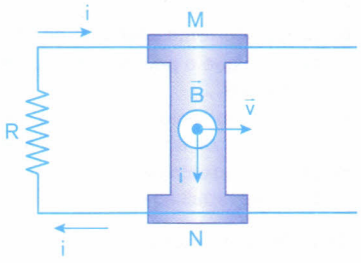
a) a fem induzida na barra;

b) a intensidade e o sentido da corrente induzida no circuito;

c) a intensidade da força externa que desloca a barra MN.







Resolução:

Dados: $B = 4 \cdot 10^{-2}$ T; v = 10 m/s; ℓ = 2 m; R = 1 Ω

a) A fem do condutor que se desloca num campo magnético é dada por:

$\varepsilon = B\ell v \Rightarrow \varepsilon = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10 \Rightarrow \varepsilon = 0{,}8$ V

b) $U = Ri \Rightarrow \varepsilon = Ri \Rightarrow 0{,}8 = 1 \cdot i \Rightarrow i = 0{,}8$ A

O sentido convencional da corrente é o sentido do movimento das cargas positivas. Portanto, pela regra da mão esquerda.

Logo, a corrente elétrica induzida na barra circula no sentido de M para N (horário).

c) A barra MN, ao ser percorrida por uma corrente, imersa num campo magnético uniforme, fica sujeita a uma força magnética por $F_m = Bi\ell \cdot \text{sen}\,\theta$. *Sendo i perpendicular a* $\vec{B}$, $\theta = 90°$.

$F_m = Bi\ell \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow F_m = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}8 \cdot 2 \cdot \text{sen}\,90° \Rightarrow F_m = 6{,}4 \cdot 10^{-2}$ N

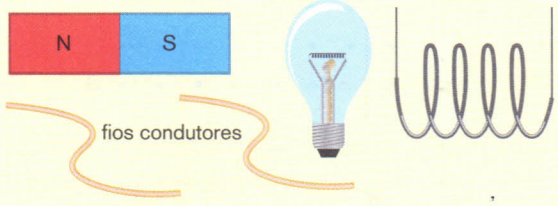
Como a barra se move com velocidade constante: $F_{ext} = F_m$.

Atividades

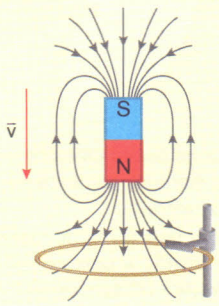
1 *(UFV-MG)* Com uma bobina, fios condutores, uma lâmpada e um ímã, é possível elaborar uma montagem para acender a lâmpada. Pede-se:

a) traçar o esquema da montagem;

b) explicar seu princípio de funcionamento.



2 *(UFRJ)* Um ímã permanente cai por ação da gravidade através de uma espira condutora circular fixa, mantida na posição horizontal, como mostra a figura.



O polo norte do ímã está dirigido para baixo e a trajetória do ímã é vertical e passa pelo centro da espira. Use a lei de Faraday e mostre por meio de diagramas:

a) o sentido da corrente induzida na espira no momento ilustrado na figura;

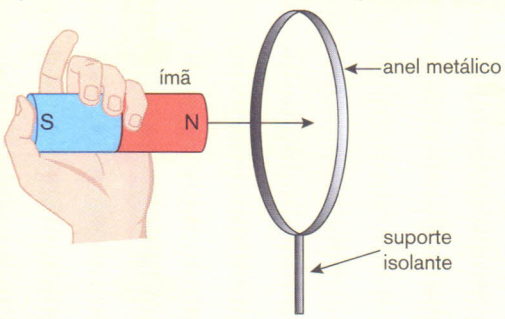
b) a direção e o sentido da força resultante exercida sobre o ímã.

Justifique suas respostas.

3 Qual é o significado físico do sinal "menos" presente na lei de Faraday?

4 A indução eletromagnética permite induzir tanto corrente como força eletromotriz numa espira. Por que se expressa a lei de Faraday em termos de fem induzida e não de corrente induzida?

5 *(Fuvest-SP)* Aproxima-se um ímã de um anel magnético fixo em um suporte isolante, como mostra a figura. O movimento do ímã, em direção ao anel:



a) não causa efeitos no anel.

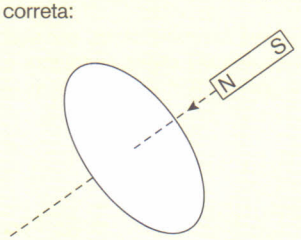
b) produz corrente alternada no anel.

c) faz com que o polo sul do ímã vire polo norte e vice-versa.

d) produz corrente elétrica no anel, causando uma força de atração entre o anel e o ímã.

e) produz corrente elétrica no anel, causando uma força de repulsão entre o anel e o ímã.

6 *(UEL-PR)* Uma maneira de produzir corrente elétrica a partir de um campo magnético é, por exemplo, movimentando um ímã dentro de uma bobina ou solenoide, princípio dos geradores elétricos e dínamos. Considere a figura, que mostra um ímã sendo empurrado perpendicularmente ao centro de uma espira de cobre fechada. Sobre essa situação, indique a afirmativa correta:



a) Será gerada na espira uma corrente elétrica no sentido anti-horário, somente se o movimento do ímã for acelerado.

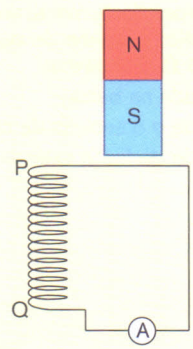
b) O ímã sofrerá uma força de resistência ao seu movimento devido a uma corrente elétrica induzida na espira no sentido anti-horário.

c) Se o ímã for empurrado com os polos invertidos em relação à figura, ele não sofrerá uma força de resistência ao seu movimento e surgirá na espira uma corrente elétrica induzida no sentido horário.

d) Se deslocarmos a espira em torno do ímã, agora parado, uma corrente elétrica induzida circulará sobre a espira de cobre no sentido horário e fará surgir uma força de resistência ao movimento da espira.

e) Independentemente do sentido, a corrente induzida será sempre horária enquanto o ímã estiver em movimento através da espira.

7 *(UEL-PR)* O experimento abaixo pode ser usado para produzir energia elétrica. Nesse experimento deve-se aproximar e afastar, continuamente, o ímã do conjunto de espiras. Quanto a esse experimento, é correto afirmar:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Ao aproximar o polo norte do ímã das espiras, surge em *P* (na extremidade das espiras) um polo sul que tende a acelerar o ímã, aproximando-o da espira.

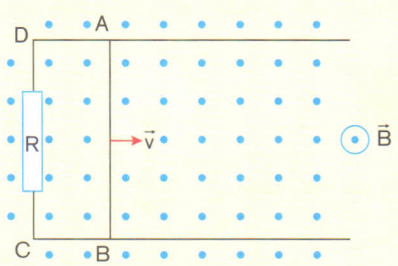
b) Ao se posicionar o ímã próximo das espiras, mantendo-se nessa posição, a corrente elétrica induzida será máxima.

c) A velocidade com que o ímã é aproximado, ou afastado, não altera o valor da corrente elétrica induzida.

d) O processo de aproximação e afastamento do ímã gera na espira um campo elétrico induzido variável.

e) O processo de aproximação e afastamento do ímã gera na espira um campo magnético induzido de intensidade variável.

8 *(PUCCamp-SP)* Uma espira ABCD está totalmente imersa em um campo magnético B, uniforme, de intensidade 0,50 T e direção perpendicular ao plano da espira, como mostra a figura.

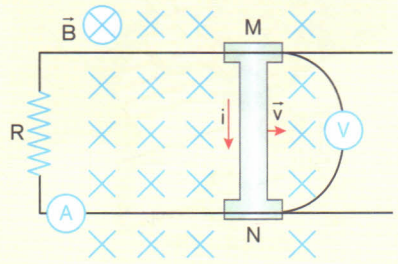


O lado AB, de comprimento 20 cm, é móvel e se desloca com velocidade de 10 m/s, e *R* é um resistor de resistência R = 0,50 Ω.

Nessas condições, é correto afirmar que devido ao movimento do lado AB da espira:

a) não circulará nenhuma corrente na espira, pois o campo é uniforme.
b) aparecerá uma corrente induzida, no sentido horário, de 2,0 A.
c) aparecerá uma corrente induzida, no sentido horário, de 0,50 A.
d) aparecerá uma corrente induzida, no sentido anti-horário, de 2,0 A.
e) aparecerá uma corrente induzida, no sentido anti-horário de 0,50 A.

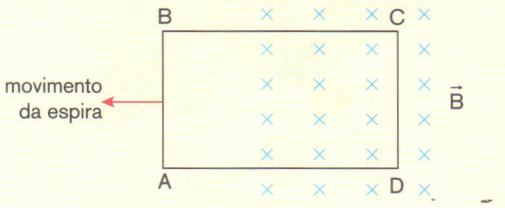
9 Uma barra condutora MN de resistência desprezível e comprimento 1,5 m se move sobre dois trilhos, perfeitamente condutores, com velocidade constante v = 40 m/s. Perpendicularmente ao plano dos trilhos, existe um campo de indução magnética uniforme de intensidade 2 T. O resistor *R* tem resistência de 6 Ω.



Determine:

a) a indicação do voltímetro;
b) a indicação do amperímetro e o sentido da corrente induzida.

10 *(UFV-MG)* Uma espira condutora ABCD está parcialmente imersa em uma região de campo magnético uniforme $\vec{B}$, como mostra a figura. Puxando-se a espira para a esquerda:



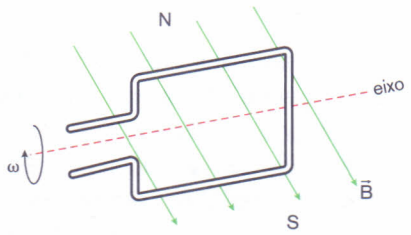
I. o fluxo do campo magnético $\vec{B}$ através da espira aumenta.
II. surge na espira uma corrente de sentido horário.
III. no ramo CD aparece uma força magnética para a direita.
IV. a corrente induzida que surge na espira tende a diminuir o fluxo do campo magnético através dela.

São incorretas:

a) somente I e IV.
b) somente II e III.
c) somente I e II.
d) somente III e IV.
e) somente I e III.

4. Corrente alternada (C.A.)

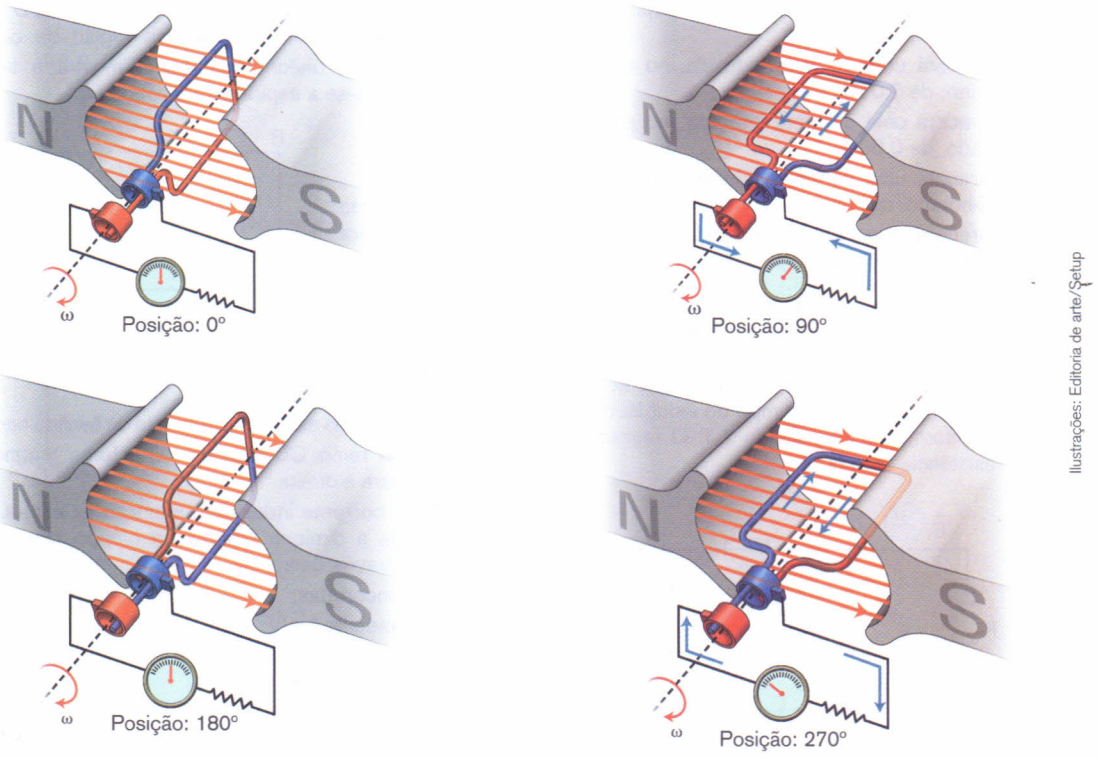
Como vimos na seção anterior, podemos obter corrente alternada utilizando um conjunto constituído de um condutor deslizante sobre um circuito condutor fechado, tudo isso imerso em um campo magnético uniforme. Para tanto, basta fazer que o conjunto oscile numa frequência determinada. Entretanto, do ponto de vista prático, é mais conveniente usar espiras girando com velocidade angular constante em torno de um eixo dentro de um campo magnético criado por um ímã.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A velocidade angular do movimento de rotação da espira relaciona-se com a frequência **f** da corrente alternada através da expressão $\omega = 2\pi f$.

A sequência de figuras a seguir representa a base de um alternador ou gerador de tensão alternada. Uma espira gira em torno de um eixo, imersa no campo magnético uniforme existente entre os polos de um ímã. Em virtude da variação do fluxo magnético que ocorre durante a rotação, surge na espira uma **corrente elétrica induzida**.

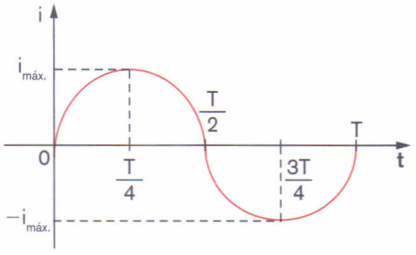


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Durante uma rotação completa o fluxo do campo magnético cresce e decresce periodicamente fazendo com que a corrente elétrica inverta de sentido toda vez que a espira completa meia-volta. Temos, nesse caso, uma **corrente alternada**.

Se aos terminais da espira girante ligarmos um circuito contendo um resistor de resistência R, teremos uma corrente alternada (C.A.) induzida, cuja intensidade é dada por: $i = \frac{\varepsilon}{R}$, sendo ε a força eletromotriz induzida entre os terminais da espira.

O gráfico mostra como varia a intensidade de corrente alternada em função do tempo. Nesse gráfico representamos o intervalo de tempo igual a um período **T**, correspondente a uma volta completa.



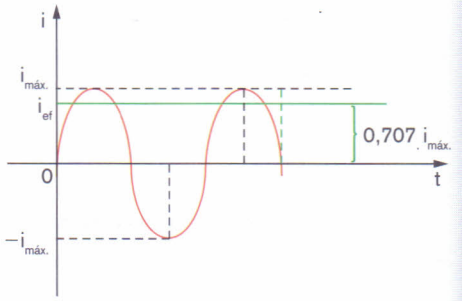
Na C.A., os elétrons livres no interior do condutor oscilam em MHS em torno de posições de equilíbrio sem se deslocar ao longo do condutor.

Durante o funcionamento dos diversos equipamentos e dispositivos elétricos que utilizamos cotidianamente, não notamos a variação da voltagem e da corrente alternada porque a frequência das oscilações, 60 Hz, está muito acima de nossa capacidade perceptiva. Por outro lado, os medidores utilizados para a medida de tensão e corrente alternadas são ajustados ou calibrados para fornecer valores denominados eficazes. Assim, o **valor eficaz de uma C.A.** corresponde ao valor de uma corrente contínua que, no intervalo de tempo de um período da corrente alternada, dissiparia, por efeito Joule, num mesmo resistor, igual quantidade de energia.

É possível demonstrar que: $i_{eficaz} = \frac{i_{máx.}}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}707\ i_{máx.}$

Do mesmo modo, **o valor eficaz da tensão alternada** V_{eficaz} vem da comparação do seu efeito térmico em um circuito de C.A. e no mesmo circuito de C.C.

Assim, por exemplo, se uma torneira elétrica ligada em tensão alternada de 220 V fosse ligada em 220 V contínua, no tempo de um período, a elevação de temperatura do mesmo volume de água seria a mesma. A energia elétrica e a consumida no tempo correspondente a um período seriam iguais nos dois casos.



Tem-se:

$$V_{eficaz} = \frac{V_{máx.}}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}707\ V_{máx.}$$

Nos aparelhos elétricos que utilizam corrente alternada, as suas especificações são dadas sempre em valores eficazes.

A tensão fornecida por uma tomada 110 V/220 V é eficaz. Assim, os valores máximos, chamados de valor de pico, são, respectivamente:

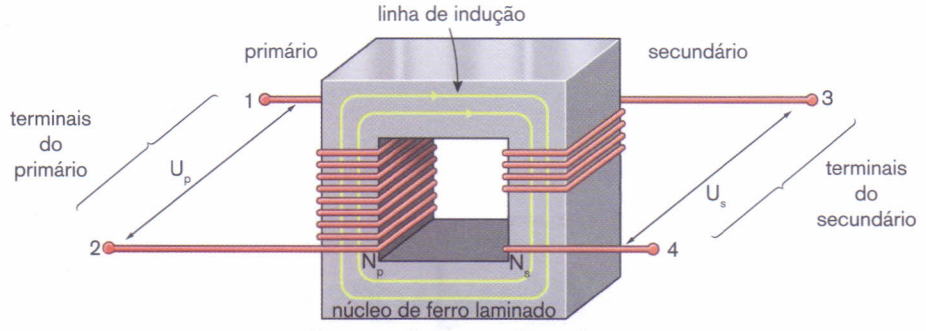
$$U_{máx.} = 110 \cdot \sqrt{2} \simeq 156\ V$$

$$U_{máx.} = 220 \cdot \sqrt{2} \simeq 311\ V$$

Transformador

Você já deve ter observado nos postes de eletricidade um dispositivo grande em forma de caixa. Talvez até já tenha visto a explosão de algum deles, imediatamente antes de ocorrer queda de energia nas casas próximas.

Essa "caixa" é um transformador, um dispositivo elétrico utilizado para elevar ou baixar a tensão elétrica. Em outras palavras, o transformador converte a alta-tensão eficaz em baixa tensão eficaz ou o contrário. Ele é constituído por um núcleo de ferro laminado no qual são enroladas, convenientemente, duas bobinas independentes e com diferentes números de espiras. A bobina que recebe a tensão a ser transformada é o **primário** (**p**) e a que fornece a tensão transformada é o **secundário** (**s**). Elas podem ser intercambiáveis.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Estrutura de um transformador.

A base de funcionamento de um transformador é a indução eletromagnética. Os terminais do primário ou de entrada, ao serem ligados a uma fonte de tensão alternada de valor eficaz U_p, recebem uma corrente alternada que, ao ser estabelecida na bobina primária, causa um campo magnético oscilante (as linhas de indução se expandem e se contraem periodicamente), estabelecendo um fluxo magnético no núcleo de ferro. A passagem desse fluxo pelo enrolamento secundário induz neste uma corrente alternada e uma tensão alternada de valor eficaz U_s nos seus terminais.

As tensões eficazes do primário U_p e do secundário U_s são respectivamente proporcionais ao número de espiras das bobinas primária N_p e secundária N_s. A razão de transformação é:

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{N_P}{N_S}$$

Um transformador é **elevador da tensão** quando o número de espiras no secundário é maior que a do primário. Caso contrário, o transformador é **abaixador de tensão**.

$N_s > N_p \rightarrow$ elevador

$N_s < N_p \rightarrow$ abaixador

Os transformadores foram os dispositivos que possibilitaram tecnicamente o largo emprego da C.A. para uso doméstico e industrial. É comum a necessidade de adequar a tensão da rede elétrica (110 V ou 220 V) para a tensão de funcionamento de aparelhos elétricos de uso doméstico. Aí entra o transformador.

Em sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica, lembre que a potência elétrica dissipada num condutor de resistência **R** é $P_d = Ri^2$. Os transformadores operam de modo a produzir alta-tensão e baixa intensidade de corrente, a fim de reduzir as perdas de energia por efeito Joule nos cabos condutores presentes nas linhas.

Pense e Responda

- É possível um transformador funcionar se o primário for ligado a uma pilha ou bateria que produz corrente contínua? Explique.

Aplicação

Num transformador de corrente alternada, o secundário tem 1 000 espiras e o primário, alimentado por 220 V, tem 2 000 espiras. Considerando desprezíveis as perdas por atritos, calcule:

a) a tensão eficaz da saída no secundário;

b) a intensidade eficaz máxima da corrente em cada terminal quando operando a potência 55 W.

Resolução:

a) Dados: $N_p = 2000$; $N_p = 1000$, $U_p = 220$ V, $P = 55$ W

Como $N_s < N_p$, o transformador em questão é um abaixador de tensão. A tensão eficaz de saída é calculada pela relação:

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{N_P}{N_S} \Rightarrow \frac{220}{U_S} = \frac{2000}{1000} \Rightarrow U_S = 110V$$

b) Como as perdas são desprezíveis, o transformador é considerado ideal. Então, temos:

$P = U_p i_p = U_s i_s$

$P = U_p i_p \Rightarrow 55 = 220 i_p \Rightarrow i_p = 0{,}25$ A

$P = U_s i_s \Rightarrow 55 = 110 i_s \Rightarrow i_s = 0{,}50$ A

Atividades

1 Se U_p (tensão no primário) > U_s (tensão no secundário), o transformador eleva ou abaixa a tensão?

2 O que é realmente transformado num transformador: a tensão, a corrente ou a energia?

3 Por que é vantajoso usar voltagens elevadas para transmitir a energia elétrica a grandes distâncias?

4 *(UFSJ-MG)* Num transformador elétrico, quando se aplica determinada tensão à bobina primária (entrada), pode-se obter uma tensão mais elevada ou mais reduzida na bobina secundária (saída), dependendo da relação entre número de espiras de cada uma das bobinas e do tipo de tensão aplicada. Se o número de espiras do secundário for

o dobro do número de espiras do primário e se for aplicada uma tensão contínua **V** à bobina do primário, então é CORRETO afirmar que a tensão V_2 de saída no secundário será igual a:

a) $V_2 = 2V_1$
b) $V_2 = \frac{1}{2} V_1$
c) $V_2 = 4V_1$
d) $V_2 = 0$

Mais Atividades

1 *(Ufla-MG)* Sabe-se, pela lei de Lenz-Faraday, que uma espira, quando submetida a um fluxo magnético ϕ variável, fica sujeita a uma força eletromotriz (ε) induzida, dada pela expressão $\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$. Considere uma espira com uma resistência de 2 Ω (Figura 1) e o diagrama fluxo magnético ϕ em relação ao tempo (Figura 2). Pode-se afirmar que, quando essa espira for submetida a esse fluxo magnético variável, a resistência dissipará uma potência média de:

figura 1

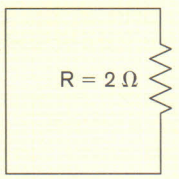
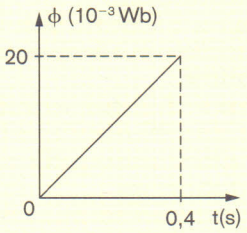
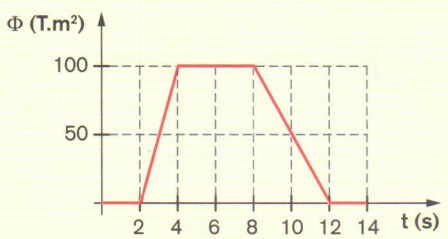


figura 2



a) $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ W
b) $4{,}00 \cdot 10^{-3}$ W
c) $2{,}50 \cdot 10^{-3}$ W
d) $8{,}00 \cdot 10^{-3}$ W

2 *(UFPR)* O desenvolvimento do eletromagnetismo contou com a colaboração de vários cientistas, como Faraday, por exemplo, que verificou a existência da indução eletromagnética. Para demonstrar a lei de indução de Faraday, um professor idealizou uma experiência simples. Construiu um circuito condutor retangular, formado por um fio com resistência total R = 5 Ω, e aplicou através dele um fluxo magnético ϕ cujo comportamento em função do tempo t é descrito pelo gráfico a seguir.



O fluxo magnético cruza perpendicularmente o plano do circuito. Em relação a esse experimento, considere as seguintes afirmativas:

1. A força eletromotriz induzida entre t = 2 s e t = 4 s vale 50 V.
2. A corrente que circula no circuito entre t = 2 s e t = 4 s tem o mesmo sentido que a corrente que passa por ele entre t = 8 s e t = 12 s.
3. A corrente que circula pelo circuito entre t = 4 s e t = 8 s vale 25 A.
4. A potência elétrica dissipada no circuito entre t = 8 s e t = 12 s vale 125 W.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas 2 e 4 são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas 1, 3 e 4 são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas 1 e 4 são verdadeiras.
e) As afirmativas 1, 2, 3 e 4 são verdadeiras.

3 *(Unicamp-SP)* O alicate-amperímetro é um medidor de corrente elétrica, cujo princípio de funcionamento baseia-se no campo magnético produzido pela corrente. Para se fazer uma medida, basta envolver o fio com a alça do amperímetro, como ilustra a figura abaixo.

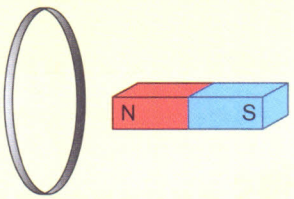
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) No caso de um fio retilíneo e longo, pelo qual passa uma corrente **i**, o módulo do campo magnético produzido a uma distância **r** do centro do fio é dado por $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$, onde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$. Se o campo magnético num ponto da alça circular do alicate da figura for igual a $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ T, qual é a corrente que percorre o fio situado no centro da alça do amperímetro? Use $\pi = 3$.

b) A alça do alicate é composta de uma bobina com várias espiras, cada uma com área A = 0,6 cm². Numa certa medida, o campo magnético, que é perpendicular à área da espira, varia de zero a $5{,}0 \cdot 10^{-6}$ T em $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ s.

Qual é a força eletromotriz induzida, ε, em uma espira? A lei de indução de Faraday é dada por: $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, onde Φ é o fluxo magnético, que, nesse caso, é igual ao produto do campo magnético pela área da espira.

4 *(UFV-MG)* As figuras representam uma espira e um ímã próximos.



Das situações abaixo, a que não corresponde à indução de corrente na espira é aquela em que:

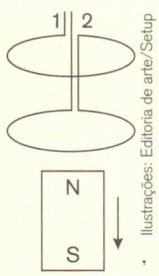
a) a espira e o ímã se aproximam.
b) a espira está em repouso e o ímã se move para cima.
c) a espira se move para cima e o ímã para baixo.
d) a espira e o ímã se movem com a mesma velocidade para a direita.
e) a espira e o ímã se afastam.

5 *(UFMT)* Sobre a ação do campo magnético sobre cargas elétricas, julgue os itens.

(01) Quando um ímã aproxima-se perpendicularmente de uma espira é criada nela uma corrente elétrica. Afastando-se o ímã da espira, haverá o desaparecimento imediato dessa corrente.
(02) A corrente elétrica criada numa espira pelo movimento de um ímã se opõe à causa que a criou.
(04) Uma carga elétrica lançada perpendicularmente ao campo magnético de um ímã é atraída por este.
(08) Uma carga elétrica que se desloca na mesma direção das linhas do campo magnético uniforme efetua um movimento retilíneo uniforme.

6 *(Unifesp-SP)* O biomagnetismo é um campo de pesquisa que trata da medição dos campos magnéticos gerados por seres vivos, com o objetivo de obter informações que ajudem a entender sistemas biofísicos, a realizar diagnósticos clínicos e a criar novas terapias, com grandes possibilidades de aplicação em medicina. Os campos magnéticos gerados pelos órgãos do corpo humano são muito tênues – da ordem de 10^{-5} T a 10^{-9} T – e, para a sua medição, necessita-se de equipamentos capazes de detectá-los de forma seletiva, devido às interferências de outros campos magnéticos, inclusive o terrestre, milhares de vezes mais intenso.

A figura mostra duas espiras paralelas e de mesmo raio, que compõem um gradiômetro magnético, dispositivo capaz de detectar seletivamente campos magnéticos, e um ímã em forma de barra que se move perpendicularmente aos planos das espiras, afastando-se delas, numa direção que passa pelo centro das espiras.

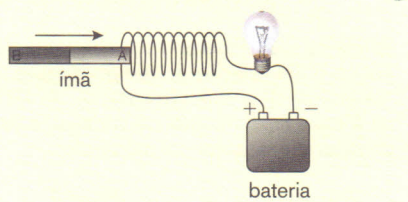


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Segundo a lei de Lenz, pode-se afirmar que as correntes elétricas induzidas em cada espira, no instante mostrado na figura:

a) somam-se, resultando em corrente elétrica de 1 para 2.
b) somam-se, resultando em corrente elétrica de 2 para 1.
c) subtraem-se, resultando em corrente elétrica de 1 para 2.
d) subtraem-se, resultando em corrente elétrica de 2 para 1.
e) anulam-se, não interferindo na medição de outros campos.

7 *(Vunesp-SP)* Em um circuito, uma bateria fornece uma ddp constante para manter uma lâmpada acesa, como mostra a figura.

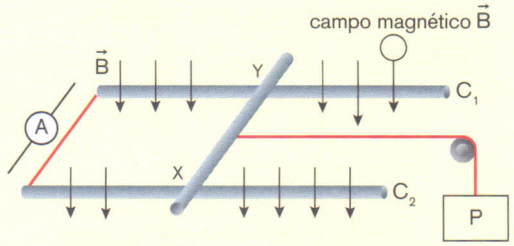


Um ímã é inserido rapidamente entre as espiras formadas com o fio do circuito que liga a lâmpada à bateria.

Pode-se dizer que, durante o período de tempo em que o ímã é inserido, o brilho da lâmpada:

a) diminui apenas para o caso em que *A* é o polo norte do ímã.
b) diminui apenas para o caso em que *A* é o polo sul do ímã.
c) diminui, qualquer que seja o polo em *A*.
d) não se altera, qualquer que seja o polo em *A*.
e) não se altera porque o processo é rápido.

8 *(Uesc-BA)* Um condutor XY, retilíneo e horizontal, com resistência elétrica de 0,01 Ω, pode-se mover sem atrito sobre os outros dois condutores, C_1 e C_2, horizontais, de resistências desprezíveis, paralelos e distantes 0,5 m um do outro. Esse conjunto será imerso num campo magnético uniforme $B = 2 \cdot 10^{-2}$ T, como mostra a figura.



Sabendo-se que o peso $\vec{P}$, que está ligado à barra XY por meio de um fio de massa desprezível e inextensível, mantém a barra com velocidade constante de 10 m/s, determine:

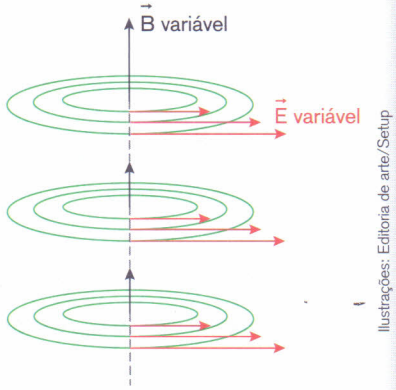
a) o sentido da corrente elétrica na barra XY;
b) a intensidade da corrente elétrica medida pelo amperímetro ideal (*A*);
c) a intensidade do peso (*P*).

CAPÍTULO 43 – ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

1. Campos elétrico e magnético induzidos

Vamos retomar o caso da corrente induzida numa espira condutora fechada pela variação do fluxo magnético em sua proximidade.

O surgimento dessa corrente sujeita a um campo magnético variável com o tempo é uma evidência do aparecimento de um campo elétrico variável responsável pelo acionamento dos elétrons livres existentes na espira. Tal campo elétrico, originado na variação do campo magnético, chama-se **campo elétrico induzido**. A realidade é que, mesmo sem a espira, se em alguma região do espaço tivermos a variação de um campo magnético, teremos nessa região, associado ao campo magnético, um campo elétrico induzido variável.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A variação do campo magnético produz nessa região um campo elétrico induzido variável.

Considerando um fio condutor percorrido por corrente elétrica variável, as linhas de força do campo elétrico induzido são circulares, concêntricas com o fio e perpendiculares ao campo magnético variável $\vec{B}$. O vetor campo elétrico é tangente a essas linhas.

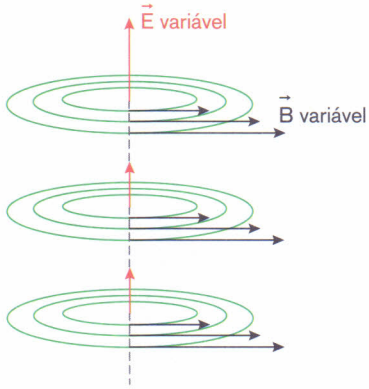
Os campos elétricos produzidos por esse processo apresentam linhas de força fechadas. A formulação segundo a qual linhas de força "nascem" em cargas positivas e "morrem" em cargas negativas é válida quando o campo elétrico tem origem em cargas elétricas em equilíbrio.

Vamos destacar o que é considerado um dos fenômenos básicos do Eletromagnetismo.

> Campos magnéticos variáveis causam o surgimento de campos elétricos variáveis.

Em 1864, o físico teórico James Clerk Maxwell, com base em ideias de simetria e trabalhando matematicamente, pensou na possibilidade de ocorrer o contrário. Ou seja, conseguir um campo magnético variável por meio da variação de um campo elétrico.

O ousado pensamento de Maxwell ampliou o processo de gerar campos magnéticos. Até então, sabíamos que os campos magnéticos eram produzidos por cargas elétricas em movimento. A partir da teoria de Maxwell, sabe-se que campos magnéticos também surgem devido a variações de um campo elétrico.



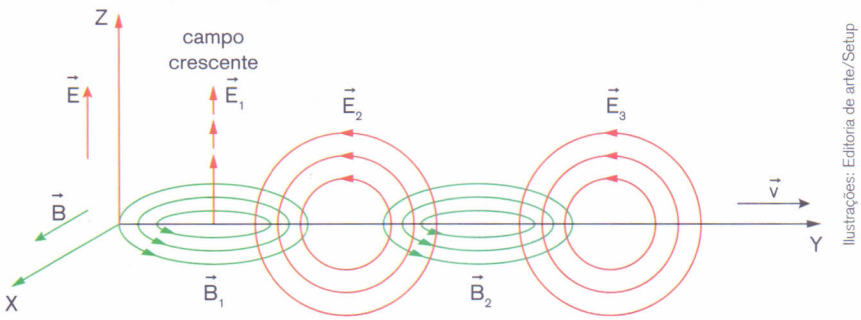
A variação de um campo elétrico produz nessa região um campo magnético induzido variável.

2. Ondas eletromagnéticas

A teoria desenvolvida matematicamente por Maxwell levou à conclusão da existência das ondas eletromagnéticas, que seriam constituídas pela combinação de campos elétricos e magnéticos induzidos variáveis que se sustentariam mutuamente. Em termos práticos, se fizermos uma carga elétrica (um elétron, por exemplo) oscilar numa região do espaço, teremos as condições para o surgimento de uma onda eletromagnética. A oscilação da carga fará aparecer um campo magnético variável, que induzirá um campo elétrico variável. Este, por sua vez, induzirá um campo magnético variável, e assim sucessivamente. Esses campos, gerando-se sequencial e alternadamente, constituiriam a onda eletromagnética, que se propagaria no espaço a partir do

local de oscilação da carga. A frequência de oscilação da carga corresponde à frequência comum de oscilação dos campos elétrico e magnético.

A hipótese de Maxwell é esquematizada na figura a seguir:



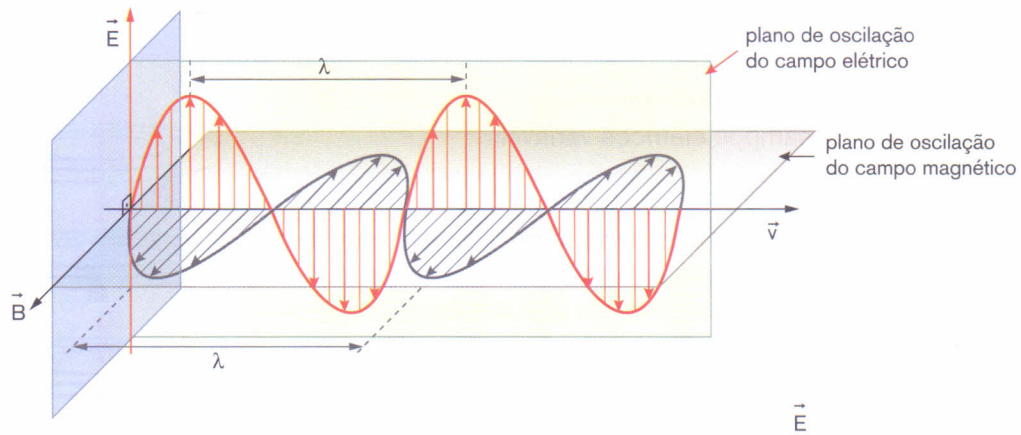
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

O campo elétrico variável $\vec{E}_1$ produz o campo magnético $\vec{B}_1$, também variável, que produz o campo elétrico $\vec{E}_2$, que produz o campo magnético variável $\vec{B}_2$, e assim por diante. Os vetores $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são sempre perpendiculares entre si.

A teoria desenvolvida por Maxwell estabeleceu que a sequência alternada dos campos elétricos e magnéticos configuravam um movimento ondulatório com todas as características das ondas de natureza mecânica: reflexão, interferência, difração, propagação em alguns meios materiais (água, vidro etc.) e, a grande novidade: **propagava-se no vazio, isto é, no vácuo**.

Outro detalhe é que essas ondas apresentavam o fenômeno da polarização, sendo, portanto, ondas do tipo transversal, e não longitudinais, como as ondas sonoras.

A figura a seguir mostra a forma de representar uma onda eletromagnética propagando-se no espaço.



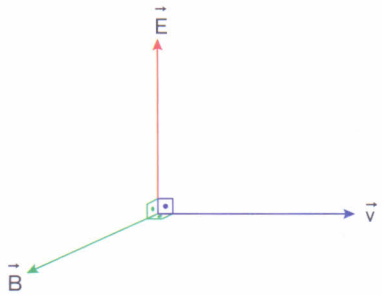
Na figura:

$\vec{E}$ é o vetor campo elétrico associado à onda;

$\vec{B}$ é o vetor campo magnético associado à onda;

$\vec{v}$ é o vetor velocidade de propagação da onda.

Os vetores são perpendiculares dois a dois. Uma representação simplificada deles é apresentada à direita.



Das equações que resultam do desenvolvimento matemático da teoria, Maxwell demonstrou que a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo **c** podia ser calculada por:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

em que:

- μ_0: permeabilidade magnética do vácuo, em unidades SI $\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T}{m \cdot A}\right)$
- ε_0: permissividade elétrica do vácuo, em unidades do SI $\left(\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot W^2}\right)$

Logo, $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{9 \cdot 10^{16}} = 3 \cdot 10^8$ m/s

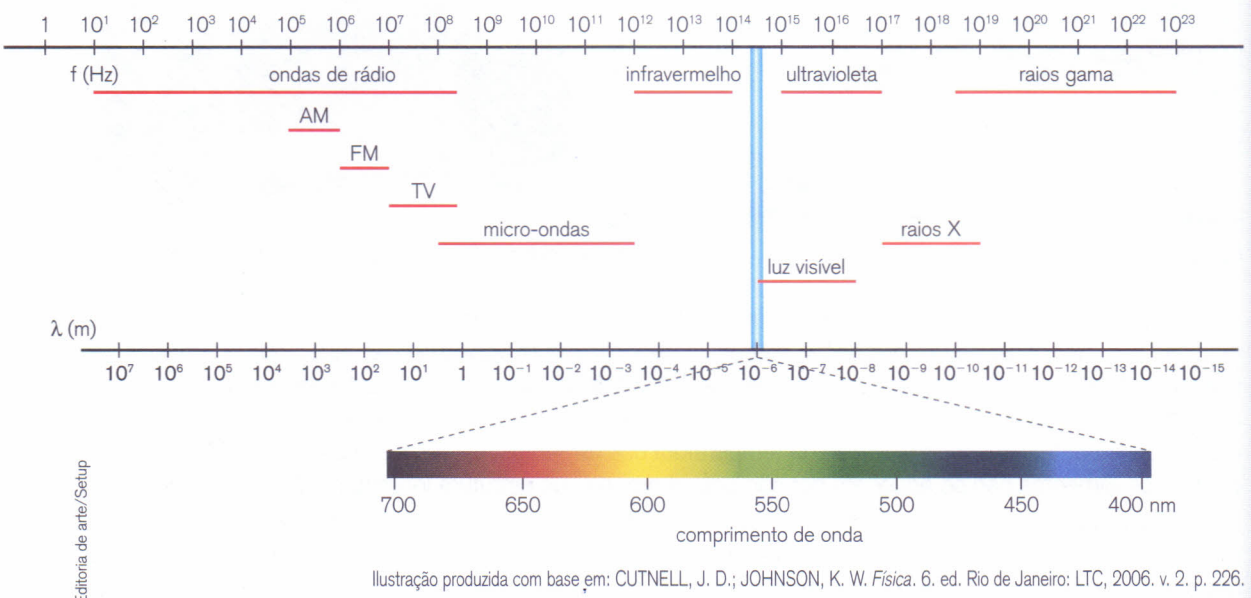
O valor da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas, encontrado teoricamente por Maxwell, era compatível com o valor medido para a velocidade de propagação da luz. Tal concordância levou Maxwell a identificar a luz como onda eletromagnética. Esse fato uniu a Óptica ao Eletromagnetismo.

Poucos anos após a morte de Maxwell, foi realizada a comprovação experimental da existência das ondas eletromagnéticas por Heinrich Hertz, que conseguiu emitir e captar ondas de rádio através de um circuito por ele desenvolvido. Hertz também comprovou para essas ondas as propriedades de reflexão, refração, interferência, difração, polarização e a velocidade de propagação.

Os diversos tipos de ondas eletromagnéticas diferem pela frequência de vibração da fonte que as emite. Vale para as ondas eletromagnéticas a equação fundamental da ondulatória $\lambda f = v$, em que **λ** é o comprimento de onda, **f** a frequência de oscilação da fonte emissora e dos campos elétrico e magnético associados, e **v** a velocidade de propagação da onda no meio considerado.

3. Espectro eletromagnético

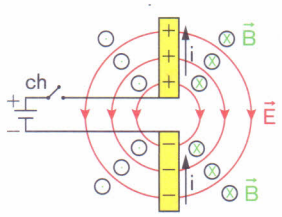
Os diversos tipos de ondas eletromagnéticas recebem diferentes nomes, conforme os intervalos de frequência ou de comprimento de onda, ou de como são produzidas. A classificação segundo a frequência é chamada **espectro eletromagnético**. Os intervalos não são bem definidos e frequentemente se superpõem, como podemos observar na tabela a seguir:



Editoria de arte/Setup

Ilustração produzida com base em: CUTNELL, J. D.; JOHNSON, K. W. *Física*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 2. p. 226.

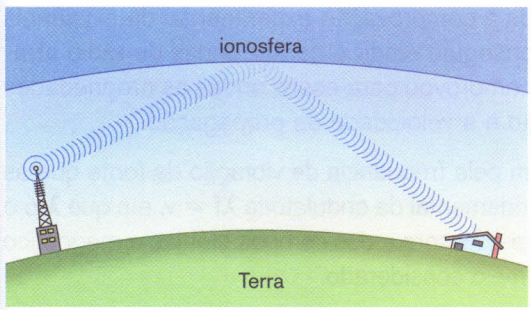
As ondas eletromagnéticas de maior comprimento de onda, como as ondas de rádio e TV, são emitidas pela oscilação de elétrons em antenas ligadas a circuitos, contendo capacitor e bobina, chamados circuitos oscilantes. Na figura ao lado temos uma antena emissora formada por duas hastes condutoras que se comportam como antena, ligadas por meio de uma chave nos terminais de uma fonte de voltagem.



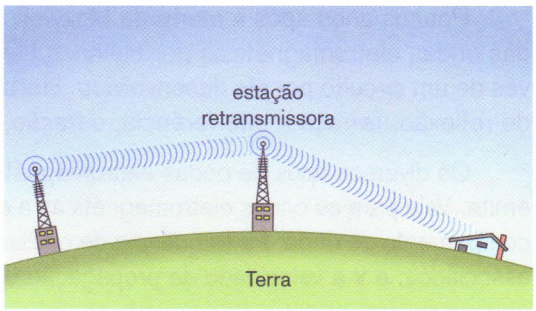
O liga-desliga da chave faz aparecer em torno da antena um campo elétrico $\vec{E}$, no plano da página, e um campo magnético $\vec{B}$, perpendicular ao plano da figura. Esses campos se propagam pelo espaço como ondas eletromagnéticas.

As ondas de rádio AM (amplitude modulada), cujo intervalo de frequência é da ordem de 10^4 Hz a 10^7 Hz, são utilizadas nas transmissões a longa distância, pois refletem-se na ionosfera (camada de íons localizada a uns 80 km de altitude), retornando ao solo.

As ondas de rádio FM (frequência modulada) e de TV são feitas em frequências superiores a $5 \cdot 10^7$ Hz e não são refletidas na ionosfera. Essas ondas necessitam de estações retransmissoras para serem captadas a longa distância.



Exemplo de transmissão de ondas de rádio AM.

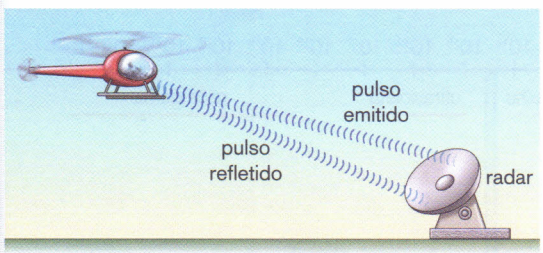


Exemplo de transmissão de ondas de rádio FM e TV, em que as emissões são ampliadas e retransmitidas.

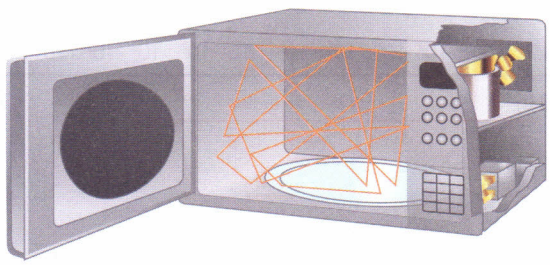
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

As micro-ondas, na faixa de frequência compreendida aproximadamente entre 10^8 Hz e 10^{11} Hz, correspondem a um tipo de onda de rádio de menor comprimento. São produzidas por equipamentos eletrônicos e têm aplicações em sistemas de radar para a localização de navios, aeronaves e veículos.

O radar emite pulsos de micro-ondas que refletem no objeto que se quer localizar e retornam, a seguir, para ele. O intervalo de tempo compreendido entre a emissão e a recepção dos pulsos permite determinar a posição do objeto.



Pulsos emitidos pelo radar.



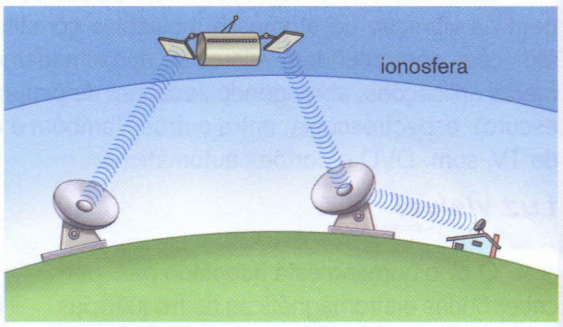
Pulsos emitidos pelo magnétron de um forno de micro-ondas.

Uma aplicação doméstica dessas ondas é o forno de micro-ondas. Dentro dele, as micro-ondas são emitidas por intermédio de um dispositivo eletrônico denominado **magnétron**. As micro-ondas emitidas pelo **magnétron** têm frequência próxima da frequência natural de vibração das moléculas de água. Isso facilita a absorção dessas ondas por alimentos que contêm água. As moléculas de água, ao absorver tais ondas, vibram mais intensamente, causando elevação da temperatura dos alimentos. Os recipientes de cerâmica e vidro que contêm os alimentos não se aquecem por não possuírem, na sua estrutura interna, moléculas de água.

A tela da porta do forno de micro-ondas colocada entre duas placas de vidro tem aberturas muito menores que o comprimento de onda da radiação de micro-ondas emitida pelo magnétron e muito maiores que o comprimento da onda da radiação visível (luz). Desse modo as micro-ondas não escapam pela

tela, mas os alimentos podem ser observados durante o preparo no interior do forno. Para maior segurança a porta do forno tem um dispositivo que impede seu funcionamento a menos que ele esteja fechado.

As micro-ondas de frequência superior à das ondas de rádio, entre 10^9 Hz e 10^{11} Hz, são produzidas por dispositivos eletrônicos e apresentam comprimento de onda entre 1 m e 1 mm. Por atravessarem a ionosfera, são amplamente utilizadas em comunicações a longa distância via satélite.



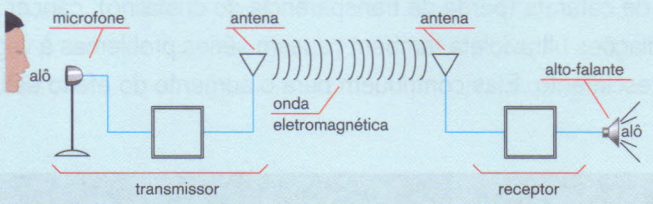
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A comunicação telefônica e a transmissão de TV a longa distância são feitas com o auxílio de satélites artificiais.

Saiba mais sobre...

MEIOS DE COMUNICAÇÃO

Quando uma carga elétrica é acelerada ou desacelerada ocorre a emissão de uma onda eletromagnética, composta de campos elétricos e magnéticos oscilantes que constantemente regeneram um ao outro. As ondas sonoras, de baixa frequência, são atenuadas no ar e percorrem distâncias muito pequenas. Já as ondas eletromagnéticas, de frequências mais altas, são capazes de percorrer grandes distâncias. Assim, para a transmissão/recepção radiofônica, a onda sonora é convertida em onda eletromagnética por um transmissor, recebida por um receptor e transformada novamente em onda sonora. Veja o diagrama:



As ondas eletromagnéticas propagam-se em linha reta. Como a Terra é esférica, quando uma onda de rádio é transmitida a longa distância, ela se afasta da Terra, e grande parte dela pode perder-se no espaço. Felizmente, na atmosfera terrestre, mais precisamente na ionosfera, ocorre a reflexão total das ondas de rádio. A ionosfera é a camada mais alta da atmosfera e, portanto, recebe diretamente toda a radiação solar, o que faz que essa camada se torne ionizada. Algumas de suas propriedades ficam alteradas, como o índice de refração, que passa a ser menor que nas camadas inferiores. É essa diminuição no índice de refração que permite a ocorrência de reflexão total das ondas. Ao atingir o solo, essas ondas sofrem nova reflexão, mas não total, pois parte delas é absorvida. Esse ciclo se repete de tal forma que a onda de rádio pode até dar a volta pela Terra.

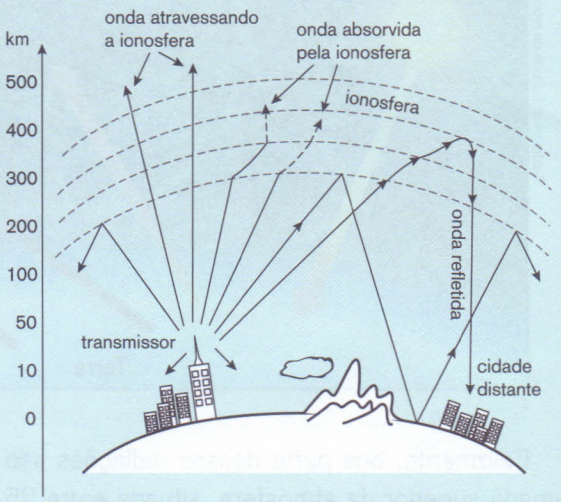
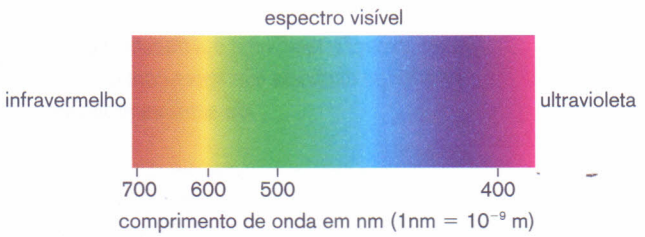


Ilustração produzida com base em: WRIGHT, M.; PATEL, M. *Como funciona – Scientific American*. Visor, 2000. p. 51.

Radiação infravermelha

As ondas eletromagnéticas conhecidas como radiação infravermelha ou radiação térmica têm origem na vibração de átomos e moléculas constituintes da matéria. Os intervalos de frequência dessas radiações compreendem valores de aproximadamente 10^{11} Hz a 10^{14} Hz. Esse tipo de radiação tem inúmeras aplicações, abrangendo secagem de pinturas, fisioterapia, fotografias com infravermelho (fotos no escuro), espectroscopia, entre outros. Também é usada nos dispositivos de controle remoto de aparelhos de TV, som, DVD e portões automáticos.

Luz visível

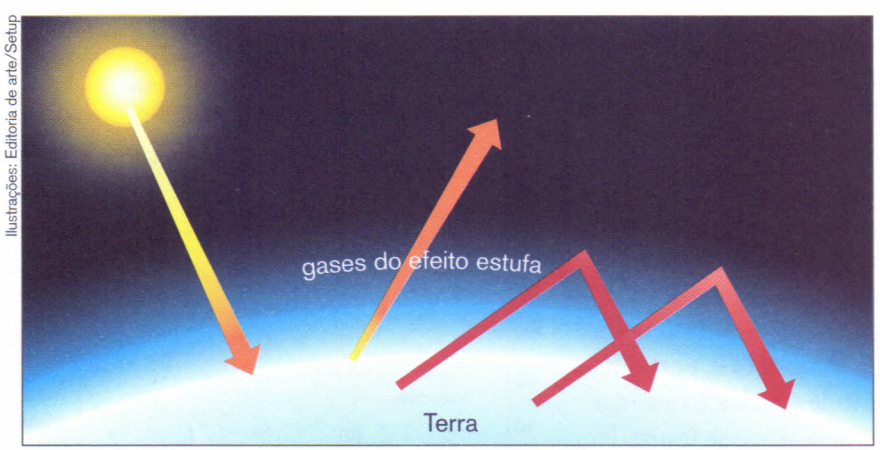


O olho humano está adaptado para perceber ondas eletromagnéticas de frequências compreendidas aproximadamente no intervalo de $7 \cdot 10^{14}$ Hz a $4 \cdot 10^{14}$ Hz. Esse intervalo corresponde ao espectro luminoso, a luz visível. A menor frequência causa a sensação do vermelho, e a maior, a do violeta. A maior sensibilidade do olho humano ocorre na frequência da cor amarela, cujo valor é aproximadamente $5{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

A geração de ondas na faixa visível do espectro ocorre quando elétrons da fonte emissora saltam dos níveis de maior energia para os de menor energia, situados nas camadas externas da eletrosfera do átomo.

Radiação ultravioleta

As ondas eletromagnéticas com frequências da ordem de 10^{15} Hz a 10^{17} Hz denominam-se **radiações ultravioleta**. O Sol é a principal fonte natural dessas radiações. Por transportar grande quantidade de energia, elas causam, em exposições prolongadas, efeitos danosos ao seres humanos, como maior incidência de catarata (perda de transparência do cristalino), câncer de pele, perda da elasticidade da pele. As radiações ultravioleta também causam sérios problemas à vegetação, principalmente na fotossíntese e no crescimento. Elas contribuem para o aumento do efeito estufa.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

As radiações ultravioleta contribuem para a formação do efeito estufa.

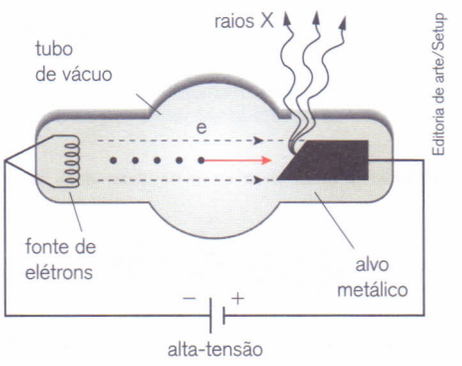
Felizmente, boa parte dessas radiações são absorvidas pelo ozônio existente na estratosfera (camada superior da atmosfera, situada entre 25 km e 30 km do solo), que converte sua energia em calor (radiação infravermelha). Por esse motivo, há grande preocupação com as emissões dos produtos químicos que pertencem à classe (CFC) – clorofluorcabono – os quais, permanecendo estáveis durante muito tempo (vários anos), provocam a destruição do ozônio, tornando mais delgada a espessura da faixa que o contém.

Pense e Responda

- Explique por que, assim como a luz, o raio *laser* não pode ser visto de "perfil".

Raios X e raios gama

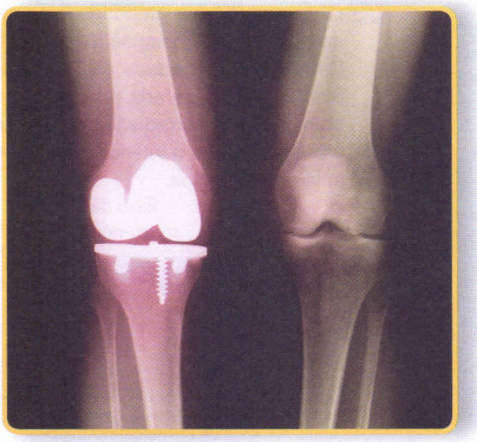
Os raios X são ondas eletromagnéticas de frequências compreendidas entre 10^{17} Hz e 10^{19} Hz, aproximadamente. São produzidos em tubos onde há vácuo, em que elétrons submetidos a uma alta-tensão são desacelerados ao atingir um alvo metálico.



Editoria de arte/Setup

Devido ao comprimento de onda reduzido, que varia de 10^{-12} m a 10^{-8} m, os raios X atravessam com facilidade determinados tecidos do corpo, enquanto ossos e certos tipos de tumores absorvem de maneira acentuada essas radiações. Os raios que ultrapassam o corpo sensibilizam uma chapa fotográfica que, revelada, mostra de maneira definida a região exposta.

Photodisc/Getty Images



Na radiografia, as regiões escuras correspondem aos materiais transparentes aos raios X (pele, tecidos), as regiões claras e sombreadas aos materiais translúcidos (ossos e tecidos conjuntivos fibrosos), e as regiões mais claras correspondem aos materiais opacos aos raios X (metais).

Na Medicina, além de serem usados em diagnóstico, os raios X são empregados no tratamento do câncer, uma vez que as células afetadas parecem ser mais sensíveis à radiação do que as células normais. Na indústria são utilizados para detectar pequenos defeitos em corpos metálicos.

As ondas eletromagnéticas de frequências superiores às do raios X recebem o nome de *raios gama*. Esses raios são emitidos pelos núcleos atômicos nas transformações radioativas naturais e nas reações nucleares. Esses raios, intensamente presentes nos reatores nucleares, não são facilmente absorvidos pela maioria das substâncias, mas, quando o são por seres vivos, produzem efeitos bastante danosos. Chumbo e concreto em espessuras adequadas são bons absorvedores de raios γ.

Aplicações

1 Uma onda eletromagnética, com frequência de 150 MHz, está se propagando no vácuo. Determine:

a) o comprimento da onda;

b) a frequência de oscilação do campo elétrico $\vec{E}$.

(Use: velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.)

Dado: $f = 150$ MHz $= 150 \cdot 10^6$ Hz

Resolução:

a) Aplicando a equação das ondas, temos:

$v = \lambda f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = \lambda \cdot 150 \cdot 10^6 \Rightarrow \lambda = 2$ m

b) Numa onda eletromagnética, os campos elétrico e magnético oscilam em fase e com a mesma frequência. Logo, a frequência de $\vec{B}$ é de 150 MHz.

2 Por que os circuitos oscilantes das estações de rádio operam em alta frequência?

Resolução:

Quanto maior a frequência, menor o comprimento de onda e, também, maior a dificuldade de absorção da onda pelo meio.

Outro fator importante está no fato de que nessas frequências é mais difícil ocorrer interferências por frequências mais baixas, como as produzidas por fios de alta-tensão e de outros equipamentos elétricos.

Atividades

1 Quais são os dois modos diferentes de criar um campo elétrico numa determinada região do espaço?

2 Explique, de forma simplificada, como se produz uma onda eletromagnética?

3 *(Enem-MEC)* Os níveis de irradiância ultravioleta efetiva (IUV) indicam o risco de exposição ao Sol para pessoas de pele do tipo II – pele de pigmentação clara. O tempo de exposição (TES) corresponde ao tempo de exposição aos raios solares sem que ocorram queimaduras de pele. A tabela mostra a correlação entre riscos de exposição, IUV e TES.

Risco de Exposição	IUV	TES (em minutos)
baixo	0 a 2	máximo 60
médio	3 a 5	30 a 60
alto	6 a 8	20 a 30
extremo	acima de 8	máximo 20

Uma das maneiras de se proteger contra queimaduras provocadas pela radiação ultravioleta é o uso dos cremes protetores solares, cujo fator de proteção solar (FPS) é calculado da seguinte maneira:

$$FPS = \frac{TPP}{TPD}$$

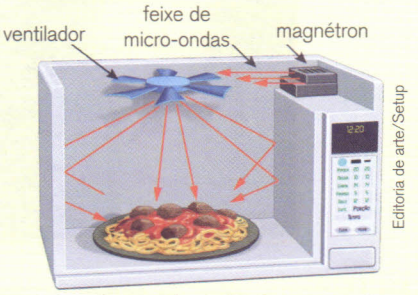
TPP = tempo de exposição mínima para produção de vermelhidão na pele protegida (em minutos)

TPD = tempo de exposição mínima para a produção de vermelhidão na pele desprotegida (em minutos)

O FPS mínimo que uma pessoa de pele tipo II necessita para evitar queimaduras ao se expor ao Sol, considerando TPP o intervalo das 12:00 às 14:00, num dia em que a irradiância efetiva é maior que 8, de acordo com o dados fornecidos é:

a) 5 b) 6 c) 8 d) 10 e) 20

4 *(Cesumar-PR)* No interior do forno de micro-ondas, uma onda eletromagnética com frequência de 2450 MHz (velocidade de propagação próxima a $3 \cdot 10^8$ m/s) é gerada por um dispositivo chamado magnétron e irradiada por uma antena metálica (ventilador) para o interior do compartimento onde estão os alimentos.



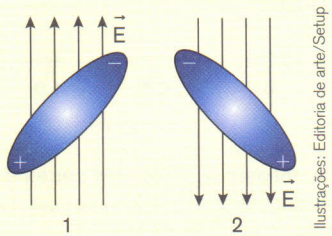
Editoria de arte/Setup

O forno de micro-ondas não fornece calor aos alimentos. Ele atua exclusivamente sobre as moléculas de água contidas neles. Como as moléculas de água têm uma carga elétrica diferente em seus polos, giram com a polaridade variável (direção) do campo elétrico. A fricção entre as moléculas giratórias produz calor e é assim que se dá o cozimento dos alimentos.

Analise as afirmativas que seguem:

I. Quanto maior for o movimento giratório das moléculas de água, maior será a temperatura do alimento que está sendo cozido, uma vez que temperatura nada mais é que a medida indireta da energia térmica molecular.

II. A força que segue representa duas moléculas de água que são submetidas ao campo elétrico $\vec{E}$. Nessas condições, pode-se afirmar que a molécula 1 girará no sentido horário enquanto a molécula 2 girará no sentido anti-horário.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

III. Se cada molécula de água, devido à ação das ondas eletromagnéticas, receber 150 J de energia cinética, pode-se afirmar que a temperatura da molécula sofre um aumento de aproximadamente 12 °C. (R = 8,31 J/mol · k);

IV. O comprimento de onda das micro-ondas mencionadas no texto é de aproximadamente 0,12 m.

Então, pode-se afirmar que:

a) somente a I, a III e a IV estão corretas.
b) somente a I, a II e a IV estão corretas.
c) somente a IV está incorreta.
d) somente a II e a III estão incorretas.
e) todas estão corretas.

5 *(UFSC)* Um curioso estudante de Ciências utiliza-se de um *site* de busca da internet para pesquisar o princípio de funcionamento de cada um dos aparelhos ou utilitários listados na coluna *A* da tabela a seguir.

Estabeleça as relações verdadeiras entre os aparelhos da coluna *A* e os princípios predominantes de funcionamento da coluna *B*.

Coluna A	Coluna B
Aparelhos ou utilitários	Princípios de funcionamento ou lei física
(a) Aparelho de micro-ondas	(I) Máquina térmica
(b) Gerador elétrico	(II) Indução eletromagnética
(c) Geladeira	(III) Propagação do calor
(d) Motor de combustão	(IV) Ondas eletromagnéticas
(e) Garrafa térmica	(V) Expansão de um gás
	(VI) Refração da luz

Assinale a(s) proposição(ões) que apresenta(m) apenas relações verdadeiras.

01) a – IV, b – II, c – V
02) a – V, b – III, c – IV
04) c – VI, d – IV, e – V
08) c – V, d – I, e – III
16) a – V, c – VI, e – II

6 *(FGV-SP)* Quando uma onda eletromagnética se propaga em um meio material, alguns fatores devem ser levados em conta.

Analise-os.

I. No vácuo, a luz vermelha e a verde apresentam mesma velocidade; porém, na água, suas velocidades ficam diferentes.

II. A direção de propagação das ondas eletromagnéticas é transversal à direção da vibração da fonte que as produz, independentemente do meio que essas ondas atravessam.

III. Nos meios materiais, desde que uma onda eletromagnética possa se propagar, a velocidade de propagação depende da frequência.

É correto o contido em:

a) I, apenas.
b) II, apenas.
c) I e III, apenas.
d) II e III, apenas.
e) I, II e III.

Mais Atividades

1 *(Unifesp-SP)* "Cientistas descobriram que a exposição das células humanas endoteliais à radiação dos telefones celulares pode afetar a rede de proteção do cérebro. As micro-ondas emitidas pelos celulares deflagram mudanças na estrutura da proteína dessas células, permitindo a entrada de toxinas no cérebro." (*Folha de S.Paulo*, 25.7.2002)

As micro-ondas geradas pelos telefones celulares são ondas de mesma natureza que a:

a) do som, mas de menor frequência.
b) da luz, mas de menor frequência.
c) do som, e de mesma frequência.
d) da luz, mas de maior frequência.
e) do som, mas de maior frequência.

No teste a seguir a resposta é dada pela soma dos números que identificam as alternativas corretas.

2 *(UFBA)* Tratando-se das ondas eletromagnéticas, é correto afirmar:

(01) Um circuito percorrido por uma corrente alternada pode gerar ondas eletromagnéticas.

(02) A lei de Snell-Descartes pode ser confirmada a partir da incidência da radiação eletromagnética visível, em um dióptro plano.

(04) A energia transportada por um fóton de radiação eletromagnética de comprimento de onda igual a λ é maior que a transportada pelo fóton de radiação eletromagnética de comprimento de onda igual a $\frac{\lambda}{2}$.

(08) Os campos elétrico e magnético interatuantes, nos raios *X*, oscilam em planos paralelos à direção de propagação da radiação.

(16) O fenômeno da polarização evidencia que a luz é constituída por ondas transversais.

3 Nos aeroportos, os raios *X* são utilizados para a detecção de armas dentro de malas. Explique como isso ocorre.

4 *(Fuvest-SP)* Um forno de micro-ondas é projetado para, mediante um processo de ressonância, transferir energia para os alimentos que necessitamos aquecer ou cozer. Nesse processo de ressonância, as moléculas de água do alimento começam a vibrar, produzindo o calor necessário para o cozimento ou aquecimento. A frequência das ondas produzidas pelo forno é da ordem de $2{,}45 \cdot 10^9$ Hz, que é igual à frequência própria de vibração da molécula de água.

a) Qual é o comprimento das ondas do forno?

b) Por que os fabricantes de fornos de micro-ondas aconselham os usuários a não utilizarem invólucros metálicos para envolver os alimentos?

5 *(Unisinos-RS)* Em 1895, Roentgen descobriu os raios X. Desde então, sua utilização, especialmente em diagnose médica, tem sido intensa. A respeito dos raios X, afirma-se que:

I. são ondas eletromagnéticas.

II. se propagam, no vácuo, com velocidade igual à luz.

III. sua frequência é maior do que a frequência da luz.

Das afirmativas:

a) somente I é correta.

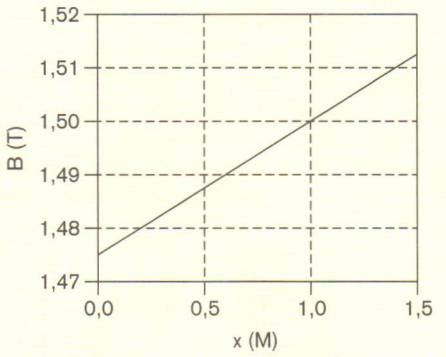
b) somente II é correta.

c) apenas I e II são corretas.

d) apenas I e III são corretas.

e) I, II e III são corretas.

6 *(Unicamp-SP)* O diagnóstico precoce de doenças graves, como o câncer, aumenta de maneira significativa a chance de cura ou controle de doença. A tomografia de Ressonância Magnética Nuclear é uma técnica de diagnóstico médico que utiliza imagens obtidas a partir da absorção de radiofrequência pelos prótons do hidrogênio submetidos a um campo magnético. A condição necessária para que a absorção ocorra, chamada condição de ressonância, é dada pela equação $f = \gamma B$, sendo **f** a frequência da radiação, **B** o campo magnético na posição do próton, e $\gamma \simeq 42$ MHz/T.



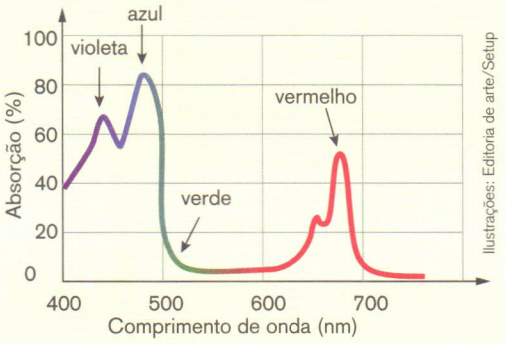
Para se mapearem diferentes partes do corpo, o campo magnético aplicado varia com a posição ao longo do corpo do paciente.

a) Observa-se que a radiação de frequência igual a 63 MHz é absorvida quando um paciente é submetido a um campo magnético que varia conforme o gráfico acima. Em que posição *x* do corpo do paciente esta absorção ocorre?

b) O comprimento de onda é a distância percorrida pela onda durante o tempo de um período. O período é igual ao inverso da frequência da onda. Qual é o comprimento de onda da radiofrequência de 63 MHz no ar, sabendo-se que sua velocidade é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s?

7 *(UFRN)* A coloração das folhas das plantas é determinada, principalmente, pelas clorofilas *a* e *b* – nelas presentes –, que são dois dos principais pigmentos responsáveis pela absorção da luz necessária para a realização da fotossíntese.

O gráfico a seguir mostra o espectro conjunto de absorção das clorofilas *a* e *b* em função do comprimento de onda da radiação solar visível.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, para realizar a fotossíntese, as clorofilas absorvem, predominantemente,

a) o violeta, o azul e o vermelho, e refletem o verde.

b) o verde, e refletem o violeta, o azul e o vermelho.

c) o azul, o verde e o vermelho, e refletem o violeta.

d) o violeta, e refletem o verde, o vermelho e o azul.

Nasa/ESA/STScI/SPL/Latinstock

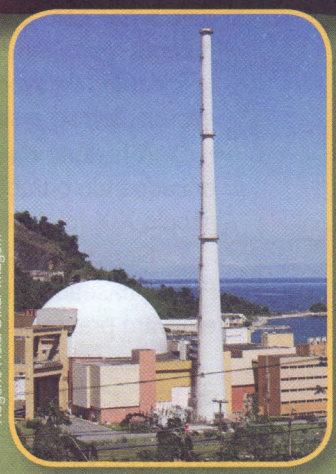
UNIDADE XIV

Física Moderna

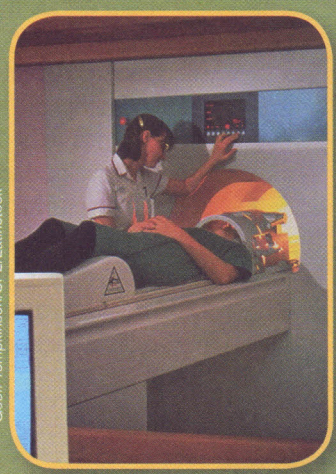
Quando tratamos do muito grande e do muito pequeno, a realidade pode ser bem diferente do que nossos olhos veem. A compreensão desses universos – o micro, o macro – foi concretizada com segmentos da Física que se desenvolveram a partir do século XX, comumente designados de Física Moderna.

Por exemplo, os anéis no sistema das duas galáxias *B19381 666* e o correto posicionamento dos satélites GPS só puderam ser adequadamente descritos pela teoria da Relatividade Geral.

Outros fenômenos como a simples emissão de radiação de um corpo aquecido como o controle sobre o processo da fissão nuclear, para a produção de eletricidade pelas usinas nucleares, só tornou-se viável com os resultados da Física Quântica. Desta também resultou a tomografia computadorizada tornou possível obter uma imagem de raios *X* de partes do corpo humano com grande precisão e os dispositivos de carga acoplada (CCD, iniciais da expressão em inglês), usados em câmaras digitais, instrumentos médicos, satélites, entre outros, funcionam com base no efeito fotoelétrico.



Rogério Reis/Olhar Imagem



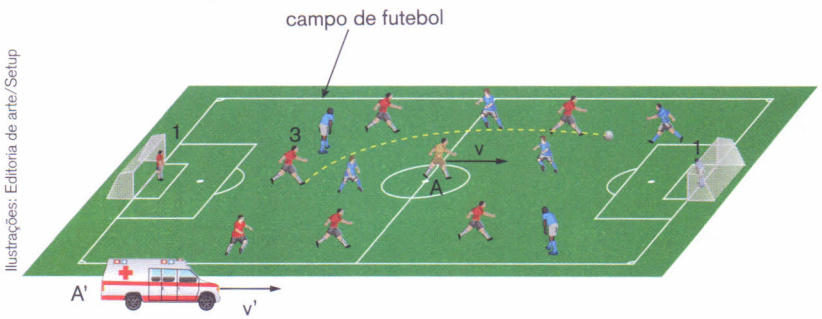
Geoff Tompkinson/SPL/Latinstock

CAPÍTULO 44 – TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

1. De ciência esgotada a uma nova Física

Observe a figura e imagine a seguinte situação: o jogador nº 3 chuta a bola. Esta é observada pelo goleiro nº 1, que está em repouso, pelo árbitro *A*, que está correndo com velocidade **v**, e pelo médico, que está na ambulância *A'*, deslocando-se paralelamente ao campo com velocidade **v'**.

O evento é simultâneo para os três observadores?



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

De acordo com Newton, o tempo é absoluto e, portanto, a simultaneidade independe do referencial. Mas, para saber se um acontecimento vem ou não depois de outro, precisamos receber alguma informação sobre eles, que vem na forma de sinais. Poderia ser um sinal acústico, por exemplo, que demoraria certo tempo para chegar às nossas orelhas; neste caso, é provável até que os personagens do jogo de futebol tivessem opiniões divergentes a respeito da simultaneidade. No entanto, os sinais luminosos chegam a nós com a velocidade da luz. No nosso dia a dia parece que ela é instantânea, como já se pensou durante muito tempo, mas não é assim; a determinação dessa velocidade foi muito importante para uma fascinante reviravolta na história da Física, a Teoria da Relatividade que tornou "relativos" os conceitos de espaço, tempo e simultaneidade, os quais vamos estudar agora.

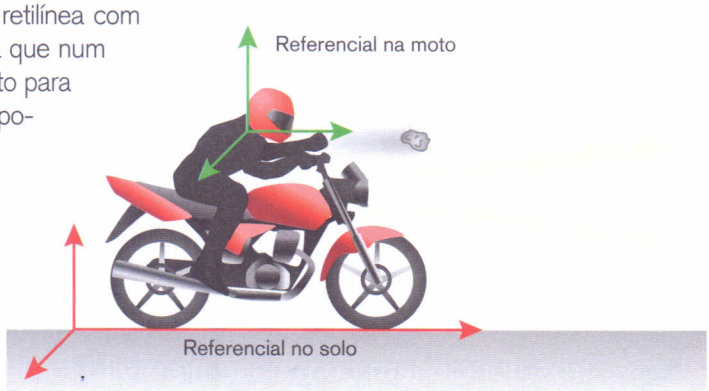
A história da ciência não tem demarcações precisas, uma vez que uma descoberta leva a outra, encadeando o trabalho de inúmeros pesquisadores ao longo do tempo. Mas pode-se dizer que o final do século XIX foi decisivo para as mudanças que ocorreram.

Nessa época, a maioria dos cientistas acreditava que os principais conceitos e a estrutura teórica da Física, baseada na mecânica de Newton, no eletromagnetismo de Maxwell e nas leis da termodinâmica, estavam praticamente prontos.

Para a comunidade científica da época quase nada havia a fazer, a não ser melhorar as condições de aplicação das leis já estabelecidas em poucos problemas que ainda estavam sem solução. Um desses problemas referia-se a invariância da velocidade da luz no vácuo, cujo valor é de aproximadamente 300 000 000 m/s, com relação à velocidade da fonte emissora ou do sistema de referência.

Para discutirmos esse problema, considere um motociclista percorrendo um trecho de estrada retilínea com velocidade constante de 20 m/s. Suponha que num dado momento ele lance um pequeno objeto para frente com 5 m/s. De acordo com a composição das velocidades da Física Clássica, o objeto teria velocidade de 25 m/s (20 m/s + 5 m/s) em relação a estrada.

Mas qual seria a velocidade do feixe de luz se, durante o trajeto o motociclista acender o farol de sua moto?



De acordo com a Física Clássica, a velocidade do feixe de luz seria 300 000 020 m/s (300 000 000 m/s + 20 m/s). Entretanto essa conclusão não é correta, medidas realizadas com instrumentos adequados indicam que, qualquer que seja a velocidade da moto que transporta a fonte de luz, a velocidade da luz do feixe é sempre constante e igual a 300 000 000 m/s tanto em relação ao solo como em relação a moto.

A invariância da velocidade da luz em todos os sistemas de referência, conduziram Einstein a uma transformação profunda nos pressupostos em que se baseava a Física Clássica. Assim nasceu a Relatividade.

2. Postulados da Teoria da Relatividade Restrita

Em junho de 1905, a revista científica alemã *Annalen der Physik* (Anais da Física) publicou o trabalho científico de Einstein com o título *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*. O conteúdo desse trabalho ficou célebre como Teoria da Relatividade Restrita ou Especial, que propunha a solução para as contradições entre a Mecânica Clássica e o Eletromagnetismo.

Essa teoria teve origem na tentativa de explicar um resultado experimental que conflitava com os resultados previstos pela Física Clássica. Einstein propôs uma reformulação no conceito de espaço e tempo e estabeleceu dois postulados que são considerados os pilares da teoria da relatividade restrita.

1º Postulado

As leis da Física são as mesmas para observadores em quaisquer sistemas de referência inerciais.

2º Postulado

A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor, $c \approx 300\,000$ km/s, independentemente do movimento da fonte ou do sistema de referência do observador.

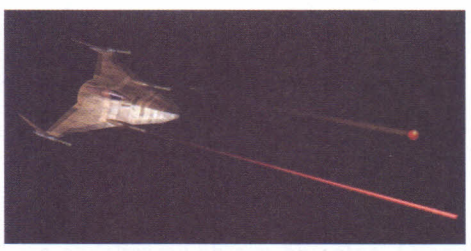
Estamos acostumados ao conceito clássico de velocidade como a razão entre o espaço percorrido e o tempo gasto nesse percurso, ou seja, espaço e tempo são, no conceito clássico, grandezas independentes. No entanto, para que a velocidade das ondas eletromagnéticas seja constante em qualquer referencial usado, a ideia clássica da independência entre o espaço e o tempo deve ser abandonada. Einstein considera espaço e tempo grandezas ligadas entre si.

Para nós, a natureza está longe de ser plenamente compreendida. Estamos acostumados com a Física do "senso comum", da "percepção intuitiva".

Entretanto, se a velocidade dos corpos forem muito menores do que a velocidade da luz no vácuo, a Teoria da Relatividade fornece as mesmas previsões que a Física Clássica.

Aplicação

Considere um avião munido de um canhão com mira de *laser*, voando com velocidade constante 1 000 m/s. O canhão dispara um projétil com velocidade 2 000 m/s no mesmo sentido do movimento do avião e a mira dispara um raio de luz *laser* com velocidade $3 \cdot 10^8$ m/s. Após o disparo, qual é a velocidade do projétil e a do raio *laser*, ambas em relação ao solo?



Editoria de arte/Setup

Resolução:

Sejam $v_A = 1\,000$ m/s; $v_P = 2\,000$ m/s e $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

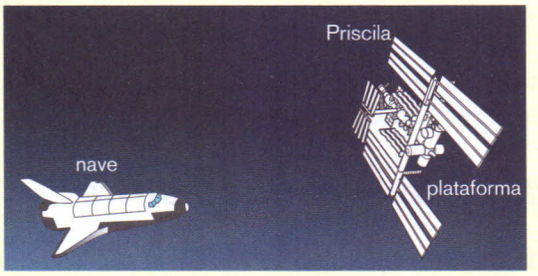
*De acordo com a composição de velocidade **v** do projétil em relação ao solo:*

$v = v_A + v_P \Rightarrow v = 1\,000 + 2\,000 \Rightarrow v = 3\,000$ m/s

No caso da luz laser, *de acordo com o 2º postulado, ela permanece constante e igual a $3 \cdot 10^8$ m/s, independentemente da velocidade do avião.*

Atividades

1 *(UFMG)* Observe esta figura.



Paulo Sérgio, viajando em sua nave, aproxima-se de uma plataforma espacial, com velocidade de 0,7c, em que **c** é a velocidade da luz. Para se comunicar com Paulo Sérgio, Priscila, que está na plataforma, envia um pulso luminoso em direção à nave. Com base nessas informações, é **correto** afirmar que a velocidade do pulso medida por Paulo Sérgio é de:

a) 0,7 c b) 1,0 c c) 0,3 c d) 1,7 c

2 *(UFMG)* Suponha que, no futuro, uma base avançada seja construída em Marte. Suponha, também, que uma nave espacial está viajando em direção à Terra, com velocidade constante igual à metade da velocidade da luz. Quando essa nave passa por Marte, dois sinais de rádio são emitidos em direção à Terra – um pela base e outro pela nave. Ambos são refletidos pela Terra e, posteriormente, detectados na base em Marte. Sejam t_B e t_N os intervalos de tempo total de viagem dos sinais emitidos, respectivamente, pela base e pela nave, desde a emissão até a detecção de cada um deles pela base em Marte. Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que:

a) $t_N = \frac{1}{2} t_B$ c) $t_N = \frac{5}{6} t_B$

b) $t_N = \frac{2}{3} t_B$ d) $t_N = t_B$

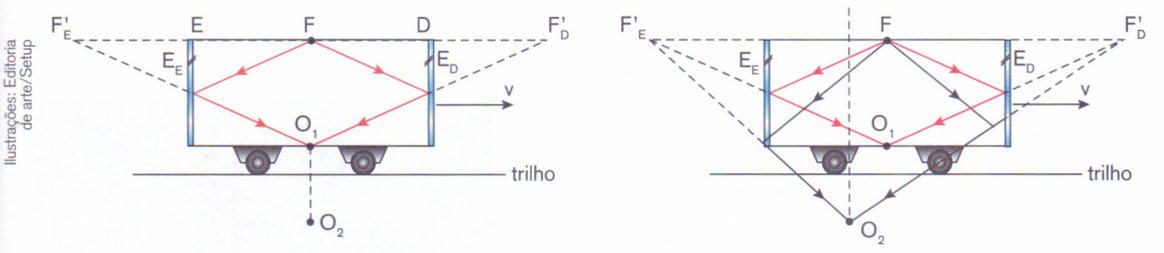
3. Tempo e espaço relativos

Simultaneidade

O conceito tradicional de simultaneidade estabelece que dois eventos são simultâneos quando são percebidos ou observados ao mesmo tempo.

Einstein refutou o conceito de tempo absoluto afirmando que a medida do tempo terá resultados diferentes se utilizarmos referenciais distintos. Consequentemente, eventos que são considerados simultâneos num dado referencial não são simultâneos quando observados em outro.

O exemplo a seguir deve esclarecer a questão. Uma fonte de luz F está presa no meio do teto de um vagão de trem aberto lateralmente que se desloca com velocidade **v** para a direita, em relação aos trilhos. Cobrindo os lados internos das paredes direita e esquerda, estão fixados espelhos planos verticais E_D e E_E. Um observador O_1 encontra-se em repouso no meio do piso do vagão. No solo, outro observador O_2 também está em repouso, mas em relação aos trilhos. A luz emitida pela fonte F, após refletir-se nos espelhos E_D e E_E, dirige-se para os observadores O_1 e O_2.

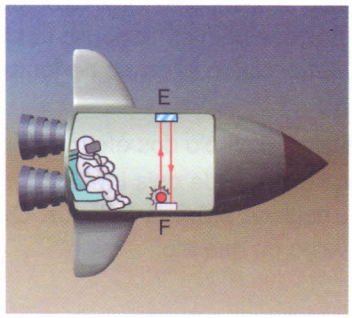


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Por causa do deslocamento do vagão com velocidade **v** para a direita, o raio de luz refletido em E_E atinge O_2 antes do raio de luz refletido em E_D. Por isso, a percepção dessas reflexões não são simultâneas para O_2, ao contrário do que ocorre para O_1. Claro que, se $v << c$, pode-se considerar que O_1 e O_2 percebem as reflexões da luz nos espelhos no mesmo instante, concordando com Newton. Caso **v** seja próxima de **c**, fica evidente a não simultaneidade, de acordo com Einstein.

Dilatação do tempo

Vamos considerar uma nave espacial que se move, com velocidade **v**, entre duas estações espaciais. As estações possuem relógios sincronizados entre si. Um tripulante, que se encontra dentro da nave, acerta o seu relógio com o da estação espacial e se surpreende ao verificar que, chegando à outra estação, seu relógio está atrasado. Para explicar esse atraso, consideremos agora que dentro da nave se encontre, além do tripulante, uma fonte de luz *F* e um espelho *E* fixado no teto.



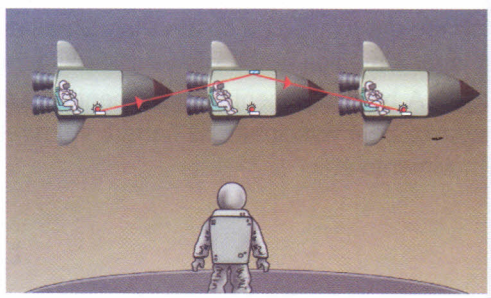
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Tripulante de uma nave medindo o tempo de percurso de um sinal (vermelho).

O tripulante da nave usa o seu relógio para medir o intervalo de tempo Δt_0 que um sinal luminoso leva para ir e voltar à fonte, percorrendo uma trajetória vertical.

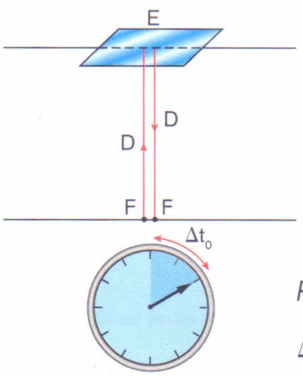
Para um observador que se encontre na estação espacial, o mesmo sinal luminoso descreve uma trajetória diagonal, num intervalo de tempo Δt medido pelo relógio da estação.

De acordo com o segundo postulado da relatividade especial, a luz se propaga com a mesma velocidade **c**, tanto para os tripulantes da nave como para o observador que se encontra na estação espacial. A maior distância percorrida pela luz no deslocamento da nave é compensada pela dilatação do tempo, que passa mais lentamente para o tripulante da nave.



Observador na estação espacial mede o tempo de percurso do sinal.

Com a fórmula da velocidade $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, podemos calcular os intervalos de tempo para a luz ir da fonte até o espelho e retornar à fonte.

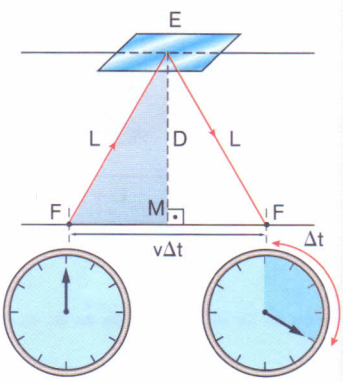


Relógio do tripulante na nave:

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c} \Rightarrow D = \frac{c\Delta t_0}{2}$$

Relógio da estação espacial:

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \Rightarrow L = \frac{c\Delta t}{2}$$



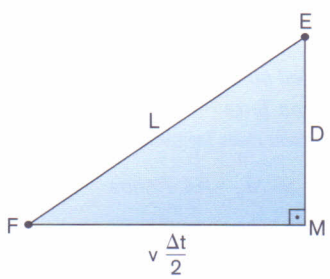
Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo FEM, e substituindo as distâncias pelos produtos velocidade x tempo, temos:

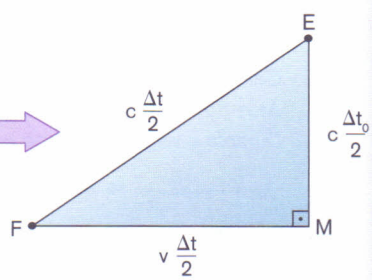
$$\frac{c^2\Delta t^2}{4} = \frac{c^2\Delta t_0^2}{4} + \frac{v^2\Delta t^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^2\Delta t^2 - v^2\Delta t^2 = c^2\Delta t_0^2$$

$$c^2\Delta t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = c^2\Delta t_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t^2\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right] = \Delta t_0^2$$





$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

O intervalo de tempo Δt_0, transcorrido entre dois eventos que ocorrem em um mesmo lugar, e medido por um único relógio em repouso nesse mesmo lugar, é denominado **intervalo de tempo próprio**, e é sempre *menor* que o intervalo de tempo Δt medido em qualquer outro sistema de referência.

$\Delta t_0 < \Delta t$

Um clássico exemplo dos efeitos da dilatação dos tempos é o "paradoxo dos gêmeos".

Suponha que um de dois irmãos gêmeos embarque numa espaçonave para fazer uma longa viagem, com velocidade próxima à da luz. Quando retornar, seu irmão gêmeo, que permaneceu na Terra, estará mais velho do que ele.

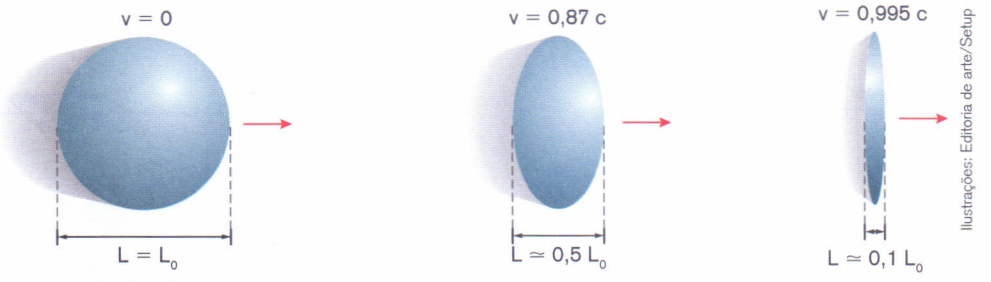
Contração do comprimento

A teoria da relatividade especial estabelece que o comprimento de uma barra depende da sua velocidade em relação ao observador. Uma barra se contrai no sentido do movimento, tornando-se cada vez menor à medida que a sua velocidade aumenta em relação ao observador.

A barra apresenta comprimento máximo L_0, denominado **comprimento próprio**, quando em repouso. Se a velocidade da barra é **v** em relação ao observador, o comprimento **L** da barra na direção do movimento é:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Aumentando-se a velocidade relativa **v** do corpo, aumenta a contração exclusivamente na direção do movimento.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Aplicações

1 José e Pedro são irmãos gêmeos. Há 25 anos, José partiu para uma missão espacial a bordo de uma astronave, viajando a uma velocidade de 200 000 km/s. Quando retornou à Terra, encontrou Pedro com 85 anos de idade. Qual a idade real de José ao retornar à Terra?

Resolução:

Cálculo do tempo em que José permaneceu no espaço:

$\Delta t = 85 - 25 \Rightarrow \Delta t = 60$ anos, medidos na Terra

Durante a viagem, o tempo para José passou mais lentamente:

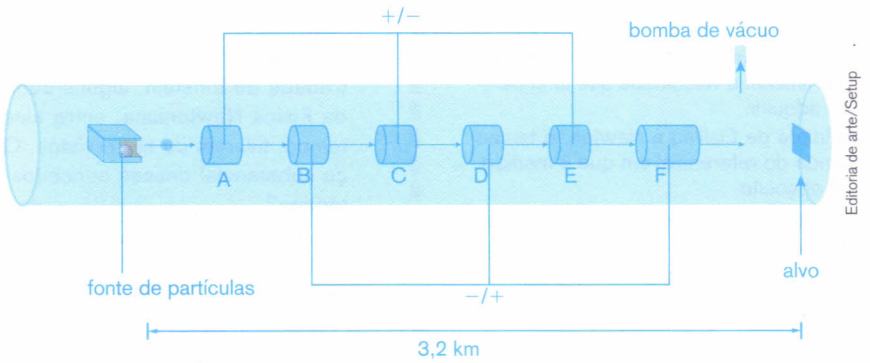
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 60 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{200\,000^2}{300\,000^2}}} \Rightarrow \Delta t_0 = 44{,}7 \text{ anos}$$

Portanto, a idade de José é dada pelo tempo que ele permanece na Terra mais o tempo de duração da viagem:
25 anos + 44,7 anos = 69,7 anos.

2 Num acelerador de partículas, elétrons com velocidade v = 0,999975 c percorrem um trecho de um tubo de 3,2 km de comprimento. Para os elétrons, qual é o comprimento desse trecho de tubo?

Resolução:

Dados: $L_0 = 3{,}2 \text{ km} = 3{,}2 \cdot 10^3 \text{ m}$; $v = 0{,}999975\ c$



Acelerador de partículas.

Utilizando a equação da contração do comprimento, temos:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow L = 3{,}2 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}999975\ c}{c}\right)^2} \Rightarrow L \simeq 22{,}63\ m$$

Atividades

1 *(UERN)* Com o advento da teoria da relatividade especial (TRE), alguns conceitos que estavam arraigados em nossa mente (senso comum) pareceram agora fragilizados. Muitas vezes não é fácil para nós aceitarmos, de imediato, que alguma mudança na nossa forma de encarar a natureza precisa ser efetivada. Um desses conceitos que a TRE nos propõe é a noção de medida de comprimento. A esse respeito nos diz a relatividade especial:

a) Quando um corpo se move com velocidade **v** relativa ao observador, o seu comprimento contrai-se nas direções perpendiculares ao movimento.

b) O comprimento de um corpo é máximo quando medido por um observador em movimento em relação a ele. Essa medida é dita comprimento relativo.

c) Na verdade, o comprimento de um corpo só é afetado nas suas dimensões paralelas ao movimento e esse fato independe de o observador estar ou não em repouso relativamente ao corpo.

d) O comprimento de um corpo é máximo quando medido em repouso em relação ao observador. Nesse caso, chamamos essa medida comprimento próprio.

e) As medidas de comprimento de um corpo feitas por um observador em repouso ou em movimento relativo a esse corpo são sempre as mesmas. O que ocorre é que, em virtude da distância entre o observador e o objeto, pode-se ter a sensação de diminuição no comprimento.

2 *(UFRN)* Nos dias atuais, há um sistema de navegação de alta precisão que depende de satélites artificiais em órbita em torno da Terra. Para que não haja erros significativos nas posições fornecidas a esses satélites, é necessário corrigir relativisticamente o intervalo de tempo medido pelo relógio a bordo de cada um desses satélites.

A teoria da relatividade especial prevê que, se não for feito esse tipo de correção, um relógio a bordo não marcará o mesmo intervalo de tempo que outro relógio *em repouso* na superfície da Terra, mesmo sabendo-se que ambos os relógios estão sempre em perfeitas condições de funcionamento e foram sincronizados antes de o satélite ser lançado.

Se não for feita a correção relativística para o tempo medido pelo relógio de bordo:

a) ele se adiantará em relação ao relógio em terra enquanto ele for acelerado em relação à Terra.

b) ele ficará cada vez mais adiantado em relação ao relógio em terra.

c) ele se atrasará em relação ao relógio em terra durante metade de sua órbita e se adiantará durante a outra metade da órbita.

d) ele ficará cada vez mais atrasado em relação ao relógio em terra.

Leia o texto a seguir para responder às questões 3 e 4.

Texto

A relatividade proposta por Galileu e Newton na Física Clássica é reinterpretada pela Teoria da Relatividade Restrita, proposta por Albert Einstein (1879-1955) em 1905, que é revolucionária porque mudou as ideias sobre o espaço e o tempo, uma vez que a anterior era aplicada somente a referenciais inerciais. Em 1915, Einstein propôs a Teoria Geral da Relatividade válida para todos os referenciais (inerciais e não inerciais).

3 *(UEPB)* Acerca do assunto tratado no texto acima, podemos afirmar:

I. a Teoria da Relatividade afirma que a velocidade da luz não depende do sistema de referência.

II. Para a Teoria da Relatividade, quando o espaço dilata, o tempo contrai, enquanto que, para a física newtoniana, o espaço e o tempo sempre se mantêm absolutos.

Influência na quantidade de movimento

Como decorrência da variação da massa, tem-se a variação no módulo da quantidade de movimento **Q**.

$$Q = mv \Rightarrow Q = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Também na relatividade é válido o princípio da conservação da quantidade de movimento para sistemas isolados de forças externas.

Nos aceleradores de partículas utilizados em experimentos sobre pesquisas da estrutura da matéria e sobre o átomo e seu núcleo, os físicos verificam frequentemente a limitação da velocidade e a necessidade do emprego da quantidade de movimento relativística para justificar os resultados experimentais.

5. Equivalência entre massa e energia

Provavelmente a fórmula mais famosa de toda a Física seja aquela que Einstein utilizou para evidenciar a equivalência entre massa **m** e energia **E**. Certamente você já deve ter visto a fotografia de Einstein com a fórmula:

$$E = mc^2$$

que representa a energia total relativística de um corpo em movimento.

O quadrado da velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo ($\mathbf{c^2}$) corresponde ao fator de conversão da massa em energia e vice-versa. Devido ao grande valor de c, uma pequena massa corresponde a uma quantidade enorme de energia.

Quando um corpo está em repouso relativamente a um dado referencial, sua energia é denominada **energia de repouso**.

$$E_0 = m_0 c^2$$

A energia de repouso de 1g de matéria é eproximadamente igual a $9 \cdot 10^{13}$ J – noventa milhões de megajoules – equivalente a energia produzida por uma usina geradora de energia elétrica de médio porte.

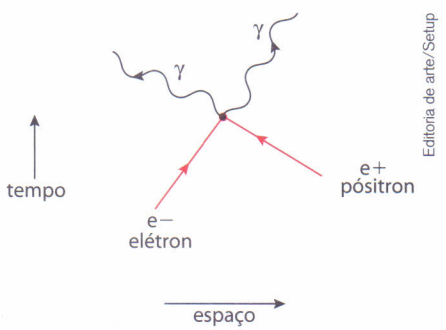
A fórmula $E_0 = m_0 c^2$ fornece resultados considerados corretos para os valores de velocidade inferiores a 10% da velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo. Para se obter a energia cinética de partículas cuja velocidade ultrapassa 0,1c, é necessário considerar a massa relativística e descontar da energia total ($E = mc^2$) a energia de repouso ($E_0 = m_0 c^2$).

A energia total relativística de um objeto em movimento é:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

A primeira evidência da conversão de energia em massa ocorreu em 1932, quando o físico norte-americano Carl David Anderson (1905-1991) – um dos laureados com o Nobel de Física de 1936 – descobriu a antipartícula do elétron – o pósitron –, a qual tem massa e *spin* iguais à do elétron, mas carga elétrica positiva igual à do próton. Anderson constatou que, quando um pósitron se junta a um elétron, eles desaparecem, e a massa de ambos se transforma em energia transportada por dois raios γ, que surgiram no lugar da matéria.

A enorme quantidade de energia liberada durante as reações atômicas e nucleares é explicada pela equivalência entre massa e energia.



Editoria de arte/Setup

Aplicações

1 Qual a quantidade de energia equivalente a 40 g de uma barra de chocolate? Use $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Resolução:

Sendo $m_0 = 40\ g = 40 \cdot 10^{-3}\ kg$ e $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$, temos:

$$E_0 = m_0c^2 \Rightarrow E_0 = 40 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow E_0 = 3{,}6 \cdot 10^{15}\ J$$

2 Um objeto com massa 1,0 kg move-se com 10% da velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo. Calcule a energia cinética do corpo pelos modelos clássico e relativístico. É significativa a diferença entre os resultados?

Resolução:

Sendo $m = 1\ kg$, $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$ e $v = 10\%\ c = 3 \cdot 10^7\ m/s$, temos:

Modelo clássico:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (3 \cdot 10^7)^2 \Rightarrow E_c = 4{,}50 \cdot 10^{14}\ J$$

Modelo relativístico:

$$E_c = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m_0c^2 \Rightarrow E_c = \frac{1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{3 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8}\right)^2}} - 1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow E_c \simeq 4{,}53 \cdot 10^{14}\ J$$

A diferença entre o resultado é de aproximadamente $0{,}03 \cdot 10^{14}$ J. A clássica é cerca de 0,7% menor.

Atividades

1 *(FRB-BA)* A teoria da relatividade restrita estabelece que:

a) a energia cinética e a massa de um corpo estão dissociadas;
b) a massa inercial dos corpos tem valor constante;
c) as estrelas, ao emitirem luz, ganham massa;
d) a cada aumento ou diminuição da energia de um corpo corresponde um aumento ou diminuição de sua massa;
e) quanto maior for a massa de um corpo, menor a resistência que ele oferecerá à variação de sua velocidade.

2 *(UFPI)* A famosa equação de Einstein, $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$, estabelece que, ao fornecermos uma quantidade de energia ΔE, a um objeto, estamos aumentando sua massa de um valor Δm, que obedece à relação anterior. Suponha que é fornecida energia a um objeto de massa inicial igual a 1,0 kg e que essa energia é suficiente para acelerá-lo do repouso até a velocidade de 100 m/s. A variação na massa do objeto será mais próxima de:

a) 10^{-2} kg
b) 10^{-6} kg
c) 10^{-8} kg
d) 10^{-14} kg
e) 10^{-20} kg

3 *(Unifenas-MG)* Se a conversão de matéria em energia for integral, obtenha a energia obtida de um grama de areia. Adote a velocidade da luz igual a $3 \cdot 10^8$ m/s.

a) $9 \cdot 10^{13}$ joules
b) $9 \cdot 10^{14}$ joules
c) $9 \cdot 10^{15}$ joules
d) $9 \cdot 10^{16}$ joules
e) $9 \cdot 10^{17}$ joules

Mais Atividades

1 *(Unimontes-MG)* Em 1905, Albert Einstein propôs uma teoria física do espaço e do tempo denominada Teoria da Relatividade Especial (ou Restrita), que permitiu a conciliação entre a Mecânica de Newton e o Eletromagnetismo de Maxwell. A teoria de Einstein apresenta conceitos de tempo e espaço muito diferentes daqueles da Mecânica de Newton e prevê efeitos muito interessantes, como a contração do espaço e a dilatação do tempo. Quando dois eventos (acontecimentos de curta duração) possuem as mesmas coordenadas espaciais, a distância espacial entre eles é nula e, nesse caso, o intervalo de tempo entre eles é denominado intervalo de tempo próprio, representado por Δt_0. O intervalo de tempo, Δt, em um referencial em que os eventos ocorrem em pontos distintos, é maior que o intervalo de tempo próprio. Esse efeito é denominado dilatação do tempo. Para exemplificar, vamos considerar dois observadores, um na Terra (em repouso em relação ao solo) e outro numa nave espacial que se move com velocidade de módulo u em relação à Terra, ambos observando uma lâmpada piscar. O observador na Terra mediria o intervalo de tempo próprio, Δt_0, entre duas piscadas, e o da nave, um intervalo Δt, em princípio, diferente. A relação entre os dois intervalos de tempo é dada pela expressão $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$ em que c é o módulo da velocidade da luz ($c = 3 \times 10^8$ m/s).

Analisando a expressão que relaciona os dois intervalos, se u aumenta, aproximando-se de c, é CORRETO afirmar que

a) Δt e Δt_0 se aproximam de zero.
b) Δt se aproxima de Δt_0.
c) Δt fica muito pequeno em relação a Δt_0.
d) Δt aumenta em relação a Δt_0.

2 *(UFPE)* Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante $v = 0{,}8\ c$, onde **c** é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi 12 meses. Qual o tempo transcorrido no referencial da Terra em meses?

3 Uma régua de 30 cm de comprimento se desloca em movimento retilíneo e uniforme, em relação a um sistema de referência inercial S. Um observador situado em S mede o comprimento da régua e encontra 20 cm. Sendo $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s a velocidade de propagação da luz no vácuo, determine a velocidade da régua em relação ao sistema S.

4 Um trem de comprimento igual a 100 m viaja a uma velocidade de 0,8 c, onde c é a velocidade da luz, quando atravessa um túnel de comprimento igual a 70 m.

Quando visto por um observador parado ao lado dos trilhos, é CORRETO afirmar que o trem

a) não chega a ficar totalmente dentro do túnel, restando um espaço de 12 m fora do túnel.
b) fica totalmente dentro do túnel e sobra um espaço de 10 m.
c) fica totalmente dentro do túnel e sobra um espaço de 15 m.
d) não chega a ficar totalmente dentro do túnel, restando um espaço de 5 m fora do túnel.
e) fica totalmente dentro do túnel e não resta nenhum espaço.

5 *(UFC-CE)* Em relação à Teoria da Relatividade Especial pode-se afirmar que:

a) leis da Física têm a mesma forma em todos os referenciais não inerciais.
b) a duração de um intervalo só tem sentido se indicado o sistema de referência ao qual ela se refere.
c) fontes luminosas em movimento apresentam diferentes valores da velocidade da luz para referenciais inerciais.
d) duas naves espaciais estão viajando na mesma direção e sentido, uma com velocidade igual a 0,5 c e outra com velocidade 0,8 c; o módulo da velocidade relativa entre elas é de 0,3 c.
e) no domínio relativístico, obtêm-se a composição das velocidades **v** e **v'** de uma partícula, medidas em referenciais inerciais distintos, multiplicando-se o resultado segundo a relatividade de Galileu, pelo fator $(1 - v\,v'/c^2)$.

6 *(Unemat-MT)* De acordo com a mecânica relativística, a massa **m** de uma partícula que está se movendo com velocidade **v** é dada pela equação:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

em que:

$\mathbf{m_0}$ é a massa de repouso da partícula;
v é a velocidade da partícula;
c é a velocidade da luz no vácuo.

Com base nesta equação de Einstein, analise os itens abaixo.

0) Para que **m** seja igual a $\mathbf{m_0}$, **v** tem que ser igual a zero.
1) Para que a massa **m** da partícula seja infinitamente grande, é necessário que o valor **v** seja igual a **c**.
2) A equação estabelece um limite superior para a velocidade dos corpos materiais.
3) A inércia de uma partícula, ou seja, a "dificuldade" que a partícula apresenta para ser acelerada, é tanto maior quanto mais rapidamente ela estiver se movendo, o que confirma as ideias de Einstein.

7 *(UFGD-MS)* Uma fábrica possui um consumo mensal de $1{,}5 \cdot 10^7$ kWh de energia. Suponha que essa fábrica possui uma usina capaz de converter diretamente massa em energia elétrica, de acordo com a relação de Einstein, $E = m_0c^2$. Nesse caso, sabendo que 1 kWh $= 3{,}6 \cdot 10^6$ J e $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, é CORRETO afirmar que a massa necessária para suprir a energia requerida pela fábrica, durante um mês, é, em gramas:

a) 0,06 b) 0,6 c) 6 d) 60 e) 600

CAPÍTULO 45 – FÍSICA QUÂNTICA

1. Radiação do corpo negro

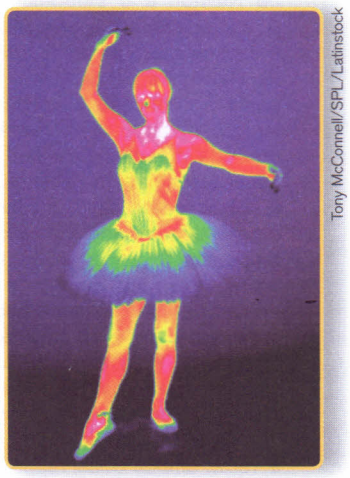
Outra questão que a Física Clássica não conseguia explicar era a emissão de radiações eletromagnéticas por corpos aquecidos. Haviam incompatibilidades entre as medidas experimentais e a teoria que explicasse corretamente a distribuição de energia emitida.

Todos os corpos, independentemente dos materiais que os formam e da temperatura em que podem estar, irradiam energia para o ambiente ao seu redor e também absorvem energia que é transportada por ondas eletromagnéticas, numa grande diversidade de comprimentos de onda. Essa energia é associada às radiações que se originam nas acelerações e desacelerações que acontecem durante a vibração de átomos e moléculas. Tais radiações são conhecidas como **radiações térmicas**.

Em meados do século XIX, Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) realizou experimentos relacionados com a absorção e emissão de energia radiante. Nesses estudos, ele descobriu que, quando um corpo absorve uma certa quantidade de energia, através de incidência de ondas eletromagnéticas, ele a emite em igual quantidade, ou seja, a capacidade ou poder de absorção e de emissão são iguais para cada temperatura. A partir desse conhecimento, Kirchhoff introduziu o conceito de **emissor** e **absorvedor ideal**, ao qual atribuiu o nome de **corpo negro** ou **radiador ideal**.

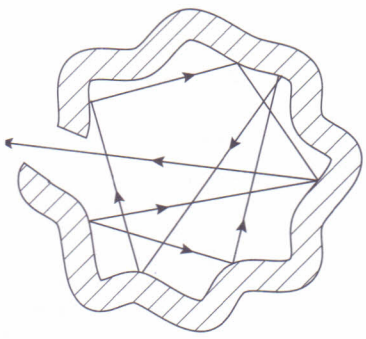
O corpo negro pode ser obtido com elevado grau de aproximação, considerando-se um recinto fechado (cavidade) dotado de um pequeno orifício através do qual a radiação entra e fica aprisionada, sofrendo inúmeras reflexões, absorções e reemissões até que seja atingido um estado de equilíbrio. Daí é possível constatar que emerge alguma radiação pelo orifício da cavidade. A quantidade de radiação que escapa pelo orifício é suficiente para obter o espectro de emissão do corpo negro.

No gráfico da emissão de radiação, a previsão da teoria Clássica sobre a distribuição do espectro de emissão de um corpo negro (curva vermelha) está em desacordo com os dados obtidos experimentalmente (curva azul)

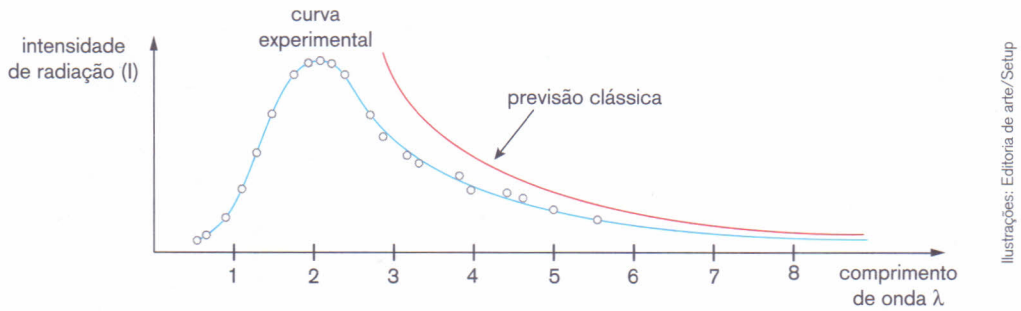


Tony McConnell/SPL/Latinstock

Os termogramas são imagens da radiação térmica emitida pelos corpos. As cores indicam temperaturas diferentes, que vão do branco (maior temperatura), passando por vermelho, amarelo, verde, azul e violeta (menor temperatura).



Corpo negro.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

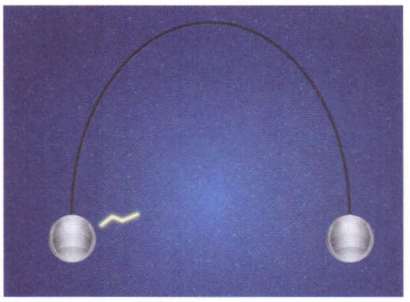
As curvas se aproximam e são decrescentes na região de grandes comprimentos de onda. Porém, para pequenos comprimentos de onda, a curva experimental é decrescente, enquanto a teórica continua crescente e tende a infinito quando o comprimento de onda tende a zero.

Pense e Responda

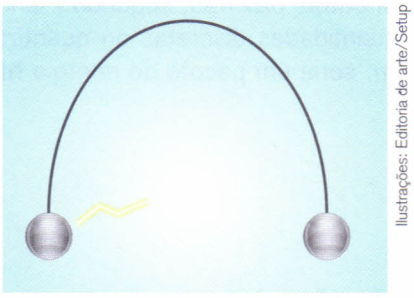
- O que significa dizer que um estado de energia é discreto?

2. Efeito fotoelétrico

Em 1887, no laboratório onde estudava a questão da emissão e captação de ondas eletromagnéticas, o físico Wilhelm Hallwachs, assistente de Heinrich Hertz, observou que o comprimento da centelha causada pela descarga elétrica entre duas esferas metálicas diminuía quando se escurecia a sala do laboratório e tornava-se maior quando a sala era iluminada.



Sala escura, faísca menor.



Sala iluminada, faísca maior.

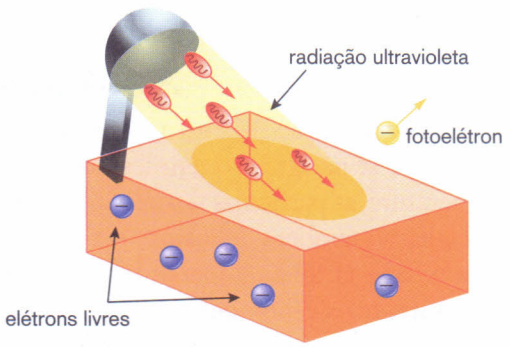
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Estudos mais detalhados do fenômeno, revelaram que, quando havia uma incidência de radiação ultravioleta na superfície de bronze polido da esfera ligada ao terminal negativo da fonte, a centelha realmente se tornava maior.

O aumento da descarga era uma indicação de emissão de partículas eletrizadas provenientes da esfera era estimulado pela incidência da radiação. Esse fenômeno foi denominado **fotoeletricidade** (posteriormente, **efeito fotoelétrico**).

Uma explicação relativamente simples foi proposta para essa nova descoberta. As cargas elétricas existentes na superfície do metal, ao absorver a energia da onda eletromagnética, se excitam a ponto de conseguir escapar do metal.

Convém lembrar que, à época, o elétron ainda era desconhecido. A descoberta dessa partícula ocorreu em 1897. Foi nesse ano que as cargas elétricas emitidas pela superfície metálica no efeito fotoelétrico passaram a ser identificadas com o elétron.



Efeito fotoelétrico.

Um profundo estudo experimental do efeito fotoelétrico, com emissores de vários materiais e utilizando radiações com comprimentos de onda distintos, mostrou que:

- A emissão de elétrons ocorre somente a partir de uma determinada frequência, que depende da substância sobre a qual incide a radiação. Tal frequência é denominada **frequência de corte**.
- Para a maioria dos metais, a frequência de corte pertence à região do ultravioleta; entretanto, para óxidos de césio e potássio, essa frequência pertence ao espectro visível.
- Para frequências inferiores à de corte, o efeito não ocorre mesmo que a intensidade da radiação incidente seja aumentada.
- Quando a emissão ocorre, o número de elétrons emitidos é diretamente proporcional à intensidade da luz incidente.

A Física Clássica não conseguia explicar o fato de que a emissão dos elétrons dependia da frequência da radiação e não de sua intensidade. Isso era estranho pois, na teoria geral das ondas, tem-se que, quanto maior a intensidade, maior é a amplitude da onda e, portanto, maior a quantidade de energia que ela transporta.

A explicação compatível com os fatos experimentais foi dada por Einstein em 1902 e publicada em 1905. No ano seguinte, foi confirmada por experimentos realizados por Millikan.

Com base na ideia do *quantum* de Planck, Einstein estabeleceu que a energia da radiação incidente concentrava-se em "partículas", que passaram a ser denominadas **fótons**. Ele sugeriu que cada fóton transporta um *quantum* de energia dado por $E = hf$. Ou seja, em lugar de se espalhar nas frentes de ondas, como estabelecia a teoria eletromagnética, a energia é transportada em pacotes discretos.

O elétron absorve toda a energia transportada pelo fóton de uma só vez, e desde que a direção do seu movimento no interior do metal seja adequada, ele consegue vencer a barreira da superfície. A energia cinética máxima de saída do elétron é igual à energia do fóton menos a necessária para chegar à superfície e atravessá-la.

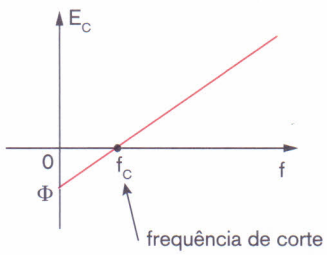
Com esse raciocínio, Einstein montou a equação do efeito fotoelétrico (função linear), assim expressa:

$$E_{c\ máx.} = hf - \Phi$$

em que:

- $E_{c\ máx.}$ é a energia máxima de saída de elétron.
- **hf** é a energia do fóton incidente.
- Φ é a energia necessária para o elétron, dentro do metal, ser ejetado. Essa energia é conhecida como **função trabalho** e seu valor depende do metal.
- **h** é a constante de Planck cujo valor é:
  $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$
  $Js = 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV

Com esse raciocínio, Einstein justificou a dependência da frequência. A energia transportada pelo fóton é diretamente proporcional à sua frequência. Quanto à intensidade, ele afirmou que o crescimento desta provoca um aumento na quantidade de fótons incidentes, o que implica maior número de elétrons "arrancados". Ao lado, podemos representar a energia em função da frequência no efeito fotoelétrico.



Editoria de arte/Setup

O efeito fotoelétrico tem emprego prático em muitos dispositivos utilizados frequentemente, tais como as células fotoelétricas que controlam abertura e fechamento de portas de elevadores, funcionamento de máquinas, visor noturno, células solares utilizadas em satélites artificiais para transformar energia luminosa em eletricidade.

Pense e Responda

• (Vunesp-SP) Conforme a teoria dos *quanta*, a luz é emitida e absorvida descontinuadamente, em pequenos pacotes chamados fótons, cuja quantidade de energia é proporcional à frequência da luz. Explique por que o olho humano não é sensibilizado por luz infravermelha intensa, embora um pequeno número de fótons o sensibilize na cor amarela.

Saiba mais sobre...

CÉLULAS FOTOELÉTRICAS

As células fotoelétricas ou fotocélulas são dispositivos nos quais a incidência de luz causa variação em suas características elétricas. O tipo mais comum tem dois eletrodos, separados por um material semicondutor sensível à luz. Ao ser atingido por um feixe luminoso, o elemento semicondutor determina entre os eletrodos uma tensão elétrica. Quanto maior for a intensidade do feixe luminoso, maior será a tensão nos terminais da célula. Esse fenômeno, chamado efeito fotoelétrico, foi descrito por Albert Einstein em 1905, trabalho que lhe rendeu o Prêmio Nobel de Física em 1921.

Recentemente, difundiu-se o uso dos sensores fotoelétricos de presença. Esses sensores utilizam células fotoelétricas para detectar a presença, a ausência ou medir a distância até objetos-alvo. São aplicados nos sensores de proximidade usados em corredores de prédios, entradas de casas, para a economia de energia elétrica, no comando de portas automáticas, nos aeroportos e *shopping centers*, nos alarmes contra roubo, em lojas e também nas trenas eletrônicas, que determinam distâncias através de feixes infravermelhos.

Adriano Bonjorno

Aplicações

1 Existem aparelhos que contêm lâmpadas que emitem luz ultravioleta.

a) Sabendo que o comprimento da luz ultravioleta é 300 nm, calcule a energia do fóton correspondente em elétrons-volts. Adote a constante de Planck = $4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV · s.

b) Se a potência de uma dessas lâmpadas for dobrada, o que acontece com a energia dos fótons emitidos?

Resolução:

a) Sendo $\lambda = 300\ nm = 3 \cdot 10^{-7}\ m$; $h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}\ eV \cdot s$; e $v = 3 \cdot 10^{8}\ m/s$, temos:

$v = \lambda f \Rightarrow 3 \cdot 10^{8} = 3 \cdot 10^{-7} \cdot f \Rightarrow f = 10^{15}\ Hz$

A energia de um fóton (n = 1) é:

$E = hf \Rightarrow E = 4{,}14 \cdot 10^{-15} \cdot 10^{15} \Rightarrow E = 4{,}14\ eV$

b) Não muda, pois a energia dos fótons depende da frequência da luz e não da intensidade luminosa.

2 Na superfície de uma barra polida de prata incide radiação amarela cuja frequência é $5{,}15 \cdot 10^{14}$ Hz. A função trabalho da prata é $7{,}57 \cdot 10^{-19}$ J.

a) Haverá ou não efeito fotoelétrico?

b) Qual o valor da frequência de corte?

Resolução:

a) Sejam $f = 5{,}15 \cdot 10^{14}\ Hz$; $\Phi = 7{,}57 \cdot 10^{-19}\ J$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Js$.

A energia do fóton incidente é:

$E = hf \Rightarrow E = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 5{,}15 \cdot 10^{14} \Rightarrow E \simeq 3{,}415 \cdot 10^{-19}\ J$

Essa quantidade de energia não é suficiente para os elétrons superarem a barreira da superfície ($E < \Phi$). Não haverá efeito fotoelétrico.

b) Para calcular a frequência de corte, façamos $E_c = 0$ na equação de efeito fotoelétrico.

$E_{c\,máx} = hf - \Phi \Rightarrow 0 = hf_c - \Phi$

$0 = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot f_c - 7{,}57 \cdot 10^{-19}$

$f_c \simeq 1{,}15 \cdot 10^{15}\ Hz$

Essa frequência está na região do ultravioleta.

Atividades

1 *(UFRGS-RS)* **A** e **B** são radiações eletromagnéticas com comprimentos de onda $\lambda_A = 1 \cdot 10^{-10}$ m $\lambda_B = 1 \cdot 10^{-7}$ m, respectivamente. Sendo f_A e f_B as frequências e E_A e E_B as energias dos fótons correspondentes, pode-se afirmar que:

a) $f_A > f_B$ e $E_A > E_B$
b) $f_A > f_B$ e $E_A > E_B$
c) $f_A = f_B$ e $E_A = E_B$
d) $f_A < f_B$ e $E_A < E_B$
e) $f_A < f_B$ e $E_A > E_B$

2 Calcule a energia do fóton para a luz violeta e vermelha. O comprimento de onda dessas luzes é mostrado na tabela. Use $c = 3 \cdot 10^8$ m/s e $h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV · s.

Luz	Comprimento de onda
Violeta	400 nm
Vermelha	700 nm

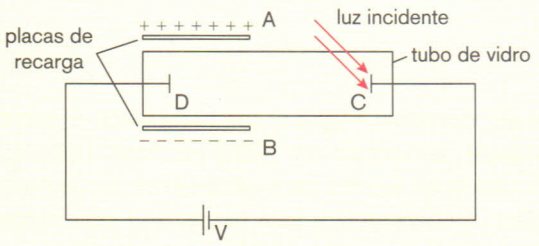
3 *(UFRGS-RS)* Selecione a alternativa que apresenta as palavras que completam corretamente as lacunas, pela ordem, no seguinte texto relacionado com o efeito fotoelétrico.

O feito fotoelétrico, isto é, a emissão de **** por metais sob a ação da luz, é um experimento dentro de um contexto físico extremamente rico, incluindo a oportunidade de pensar sobre o funcionamento do equipamento que leva à evidência experimental relacionada com a emissão e a energia dessas partículas, bem como a oportunidade de entender a inadequacidade da visão clássica do fenômeno.

Em 1905, ao analisar esse efeito, Einstein fez a suposição revolucionária de que a luz, até então considerada como um fenômeno ondulatório, poderia também ser concebida como constituída por conteúdos energéticos que obedecem a uma distribuição ****, os *quanta* de luz, mais tarde denominados ****.

a) fótons – contínua – fótons.
b) fótons – contínua – elétrons.
c) elétrons – contínua – fótons.
d) elétrons – discreta – elétrons.
e) elétrons – discreta – fótons.

4 *(UFJF-MG)* A figura a seguir mostra uma montagem experimental em que o efeito fotoelétrico pode ser observado. A placa *C* é constituída de prata, cuja função trabalho é de 4,74 eV, e iluminada com luz de frequência $1{,}6 \cdot 10^{15}$ Hz.



a) Compare a energia do fóton da luz incidente com a função trabalho da prata e determine se, nessas condições, ocorrerá o efeito fotoelétrico. (E = hf = 6,6 eV)

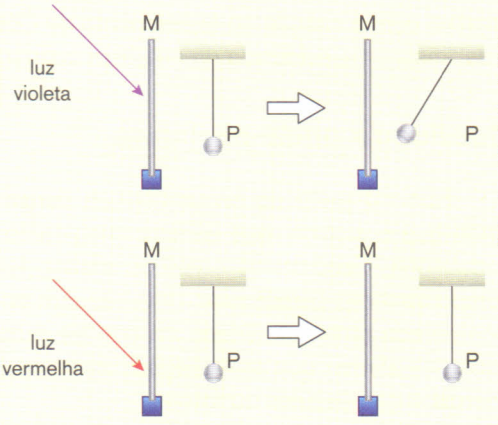
b) Supondo que o efeito fotoelétrico ocorra, as partículas ejetadas pelas placa *C* se moverão até placa *D*, sofrendo também o efeito do campo elétrico produzido pelas placas *A* e *B*. Nesse caso, a trajetória dessas partículas será desviada para *A*, para *B* ou não será modificada? Justifique sua resposta.

5 *(UFPE)* As lâmpadas de vapor de sódio usadas na iluminação pública produzem luz de cor laranja com comprimentos de onda iguais a $\lambda_1 = 589{,}0$ nm e $\lambda_2 = 589{,}6$ nm. Essas emissões têm origem em dois níveis de energia dos átomos de sódio que decaem para o mesmo estado final. Calcule a diferença de energia ΔE, entre estes níveis, em unidades 10^{-22} J.

(Dados: constante de Planck: $6{,}64 \cdot 10^{-34}$ Js; velocidade da luz no vácuo: $3 \cdot 10^8$ m/s).

No exercício a seguir, indique a soma das alternativas corretas.

6 *(UFSC)* Dispõe-se de uma placa metálica *M* e de uma esferinha metálica *P*, muito leve, suspensa por um fio isolante, ambas inicialmente neutras e isoladas. Um feixe de luz violeta incide sobre a placa, e, logo em seguida, a bolinha é atraída. Repetindo-se a operação com a luz vermelha, isso não ocorre.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Sobre esses fenômenos, é correto afirmar:

01) A intensidade da luz vermelha foi menor que aquela da luz violeta.

02) A placa *M*, ao ser iluminada pelo feixe de luz violeta, ficou eletrizada.

04) A placa *M* estava pintada com tinta violeta.

08) A massa das partículas luminosas do feixe violeta é maior do que a do feixe vermelho.

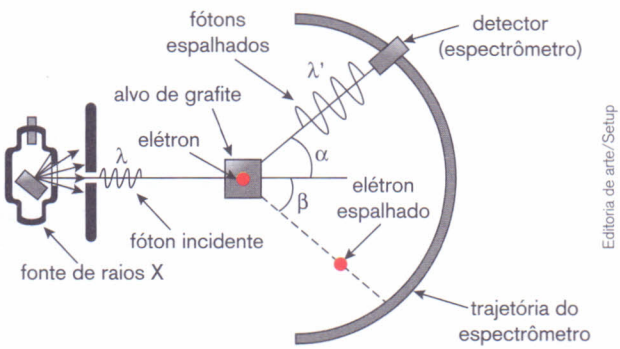
16) O fóton de luz violeta tem maior energia que o fóton de luz vermelha.

32) Aumentando-se o tempo de iluminação da placa *M* com luz vermelha, ela passaria a atrair a esferinha *P*.

3. Efeito Compton

Em 1923, Arthur Holly Compton (1892-1962), físico norte-americano, comprovou experimentalmente a natureza quântica dos raios X fazendo-os colidir com um elétron localizado no interior de um bloco de grafite.

A figura a seguir representa um esquema do experimento de Compton.



Editoria de arte/Setup

Após a colisão, verifica-se o espalhamento do raio X e do elétron, que apresentaram comportamento semelhante ao da colisão de bolas de bilhar. Isso é uma indicação da natureza corpuscular do raio X. Compton descobriu que o comprimento de onda do raio X espalhado é maior que o do incidente.

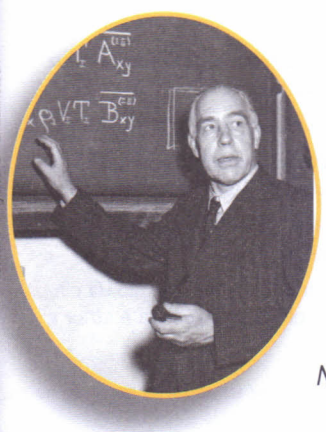
Na colisão, parte da energia do fóton incidente ($E = hf$) é transferida para o elétron. Portanto, o fóton espalhado terá energia menor $E' = hf'$. Nessas condições, a colisão alterou a frequência do fóton (de **f** passou para $f' < f$) e, consequentemente, houve mudança no comprimento de onda (de λ, para $\lambda' > \lambda$).

A diferença $\lambda' - \lambda$ é conhecida como **efeito Compton**. A teoria da relatividade restrita permite calcular esse valor em função do ângulo de espalhamento. Não faremos esse cálculo porque o nosso objetivo com a citação do experimento de Compton (espalhamento do raio X ao interagir com a matéria) é dar mais uma evidência da natureza quântica da radiação.

Dualidade onda-partícula

Não faz parte do senso comum pensar na luz como uma partícula que não tem massa, menos ainda que o elétron, que sempre imaginamos como um corpúsculo, possa apresentar comportamento ondulatório. Fenômenos como os efeitos fotoelétrico e Compton evidenciaram que as radiações têm comportamento corpuscular, uma vez que podem ser explicados com o conceito de fóton ao qual está incorporada uma quantidade de energia proporcional à frequência da fonte emissora. Dessa maneira, podemos afirmar que as radiações eletromagnéticas consistem em um conjunto discreto de pacotes de energia – corpúsculos ou fótons.

Por outro lado, fenômenos como difração e interferência, que ocorrem com essas radiações, são descritos teórica e experimentalmente por uma natureza ondulatória.



Princeton University/American Institute of Physics/SPL/Latinstock

Em tais circunstâncias, devemos seguir o que estabelece o **princípio da complementaridade**, enunciado em 1929 por Niels Bohr, que considera a necessidade das duas teorias para estabelecer o comportamento duplo das radiações, embora nunca seja necessário usar ambos os modelos ao mesmo tempo para descrever determinados fenômenos.

Niels Bohr (1885-1962), físico dinamarquês.

Pensando na dualidade onda-partícula apresentada pela luz e em questões ligadas à simetria, o físico francês De Broglie associou o caráter dual também às partículas materiais (elétrons, prótons etc.). Em outras palavras, ele dotou a matéria de uma frequência e um comprimento de onda, utilizando a quantidade de movimento linear de módulo **Q**.

O comprimento de onda associado à matéria é definido como:

$$\lambda = \frac{h}{Q}$$

sendo **Q** o módulo da quantidade de movimento clássico, para $v < 0{,}1c$, e o da quantidade de movimento relativístico, quando $v > 0{,}1c$.

Posteriormente, experiências realizadas confirmaram a difração com partículas alfa e, em meados dos anos 1930, também com íons e nêutrons. Assim, a natureza dual da matéria foi definitivamente aceita nos meios científicos.

SPL/Latinstock

Louis-Victor de Broglie (1892-1987), físico francês.

Aplicação

O efeito Compton é representado matematicamente por: $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}(1 - \cos\theta)$

Para um elétron, a quantidade $\frac{h}{m_o c}$ vale $2{,}4 \cdot 10^{-2}$ Å.

a) Para que valor de θ a variação de comprimento de onda é máxima? Ou seja, quando o efeito Compton é máximo, qual o valor do ângulo de espalhamento?

b) Calcule o máximo efeito Compton.

Resolução:

a) $\lambda' - \lambda$ é máximo quando $\cos\theta = -1$, isto é, $\theta = 180°$

b) $(\lambda' - \lambda)_{máx.} = \frac{h}{m_o c}[1 - (-1)]$

$$(\lambda' - \lambda)_{máx.} = \frac{2h}{m_o c} \Rightarrow (\lambda' - \lambda)_{máx.} = 2 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ Å \Rightarrow (\lambda' - \lambda)_{máx.} = 4{,}8 \cdot 10^{-2}\ Å$$

Atividades

1 *(UFPel-RS)* De acordo com a Física Moderna e seus conhecimentos, é correto afirmar que:

a) a luz composta por fótons é constituída de ondas longitudinais, propagando-se também no vácuo.

b) o fóton apresenta um caráter dual, comportando-se ora como onda, ora como partícula.

c) a luz é constituída por fótons de diferentes tamanhos conforme a cor.

d) a luz é um fluido contínuo e com a velocidade infinita no vácuo.

e) as partículas propagam-se, com velocidade infinita, num meio extremamente elástico, sem peso, chamado éter.

A resposta à questão seguinte é a soma das alternativas corretas.

2 *(UFMS)* A primeira pessoa a apresentar uma teoria ondulatória convincente para a luz foi o físico holandês Christian Huygens, em 1678. As grandes vantagens dessa teoria são explicar alguns fenômenos da luz e atribuir um significado físico ao índice de refração. No entanto, alguns fenômenos só podem ser entendidos com uma hipótese diferente sobre a luz – a hipótese de ela se comportar como um feixe de partículas, a qual foi proposta por Einstein em 1905. Essas duas formas de interpretar a luz são denominadas dualidade da luz. Qual(is) do(s) fenômeno(s) a seguir só é(são) explicado(s) pela hipótese de Einstein?

(01) Efeito fotoelétrico.

(02) Reflexão da luz.

(04) Difração da luz.

(08) Efeito Compton.

(16) Interferência da luz.

(32) Refração da luz.

3 *(PUC-MG)* Leia o texto a seguir:

Alguns fenômenos da Óptica Física, como a difração e a interferência da luz, são explicados admitindo-se que a luz possui natureza ondulatória. Já o efeito fotoelétrico não se explica com esse modelo. Por exemplo: no efeito fotoelétrico, apenas são liberados elétrons a partir de uma determinada frequência da radiação incidente. Assim, a luz de cor vermelha não libera fotoelétrons do sódio, ao passo que a luz azul (cuja frequência é maior) libera. Além disso, quando a frequência da luz é suficientemente alta para arrancá-los, são liberados quase imediatamente. No entanto, para a energia que é distribuída numa frente de onda de luz, deveríamos esperar algum tempo para que o elétron absorvesse a energia necessária para ser liberado.

A teoria ondulatória da luz não explica:

I. a questão da frequência mínima da radiação incidente.
II. a difração e a interferência da luz.
III. a liberação imediata dos fotoelétrons.
IV. a relação entre a cor e a frequência da luz.

Estão corretos os itens:

a) I e II apenas.
b) I e III apenas.
c) II, III e IV.
d) I, II e IV.
e) I, III e IV.

4 *(UFPA)* Julgue as afirmações acerca de conceitos relacionados com a Física Moderna:

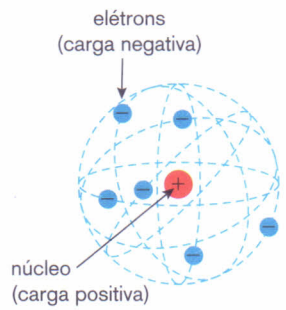
I. Quando atinge uma superfície metálica, uma radiação luminosa cede energia aos elétrons do metal fazendo com que eles sejam emitidos da superfície metálica. Esse fenômeno é conhecido como Efeito Compton.
II. Uma consequência da Teoria da Relatividade Restrita é a equivalência massa-energia, expressa pela equação $E = m_0c^2$, na qual **E** representa a energia, $\mathbf{m_0}$ a massa de repouso e **c** a velocidade da luz no vácuo. Daí se conclui que um corpo parado possui uma energia de repouso **E** pelo fato de possuir massa $\mathbf{m_0}$.
III. A Física Clássica não consegue descrever com êxito o Efeito Fotoelétrico, fenômeno que só pode ser explicado se for assumido que a luz apresenta propriedade de partícula.
IV. Para a Teoria da Relatividade Restrita, dois eventos podem ocorrer simultaneamente para um observador e ocorrer em tempos diferentes para outro observador que está em movimento em relação ao primeiro.

Estão corretas apenas:

a) I e IV.
b) II e III.
c) I, II e III.
d) I, III e IV.
e) II, III e IV.

4. O modelo atômico de Bohr

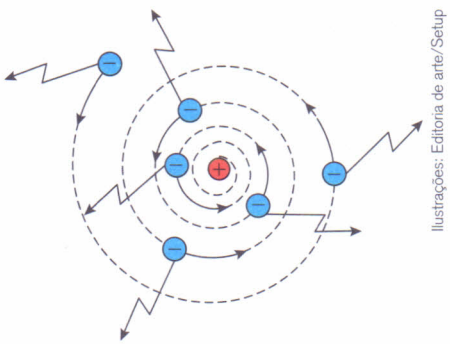
O modelo do átomo como o conhecemos foi estabelecido por Rutherford. Segundo seus experimentos, Rutherford propôs que o átomo seria formado por um pequeno núcleo cujo raio teria um valor máximo de 10^{-12} cm e onde estava concentrada a carga positiva e praticamente toda a massa do átomo. Os elétrons fora do núcleo circulariam ao redor em órbitas, ocupando uma esfera da ordem de 10^{-8} cm. A maior parte do átomo seria vazia.



Exemplo do modelo planetário de Rutherford.

Teoria de Bohr

As conclusões do experimento e modelo de Rutherford foram fantásticos, mas o modelo proposto sofreu severas críticas. Afinal de contas, o eletromagnetismo estabelece que cargas elétricas em movimento circular são aceleradas e, como tal, emitem radiações dotadas de energia. Em tais condições, os elétrons ao redor do núcleo deveriam espiralar, emitindo um espectro contínuo e, em cerca de 10^{-8} s, "cair" no núcleo, rompendo a estabilidade.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

No modelo de Rutherford, os elétrons cairiam no núcleo em movimento espiral enquanto emitiam energia.

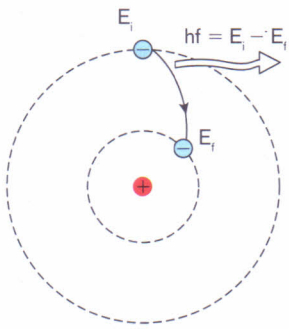
Na visão clássica, esse modelo não poderia ser aceito. Entretanto, Bohr estava ciente da quantização da energia proposta por Planck e conhecia tanto a solução de Einstein para o efeito fotoelétrico como o espectro de emissão do hidrogênio. Além disso, as raias do espectro do hidrogênio, determinadas por Balmer, eram indicadas por números inteiros, o que lhes conferia uma característica descontínua. Com tais indícios de um comportamento discreto do átomo, Bohr pensou em associar esses números com órbitas circulares estáveis e permitidas, que seriam ocupadas pelo elétron sem irradiar energia. Tais órbitas corresponderiam a estados estacionários.

Convicto desse raciocínio, Bohr estabeleceu dois postulados:

1º) No átomo, os elétrons podem se mover ao longo de determinadas órbitas sem emitir energia radiante.

2º) O elétron só pode emitir energia ao "saltar" de uma órbita para outra de menor energia e, ao fazê-lo, emite um fóton de frequência **f** e cuja energia hf é igual à diferença entre as sua energias inicial $\mathbf{E_i}$ e final $\mathbf{E_f}$, de acordo com a expressão: $E_i - E_f = hf$

em que **h** é a constante de Planck.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

E_i = energia da órbita mais externa, de maior energia. E_f = energia da órbita mais interna, de menor energia.

Usando estritamente Física Clássica, Bohr deduziu a fórmula através da qual podia calcular os raios das órbitas permitidas. Para o átomo de hidrogênio obteve, no seu nível Fundamental $r_1 \cong 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m.

Como a energia é quantizada, só pode apresentar alguns valores. Bohr obteve uma forma de calcular os níveis de energia permitidos para o átomo de hidrogênio.

A energia total do elétron em cada órbita permitida é igual à soma de suas energias cinética e potencial elétrica do sistema elétron + núcleo, o que resulta:

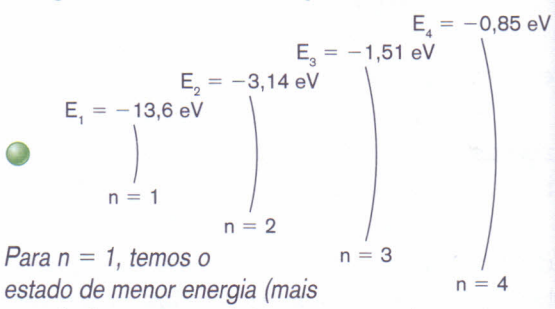
$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2} \text{ (em elétron-volt)}$$

em que: **n** é o número quântico das correspondentes órbitas permitidas (1, 2, 3, 4, 5, ...)

O sinal negativo refere-se ao fato de o elétron estar "ligado" ao átomo, ou seja, não livre.

Quando o elétron está na órbita raio $\mathbf{r_1}$ (n = 1), dizemos que o átomo encontra-se no **estado fundamental**, que é o estado de menor energia (mais negativa, o elétron está mais "ligado") que o átomo pode ter. Quando o elétron está em órbita n > 1, o átomo encontra-se em **estados excitados**. O valor de **n** dá o nível de energia final.

Na figura temos a representação de algumas possíveis órbitas mais internas do elétron em um átomo de hidrogênio.



Para n = 1, temos o estado de menor energia (mais negativa) e, para n > 1, temos progressivamente, estados de maior energia ou estados excitados.

Observe na tabela abaixo a descrição do espectro do hidrogênio que apresenta um único elétron no primeiro nível de energia, mas que, ao receber energia, salta para uma órbita mais externa. Ao retornar ao nível inicial, o átomo emite a mesma quantidade de energia na forma de fótons.

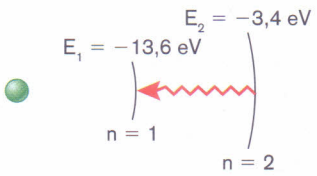
Espectro do hidrogênio		
Elétron		Região do espectro da onda eletromagnética
Nível inicial (mais externo)	Nível final (mais interno)	
6, 5, 4, 3, 2	1	ultravioleta
6, 5, 4, 3	2	visível
6, 5, 4	3	infravermelha
6, 5	4	infravermelha
6	5	infravermelha
3	2	vermelha
4	2	azul
5	2	anil
6	2	violeta

Por exemplo, se o elétron do átomo de hidrogênio passar do primeiro estado excitado ($E_2 = -3{,}4$ eV) para o estado fundamental ($E_1 = -13{,}6$ eV), a energia emitida no fóton será:

$E_2 - E_1 = 10{,}2$ eV,

cuja frequência é dada pela relação:

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{10{,}2}{4{,}14 \cdot 10^{-15}} = 2{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$



Tal frequência está fora do espectro visível e corresponde à faixa do espectro ultravioleta.

O modelo de Bohr aplica-se para átomos com um único elétron.

Outras teorias sobre a estrutura atômica foram formuladas a partir de 1925, inclusive considerando o caráter dual do elétron (partícula-onda), e continuam até os nossos dias. Com o desenvolvimento da Mecânica Quântica a partir de 1925, a teoria atômica tomou novos rumos com o uso das probabilidades. Essa história não tem fim, como pensava Kelvin.

Modelo atômico atual

O modelo de Rutherford-Bohr forneceu a base para toda a Física atomística que conhecemos hoje. Muitas foram as ampliações e os aperfeiçoamentos que se verificaram a partir dela nos últimos anos. As órbitas dos elétrons, anteriormente bem determinadas, foram substituídas por "nuvens", que representam regiões do espaço em que há maior probabilidade de encontrá-los.

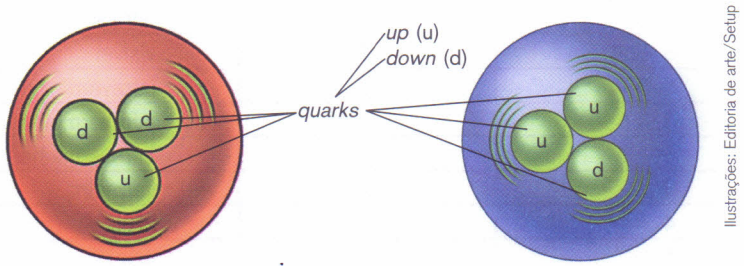
Atualmente, instrumentos como o microscópio de tunelamento permitem a visualização indireta de átomos. Isso é incrível se pensarmos que um átomo, em média, é 10 milhões de vezes menor que 1 milímetro. O menor átomo – o do hidrogênio – apresenta diâmetro da ordem de 0,6 Å ($1\ \text{Å} = 10^{-10}$ m), e os maiores – como os do urânio –, pouco mais de 5 Å.

Há muito tempo o átomo já não é considerado a menor partícula existente, indivisível e formado apenas por elétrons, prótons e nêutrons. Com o auxílio de aceleradores de partículas, foi possível bombardear núcleos atômicos e identificar partículas ainda menores que prótons e nêutrons.

Para se ter uma ideia, hoje estão relacionados mais de cem tipos de partículas diferentes, agrupados por ordem crescente de massa, em léptons, mésons e bárions. Incluem-se também, nessas descobertas, as chamadas **antipartículas**, uma espécie de "espelho" com massa igual e carga elétrica oposta à da correspondente partícula.

Prótons e nêutrons são constituídos de partículas ainda menores – os *quarks* –, consideradas as mais elementares de todo o Universo. Classificados em seis espécies, a maioria dos *quarks* têm brevíssima duração – desintegram-se quase no mesmo instante em que são criados. O *quark top*, por exemplo, tem o tempo de vida de 10^{-23} s.

Dois tipos de *quarks*, o *up* (para cima) e o *down* (para baixo), combinam-se em proporções diferentes para formar os prótons e os nêutrons. Assim, um próton (carga +1e) é formado por um *quark down* (carga −1/3 e) e dois *quarks up* (carga +2/3 e). Um nêutron (carga zero) é formado por um *quark up* (carga +2/3 e) e dois *quarks down* (carga −1/3 e).



nêutron próton

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

5. Princípio da incerteza ou da indeterminação

Apesar do sucesso do modelo de Bohr, ao ser aplicado ao átomo de hidrogênio, os resultados não eram tão satisfatórios quanto à aplicação aos átomos de outros elementos. Não constituía, portanto, uma solução geral do problema da estrutura atômica. Foi então proposta, a partir de 1925, uma nova teoria – a Mecânica Quântica – que explica a estrutura atômica de uma forma mais satisfatória.

A Mecânica Quântica incorpora ao modelo de Bohr as ideias da dualidade da matéria, segundo as quais esta se comporta como onda ou como partícula, de acordo com as circunstâncias, e do princípio da incerteza, que estabelece não ser possível a determinação simultânea da posição e da quantidade de movimento de uma partícula.

No modelo mecânico-quântico do átomo, devido à dificuldade de descrever com precisão o comportamento e a posição de um elétron, não se fala da sua trajetória, mas da probabilidade de ele ser encontrado em determinada região.

Quando se pretende determinar a posição de um elétron, ocorre algo semelhante. E foi dessa observação que surgiu o princípio da incerteza, enunciado em 1927 por Heisenberg, e que é muito importante para entendermos o que denominamos observável no mundo microscópico.

O princípio estabelece que a posição de uma partícula e a quantidade de movimento não podem ser medidos simultaneamente com a mesma precisão. Se houver melhora na medida da posição da partícula, haverá perda de precisão na medida da quantidade de movimento e vice-versa.

Supondo que a partícula descreva movimento unidimensional ao longo do eixo **x**, o princípio da incerteza, matematicamente, é escrito através do produto das **incertezas da posição Δx e da quantidade de movimento ΔQ_x**.

$$\Delta x \, \Delta Q_x \geqslant \frac{h}{4\pi}$$

Photo Researchers/SPL/Latinstock

Werner Karl Heisenberg (1901-1976), físico alemão.

Uma partícula como um elétron não pode ser observada sem que se provoque uma perturbação na sua posição ou na sua quantidade de movimento. Isso se deve ao fato de que qualquer recurso que utilizemos nessa investigação, ondas eletromagnéticas ou partículas, seus comprimentos de onda são da ordem das dimensões do átomo, o que torna impossível considerar desprezíveis os efeitos delas sobre ele. Não é o que acontece no mundo macroscópico, cujos corpos têm dimensões que ultrapassam as medidas que utilizamos.

Esse princípio elimina para o mundo microscópico o determinismo estabelecido no mundo macroscópico pela Física Clássica. Para o mundo microscópico, temos que tratar as situações com o que é mais provável.

Aplicação

De acordo com a Física Quântica, a energia interna de um átomo está quantizada em níveis discretos. Pelo modelo atômico de Bohr, os valores de energia dos níveis discretos do átomo de hidrogênio livre são dados por

$E_n = \dfrac{2{,}18 \cdot 10^{-18}}{n^2}$ *joules*, em que $n = 1, 2, 3 \ldots$

Sendo $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js o valor aproximado da constante de Planck, calcule a frequência da radiação magnética que um átomo de hidrogênio deverá emitir para sofrer uma transição atômica do nível inicial $n = 3$ para o nível fundamental 1.

Resolução:

Na transição de nível = 3 para o estado fundamental = 1, o átomo emite energia.

Nos níveis n = 3 e n = 1, os valores das energias são:

$$E_3 = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}}{3^2} \Rightarrow E_3 = 0{,}24 \cdot 10^{-18}\ J$$

$$E_1 = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}}{1^2} \Rightarrow E_1 = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ J$$

A energia emitida (em módulo) é igual a:

$$\Delta E = E_1 - E_3$$

$$\Delta E = 2{,}18 \cdot 10^{-18} - 0{,}24 \cdot 10^{-18} \Rightarrow \Delta E = 1{,}94 \cdot 10^{-18}\ J$$

A frequência da radiação é:

$$\Delta E = hf \Rightarrow 1{,}94 \cdot 10^{-18} = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot f \Rightarrow f \simeq 2{,}9 \cdot 10^{15}\ Hz$$

Atividades

1 *(Ufop-MG)* Do modelo de Bohr, podemos deduzir a seguinte fórmula para os níveis de energia do átomo de hidrogênio: $E_n = -\frac{13{,}6\ eV}{n^2}$ (n = 1, 2, 3, ...), onde 1 eV (um elétron-volt) é a energia de um elétron sob a diferença de potencial de 1,0 volt.

Dados: 1,0 nm = 10^{-9} m; c = $3 \cdot 10^8$ m/s; h = $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js; e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

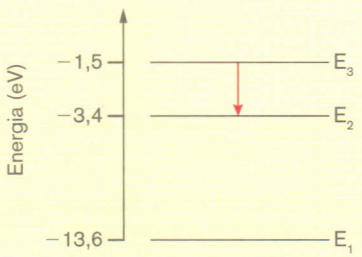
a) Calcule a energia, em Joules, dos níveis 2 e 3.

b) Calcule a frequência do fóton emitido quando o elétron "salta" do nível 3 para o nível 2.

c) Utilizando a tabela abaixo, identifique a cor da luz do item (b) acima.

λ(nm)	Cor
625-760	Vermelho
565-590	Amarelo
520-570	Verde
420-450	Azul
380-420	Violeta

2 *(UFG-GO)* Transições eletrônicas, em que fótons são absorvidos ou emitidos, são responsáveis por muitas das cores que percebemos. Na figura abaixo, vê-se parte do diagrama de energia do átomo de hidrogênio.



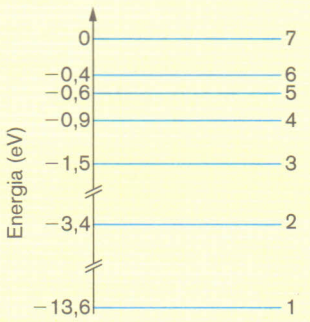
Na transição indicada ($E_3 \rightarrow E_2$), um fóton de energia:

a) 1,9 eV é emitido.
b) 1,9 eV é absorvido.
c) 4,9 eV é emitido.
d) 4,9 eV é absorvido.
e) 3,4 eV é emitido.

3 *(UFMG)* No modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, a energia do átomo:

a) pode ter qualquer valor.
b) tem um único valor fixo.
c) independe da órbita do elétron.
d) tem alguns valores possíveis.

4 *(UFJF-MG)* A figura abaixo mostra os níveis de energia do átomo de hidrogênio.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Se inicialmente o elétron está no estado quântico fundamental (de menor energia), qual a sua energia cinética após o átomo ter sido ionizado por um fóton de energia 20 eV?

a) 33,6 eV
b) 13,6 eV
c) 6,4 eV
d) 10,2 eV

5 *(UFPel-RS)* De acordo com o modelo atômico de Bohr, o átomo pode absorver ou emitir fótons, que são pacotes quantizados de energia. Um átomo de hidrogênio sofre uma transição passando de um estado estacionário com n = 1, cuja energia é −13,6 eV, para um estado estacionado com n = 2, cuja energia é −3,4 eV. Nessa transição, o átomo de hidrogênio ■ uma quantidade de energia exatamente igual a ■.

Com base em seus conhecimentos, a alternativa que preenche corretamente as lacunas no texto é

a) absorve; 13,6 eV.
b) emite; 10,2 eV.
c) emite; 3,4 eV.
d) absorve; 3,4 eV.
e) absorve; 10,2 eV.

Mais Atividades

1 *(UFCG-PB)* Uma bateria de 6,0 V com resistência interna desprezível é ligada a uma lâmpada de resistência igual 60 Ω. Entre a lâmpada e a bateria existe um interruptor fotoelétrico à base de lítio que é acionado quando iluminado. Isto acontece somente se a energia mínima necessária para que um elétron abandone a superfície de lítio, de aproximadamente $4{,}0 \cdot 10^{-19}$ J, for absorvida. O interruptor, ao dar passagem à corrente elétrica, não interfere no seu valor. Tomando-se a constante de Planck como $7{,}0 \cdot 10^{-34}$ Js e estando o interruptor aberto, ao se iluminar a placa de lítio com luz vermelha ($4{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz) a potência dissipada pela lâmpada será de:

a) 0,10 W
b) 0,60 W
c) 1,0 W
d) 6,0 W
e) zero

2 Um fóton de raio X de frequência $1{,}5 \cdot 10^{19}$ Hz colide com um elétron de modo que o fóton espalhado tem frequência $1{,}2 \cdot 10^{19}$ Hz. Sendo $6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Js a constante de Planck e 1 e $V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J, calcule, em elétron-volt, a energia transferida ao elétron na colisão.

3 *(UFMG)* Em um tipo de tubo de raios X, elétrons acelerados por uma diferença de potencial de $2{,}0 \cdot 10^4$ V atinge um alvo de metal, onde são violentamente desacelerados. Ao atingir o metal, toda energia cinética dos elétrons é transformada em raios X.

a) Calcule a energia cinética que um elétron adquire ao ser acelerado pela diferença de potencial.
b) Calcule o menor comprimento de onda possível para raios X produzidos por esse tubo.

4 *(UFRN)* No final do século XIX, vários pesquisadores perceberam que a luz era capaz de ejetar elétrons quando incidia em superfícies metálicas. Esse fenômeno, que ocorre sob certas condições, foi chamado de efeito fotoelétrico.

A figura 1a mostra luz policromática de intensidade I_0, cujos fótons possuem energia 2,0 eV e 6,0 eV incidindo sobre uma superfície metálica. Observa-se que, dessa superfície, são ejetados elétrons com energia cinética máxima, $Ec_{máx}$. A Figura 1b mostra, também, luz policromática de intensidade $2I_0$, cujos fótons possuem energia entre 2,0 eV e 6,0 eV incidindo sobre a mesma superfície metálica. Observa-se, ainda, que também são ejetados elétrons com energia cinética máxima, $Ec_{máx}$.

A figura 2a, por sua vez, mostra luz monocromática de intensidade I_0, cujos fótons possuem energia de 3,0 eV incidindo sobre a mesma superfície metálica. Nesse caso, não se observam elétrons da superfície. Por outro lado, a Figura 2b mostra luz monocromática de intensidade I_0, cujos fótons possuem energia de 6,0 eV incidindo sobre a mesma superfície metálica. Nesse caso, observam-se elétrons sendo ejetados da superfície.

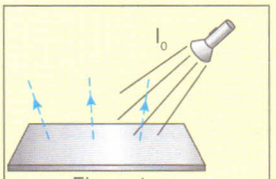


Figura 1a

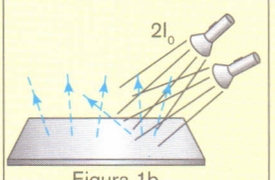


Figura 1b

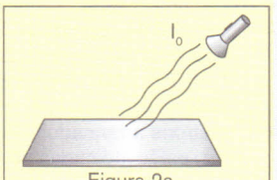


Figura 2a

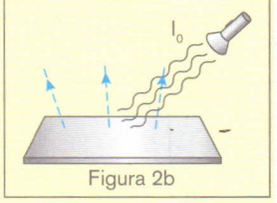


Figura 2b

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Com base na teoria de Einstein para o efeito fotoelétrico:

a) explique por que a energia cinética máxima dos elétrons, $Ec_{máx}$, independe da intensidade da luz policromática incidente;
b) explique por que, para essa superfície metálica, o efeito fotoelétrico ocorre apenas quando incide luz cujos fótons possuem energia de 6,0 eV.

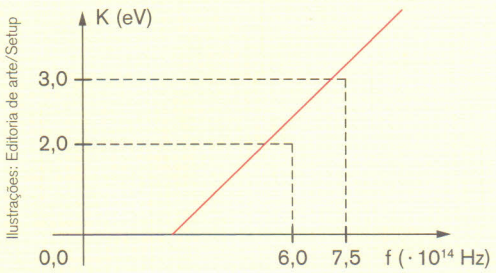
5 *(UEPA)* No efeito fotoelétrico, um elétron em um átomo absorve energia de um fóton incidente e é ejetado do átomo. A energia mínima necessária para cada material ejetar um elétron é chamada de função trabalho do material. O elétron é ejetado com uma energia igual à do fóton incidente menos o valor da função trabalho do material. Na tabela abaixo, estão listados vários materiais com suas respectivas funções trabalho, dadas em elétron-volt (eV). Suponha que um *laser* na faixa do ultravioleta, com comprimento de onda igual a 248 nm, incida sobre a superfície de cada um dos materiais listados na tabela.

Elemento	Função trabalho (eV)
Sódio	2,20
Magnésio	3,68
Alumínio	4,08
Selênio	5,11
Platina	6,35

Considere o produto da constante de Planck pela velocidade da luz hc = 1 240 nm · eV. Nestas condições, ocorrerá o efeito fotoelétrico:

a) somente no sódio.
b) somente no sódio e magnésio.
c) somente no sódio, magnésio e alumínio.
d) somente no sódio, magnésio, alumínio e selênio.
e) em todos os materiais da tabela.

6 *(UFC-CE)* O gráfico mostrado abaixo resultou de uma experiência na qual a superfície metálica de uma célula fotoelétrica foi iluminada, separadamente, por duas fontes de luz monocromática distintas de frequência $f_1 = 6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz e $f_2 = 7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz, respectivamente. As energias cinéticas máximas, $K_1 = 2{,}0$ eV e $K_2 = 3{,}0$ eV dos elétrons arrancados do metal, pelos dois tipos de luz, estão indicadas no gráfico:



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

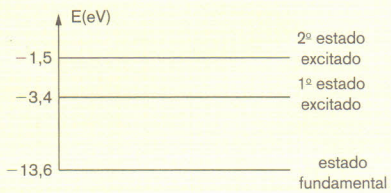
A reta que passa pelos dois pontos experimentais do gráfico obedece à relação estabelecida por Einstein para o efeito fotoelétrico, ou seja:

$K = hf - \phi$,

onde **h** é a constante de Planck e ϕ é a chamada função trabalho, característica de cada material. Baseando-se na relação de Einstein, o valor calculado de ϕ, em elétron-volts, é:

a) 1,3
b) 1,6
c) 1,8
d) 2,0
e) 2,3

7 *(UFRN)* Um átomo de hidrogênio, ao passar de um estado quântico para outro, emite ou absorve radiação eletromagnética de energias bem definidas. No diagrama abaixo, estão esquematicamente representados os três primeiros níveis de energia do átomo de hidrogênio.



Considere dois fótons, f_1 e f_2, com energias iguais a 10,2 eV e 8,7 eV, respectivamente, e um átomo de hidrogênio no estado fundamental. Esse átomo de hidrogênio poderá absorver:

a) apenas o fóton f_2.
b) apenas o fóton f_1.
c) ambos os fótons.
d) nenhum dos dois fótons.

8 *(Udesc-SC)* A tarefa de um engenheiro é construir um dispositivo que mantenha as lâmpadas externas de um prédio ligadas durante a noite e desligadas durante o dia. Em sua pesquisa para projetar o dispositivo, o engenheiro lê, em um livro de física, o seguinte texto sobre o efeito fotoelétrico:

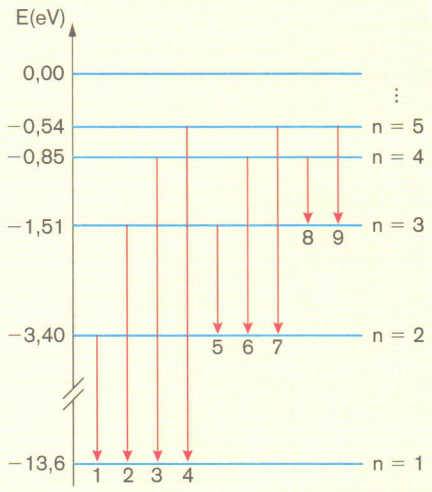
"... quando a luz incide sobre a superfície de um metal, alguns elétrons são arrancados dessa superfície. Dentre esses há alguns que adquirem energia cinética suficiente para vencer certa distância até outra superfície metálica..."

O engenheiro decide testar uma superfície metálica, cuja função trabalho é $4{,}0 \cdot 10^{-19}$ J, fazendo incidir sobre ela a luz de uma lâmpada monocromática azul de 98,0 W, cuja frequência é $7{,}0 \cdot 10^{14}$ s^{-1}. Considere que a constante de Planck vale $7{,}0 \cdot 10^{-34}$ Js.

a) Quantos fótons essa lâmpada emite por segundo?
b) Qual a energia cinética máxima de um elétron arrancado dessa superfície por um fóton emitido pela lâmpada?
c) Qual o mínimo valor de energia que um fóton precisa ter para arrancar elétrons dessa superfície?

9 *(UFC-CE)* Na figura abaixo, as flechas numeradas 1 até 9 representam transições possíveis de ocorrer entre alguns níveis de energia do átomo de hidrogênio, de acordo com o modelo de Bohr.

Para ocorrer uma transição, o átomo emite (ou absorve) um fóton cuja energia $\frac{hc}{\lambda}$ é igual a $|\Delta E|$ (**h** é a constante de Planck, **c** é a velocidade da luz no vácuo, λ é comprimento da onda do fóton e ΔE é a diferença de energia entre os dois níveis envolvidos na transição).



Suponha que o átomo emite fótons *X* e *Y*, cujos comprimentos de onda são, respectivamente, $\lambda_X = 1{,}03 \cdot 10^{-7}$ m e $\lambda_Y = 4{,}85 \cdot 10^{-7}$ m. As transições corretamente associadas às emissões desses dois fótons são:

(Use $h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eVs e $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.)

a) 4 e 8
b) 2 e 6
c) 3 e 9
e) 1 e 7
d) 5 e 7

CAPÍTULO 46 – RADIOATIVIDADE

1. Considerações históricas

A descoberta da radioatividade aconteceu em maio de 1896. O físico francês Antoine Becquerel apresentou à Academia de Ciências de Paris um documento em que relatou seus trabalhos com minérios que continham sais de urânio. Afirmou que esses compostos emitiam radiações que decompunham os sais de prata das chapas fotográficas, causando nelas escurecimento, mesmo quando estavam protegidas por papel opaco e em ambiente sem iluminação. Comentou, ainda, que essas radiações eram capazes de atravessar certos materiais como papel, alumínio, cartolina e outros. Becquerel verificou que tais radiações eram distintas do recém-descoberto raio X porque não havia uma causa aparente da emissão.

Photo 12/Alamy/Otherimages

Marie Sklodowsky-Curie (1867-1934), física e química polonesa.

Ao final de 1897, a estudante de Física e Química Marie Sklodowsky – polonesa radicada em Paris – ficou impressionada com a descoberta de Becquerel e iniciou um imenso e exaustivo trabalho de investigação sobre essa radiação.

Após seu casamento com o físico francês Pierre Curie, ambos se dedicaram ao estudo do fenômeno, culminando com descobertas importantes, entre elas a de que o elemento tório também emitia tais radiações e que um composto do urânio, a pecheblenda, era muito mais ativo que o próprio urânio. Conseguiram separar dois novos elementos químicos que receberam o nome de polônio e de rádio.

O fenômeno da emissão dessas radiações ficou conhecido com o nome de **radioatividade**, e os elementos químicos que os emitiam passariam a ser considerados elementos radioativos.

O casal Curie verificou que as emissões originadas nos elementos radioativos, além de impressionar chapas fotográficas e atravessar certas espessuras de materiais, também causavam ionização de gases e do próprio ar e provocavam cintilações ao atingirem certas substâncias, como o sulfeto de zinco (ZnS).

Estudos realizados por Rutherford a partir de 1898 comprovaram que as emissões eram na verdade formadas por três tipos de radiações, que receberam o nome de raios ou radiações **alfa** (α), **beta** (β) e **gama** (γ). Essa classificação foi determinada pelo poder de penetração de cada uma delas.

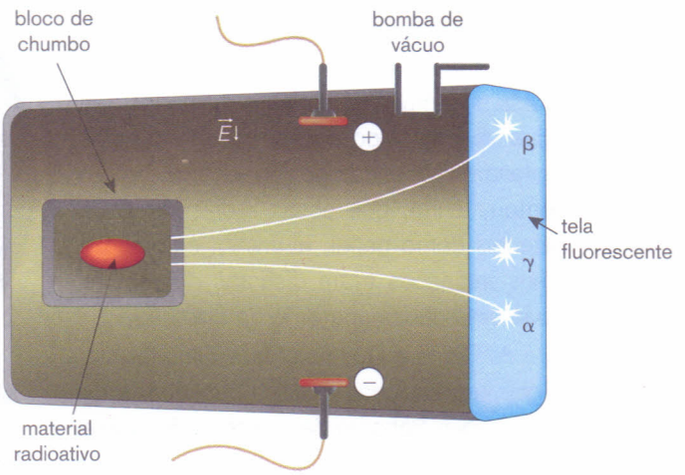
Os raios α têm pequeno poder de penetração; são barrados por uma folha de papel ou por alguns centímetros de ar ou, ainda, por uma lâmina de chumbo com 0,01 mm de espessura. Tais raios foram identificados por Rutherford como átomos de hélio ionizado, ou seja, núcleos de átomos do elemento químico hélio, com carga relativa +2 e representação: $^{4}_{2}\alpha$ ou $^{4}_{2}He$.

Os raios β são mais penetrantes que os raios α, mas são bloqueados por uma lâmina de chumbo de espessura 0,10 mm. Foram identificados inicialmente, até 1897, com os raios catódicos, quando se percebeu que estes últimos eram, na verdade, elétrons. Assim, a carga relativa dos raios (ou partículas) é -1, e eles são representados por: $^{0}_{-1}\beta$ ou $^{0}_{-1}e$.

Os raios γ são muito penetrantes. Para bloqueá-los é necessário uma espessura de chumbo de aproximadamente 10 cm. Foram identificados como radiação eletromagnética ou, melhor, como fótons cuja frequência está na faixa aproximada de 10^{22} Hz a 10^{24} Hz.

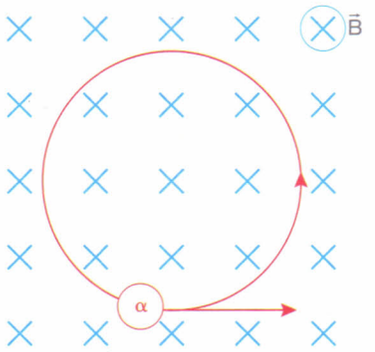
Vamos estudar algumas características dos três tipos de radiação que ocorrem na emissão de um material radioativo. Para tanto, imagine que coloquemos átomos de rádio ou polônio, que são radioativos, numa cavidade de um bloco de chumbo. Esse bloco é dotado de uma abertura, a fim de manter um feixe dirigido. Esse conjunto é colocado no interior de uma ampola de vidro transparente onde se fez vácuo (isso porque o ar absorveria grande parte das emissões). Ainda no interior do tubo, encontram-se duas placas de um capacitor plano carregado. Esse capacitor produz no interior do tubo um campo elétrico $\vec{E}$.

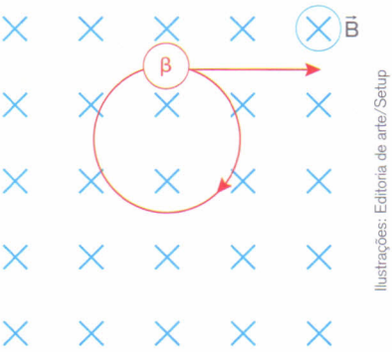
No lado oposto ao da fonte radioativa, o tubo é recoberto por uma tela fluorescente. O que você espera que aconteça com os raios emitidos pelo elemento radioativo? Incidirão todos no centro da tela? Não. Nessa situação o que se observa é o aparecimento na tela de três regiões luminosas. Isso se deve ao fato de que o campo elétrico provoca a separação das emissões em três feixes distintos que, ao atingirem a tela fluorescente do tubo, causam cintilações.



- As emissões alfa (α) sofrem um pequeno desvio para o lado da placa negativa do capacitor. Isso revela maior massa e carga positiva associada à radiação α.
- As emissões beta (β) se desviam mais que a alfa porque têm menor massa e se deslocam para o lado da placa positiva, revelando ter carga negativa.
- As emissões gama (γ) não sofrem desvio de trajetória e atravessam a tela da ampola, ou seja, não são afetadas por campos elétricos.

Se o material radioativo for colocado no interior de um campo magnético uniforme, observaremos que as radiações α e β executam trajetórias circulares em sentidos contrários e uma com raio diferente da outra. Essa separação confirma que as emissões são eletrizadas com cargas de sinais contrários, massas diferentes e possuem natureza corpuscular.





Ilustrações: Editoria de arte/Setup

A emissão γ não sofre influência do campo magnético, fato que revela ausência de massa e cuja natureza foi durante muito tempo considerada como onda eletromagnética. Atualmente a radiação γ é associada a fótons de altíssima frequência. A representação é ${}^{0}_{0}\gamma$.

Pense e Responda

- Por que os raios alfa e beta são divididos em sentidos opostos por um campo magnético?

2. Noções de radioatividade

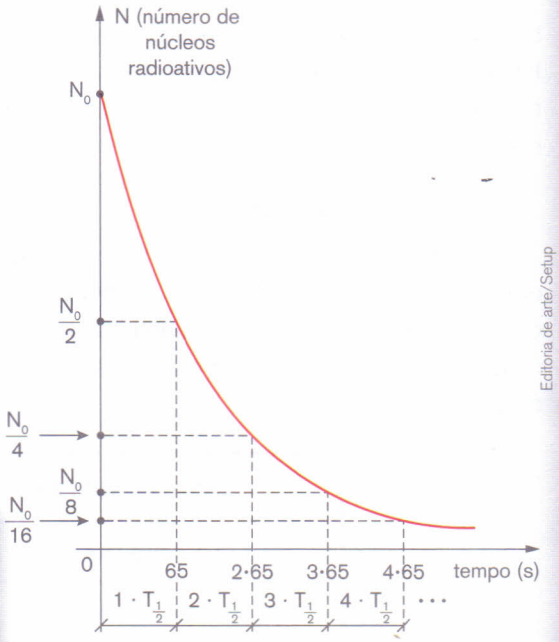
Meia-vida

O tempo é um fator importante na diminuição da radioatividade das substâncias que apresentam o fenômeno. Este processo designa-se por decaimento radioativo e é caracterizado pelo intervalo de tempo no qual metade dos núcleos atômicos existentes numa determinada amostra se desintegram. Tal intervalo de tempo denomina-se **meia-vida** $T_{\frac{1}{2}}$ ou **período de desintegração**.

Por exemplo, a meia-vida do isótopo $^{218}_{84}P_O$ é aproximadamente 65 s. Isto significa que, se em uma amostra desse isótopo existem N_0 núcleos radioativos no instante $t = 0$;

- após 65 s restarão $\frac{N_0}{2}$;
- após mais 65 s, $\frac{N_0}{4}$;
- após mais 65 s, $\frac{N_0}{8}$,

e assim sucessivamente. O gráfico ao lado mostra a curva de decaimento da amostra.



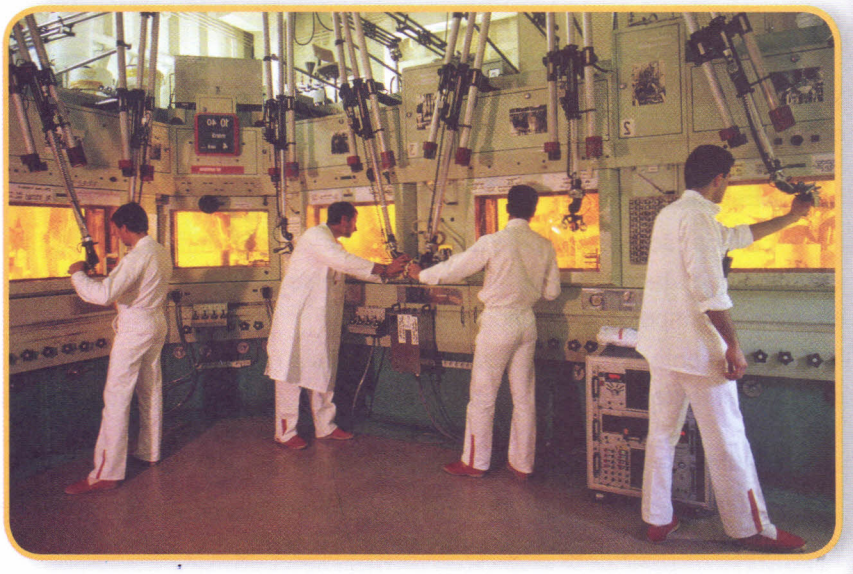
Editoria de arte/Setup

Pense e Responda

• Uma certa amostra de um isótopo radioativo tem meia-vida de 1 ano. Quanto da amostra desse isótopo resta ao final do segundo ano? E do terceiro ano?

Perigos e aplicações

As radiações X, α, β e γ são perigosas para todos os seres vivos porque, ao incidir sobre eles, podem ocasionar danos às células por rompimento de moléculas e ionização de átomos. Além disso, podem formar radicais livres muito ativos quimicamente, capazes de se ligar a proteínas ou enzimas ou ainda a moléculas de DNA.

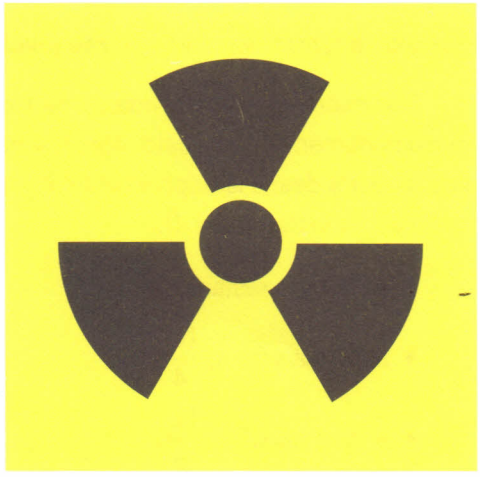


Patrick Landmann/SPL/Latinstock

Manuseio remoto de material radioativo.

A radiação X e as nucleares α, β e γ são de alta energia e, em doses não convenientes, danificam a estrutura molecular do organismo humano e células não regeneráveis do sistema nervoso. Se houver danos às moléculas do DNA das células, a informação genética defeituosa será transmitida, causando transformações irreversíveis e propiciando condições para o desenvolvimento de vários tipos de cânceres. A radiação γ é altamente energética e muito penetrante, por isso a exposição de seres vivos a esse tipo de radiação deve sempre ser evitada.

Fique atento ao símbolo que indica áreas onde há manuseio ou produção de material radioativo. Se você não estiver protegido, afaste-se da área.



Editoria de arte/Setup

Ao lado dos perigos oferecidos pelas radiações, o homem conseguiu, por meio de inúmeras pesquisas e com custos altíssimos, desenvolver importantes utilidades e emprego benéficos da radioatividade a muitas situações do dia a dia, como as indicadas a seguir.

• Diagnose e tratamento

Os radioisótopos traçadores são largamente usados em medicina para o diagnóstico de doenças, informações do estado de certos órgãos e tratamento de cânceres. Para cada processo, há um elemento mais adequado, como indicado na tabela.

Órgão ou sistema	Radioisótopo
Glândula tireoide	^{131}I
Sistema linfático	^{67}Ga
Pâncreas	^{75}Se
Ossos, pulmões, fígado, rins	^{99}Tc
Glóbulos vermelhos	^{51}Cr

• Radioterapia

No tratamento de tumores malignos e câncer de pele utilizam-se atualmente, em lugar da radiação γ, emitida pelo ^{137}Cs ou pelo ^{60}Co, raios X produzidos em aceleradores lineares pela colisão de elétrons com um alvo adequado e cuja energia é superior à dos raios γ do césio e do cobalto.

• Esterilização

A exposição adequada de alimentos à radiação γ emitida por ^{137}Cs ou ^{60}Co permite eliminar pragas e insetos que atacam grãos, farinhas, frutas e vegetais e também microrganismos que se desenvolvem em carnes, temperos e enlatados.

Os alimentos irradiados ficam esterilizados e não se tornam radioativos porque os fótons γ não alteram o número de nêutrons nos núcleos atômicos dos átomos dos produtos irradiados.

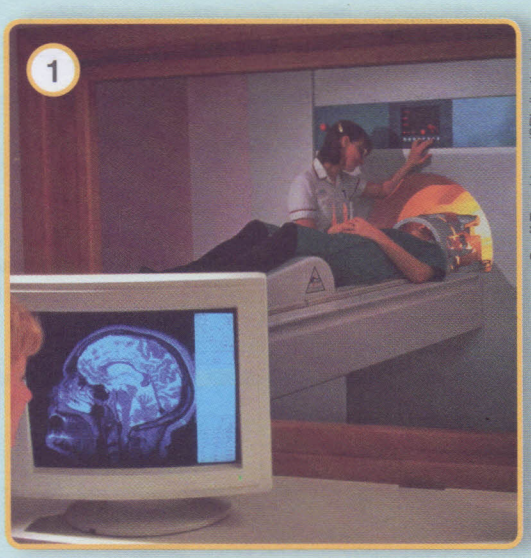
• Datação

O carbono-14 e os isótopos 235 e 238 do urânio são usados para determinar a idade de fósseis e também a constituição geológica de determinadas regiões.

Saiba mais sobre...

IMAGEAMENTO POR RESSONÂNCIA MAGNÉTICA

Aplicações do campo magnético produzido por um solenoide condutor de corrente são comuns. Uma aplicação médica animadora está na técnica de imageamento por ressonância magnética (IRM). Com esta técnica, imagens detalhadas de partes internas do corpo podem ser obtidas de uma maneira não invasiva, eliminando os riscos inerentes ao uso de raios X. A foto 1 mostra um paciente que acaba de ser retirado de uma máquina de imageamento por ressonância magnética. A abertura atrás do paciente dá acesso ao interior de um solenoide, que é tipicamente feito de um fio supercondutor. O fio supercondutor facilita o uso de grandes correntes para produzir um forte campo magnético. Na presença deste campo, os núcleos de certos átomos podem se comportar como minúsculos radiotransmissores e emitir ondas de rádio semelhantes às usadas em estações FM. Pode-se fazer com que o átomo do hidrogênio, tão abundante no corpo humano, se comporte desta maneira. A intensidade de campo magnético determina onde uma dada coleção de átomos de hidrogênio "transmitirá" em um seletor FM imaginário. Com um campo magnético que possui uma intensidade ligeiramente diferente em diferentes lugares, é possível associar a localização neste seletor FM imaginário com uma localização física no interior do corpo. O processamento computacional destas localizações produz a imagem de ressonância magnética. Quando os átomos de hidrogênio são usados desta maneira, a imagem é essencialmente um mapa mostrando sua distribuição no interior do corpo. Imagens de ressonância magnética extraordinariamente detalhadas podem ser obtidas atualmente, como esta mostrada na foto 2. Elas oferecem aos médicos uma importante ferramenta de diagnóstico que complementa as disponíveis por meio de raios X e outras técnicas. Cirurgiões agora conseguem realizar operações de forma mais precisa entrando em *scanners* de imagens de ressonância magnética especialmente projetados junto com o paciente e obtendo ao vivo imagens por RM da área que estão seccionando.



Geoff Tompkinson/SPL/Latinstock

Máquina de imageamento por ressonância magnética (IRM). O paciente acaba de ser retirado da grande abertura semicircular ao fundo, que é o interior de um solenoide. Varreduras por ressonância magnética da coluna vertebral e da cabeça podem ser vistas nos monitores.

Zephir/SPL/Latinstock

O imageamento por ressonância magnética oferece uma forma de diagnóstico de distúrbios cerebrais. Este angiograma de ressonância magnética tridimensional mostra um cérebro humano após um derrame cerebral. A região central (em amarelo) é uma área de hemorragia.

Cutnell; Johnson. *Física*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. p. 135.

Aplicações

1 A meia-vida do $^{90}_{38}Sr$ é de 28 anos. Calcule o tempo para que restem 6,25% de um amostra desse isótopo.

Resolução:

$$No \xrightarrow{1 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \overset{50\%}{\frac{No}{2}} \xrightarrow{2 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \overset{25\%}{\frac{No}{4}} \xrightarrow{3 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \overset{12,5\%}{\frac{No}{8}} \xrightarrow{4 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \overset{6,25\%}{\frac{No}{16}}$$

O tempo para a atividade cair a 6,25% é quatro meias-vidas.

$$t = 4 \cdot T_{\frac{1}{2}} = 4 \cdot 28 \text{ anos} = 112 \text{ anos}$$

2 O radioisótopo $^{131}_{53}I$, que tem meia-vida de 8 dias, é utilizado no diagnóstico de câncer na tireoide. Quando se ingere iodo-131 ele se acumula na glândula que, em estado normal, absorve pouco iodo, mas se houver câncer, absorve-o em maior quantidade, podendo ser detectado por um contador Geiger.

Um paciente ingeriu uma dose orientada de iodo-131. Após 40 dias, qual a fração da concentração inicial que permanece no organismo?

Resolução:

Sendo 8 dias a meia-vida do $^{131}_{53}I$; 40 dias corresponde a cinco períodos de desintegração $\left(\frac{40}{8}\right) = 5$.

$$1 \xrightarrow{1 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{2} \xrightarrow{2 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{4} \xrightarrow{3 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{8} \xrightarrow{4 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{16} \xrightarrow{5 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{32}$$

Após 40 dias, tem-se $\frac{1}{32}$ *da concentração inicial.*

Atividades

1 *(USF-SP)* Hoje em dia, é muito importante conhecer a rapidez com que um elemento radioativo se desintegra. Na medicina nuclear, por exemplo, um radioisótopo é injetado em uma pessoa para se fazer um exame e é necessário saber quanto tempo esse elemento radioativo ficará no interior do paciente. Um determinado hospital dispõe de 32 gramas de um isótopo radioativo cuja meia-vida é de 15 dias. Qual a quantidade residual após 60 dias?

a) 2,0 gramas.
b) 2,5 gramas.
c) 3,0 gramas.
d) 8,0 gramas.
e) 16,0 gramas.

2 *(UFRN)* A descoberta da radioatividade foi um dos grandes feitos científicos dos tempos modernos. Ela causou tamanho impacto na ciência e na tecnologia que a cientista polonesa Marie Curie foi a primeira pessoa a ganhar dois prêmios Nobel. Uma importante aplicação do trabalho dessa cientista, o deslocamento radioativo dos núcleos atômicos, é a datação de fósseis e artefatos feitos de matéria orgânica. Os seres vivos são essencialmente feitos de carbono e, enquanto vivos, carregam em si quantidades de carbono radioativo (^{14}C) e carbono estável (^{12}C), numa proporção fixa. Quando um animal ou planta morre, o ^{14}C começa a decair em ^{12}C, fazendo a proporção entre os dois isótopos variar ao longo do tempo. A equação que governa esse processo, juntamente com alguns dados numéricos, é mostrada a seguir.

$N = N_0 e^{-at}$

N_0: quantidade de núcleos no tempo t = 0.

$a = 1,2 \cdot 10^{-4}$ ano^{-1}

N: quantidade de núcleos no tempo **t**.

ln (092) $\simeq -0,083$

a: constante de decaimento

Na datação, por exemplo, do Santo Sudário, um lençol de linho que supostamente envolveu o corpo de Jesus Cristo e no qual está impressa uma imagem humana, foi usada uma técnica que permitiu verificar que existe, hoje, 92% do ^{14}C que deveria existir quando a fibra de linho foi colhida e usada para fazer o lençol. Usando essas informações, pode-se afirmar que essa relíquia católica tem aproximadamente:

a) 2033 anos.
b) 2000 anos.
c) 1400 anos.
d) 700 anos.

3 *(UERJ)* No exame de tireoide, utiliza-se o iodo 131, que é radioativo. Após 80 dias, a atividade desse elemento atinge um valor tal que não mais oferece perigo, por tornar-se igual à radioatividade do meio ambiente. Entretanto, o paciente não fica internado todo esse tempo, sendo liberado em horas, e sem se tornar uma fonte ambulante de radioatividade, pois o organismo humano elimina rápida e naturalmente, via fezes, urina e suor, o material ingerido. Assim, o paciente é liberado, mas o iodo 131 da sua urina, armazenada no depósito de rejeito hospitalar, continua seu decaimento normal até que

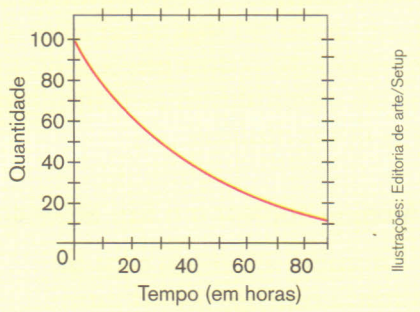
ela possa ser liberada para o esgoto comum. Com detector apropriado, mediu-se a atividade do iodo 131 no rejeito hospitalar, obtendo-se a tabela:

Tempo (dias)	Fração radioativa no material
0	1
8	$\frac{1}{2}$
16	$\frac{1}{4}$
24	$\frac{1}{8}$
32	$\frac{1}{16}$
80	$\frac{1}{1024}$

A análise da tabela permite concluir que a meia-vida do iodo 131 é, em dias, igual a:

a) 8 b) 16 c) 24 d) 32 e) 80

4 *(Unicamp-SP)* Entre o *dopping* e o desempenho do atleta, quais são os limites? Um certo "β-bloqueador", usado no tratamento de asma, é uma das substâncias proibidas pelo Comitê Olímpico Internacional (COI), já que provoca um aumento de massa muscular e diminuição de gordura. A concentração dessa substância no organismo pode ser monitorada através da análise de amostras de urina coletada ao longo do tempo de uma investigação. O gráfico mostra a quantidade "β-bloqueador" contida em amostras da urina de indivíduo, coletadas periodicamente durante 90 horas, após a ingestão de substâncias. Este comportamento é válido também para além das 90 horas. Na escala de quantidade, o valor 100 deve ser entendido como sendo quantidade observada num tempo inicial considerado arbitrariamente zero.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

a) Depois de quanto tempo a quantidade eliminada corresponderá a $\frac{1}{4}$ do valor inicial, ou seja, duas meias-vidas de residência da substância no organismo?

b) Suponha que o *dopping* para esta substância seja considerada positivo para valores acima de $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ g/mL de urina (1 micrograma por mililitro) no momento da competição. Numa amostra coletada 120 horas após a competição, foram encontrados 15 microgramas de "β-bloqueador" em 150 mL de urina de um atleta. Se o teste fosse realizado em amostra coletada logo após a competição, o resultado seria positivo ou negativo? Justifique.

3. Reações nucleares

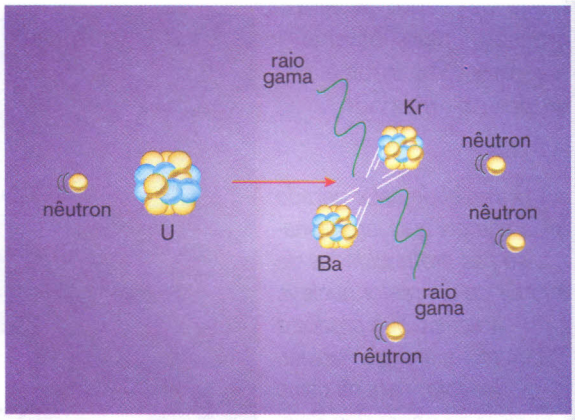
Fissão nuclear

Pouco antes da Segunda Guerra Mundial, já se previa que o bombardeamento de núcleos atômicos instáveis, como o do urânio e plutônio, poderia resultar numa cisão do átomo em dois núcleos mais leves, além de dois ou três nêutrons e uma enorme quantidade de energia.

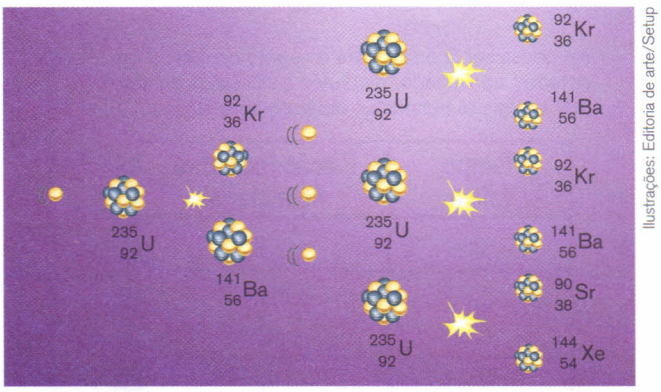
Observe o esquema da fissão nuclear do isótopo 235 do urânio, que ao cindir origina núcleos de bário, de criptônio, nêutrons e energia.

$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3\,{}^{1}_{0}n + \text{energia}$$

A grande quantidade de energia liberada nessas reações levou os cientistas a pesquisar sobre o aproveitamento da energia nuclear.



Uma das aplicações é a utilização dessa energia para gerar energia elétrica, pois 1 kg de urânio fissionado libera 1 milhão de vezes mais energia que a queima de 1 kg de carvão. Outra aplicação é o uso para fins bélicos – produção de ogivas nucleares. Tanto nos reatores nucleares quanto nas bombas atômicas as reações nucleares se dão em cadeia, ou seja, os nêutrons liberados pela fissão podem provocar novas fissões em outros átomos de urânio, que irão liberar outros nêutrons.

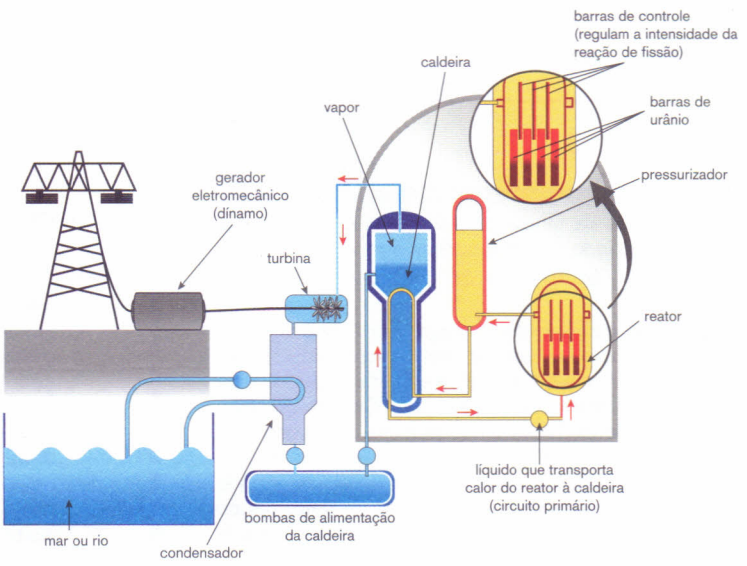


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Esquema da reação em cadeia: a produção de nêutrons a cada fissão cresce em progressão geométrica, isto é, 1, 3, 9, 27..., resultando numa grande explosão, no caso da bomba atômica.

A usina nuclear e o lixo atômico

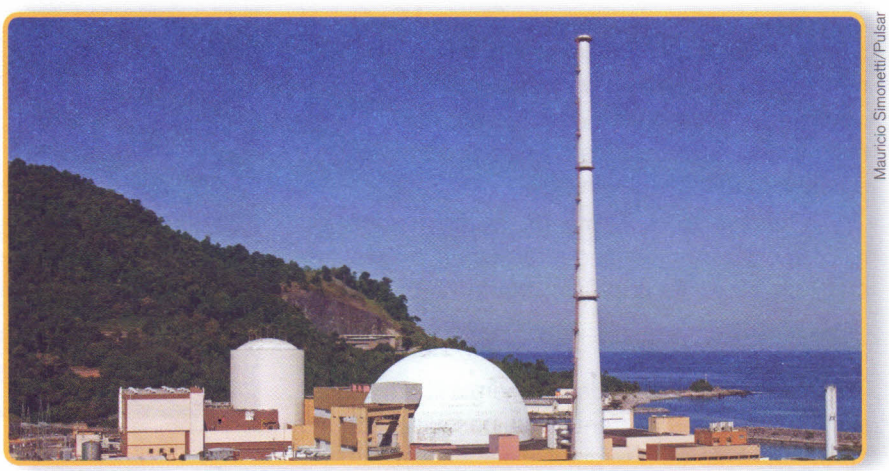
A reação em cadeia pode ser controlada para não ocorrer explosão. A energia liberada é transformada em calor e utilizada na produção de eletricidade. Isso é o que acontece nos reatores nucleares das usinas atômicas ou termonucleares. Fazendo uma comparação com as usinas termoelétricas, a diferença fundamental está no combustível. Enquanto nas termoelétricas a água é aquecida na queima de carvão ou petróleo, e o vapor de água sob alta pressão movimenta as turbinas, nas usinas termonucleares o urânio gera calor por fissão ("cisão, quebra"), aquecendo água.



Esquema de geração de eletricidade com energia nuclear.

Ilustração produzida com base em: <www.cnen.gov.br/ensino/apostilas/energia.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2011.

Toda usina nuclear tem um núcleo de reator, um dissipador de calor, um moderador e barras de controle. No núcleo do reator, as reações de fissão são controladas por substâncias moderadoras, geralmente a grafite, cuja função é desacelerar os nêutrons, que são absorvidos pelas barras de controle feitas de boro. O dissipador de calor leva o calor do núcleo para um reservatório de água, que é transformada em vapor de alta pressão, para acionar o gerador da turbina e produzir eletricidade.



Mauricio Simonetti/Pulsar

O tremendo calor gerado pela energia nuclear origina-se nas profundidades do interior de um reator nuclear, aparelho que produz e controla a energia nuclear. Na foto, vista da usina nuclear de Angra dos Reis, Rio de Janeiro, 2006.

Um dos problemas gerados nas usinas nucleares diz respeito ao lixo atômico, composto de elementos radioativos criados na fissão, como o césio, o estrôncio e o plutônio.

Em nível mundial, a solução no momento considerada mais adequada é o reprocessamento do combustível, para extração de produtos economicamente relevantes – como plutônio – e a estocagem dos resíduos, incorporados em matrizes vítreas ou metálicas, em minas profundas de sal ou granito. Nesse sentido, parece estar se formando um consenso que, no futuro, a reciclagem do combustível usado será feita dentro do conceito "combustível sujo e rejeito limpo". Isso significa que os processos de separação e refabricação passarão a incorporar como combustível o plutônio, o urânio não fissionado e os elementos transurânicos, segregando como rejeitos praticamente apenas os produtos de fissão, o que reduziria em algumas ordens de magnitude o tempo de armazenagem e, em parte, o volume dos rejeitos finais.

Fusão nuclear

A energia do Sol pode acabar?

O princípio da conservação da energia garante que, num sistema isolado, a quantidade de energia no final de um processo deve ser igual à quantidade de energia no início desse processo.

No interior do Sol ocorrem reações nucleares, isto é, átomos de hidrogênio se fundem produzindo átomos de hélio. São reações de fusão, ou seja, união de núcleos atômicos, formando um novo átomo: quatro átomos de hidrogênio se fundem em um átomo de hélio à custa de uma perda de massa que é liberada na forma de energia.

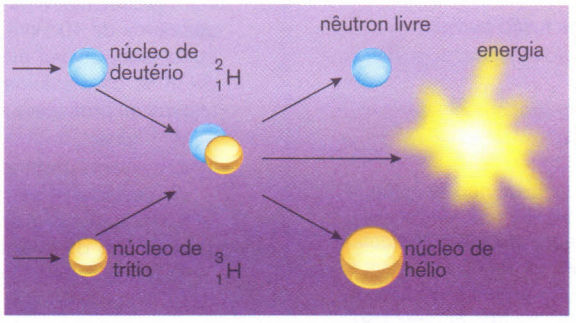
A obtenção de energia à custa da massa foi uma nova conceituação trazida pela teoria da relatividade. Massa e energia se equivalem!

A equação que sintetiza essa ideia é:

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

em que **ΔE** é a energia correspondente à variação Δm da massa e **c** é a velocidade das ondas eletromagnéticas.

A energia do Sol provém da fusão do hidrogênio; a qual associa 4 átomos de hidrogênios (prótons) para formar um núcleo de hélio.



Editoria de arte/Setup

Núcleos de deutério e trítio se ligam para formar um núcleo de hélio, liberando energia e um nêutron.

Aplicação

(UnB-DF) A fonte de energia solar são reações nucleares, nas quais é continuamente transformada em energia radiante. O Sol irradia energia com uma taxa de $4 \cdot 10^{26}$ J/s. Qual a diminuição da massa do Sol por segundo?

Use $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Resolução:

Em 1 segundo o Sol irradia uma energia igual a $\Delta E = 4 \cdot 1026$ J. Sendo $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, temos:

$$\Delta E = \Delta mc^2 \Rightarrow 4 \cdot 10^{26} = \Delta m \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow 4 \cdot 10^{26} = \Delta m \cdot 9 \cdot 10^{16} \Rightarrow \Delta m \simeq 4{,}4 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

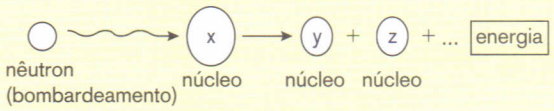
Portanto, em cada segundo a massa do Sol diminui de aproximadamente $4{,}4 \cdot 10^9$ kg.

Atividades

1 *(UFRGS-RS)* Quando um nêutron é capturado por um núcleo de grande número de massa, como o do ^{235}U, este se divide em dois fragmentos, cada um com cerca da metade original. Além disso, nesse evento, há emissão de dois ou três nêutrons e liberação de energia da ordem de 200 MeV, que isoladamente pode ser considerada desprezível (trata-se de uma quantidade de energia cerca de 1013 vezes menor do que aquela liberada quando se acende um palito de fósforo!). Entretanto, o total de energia liberada que se pode obter com esse tipo de processo acaba se tornando extraordinariamente grande graças ao seguinte efeito: cada um dos nêutrons liberados fissiona outro núcleo, que libera outros nêutrons, os quais, por sua vez, fissionarão outros núcleos, e assim por diante. O processo inteiro ocorre em um intervalo de tempo muito curto e é chamado de:

a) reação em cadeia.
b) fissão nuclear.
c) interação forte.
d) decaimento alfa.
e) decaimento beta.

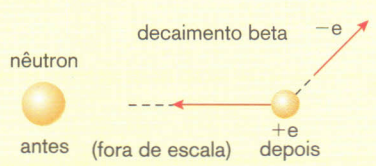
2 *(UEPA)* Uma das maiores catástrofes da história foi a invenção e lançamento da bomba atômica nas cidades japonesas de Hiroshima e Nagasaki. O modelo abaixo representado foi a base para a construção da bomba atômica:



Em relação ao modelo, assinale a alternativa correta.

a) Representa fissão e fusão atômica, seguida de liberação de energia.
b) É uma representação de fusão nuclear.
c) Representa fusão e fissão atômica, seguida de absorção de energia.
d) É uma representação de fissão nuclear.
e) É uma representação de fusão atômica.

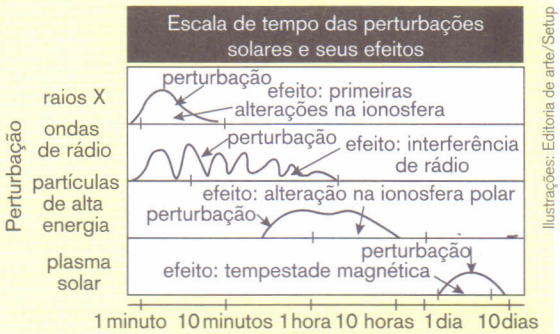
3 *(Vunesp-SP)* O decaimento beta ocorre quando um nêutron dá origem a um próton (carga +e), a um elétron (carga −e) e uma terceira partícula. Na figura, as setas mostram as direções iniciais e os sentidos de movimento do próton e do elétron depois do decaimento de um nêutron em repouso. A figura omite a terceira partícula.



A partir desses dados, pode-se dizer que a direção e a carga elétrica da terceira partícula são, respectivamente:

a) →; +e
b) ↘ ; −e
c) →; nula
d) ↘ ; nula
e) ←;−e

4 *(Enem-MEC)* Explosões solares emitem radiações eletromagnéticas muito intensas e ejetam, para o espaço, partículas carregadas de alta energia, o que provoca efeitos danosos na Terra. O gráfico abaixo mostra o tempo transcorrido desde a primeira detecção de uma explosão solar até a chegada dos diferentes tipos de perturbação e seus respectivos efeitos na Terra.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Considerando-se o gráfico, é correto afirmar que a perturbação por ondas de rádio geradas em uma explosão solar:

a) dura mais que uma tempestade magnética.
b) chega à Terra dez dias antes do plasma solar.
c) chega à Terra depois da perturbação por raios X.
d) tem duração maior que a da perturbação por raios X.
e) tem duração semelhante à da chegada à Terra de partículas de alta energia.

5 *(Unicamp-SP)* A evolução da sociedade tem aumentado a demanda por energia limpa e renovável. Tipicamente, uma roda-d'água de moinho produz cerca de 40 kWh (ou $1{,}4 \cdot 10^8$ J) diários. Por outro lado, usinas nucleares fornecem em torno de 20% da eletricidade do mundo e funcionam através de processos controlados de fissão nuclear em cadeia.

a) Um sitiante pretende instalar em sua propriedade uma roda-d'água e a ela acoplar um gerador elétrico. A partir do fluxo de água responsável e do tipo de roda d'água, ele avalia que a velocidade linear de um ponto da borda externa da roda deve ser $v = 2{,}4$ m/s. Além disso, para que o gerador funcione adequadamente, a frequência de rotação da roda-d'água deve ser igual a 0,20 Hz. Qual é o raio d'água a ser instalado? Use $\pi = 3$.
b) Numa usina nuclear, a diferença de massa Δm entre os reagentes e os produtos da reação de fissão é convertida em energia, segundo a equação de Einstein $E = \Delta mc^2$, onde $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Uma das reações de fissão que podem ocorrer em uma usina nuclear é expressa de forma aproximada por (1000 g de U_{235}) + (4 g de nêutrons) → (612 g de Ba_{144}) + + (378 g de Kr_{89}) + (13 g de nêutrons) + energia.

Calcule a quantidade de energia liberada na reação de fissão descrita acima.

Mais Atividades

1 *(UFPR)* Em 10 de setembro de 2008, a Organização Europeia para Pesquisa Nuclear (sigla internacional CERN) ligou pela primeira vez o acelerador de partículas Grande Colisor de Hádrons (LHC, em inglês), máquina com a qual se espera descobrir partículas elementares que comprovarão ou não o modelo atual das partículas nucleares. O colisor foi construído em um gigantesco túnel circular de 27 km de comprimento, situado sob a fronteira entre Suíça e a França e a uma profundidade de 50 a 120 m. Prótons são injetados no tubo circular do LHC e, após algum tempo em movimento, atingem velocidades próximas à da luz no vácuo (**c**). Supondo que após algumas voltas os prótons atinjam a velocidade constante de 0,18 **c**, com base nas informações acima e desprezando os efeitos relativísticos, determine:

a) quantas voltas os prótons dariam ao longo do túnel no intervalo de um minuto;

b) a velocidade angular desses prótons.

2 *(Uni-Rio-RJ)* Os raios X, descobertos em 1895 pelo físico alemão Wilhelm Rontgen, são produzidos quando elétrons são desacelerados ao atingirem um alvo metálico de alto ponto de fusão como, por exemplo, o Tungstênio. Essa desaceleração produz ondas eletromagnéticas de alta frequência denominadas de raios X, que atravessam a maioria dos materiais conhecidos e impressionam chapas fotográficas. A imagem do corpo de uma pessoa em uma chapa de raios X representa um processo em que parte da radiação é:

a) refletida, e a imagem mostra apenas a radiação que atravessou o corpo, e os claros e escuros da imagem devem-se aos tecidos que refletem, respectivamente, menos ou mais os raios X.

b) absorvida pelo corpo, e os tecidos menos e mais absorvedores de radiação representam, respectivamente, os claros e escuros da imagem.

c) absorvida pelo corpo, e os claros e escuros da imagem representam, respectivamente, os tecidos mais ou menos absorvedores de radiação.

d) absorvida pelo corpo, e os claros e escuros na imagem são devidos à interferência dos raios X oriundos de diversos pontos do paciente sob exame.

e) refletida pelo corpo e parte absorvida, sendo que os escuros da imagem correspondem à absorção e os claros, aos tecidos que refletem os raios X.

3 *(UFC-CE)* O núcleo de um determinado elemento **A**, constituído por dois prótons e dois nêutrons, tem massa $m_A \simeq 6{,}691 \cdot 10^{-27}$ kg. Medidas experimentais mostram que a soma da massa dos dois prótons, $m_P \simeq 3{,}345 \cdot 10^{-27}$ kg, com a massa dos dois nêutrons, $m_N \simeq 3{,}350 \cdot 10^{-27}$ kg, não é igual à massa do núcleo. Isto significa que existe uma energia mínima para separar os constituintes do núcleo do elemento **A**, denominada aqui de energia de ligação $\mathbf{E_L}$. (Dados: velocidade da luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; constante de Planck $h = 6 \cdot 10^{-34}$ J · s).

a) Determine a energia de ligação para separar prótons e nêutrons em núcleo do elemento **A**.

b) No caso de ser possível separar os constituintes do núcleo do elemento **A** incidindo fótons de uma radiação eletromagnética de frequência $f = 1{,}2 \cdot 10^{15}$ Hz, determine o número de fótons necessários para que isso ocorra.

4 *(Unic-MT)* A vida na Terra depende do Sol. A energia que este astro irradia é resultado da transformação nuclear que se processa em seu interior. Devido à elevada pressão, ocorre à união dos elementos mais leves como o hidrogênio, formando outros mais pesados, como o hélio. Dessa forma, o Sol perde massa, a qual é convertida em energia num processo regido pela equação $E = mc^2$, obtida pelo físico Albert Einstein (1879-1955), em sua Teoria da Relatividade. A luz que vem do Sol (energia radiante) ilumina e aquece a Terra, sendo transformada em energia química por plantas marinhas e terrestres (processo de fotossíntese), energia eólica (ventos), energia térmica (aquecedores residenciais), energia elétrica (baterias fotovoltaicas), além de muitas outras. Em 10 bilhões de anos, o Sol perdeu aproximadamente 10^{27} kg de massa, que foi convertida em energia.

Dadas as afirmações abaixo:

I. A reação que ocorre no Sol com átomos de hidrogênio – produzindo hélio – é conhecida como fissão nuclear.

II. A luz emitida pelo Sol tem natureza dual: ondulatória (eletromagnética) e corpuscular (fóton).

III. A fusão dos átomos de hidrogênio resulta em elementos mais leves.

São verdadeiras:

a) todas as opções.

b) nenhuma das opções.

c) somente I.

d) somente II.

e) somente III.

5 *(Furb-SC)* A bomba de nêutrons é uma arma feita para destruir os "seres vivos" pela radiação em um raio de dezenas de quilômetros sem causar danos às construções. Isso é possível porque a energia resultante:

a) transporta ondas de choque e de calor.

b) transporta apenas ondas de choque.

c) transporta apenas ondas de calor.

d) não transporta ondas de choque e de calor.

e) transporta ondas de choque, de calor e os nêutrons.

6 *(Fuvest-SP)* O ano de 2005 foi declarado o Ano Internacional da Física, em comemoração aos 100 anos da Teoria da Relatividade, cujos resul-

tados incluem a famosa relação $E = \Delta mc^2$. Num reator nuclear, a energia provém da fissão do Urânio. Cada núcleo de Urânio, ao sofrer fissão, divide-se em núcleos mais leves, e uma pequena parte, Δm, de sua massa inicial transforma-se em energia. A Usina de Angra II tem uma potência elétrica de cerca 1 350 MW, que é obtida a partir da fissão de Urânio-235. Para produzir tal potência, devem ser gerados 4 000 MW na forma de calor **Q**. Em relação à Usina de Angra II, estime a:

a) quantidade de calor **Q**, em joules, produzida em um dia;

b) quantidade de massa Δm que se transforma em energia na forma de calor, a cada dia;

c) massa M_U de Urânio-235, em kg, que sofre fissão em um dia, supondo que a massa Δm, que se transforma em energia, seja aproximadamente 0,0008 $(8 \cdot 10^{-4})$ da massa M_U.

(Note e adote: Em 1 dia, há cerca de $9 \cdot 10^4$ s; 1 MW = 10^6 W; c = $3 \cdot 10^8$ m/s.)

$$E = \Delta mc^2$$

Essa relação indica que massa e energia podem se transformar uma na outra. A quantidade de energia **E** que se obtém está relacionada à quantidade de massa Δm, que "desaparece", através do produto dela pelo quadrado da velocidade da luz (**c**).

7 *(Enem-MEC)* A energia geotérmica tem sua origem no núcleo derretido da Terra, onde as temperaturas atingem 4 000 °C. Essa energia é primeiramente produzida pela decomposição de materiais radioativos dentro do planeta. Em fontes geotérmicas, a água, aprisionada em um reservatório subterrâneo, é aquecida pelas rochas ao redor e fica submetida a altas pressões, podendo atingir temperaturas de até 370 °C sem entrar em ebulição. Ao ser liberada na superfície, à pressão ambiente, ela se vaporiza e se resfria, formando fontes ou gêiseres. O vapor de poços geotérmicos é separado da água e é utilizado no funcionamento de turbinas para gerar eletricidade. A água quente pode ser utilizada para aquecimento direto ou em usinas de dessalinização.

Roger A.; Hinrichs e Merlin Kleinbach. *Energia e meio ambiente*.

Depreende-se das informações acima que as usinas geotérmicas:

a) utilizam a mesma fonte primária de energia que as usinas nucleares, sendo, portanto, semelhantes os riscos decorrentes de ambas.

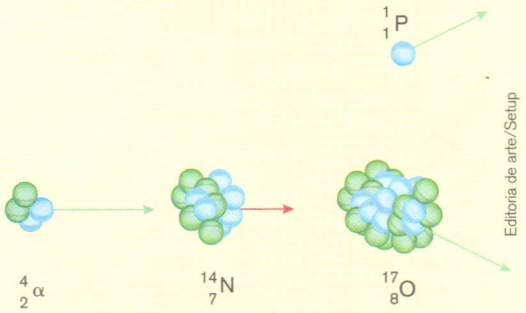
b) funcionam com base na conversão de energia potencial gravitacional em energia térmica.

c) podem aproveitar a energia química transformada em térmica no processo de dessalinização.

d) assemelham-se às usinas nucleares no que diz respeito à conversão de energia térmica em cinética e, depois, em elétrica.

e) transformam inicialmente a energia solar em energia cinética e, depois, em térmica.

8 *(UFBA)* Investigando a estrutura do núcleo atômico, Rutherford conseguiu, pela primeira vez, transformar artificialmente um elemento químico em outro, fazendo um feixe de partículas alfa passar através de uma camada de nitrogênio gasoso. A transformação ocorrida, de nitrogênio em oxigênio, está representada, de maneira sintética, na figura a seguir.



Editoria de arte/Setup

Com base nas informações, na análise da figura e nos conhecimentos sobre Física Nuclear, é correto afirmar:

(01) A estabilidade de núcleos atômicos se mantém pela ação de forças de natureza eletromagnética.

(02) A partícula alfa é formada por dois núcleos.

(04) O nitrogênio libera um próton mediante reação nuclear espontânea.

(08) O oxigênio obtido é resultante de um processo de transmutação.

(16) A conservação do núcleo de massa ocorre em reações nucleares.

(32) A carga elétrica total, antes da reação, é igual à carga elétrica total após a reação.

9 *(UFPI)* Uma pequena usina de fissão nuclear utiliza ^{235}U (isótopo de urânio com número de massa A = 235) como combustível. O processo de fissão (ou quebra) de cada átomo de ^{235}U libera cerca de 200 MeV de energia (1 MeV = 10^6 eV, 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J). Um mol de átomos de ^{235}U tem uma massa M = 235 gramas. Suponha que essa usina apresente uma eficiência de 50% no processo de converter energia nuclear em energia elétrica e que um de seus clientes é uma fábrica que necessita, por mês, de $2{,}0 \cdot 10^6$ kWh de energia. A massa de urânio que a usina tem de processar para atender o seu cliente é, em gramas:

a) 940
b) 705
c) 176
d) 118

Respostas

Unidade I – A Física como Ciência

Capítulo 1 – Introdução

Atividades – Página: 17

1. a) 7000 m
b) 300 s
c) 28800 s
d) 5,80 m
e) 15 m
f) 0,6 kg
g) 4000 kg
h) 2000 000 m^2
i) 0,9 m^2

2. a) 2000000 m^2
b) 80000 m^2
c) 0,9 m^2
d) 0,012 m^2
e) 1,5 m^2
f) 0,001 m^2

3. a) 0,05 m^3
b) $7 \cdot 10^{-4}$ m^3
c) 0,01 L

4. 1500 cm^2

5. 0,3625 m^3; 1250 garrafas

6. x = 1, y = 39, z = 0

7. d **8.** d **9.** e

Atividades – Página: 21

1. a) $3 \cdot 10^8$ m/s
b) $1{,}6 \cdot 10^{-24}$ g
c) $5 \cdot 10^{-9}$ cm
d) $6{,}02 \cdot 10^{23}$

2. c

3. a) 340000
b) 0,0015
c) 94000
d) 1600000
e) 0,000314
f) 0,000085

4. a) $7 \cdot 10^{-9}$ s
b) $9 \cdot 10^{-12}$ s
c) $6 \cdot 10^{-3}$ s
d) $8 \cdot 10^{9}$ s
e) $5 \cdot 10^{6}$ s
f) $3 \cdot 10^{-6}$ s

5. a) $9{,}1504 \cdot 10^2$ m^2 b) [OG] = 10^3

Mais Atividades – Página: 21

1. 360000 habitantes

2. $2{,}85 \cdot 10^5$ cm^2 **3.** 4 dm (40 cm)

4. 6 tubos **5.** 375 lajotas **6.** R$ 59,50

7. a) R$ 2,15 e R$ 2,20 b) 399 km

8. a) $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $1{,}08 \cdot 10^{21}$ m^3; $8 \cdot 10^{22}$ kg e $2{,}2 \cdot 10^{19}$ m^3
b) 10^{25} kg; 10^{21} m^3; 10^{23} kg e 10^{19} m^3

9. d **10.** d **11.** c

12. a) $1{,}215 \cdot 10^6$ m^3 b) $1{,}191 \cdot 10^6$ m^3

13. a) [OG] = 10^5
b) [OG] = 10^{-3}
c) [OG] = 10^7
d) [OG] = 10^{-4}

14. b

Unidade II – Cinemática escalar

Capítulo 2 – Introdução ao estudo dos movimentos

Atividades – Página: 26

1. Em relação ao solo, movimenta-se o táxi que tiver sua posição alterada, mas, entre eles, os dois estarão em movimento.

2. a) Circunferência.
b) Reta para o observador na calçada; e para o ciclista o ponto, parado (sem movimento), não descreve uma trajetória.

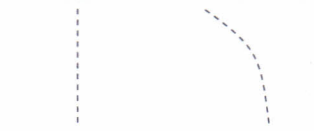
3. Em Mecânica, o movimento e o repouso de um corpo são definidos em relação a algum referencial. Para dizer que tanto Heloísa quanto Abelardo estão corretos, devemos interpretar a afirmação de Heloísa como "o passageiro não se move em relação a mim, que me movo junto do ônibus" e a afirmação de Abelardo como "o passageiro está em movimento em relação a mim, que estou parado em relação à Terra (ou à rodovia)".

Atividades – Página: 32

1. b **2.** c **3.** d
4. a) 72 km/h b) 3 m
5. a **6.** a
7. 62 km/h, 111 km/h e 76 km/h
8. a **9.** 0,06 m/s **10.** 10 anos **11.** c

Mais Atividades – Página: 34

1.



trajetória do parafuso observada por *X*. trajetória do parafuso observada por *Y*.

2. 50 km/h **3.** 12,5 m **4.** e **5.** c
6. 3 m/s **7.** b **8.** 2 km/ano
9. 4 m/s **10.** c **11.** 45 km/h
12. a **13.** a **14.** b **15.** c
16. a) 1,5 h b) 6 km/h
17. e **18.** e
19. a) 25 m/s e 5 m/s b) 2º, 7º
20. 32 s **21.** Não **22.** b
23. 4 m/s **24.** 80 km/h **25.** a
26. d

Capítulo 3 – Movimento retilíneo uniforme

Atividades – Página: 42

1. a) 40 s
b)

2. b **3.** d **4.** 250 m
5. 20 km **6.** d
7. a) −11 m/s c) 13 s
b) −138 m
8. 2,5 km **9.** c **10.** 200 s
11. 25 m **12.** 90 m **13.** d
14. a) 14,4 s b) 72 s

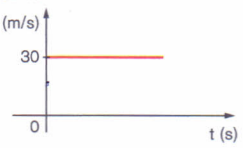
Atividades – Página: 46

1. a) Sim b) O móvel *B*.
2. a) 8 m c) 170,5 m
b) 6,5 m/s
3. b **4.** d **5.** c **6.** b

Atividades – Página: 48

1. a) s = −20 + 10t (SI)
b)

2. a) *A*; *B*. b) *A*; 200 m
3. b
4. a) 900 m
b)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Mais Atividades – Página: 49

1. 425 m **2.** 74 s **3.** e
4. 4 L **5.** c **6.** 6336 s
7. 1 + 2 + 8 + 32 = 43
8. 30 m/s **9.** d **10.** c
11. a) 10 m c) 20 m
b) −5 m/s d) 20 m/s
12. 01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31
13. a **14.** 66,7 m/s
15. a) 20 km/h b) 108 s
16. 8 + 16 + 32 = 56

Capítulo 4 – O movimento retilíneo uniformemente variado

Atividades – Página: 54

1. Resposta pessoal.

2. Sim, pois eles causam a modificação no valor da velocidade, diminuindo-a por certo intervalo de tempo.

3. a) -4 m/s² b) Acelerado.
4. e **5.** d **6.** 2,5 m/s²
7. As acelerações do carro e da moto são iguais.

Atividades – Página: 56

1. A velocidade do corpo apresenta variação constante com o tempo. A velocidade do corpo apresenta uma variação que não é constante com o tempo.

2. a) 0 s a 4 s; 12 s a 20 s
b) 4 s a 12 s
c) 0 s a 4 s

3. a) $v_0 = 4$ m/s; a = 2 m/s²
b) Não inverte.
c) Acelerado.

4. a) 10 m/s² c) 10 m/s
b) 40 m
5. d

Atividades – Página: 58

1. 2,5 m/s² **2.** c
3. a) 0,8 m/s² b) 14,0 m/s
4. a) 2,5 m/s² c) 12,0 s
b) 10 m/s
5. b **6.** d
7. a) 32 km/h b) 400 s

Atividades – Página: 60

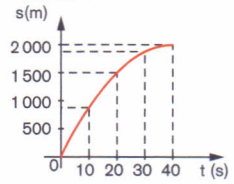
1. 1,5 m/s² **2.** d **3.** a
4. 2 + 8 + 16 = 26

Atividades – Página: 62

1. a) Sim b) *A*
2. a) 14 m/s b) 22,5 s
3. a) v = 6 + 2t c) v = 10 − 2,5t
b) v = 3t
4. a) 10 m/s²
b) 5 m
c) 9,5 m/s
5. a) 0,5 m/s²
b) 20 s
c) 100 m

Atividades – Página: 64

1. $2 + 4 + 16 = 22$
2. a) $-2{,}5\ m/s^2$
   b) s(m)

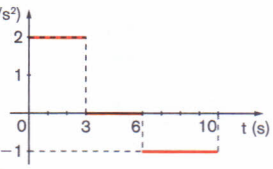


3. d

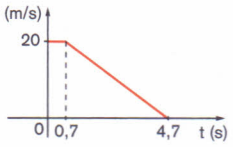
Ilustrações: Editoria de arte/Setup

Atividades – Página: 66

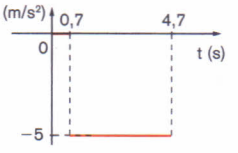
1. a (cm/s²)



2. 20 m/s
3. a) 0,7 s e 0,6 s
   b) $5\ m/s^2$ e $6{,}25\ m/s^2$
   c) v (m/s)



a (m/s²)



4. a) 60 m b) 4 m/s

Mais Atividades – Página: 67

1. Sim, desde que velocidade e aceleração escalares tenham o mesmo sinal. $v \cdot a > 0$: movimento retrógrado acelerado.
2. c 3. a
4. 02, 04, 16 e 32
5. b 6. e 7. a 8. c
9. b 10. c
11. a) 2,7 s b) 17 m
12. a) 4,5 s b) $1{,}54\ m/s^2$
13. a) 24 m/s b) 30 s
14. e 15. $\frac{10}{3}$
16. a) $a_A = 3{,}75\ m/s^2$; $a_B = -2{,}5\ m/s^2$
    b) $\Delta s_B > \Delta s_A$
17. a) 12 s b) $2{,}5\ m/s^2$
18. 10 m/s

Capítulo 5 – Movimento vertical no vácuo

Atividades – Página: 75

1. d 2. d 3. 28 m/s
4. e 5. b

Mais Atividades – Página: 77

1. a) 30 s b) 4 500 m
2. b
3. a) $5\ m/s^2$ b) 90 m
4. d 5. d 6. d 7. 2,0 m/s
8. d 9. 20 m
10. 01, 04 e 16
11. d 12. 10 m/s
13. a 14. a

Unidade III – Cinemática vetorial

Capítulo 6 – Vetores

Atividades – Página: 83

1. Escalares: volume, temperatura, comprimento e massa. Caracterizam-se pela medida. Vetoriais: força, velocidade, aceleração e deslocamento. Além de medida, exigem orientação.
2. Uma força de 5 unidades, horizontal e para a esquerda.
3. Dois; mesmo módulo e sentidos opostos.
4. a) Em sentidos opostos.
   b) Perpendiculares.
   c) Num mesmo sentido.
5. a) 14 u c) 10 u
   b) ≃ 12,2 u d) 2 u
6. e 7. a 8. a

Atividades – Página: 85

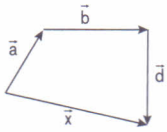
1. a) 30 u d) 16 u
   b) 29 u e) 10 u
   c) 22 u f) 10 u
2. 20 u
3. a) 1 u b) 7 u c) 5 u d) $\sqrt{37}$ u

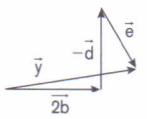
Atividades – Página: 86

1. a) $a_x = 4$ m; $a_y = 4\sqrt{3}$ m
   b) $a_x = 4\sqrt{3}$ m; $a_y = 4$ m
   c) $a_x = 0$; $a_y = 8$ m
   d) $a_x = 8$ m; $a_y = 0$
2. 80 m/s
3. a) 0,4 m/s b) 12 m
4. 3 m/s 5. 59 km/h

Atividades – Página: 88

1. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{d}$ $\vec{y} = 2\vec{b} - \vec{d} + \vec{e}$





2. $\sqrt{5}$ unidade 3. ≃ 94,3 m
4. a) $4\ m/s^2$ b) $1\ m/s^2$ ou $7\ m/s^2$

Atividades – Página: 90

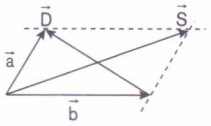
1. Não são iguais, pois têm direções diferentes.
2. 1 km/h
3. $2 + 4 + 8 = 14$ 4. b

Atividades – Página: 92

1. $|\vec{a}| = 3\ m/s^2$
2. 72 km/h
3. a) $8\ m/s^2$ c) $200{,}2\ m/s^2$
   b) $200\ m/s^2$
4. Se o movimento é uniforme, a velocidade não varia em módulo. Como a aceleração tangencial tem a mesma direção do vetor velocidade, e estes têm módulo constante, a a_t deve ser nula em movimentos uniformes.
5. b
6. e
7. 01, 02 e 08.

Mais Atividades – Página: 93

1. b 2. a
3. a) ≃12,2 cm d) 7 cm
   b) 12,3 cm e) ≃ 8,4 cm
   c) 10 cm f) 28 cm
4. 16 cm 5. b 6. V, V, F, V, F
7. 25 cm 8. 6 m/s
9. a) 9,28 m/s b) 5 m/s
10. e
11. Não, pois apresentam orientações diferentes.
12. c 13. a 14. a
15. a) O vetor $\vec{A}$ está orientado na mesma direção e sentido do vetor $\vec{B}$, ou seja, os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são paralelos ($\vec{A} \parallel \vec{B}$). Quando os vetores se encontram na mesma direção e sentido, o módulo do vetor resultante ($\vec{C}$) é obtido somando-se os seus módulos, ou seja, $C = A + B$.
    b) O vetor $\vec{B}$ está orientado em uma direção perpendicular ao vetor $\vec{A}$ ($\vec{A} \perp \vec{B}$). Quando os vetores são perpendiculares, a soma dos quadrados dos seus módulos é igual ao quadrado do módulo do vetor resultante, ou seja, $C^2 = A^2 + B^2$.
16. $5 < R < 13$ 17. c
18. V, V, F
19. b 20. d
21. a) 100 km c) 50 km/h
    b) 90 km/h
22. a) 31,4 cm/s b) 20 cm/s
23.



24. e
25. $16\ m/s^2$; ≃ 5,7 m/s; $10\ m/s^2$
26. d

Capítulo 7 – Composição de movimentos e lançamentos

Atividades – Página: 101

1. b 2. c 3. a
4. a) 1,0 m/s b) 1,5 m/s
5. $v_{chuva,pessoa} = v_{chuva,Terra} + v_{pessoa,Terra}$
   A pessoa deve andar lentamente, isto é, diminuir sua velocidade em relação à Terra, reduzindo, assim, a velocidade da chuva em relação a ela.

Atividades – Página: 105

1. a) 3,18 s b) 38 carros
2. a 3. 4
4. a) 3,8 m b) 1 s

Atividades – Página: 106

1. e
2. a) 5 m b) 1 s
3. d
4. 1 m/s ≤ v_c ≤ 4 m/s 5. 158 m

Mais Atividades – Página: 107

1. 20 s 2. a
3. $4 + 8 + 64 = 76$

4. 1,7 m/s
5. a) 20 m/s b) 0,8 s
6. b 7. a 8. a

Capítulo 8 – Movimento circular

Atividades – Página: 110

1. $\simeq$ 1,6 m/s 2. $3{,}2 \cdot 10^7$ voltas.
3. a) $\frac{\pi}{10}$ rad/s b) π m/s
4. a) 5 cm/s b) $\frac{1}{4}$ rad/s

Atividades – Página: 112

1. a) 0,5 Hz b) 2 s
2. 0,5 s e 2 Hz 3. 5 Hz e 0,2 s
4. 720 voltas 5. 5 rotações

Atividades – Página: 115

1. a) Sim, como o movimento é circular, existe aceleração centrípeta.
   b) As frequências são iguais, já que gastam o mesmo tempo para completar uma volta, ou seja, possuem o mesmo período.
   c) A velocidade linear de João é maior que a de Maria, já que o mesmo percorre um espaço maior.
2. a) 60 rps c) 120π rad/s
   b) $\frac{1}{60}$ s d) 24π m/s
3. a 4. a
5. a) 3000 voltas b) 2,5 Hz
6. a
7. a) 2 Hz b) 1,5 m/s

Atividades – Página: 118

1. a 2. a
3. a) 2,4 m/s b) 3,0 m/s
4. a) 5 rps b) π m/s

Mais Atividades – Página: 118

1. a) Na horizontal para a direita.
   b) 9π m/s
2. 18 rps 3. e 4. b
5. d 6. b
7. a) Horário. c) 50 rpm
   b) 5000 dentes/min
8. b

Unidade IV – Dinâmica

Capítulo 9 – Força e movimento

Atividades – Página: 125

1. Para não cair, uma vez que seu corpo tende a permanecer com o movimento imediatamente anterior ao da arrancada ou da freada.
2. Ao bater com o cabo do martelo num apoio, sua massa tende a continuar em movimento, encaixando a cabeça mais firmemente no cabo a cada batida.
3. A lei da inércia.
4. a) Primeira lei de Newton; em uma colisão traseira, o carro é subitamente empurrado para a frente. O motorista tende a manter a velocidade original. Em relação ao carro, ele parece se deslocar para trás.
   b) $v = 100$ km/h $= 27{,}7$ m/s; $\Delta t = 0{,}2$ s; $\Delta s = v\Delta t = 27{,}7 \cdot 0{,}2$ s $= 5{,}54$ m

Atividades – Página: 129

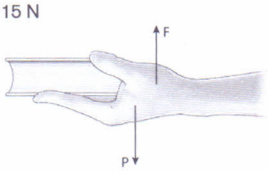
1. 32 N 2. c 3. c 4. c
5. $F_1 = 30$ N e $F_2 = 40$ N; ou $F_1 = 40$ N e $F_2 = 30$ N
6. b

Atividades – Página: 131

1. e 2. e
3. 04 e 16 4. e

Atividades – Página: 137

1. a) A combustão dos gases provoca uma rápida ejeção destes pela turbina do foguete. Se o foguete age sobre os gases da combustão, forçando-os verticalmente para baixo, os gases reagem a essa força, impulsionando o foguete para cima.
   b) O taco age sobre a bola segundo uma força que a faz se deslocar pela mesa; por outro lado, a bola age (reage) à força do taco por outra força que pode ser sentida pela resistência da tacada.
   c) O pássaro força o ar para trás; o ar, por sua vez, reage no sentido contrário, impulsionando o pássaro para frente.
2. d 3. d
4. a) 15 N
   b)

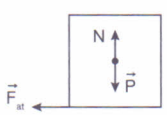


Ilustrações: Editoria de arte/Setup

5. a 6. 3 N 7. c
8. c 9. 30 N
10. 20000 N
11. a) 2,5 m/s² b) 37,5 N

Atividades – Página: 145

1. Uma vez retirada a força motriz, a força resultante passa a ser a força de atrito. Essa força produzirá uma aceleração com sentido contrário à velocidade. Assim, o corpo terá movimento retardado até parar.
2. e
3. (0) Verdadeiro.
   (1) Verdadeiro.
   (2) Verdadeiro.
4. a)



   b) $|\vec{F}| \leq 60$ N
5. a) $-7{,}5$ m/s² b) 15 m
   c) O automóvel não atingirá a senhora.
6. $\simeq 0{,}3$ 7. a

Atividades – Página: 147

1. 2 s 2. a) 4 m/s² b) 36 N
3. d 4. c

Atividades – Página: 152

1. e 2. 50 N/m 3. a
4. a) 900 N c) 750 N
   b) 600 N d) Zero

Atividades – Página: 157

1. 20 N 2. b 3. a
4. b 5. e

Atividades – Página: 159

1. A quantidade de movimento é uma grandeza vetorial que para ser constante precisa ter o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em qualquer instante. No movimento circular e uniforme ela varia em direção a cada instante. Portanto, a quantidade de movimento não é constante.
2. a) 0,28 kg · m/s b) $\simeq$ 2,5 s
3. 02 4. 200 kg · m/s
5. a) 23 kg · m/s b) 3 kg · m/s
6. 800 kg · m/s 7. 2400 kg · m/s

Atividades – Página: 163

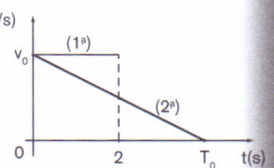
1. Transferindo-lhe uma quantidade de movimento a partir de algo já em movimento, como as mãos, os pés, ou outro corpo já em movimento que colide com ela.
2. a) Quando o atleta cai, o acolchoado prolonga o tempo do impacto com o solo, relaxando os músculos e distribuindo o impacto por várias partes do corpo quando seus pés, costas e ombros batem no acolchoado.
   b) O amortecedor nos tênis dos atletas prolonga o tempo do impacto com o solo ao caminhar ou correr, diminuindo assim o desconforto e possíveis lesões na estrutura ortopédica do atleta.
3. 117,6 N · s
4. a) 70 N · s b) 2 m/s
5. 16 m/s 6. a

Atividades – Página: 168

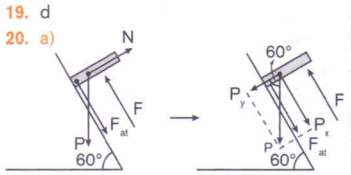
1. c
2. $v' = \left[\frac{m}{(m+M)}\right] v$ 3. b
4. 90 kg 5. d 6. d 7. c

Mais Atividades – Página: 169

1. 10 m/s² 2. c 3. c
4. c 5. c 6. $8{,}3 \cdot 10^4$ N
7. A força resultante é o peso da bola. Ela é vertical, dirigida para baixo e de intensidade 6,5 N.
8. e 9. d 10. d 11. a
12. d 13. 4 m/s² 14. a 15. e
16. c
17. a) 4 s
   b) v (m/s)



   c) 24 m/s
18. a) 152 N b) 162 N
19. d
20. a)



P: peso da parte móvel $\begin{cases} P_x\text{: componente horizontal de } P \\ P_y\text{: componente vertical de } P \end{cases}$

N: reação normal do apoio
F: força aplicada pela pessoa
F_{at}: força de atrito dinâmico entre as superfícies

b) 910 N

21. d **22.** b **23.** 120 m **24.** e
25. a) 1 m/s b) 1 s
26. a) 25 N b) 70 N · s
27. d **28.** 01 e 16 **29.** a **30.** c

Capítulo 10 – Energia

Atividades – Página: 179

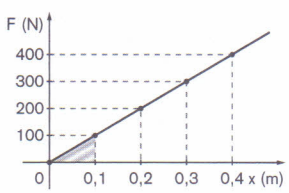
1. e
2. a) $v = 3 + 2t$ b) 800 J
3. 5661 J **4.** b

Atividades – Página: 181

1. d **2.** a **3.** d **4.** c

Atividades – Página: 183

1. d
2. a)



b) 5 J
3. a) 1 N/m c) $2 \cdot 10^{-9}$ kg
b) $5 \cdot 10^{-15}$ J

Atividades – Página: 186

1. a **2.** d **3.** b **4.** d
5. a) 32000 J b) 15 CV
6. 80 **7.** 2 kW

Atividades – Página: 188

1. 66% **2.** a **3.** d
4. a) $8 \cdot 10^6$ W c) $2 \cdot 10^5$ W
b) $2 \cdot 10^6$ W

Atividades – Página: 189

1. 48 J **2.** 45 J **3.** 100 J

Atividades – Página: 192

1. b
2. a) 200 N
b) 1600 J. O trabalho transforma-se em energia potencial gravitacional.
c) 1600 J
3. a) Energia potencial elástica; o garoto, que estica a borracha.
b) Energia cinética; a borracha esticada.
4. a) 5 000 J b) 3750 J
5. 0,0025 J **6.** 0,05 J

Atividades – Página: 194

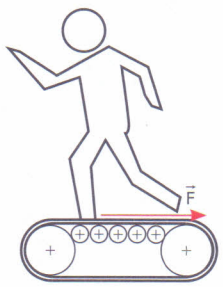
1 a) 960 J. O trabalho realizado causará uma variação de velocidade na caixa.
b) 960 J; $\tau = E_{c_f}$, pois $E_{c_i} = 0$
2. 70 N
3. e

Atividades – Página: 198

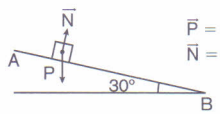
1. d **2.** a **3.** b **4.** c
5. d **6.** $2 + 32 = 34$
7. 0,96 m

Mais Atividades – Página: 200

1. $-\frac{1}{15}$ m/s²; $-\frac{1}{150}$; 40 N; $1{,}2 \cdot 10^5$ J
2. a) 4800 m
b)



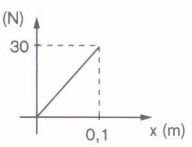
3. a) 20 m/s b) 60 J
4. a) 0,6 m/s² b) 900 J
5. 21400 J **6.** b
7. a) 5 m/s² c) $6 \cdot 10^4$ W
b) 108 km/h
8. e **9.** b **10.** a
11. a) 6000 J c) 50%
b) 200 W
12. a) $-0{,}25$ m/s² c) 900 kJ
b) 22,5 N
13. a) $\simeq 3{,}92$ m/s²
b) $\tau_{peso} = 78{,}4$ J; $\tau_{fat} \simeq -26{,}1$ J
14. d **15.** 3,6 J **16.** b
17. b **18.** a
19. a) 1000 J c) 74,6 kg
b) 100 W
20. a
21. a) 1 N/m c) $2 \cdot 10^{-9}$ kg
b) $5 \cdot 10^{-15}$ J
22. b
23. a) 18000 J b) 3 pessoas
24. a) $7 \cdot 10^{-6}$ m² b) 20 m/s
25. d
26. a)



$\vec{P}$ = força peso
$\vec{N}$ = força normal

b) 5 m/s²; 10 m/s c) 0,25
27. c **28.** b **29.** a **30.** d
31. a) 12 m b) 4,8 m

32. a)



b) 5 N c) 20 m/s
33. a) 0,2 J b) $20\sqrt{2}$ m/s

Capítulo 11 – Gravitação universal

Atividades – Página: 209

1. a) P; A
b) $\Delta t_{VPI} < \Delta t_{PIA} = \Delta t_{AVP} < \Delta t_{IAV}$
2. e **3.** b
4. a) 500 s; 2000 s b) $T \simeq 253$ anos
5. b

Atividades – Página: 212

1. $6{,}03 \cdot 10^{-10}$ N **2.** $\simeq 2{,}04 \cdot 10^{20}$ N
3. c **4.** a

Atividades – Página: 214

1. $g_P = 8g_T$ **2.** $\simeq 8$ m/s²
3. 1,72 m/s² **4.** d
5. a) 4 m/s² b) 30 m

Atividades – Página: 215

1. b **2.** a

Mais Atividades – Página: 216

1. $1 + 4 + 8 = 13$
2. e **3.** 90
4. a) $h = \frac{r}{2}$ b) $9{,}5 \cdot 10^9$ J
5. $2 \cdot 10^{11}$ estrelas
6. $h = R$
7. a **8.** c
9. $9 \cdot 10^7$ m

Unidade V – Estática

Capítulo 12 – Equilíbrio de um corpo

Atividades – Página: 220

1. e **2.** $3\sqrt{3}$ N; 270°
3. b **4.** b
5. a) 800 N b) 700 N
6. 20 N **7.** 17 N
8. $N = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ N
9. Vertical para cima; 150 N.

Atividades – Página: 225

1. a) Zero c) 12 N · m
b) 48 N · m
2. c **3.** c **4.** 0,3 N · m

Atividades – Página: 227

1. $R_y = 1833{,}3$ N e $R_x = 1166{,}7$ N
2. 100 N, vertical e para baixo.
3. $x \geqslant 0{,}7$ m **4.** $\simeq 2{,}5$ m
5. a) 500 N b) $250\sqrt{3}$ N e 650 N
6. a) $1{,}5 \cdot 10^5$ N b) $0{,}5 \cdot 10^5$ N; vertical para baixo.
7. 0,75 N; 0,25 N

Atividades – Página: 232

1. a
2. a) 600 N b) 4
3. 5 cm **4.** 0,4 m ou 40 cm
5. b

Mais Atividades – Página: 233

1. b **2.** d **3.** a
4. a) 1,5 kg b) 6 Nm
5. 01, 02 e 16
6. 3,5 m **7.** 3 m

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

8. 25 cm
9. d
10. b
11. a) $\frac{4}{3}$ mg; $\frac{2}{3}$ mg b) $\frac{L}{6}$
12. c
13. a) 2500 N b) 1000 N c) $\simeq$ 2015 N
14. $\simeq$ 4,81 m
15. 01, 02 e 16
16. 30 kg
17. a
18. d
19. d
20. d
21. d
22. a) $5 \cdot 10^6$ N b) $4{,}5 \cdot 10^8$ N · m

Unidade VI – Mecânica dos fluidos

Capítulo 13 – Hidrostática

Atividades – Página: 240

1. e
2. Porque a área da ponta do ferrão é muito pequena e a força usada pela abelha é suficiente para produzir a pressão necessária para perfurar a pele.
3. d
4. b
5. 7500 N/m²
6. b
7. a) 600 N b) $2 \cdot 10^6$ N/m²
8. $> 2 \cdot 10^5$ N/m²

Atividades – Página: 242

1. $8 \cdot 10^3$ kg/m³
2. d
3. 7,5 kg e 2,5 kg
4. 17 g
5. a
6. a) O gelo. b) Um litro de água.

Atividades – Página: 248

1. Porque a pressão da coluna de água nos andares inferiores é maior do que nos andares superiores.
2. $5 \cdot 10^3$ kg/m³
3. a
4. a) $6{,}18 \cdot 10^5$ N/m² b) $3{,}09 \cdot 10^5$ N
5. 75 m
6. 8000 N/m²
7. Não; a força necessária é superior a 6000 N.
8. $p_2 - p_1 = 5 \cdot 10^3$ N/m²

Atividades – Página: 250

1. d
2. a
3. $\simeq$ 2,2 cm
4. Ao sugar a água pelo tubo flexível e colocá-lo a um nível inferior, a pressão na saída do tubo é maior que a pressão externa (atmosférica) que mantém o fluxo de água.
5. c
6. a
7. $1{,}1 \cdot 10^5$ N/m²

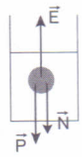
Atividades – Página: 253

1. Porque para obter a mesma variação de pressão é preciso aplicar mais força na maior superfície.
2. 10 cm²
3. F, V, F, V, F

Atividades – Página: 257

1. e
2. O módulo do empuxo sobre o corpo imerso é igual ao módulo do peso do fluido deslocado. Tanto a esfera quanto o barquinho deslocaram a mesma quantidade de água, pois os níveis de água nos dois recipientes subiram à mesma altura. Desse modo, os módulos dos dois empuxos são iguais ao módulo do peso dessa mesma quantidade de água, isto é, $E_e = E_b$.
3. c
4. 89,3%
5. 1,5 N
6. c
7. a
8. 10000 bexigas no mínimo.

Mais Atividades – Página: 258

1. 04
2. $5 \cdot 10^5$ N/m²
3. 02 e 32
4. a) $F_i = 300$ N e $F_m = 400$ N b) $P_m = 4{,}0 \cdot 10^6$ Pa e $P_i = 1{,}5 \cdot 10^7$ Pa
5. a) 1800 N b) 100 N/cm²
6. a
7. a) 2 m b) 40 m/s²
8. d
9. a) A pressão do ar é maior que a pressão da água. b) $1{,}864 \cdot 10^6$ N/m²
10. c
11. F, F, F, V
12. a) 

Editoria de arte/Setup
b) 199 N
13. a) 110 290 N b) 99 833 N
14. c
15. e

Capítulo 14 – Hidrodinâmica

Atividades – Página: 264

1. 72 s
2. d
3. a) $\simeq$ 0,1 L/s b) $\simeq$ 50 s
4. 40 m/s
5. e

Atividades – Página: 267

1. c
2. a
3. a) 10 m/s c) 0,72 m³ b) $4 \cdot 10^{-3}$ m³/s
4. a
5. $4{,}2 \cdot 10^5$ Pa

Mais Atividades – Página: 269

1. 300 milhões
2. e
3. b
4. 2,54 m/s
5. a) 15 h b) 0,02 m/h
6. 4,5 cm/s
7. a) 16,7 L/s c) Deve ser maior. b) 20,8 L/s
8. a
9. e
10. c
11. A movimentação rápida da água do chuveiro torna a pressão interna do boxe menor do que a pressão externa, que empurra a cortina para dentro do boxe.
12. Uma camada fina de ar é arrastada ao redor das bolas girantes pelo atrito, que é aumentada na bola de tênis devido ao feltro de sua superfície.
13. Teorema de Bernoulli, $\Delta p = \frac{1}{4}\pi \cdot 10^3$ N/m²
14. 3 L/s
15. 239 595 N/m²

Unidade VII – Termologia

Capítulo 15 – Termometria

Atividades – Página: 277

1. c
2. e
3. b
4. d

Mais Atividades – Página: 277

1. c
2. c
3. d
4. b
5. a

Capítulo 16 – Calorimetria

Atividades – Página: 283

1. 04 e 16
2. a) 0,04 cal/g °C b) 400 cal/°C
3. a
4. 350 h
5. a) A curva *A*. b) 10 °C c) Aproximadamente $4{,}3 \cdot 10^7$ kJ.
6. a) $8{,}82 \cdot 10^{-2}$ °C b) 10^{-9} °C

Atividades – Página: 286

1. t = 32 °C
2. a
3. 627 °C
4. Em contato com produtos mais frios, as panelas de ferro liberam maior quantidade de calor que as de alumínio, o que justifica sua eficiência nos cozimentos.
5. 12 L de água fria e 8 L de água quente.
6. c

Mais Atividades – Página: 286

1. Porque a capacidade térmica do tabuleiro é maior que a do bolo.
2. b
3. Q = $64{,}4 \cdot 10^6$ cal ou $64{,}4 \cdot 10^3$ Kcal
4. $4{,}5 \cdot 10^{12}$ J/dia
5. d
6. b
7. 1) V 2) V 3) F 4) V
8. e
9. a) $\simeq 1{,}3 \cdot 10^5$ cal b) 54 N
10. d
11. b
12. e
13. e
14. c
15. a) $3{,}6 \cdot 10^6$ cal b) 1 kW
16. e
17. 01, 02, 04 e 16.
18. a) $V_B = 40$ L b) 40 kg
19. d
20. b
21. d
22. e

Capítulo 17 – Mudanças de fases

Atividades – Página: 293

1. a
2. 5 g
3. 40 g
4. e
5. a) $6{,}3 \cdot 10^4$ J b) $3{,}3 \cdot 10^5$ J c) $3{,}136 \cdot 10^{19}$ J

Atividades – Página: 300

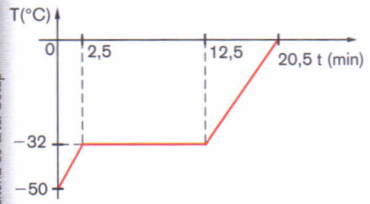
1. Próximo à superfície do chá ocorrem dois processos simultâneos: a evaporação e a condensação de seus vapores. Ao soprar sobre a superfície livre do chá, retiramos o vapor ali formado, fazendo aumentar a evaporação e, portanto, provocando uma diminuição da energia interna do chá, ou seja, o seu resfriamento.
2. Ebulição é o nome dado à passagem de uma substância da fase líquida para a gasosa de maneira não espontânea (fonte de calor), tumultuada e com formação de bolhas, ao passo que evaporação é o mesmo processo quando ocorre de forma lenta e espontânea, independentemente da temperatura, e só acontecendo na superfície do líquido. A evaporação é influenciada por fatores como superfície de contato com o ambiente, pressão do local, ação do vento, entre outros.

3. A sensação de resfriamento ocorre por causa da evaporação do suor, em razão das sucessivas substituições da camada de ar sobre a pele.
4. Porque a água desses alimentos evapora mesmo que estejam a uma temperatura mais baixa que a do ambiente.
5. Porque o vapor dessas substâncias, que são bastante voláteis, está saindo do vidro.

6. d 7. a 8. a 9. e
10. 540 cal/g 11. ≃ 15,6 °C
12. a) 0,018 kg/min
b) x = 0,5 L
13. e 14. e

Atividades – Página: 305

1. d
2. a) No intervalo de tempo t_1 a t_2.
b) No intervalo de t_3 a t_4.
c) 10 200 cal
3. a)



Editoria de arte/Setup

b) 1000 J/kg °C
4. a

Mais Atividades – Página: 306

1. a) 18 g b) 18 g
2. d 3. a
4. Não, pois as esferas, sendo de materiais diferentes, têm calores específicos diferentes. Logo, uma esfera se aquecerá mais que a outra quando imersa em água fervente e derreterá uma massa de gelo maior quando colocada sobre o bloco de gelo.
5. a 6. e
7. a) 76,938 J b) 115,41 W
8. d 9. d
10. ≃ 35,4 min
11. a) −38 °C
b) Gelo comum e vapor de gelo seco.
12. a 13. 560 W e 0,352 L
14. a) 200 W c) 1 550 s
b) $9 \cdot 10^4$ J
15. A água fervendo (em ebulição), ao tocar a pele, apenas resfria-se, liberando calor para o corpo. Entretanto o vapor, ao tocar a pele, primeiro condensa-se e depois resfria-se. Portanto, o vapor transfere mais calor para o corpo. Assim, a queimadura produzida pelo vapor é mais grave que a produzida pela água fervendo.
16. c
17. a) Expandir a área da superfície do líquido, facilitando o processo de evaporação, uma vez que a velocidade de evaporação cresce com o aumento da área exposta.
b) Q = 1 150 kJ. A sensação de frio está associada à transferência de calor do corpo humano pela pele. O cálculo indica a quantidade de calor que deve ser fornecida para a evaporação da água. Como parte desse calor é fornecida pela pele, tem-se sensação de frio.
18. c 19. b
20. 1 + 2 + 8 + 16 = 27
21. a 22. 15%
23. F, V, F, V, F 24. c
25. a) c_L = 0,1 cal/g°C; L_f = 4 cal/g
b) 12,5 g
26. b 27. d 28. c

Capítulo 18 – Transmissão de calor

Atividades – Página: 313

1. Número 4.
2. Porque o metal, sendo um bom condutor de calor, provocará o aquecimento do interior da carne, cozinhando-a por inteiro mais rapidamente.
3. Porque a lã de vidro é um isolante térmico que dificulta a troca de calor entre o ambiente e o interior da geladeira.
4. Quando se coloca a bolsa de água quente em contato com a parte do corpo lesionada, há troca de calor entre elas até que atinjam a mesma temperatura. Como a água absorveu muito calor ao ser aquecida, ao esfriar ela deverá liberar parte desse calor, que dilatará os vasos sanguíneos da região lesionada, aumentando o fluxo do sangue nesta região. Outra vantagem do uso da água é a sua baixa condutibilidade térmica. A água é péssima condutora de calor, isto é, troca calor com o meio de forma muito lenta, possibilitando manter a região lesionada aquecida por mais tempo durante o tratamento.
5. $5{,}83 \cdot 10^4$ cal/s
6. Porque a madeira é um bom isolante térmico e não absorve com facilidade o calor dos alimentos que estão sendo cozidos, permitindo assim uma temperatura adequada em seu cabo por muito mais tempo que em uma colher de alumínio, por exemplo.
7. 9 cal/cm² 8. 3 s

Atividades – Página: 315

1. a
2. O aquecedor deve ser colocado na parte inferior do quarto, pois o ar aquecido sobe e o ar frio desce. Se fosse feito o contrário, o ar quente (menos denso) continuaria em cima, não havendo circulação de ar na região da cama.

Atividades – Página: 318

1. a 2. a 3. b 4. e
5. O ar no interior do veículo é aquecido principalmente por irradiação da luz solar. Os vidros do carro funcionam como uma estufa de plantas: são transparentes à radiação luminosa e opacos à radiação infravermelha. Logo, o calor recebido pelo ar fica "aprisionado" no interior do veículo, o que faz a temperatura ali aumentar.
6. d 7. b

Mais Atividades – Página: 319

1. c 2. 2,45 Wh 3. b
4. e 5. a 6. b 7. e 8. d

Capítulo 19 – Dilatação térmica

Atividades – Página: 324

1. Como o coeficiente de dilatação linear do zinco é maior que o coeficiente de dilatação linear do vidro, devemos imergir o conjunto tampa-frasco no caldeirão com água quente. Desse modo, a dilatação da tampa será maior que a do frasco, tornando possível a sua remoção.
2. Se o coeficiente de dilatação do aço e o do concreto fossem muito diferentes, teríamos dilatações (ou contrações) em proporções muito diferentes para um ou para o outro, gerando rompimentos ou enfraquecimentos das estruturas da construção civil.
3. c 4. a 5. c 6. b 7. a

Atividades – Página: 327

1. d 2. $2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
3. 5,036 cm² 4. 36 cm³

Atividades – Página: 329

1. a 2. V, F, F, V, V
3. 33 500 reais 4. 0,04 L
5. Observa-se pelo gráfico que o volume específico da água é mínimo a 4 °C, indicando que ela atinge sua máxima densidade nessa temperatura. Sendo assim, num lago congelado, apenas a superfície da água se encontra a 0 °C ou menos, uma vez que de 0 °C até 4 °C, a água aumenta de volume, ficando menos densa e, portanto, "flutuando" sobre as massas de água com temperaturas maiores.

Mais Atividades – Página: 330

1. c 2. a 3. c
4. 282,39 °C
5. a) $11 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1} b) 2
6. c 7. d 8. a
9. 1,6 cm 10. 1,067 L
11. a 12. d

Unidade VIII – Termodinâmica

Capítulo 20 – Estudo dos gases

Atividades – Página: 335

1. c 2. a
3. 1,5 g e $1{,}4 \cdot 10^5$ Pa
4. c 5. c

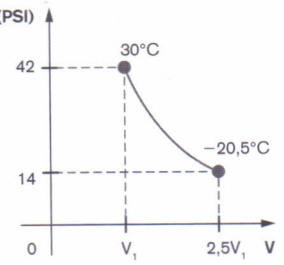
Atividades – Página: 339

1. c 2. c 3. d
4. a) Após fecharmos a porta, o ar no interior do *freezer* esfria, provocando uma diminuição na pressão interna, sendo necessário aguardarmos alguns instantes para que ela se iguale à externa por meio da entrada de ar pela borracha de vedação.
b) $6{,}0 \cdot 10^3$ N
5. b

Atividades – Página: 341

1. a 2. d
3. a) 252,5 K

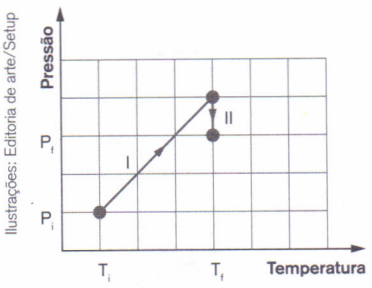
b) P (PSI)



4. b 5. d

Atividades – Página: 345

1. b 2. d
3. ≃ 2,22 atm
4. a) Para a lata boiar na água, é necessário que sua densidade seja menor que 1 g/mL; logo, concluímos que a lata de refrigerante dietético flutua e a de refrigerante comum afunda.
   b) 5,3 kg/m³
5. c 6. e
7. a)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

b) 0,90 · 10^5 N/m²

Atividades – Página: 348

1. e 2. a

Mais Atividades – Página: 349

1. a 2. d 3. c 4. c
5. d 6. d 7. a
8. a) O aumento do volume da bolha ocorre, pois com o movimento ascendente, a bolha passa por pontos de menor pressão até atingir a superfície.
   b) 1,0 · 10^5 Pa
9. b 10. e 11. 6 atm 12. d
13. e 14. b 15. c
16. a) 140 g
    b) 3,84 · 10^6 N/m²
    c) 1,66 e 2,0 mols
17. a) 1 · 10^4 mols
    b) 3 · 10^6 J
18. 6,21 · 10^{-21} J
19. 0,75
20. a

Capítulo 21 – Termodinâmica

Atividades – Página: 354

1. c
2. a) 200 J b) 900 K
3. a) 300 J b) 0
4. 02 e 04
5. d
6. V, F, V, F, V, V
7. a) 200 s c) 810 J
   b) 6 s

Atividades – Página: 356

1. a) 0 c) −6 J e) Y → Z
   b) 11 J d) 5 J
2. a) T_B = 900 K; T_C = 450 K; T_D = 150 K
   b) −2000 J
3. 500 W
4. a) −100 J b) 27 °C
   c) Nenhum dos processos é isotérmico, pois, pela equação de Clapeyron, vemos que, para temperatura constante, a curva da pressão em função da temperatura é uma hipérbole, contrariando, portanto, os três processos representados no gráfico.

Atividades – Página: 359

1. a 2. c
3. 02, 04 e 16
4. a) 160 J b) 1 440 J
5. a) A defesa do goleiro é um choque perfeitamente inelástico (o goleiro e a bola ficam juntos após o choque). Por isso, a energia mecânica da bola é transformada em energia interna do sistema goleiro-bola.
   b) 216 J
6. 24 J
7. a) 600 K e 4 · 10^5 N/m²
   b) 300 J c) 2000 J
8. a) 415 J b) 10 K
9. 35 kJ

Atividades – Página: 365

1. a) Não b) Não c) 25%
2. a
3. a) 5 · 10^3 J d) 25%
   b) 1,5 · 10^4 J e) ≃ 180,5 K
   c) 0
4. c

Atividades – Página: 368

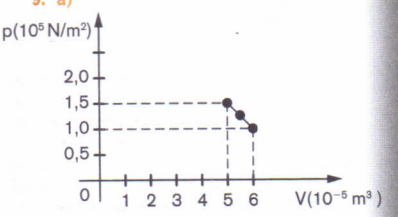
1. b
2. a) 1 200 K b) 5 · 10^4 J
3. a) Transformação isotérmica: ocorre à temperatura constante. Transformação adiabática: ocorre sem troca de calor.
   b) 50% c) 500 J
4. a) ≃ 116,7 W
   b) 2000 kcal por dia
5. 32% 6. 840 kW

Atividades – Página: 371

1. a) Reversível b) Irreversível
2. V, F, V, F
3. a 4. c 5. b 6. b
7. a) ≃ 0,7 b) 0

Mais Atividades – Página: 372

1. 240 J 2. 2500 J
3. a) 375 K b) 100 J
4. a) 10 m³ b) 100 J
5. 2096,7 J 6. d
7. e 8. 60 J
9. a)



   b) −1,2 J c) Aumenta
10. b
11. 01, 08 e 32
12. a) 1 cm c) 20750 J
    b) 17430 J
13. e 14. e
15. a) P_o; 2 P_o c) $\frac{3}{2}$ nRT_o e) 0,5
    b) 2 V_o d) 4 nRT_o
16. 04, 08 e 16
17. a) 0 c) 3,2 · 10^2 J
    b) 3,2 · 10^2 J d) 1,6 · 10^2 J
18. a) 0,5 J e 0,5 J b) 2,5 J
19. d
20. F, F, F, V
21. d
22. a) 0 c) 2 · 10^5 J
    b) 4 · 10^5 J d) $\frac{2}{3}$
23. a 24. c 25. a
26. 1 + 4 + 16 = 21
27. 0,25
28. 01, 02, 04 e 08
29. a) motor b) 0,5

Unidade IX – Óptica

Capítulo 22 – Conceitos fundamentais de óptica

Atividades – Página: 380

1. c
2. a) 8,6 anos b) 4,13 · 10^{16} m
3. e

Atividades – Página: 385

1. b 2. b 3. b
4. Por causa da intensa luminosidade de sua luz, não se deve olhar diretamente para o Sol, pois corre-se o risco de danificar a retina dos olhos. Assim, apenas os eclipses solares são danosos, pois a pessoa olha diretamente para o Sol.
5. 6,25 m² 6. e
7. a) Os três corpos do Sistema Solar são: o Sol, a Lua e a Terra.
   b) O anteparo é a Terra; a fonte é o Sol; o obstáculo é a Lua.
8. a 9. e

Atividades – Página: 388

1. 2 cm 2. a
3. a) ⌐ b) 0,4 m
4. 25% 5. 22 m

Atividades – Página: 391

1. c 2. b
3. Como a bandeira do Brasil é iluminada por uma luz monocromática amarela, temos:
   • retângulo verde – absorve a luz amarela e terá cor preta;

- losango amarelo – reflete a luz amarela e terá a cor amarela;
- círculo azul – absorve a luz amarela e terá cor preta;
- faixa central – o fundo branco reflete a luz amarela e terá cor amarela; as letras verdes de "ordem e progresso" absorvem a luz amarela e terão cor preta.

4. Quando um corpo opaco apresenta-se de cor verde ao ser exposto à luz solar, significa que ele absorve as demais cores e reflete apenas a cor verde. Como o corpo não reflete a luz vermelha, ele parecerá negro.

5. a) Passará na direção do objeto a cor vermelha, uma vez que o filtro absorverá todas as demais.
b) Como a luz incidente sobre o objeto é vermelha, o objeto aparecerá com a cor preta, uma vez que ele absorve a luz vermelha e não reflete nenhuma outra.

6. d

Atividades – Página: 394

1. Iluminá-las com um holofote que não tivesse o branco ou o amarelo.

2. Com a retirada das partículas maiores que as moléculas de nitrogênio e oxigênio do ar, prevalece o espalhamento da luz azul, e o aspecto do céu é de um azul mais intenso.

3. $h_{mín.} = 1{,}15$ m e $h_{máx.} = 2{,}05$ m

Mais Atividades – Página: 394

1. As estrelas.

2. Quando a luz incide sobre uma lâmina de vidro, parte da luz atravessa a lâmina e parte é refletida regularmente. Como a intensidade da luz externa é grande, a quantidade de luz que atravessa de fora para dentro é elevada e superior à luz refletida, permitindo que a pessoa dentro da sala seja vista. Dentro da sala, a situação é inversa, pois a intensidade da luz no interior é menor que a de fora e boa parte da luz é refletida na vidraça.

3. Esse eclipse ocorre quando a Lua, em sua órbita, percorre a região do cone de sombra da Terra. A propagação retilínea da luz, em meios transparentes, é que possibilita esse fenômeno.

4. 1,7 m **5.** e **6.** b
7. b **8.** d **9.** e **10.** c

11. Tem cor verde porque reflete de maneira difusa a componente verde da luz que incide sobre ele. Iluminado por luz vermelha, ele aparecerá preto, pois absorve a luz vermelha.

12. d

13. O vidro vermelho porque os pigmentos que dão cor ao vidro vermelho deixam passar o vermelho e absorvem todas as outras cores.

14. Branco; ciano.

Capítulo 23 – Reflexão da luz

Atividades – Página: 398

1. d **2.** e **3.** c

4. a) A imagem da palavra UNESP fornecida por um espelho plano é:

UNESP

b) A imagem formada por um espelho plano é simétrica ao objeto, em relação ao plano do espelho. A distância entre a imagem e o espelho é igual à distância entre o objeto e o espelho. Assim, a distância entre a inscrição e a imagem é 140 cm. A altura de cada letra da imagem é de 10 cm.

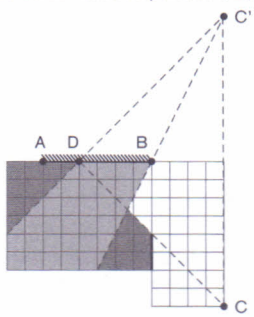
5. a) 1 b) 100 m

6. a) O raio incidente que sai de *L* na direção do simétrico de *A* reflete no espelho e atinge *A*.
b) 10 m

Atividades – Página: 400

1. Só serão vistos os pontos *A*, *B*, *C* e *D*.

2.



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

3. e

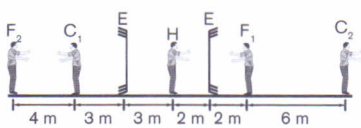
Atividades – Página: 402

1. d **2.** b **3.** c
4. a) 20 cm b) 10 cm/s
5. c
6. a) 30° b) 15°
7. 7°30'

Atividades – Página: 404

1. c

2. a) e b)



c) 4 m e 6 m

3. a) 40 cm b) Independe

4. V, V, F, V, V

Mais Atividades – Página: 405

1. Simétrica ao objeto em relação ao espelho; virtual de um objeto real; do mesmo tamanho do objeto; enantiomorfa.

2. Por causa da simetria entre objeto e imagem, veríamos a imagem levantar seu braço esquerdo.

3. b **4.** d **5.** c
6. a **7.** b **8.** b
9. $\theta_1 = 60°$ e $\theta_2 = 120°$ **10.** 9 h

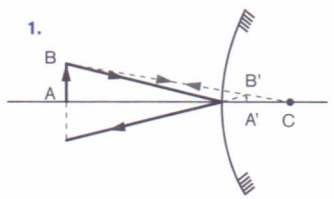
11. A cada reflexão, a imagem aparecerá simétrica. Como temos duas reflexões, passamos a ter o simétrico do simétrico, ou seja, a imagem normal. Logo, o estudante verá Física.

12. d **13.** 5,0 m
14. a) 40 cm b) 60 cm
15. a) 140 cm b) 40 cm
16. b **17.** c **18.** 74° **19.** 15°
20. c
21. a) $d = 2x_0$ c) $d = 2x_0 + 2vt$
b) $v_1 = 2v$

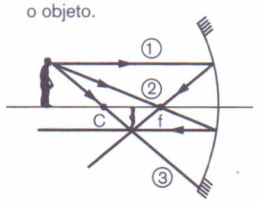
Capítulo 24 – Espelhos esféricos

Atividades – Página: 412

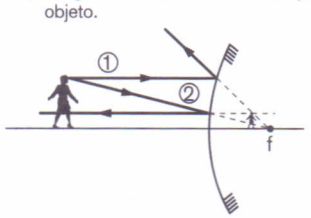
1.



2. a) Imagem real, invertida e menor que o objeto.

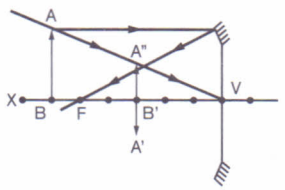


b) Imagem virtual, direita e menor que o objeto.



3. a **4.** d

5.



Atividades – Página: 414

1. e **2.** c
3. a) $\frac{8}{19}$ m b) 8 cm
4. d **5.** b
6. a) Imagem real, é uma imagem projetada.
b) Espelho côncavo, o aumento linear é negativo.
c) −15 cm, invertida.
d) 9,7 cm
7. a) 5,0 m b) 30 m

Mais Atividades – Página: 416

1. Sim, utilizando um espelho côncavo e posicionando a cabeça do palito no foco do espelho.

2. Na face convexa a imagem virtual é direita e menor, enquanto na face côncava é direita e maior. A imagem real do rosto é vista somente se ele for localizado na posição onde a imagem do rosto é formada.

3. Uma imagem real é formada por raios de luz efetivos que emergem do espelho, portanto pode ser projetada na tela. Uma imagem virtual é formada pelo prolongamento de raios luminosos que se interceptam atrás do espelho. Ela pode ser vista por um observador, mas não pode ser projetada sobre uma tela.

4. d

5. a) Imagem virtual com a metade da altura do objeto.

b) Imagem real com o dobro da altura do objeto.

6. a) 4,2 m b) 0,64 m
7. c
8. c
9. O espelho *B*. Porque, de acordo com os cálculos, é o que produz maior ampliação.
10. d 11. b 12. d 13. e
14. 30 cm 15. 17 cm 16. c

Capítulo 25 – Refração da luz

Atividades – Página: 420

1. III
2. a) 1,2 b) 0,8
3. $\frac{4}{3}$; 225 000 km/s
4. a

Atividades – Página: 421

1. c
2. a) Ar b) Diamante
3. d 4. 2 + 4 + 16 = 22
5. b 6. c

Atividades – Página: 424

1. 45°
2. Sim, basta colocar um disco na superfície da água, de diâmetro conveniente. Os raios não bloqueados pelo disco ficam sujeitos à reflexão total ($i > L$), não passando para o ar.
3. b 4. d
5. A mergulhadora poderá enxergar os três objetos.
6. a) $v_{água} < v_{ar}$
   b) Não, pois o sentido de propagação da luz deve ser do meio mais refringente para o menos refringente, para ocorrer reflexão total. Nesse caso, $n_{água} < n_{diam}$.
7. c
8. a) $\simeq 2{,}1 \cdot 10^8$ m/s b) 1,6 m

Atividades – Página: 426

1. d
2. a) 1,5 m b) 2,4 m
3. a) 80 m b) 20 m
4. c 5. d 6. 1,5 m

Atividades – Página: 429

1. c
2. a) 15° b) 45° c) 60°
3. d 4. a

Atividades – Página: 431

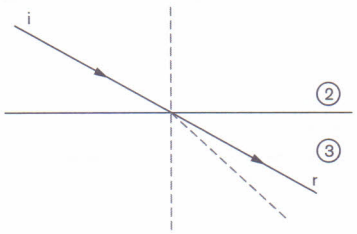
1. a) 45° b) $n > 2$
2. a 3. e

Atividades – Página: 435

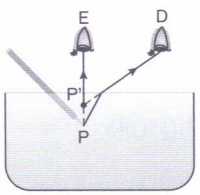
1. b 2. b
3. Vermelha, pois tem menor índice de refração.
4. d
5. O arco-íris é determinado pela refração e posterior reflexão da luz solar no interior de gotículas de água (chuva) em suspensão no ar. Na refração, a luz solar (luz branca) se decompõe, sendo mais desviada a luz violeta e menos desviada a luz vermelha.
   Devido à simetria, o observador só recebe a luz refletida por gotículas situadas no círculo. O observador fica situado no vértice do cone determinado pelos raios refletidos, por isso o arco-íris é circular.
6. a
7. O ar atmosférico possui índice de refração variável. À medida que a altitude aumenta, seu índice de refração vai diminuindo. Portanto, a ordem crescente dos índices apresentados na figura é: n_3, n_2 e n_1.
8. a

Mais Atividades – Página: 436

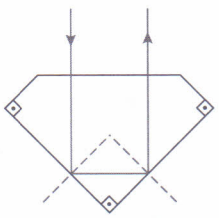
1. b 2. 02 e 16
3. a)



   b) Meio 3
4. b
5. a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ b) $80\,000\sqrt{3}$ km/s
6. b 7. a 8. a
9. a) 450 m b) 150 m
10. a) e
    b)



11. c 12. 40 cm 13. b
14. 01, 02 e 04
15. a) $1{,}25 \cdot 10^8$ m/s
    b)



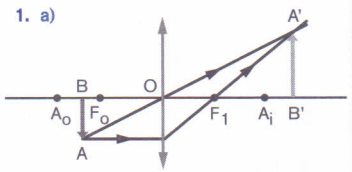
16. e 17. b
18. O ar próximo da areia está mais aquecido e menos denso. Os raios que partem do coqueiro, ao descerem, passam de meios mais densos para meios menos densos e se afastam da normal, até que numa das camadas da atmosfera ocorra a reflexão total.
19. a

Ilustrações: Editoria de arte/Setup

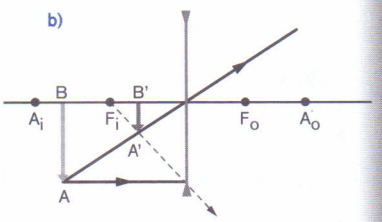
Capítulo 26 – Lentes esféricas

Atividades – Página: 445

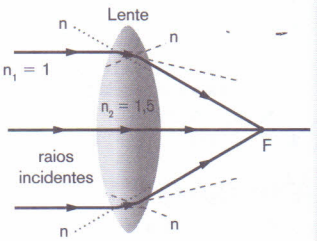
1. a)



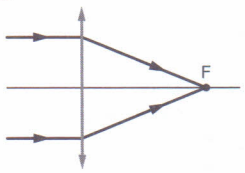
   b)



2.



3. 02 e 04
4. a) A lente empregada deve ser convergente.
   b) imagem formada no foco



   c) A imagem formada é real, invertida e menor.
5. b 6. d 7. c 8. d

Atividades – Página: 448

1. b 2. a
3. a) Se a imagem é três vezes menor e direita, a lente do olho mágico é divergente.
   b) −25 cm
4. a
5. 48 cm
6. a) A situação correspondente ao esquema da figura 1, representada a partir da vista indicada, está dada na figura 2.

Figura 1

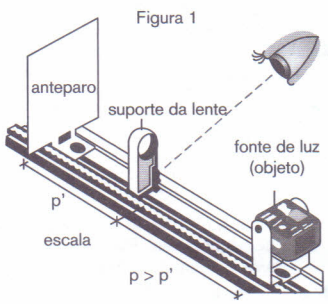
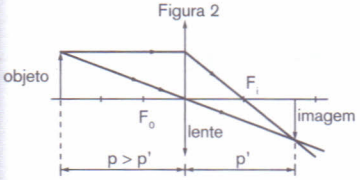


Figura 2



b) 15 cm

Atividades – Página: 449

1. 5 **2.** 2,5 di **3.** b **4.** a

Atividades – Página: 450

1. a **2.** 2 + 8 = 10
3. e **4.** b

Atividades – Página: 452

1. **a)** 22 cm **b)** 8 vezes
2. **a)** F_1 – foco objeto de L_1;
F_2 – foco objeto de L_2;
F'_1 – foco imagem de L_1;
F'_2 – foco imagem de L_2.
b) $p'_2 = 9$ cm
3. 75 cm de L_2 **4.** c

Mais Atividades – Página: 453

1. 01, 02, 04, 08 e 16
2. b **3.** e
4. **a)** Afastada **b)** 12 cm
5. b **6.** F, V, V, V, F
7. 20 cm
8. 8 mm **9.** 9 cm **10.** d
11. **a)** 55 cm da vela **b)** 3,0 cm
12. **a)** 2 **b)** 1,25
13. c
14. **a)** 2,5 di **b)** 20 cm
c) Lente divergente, p' = −25 cm
15. e **16.** a **17.** d **18.** a
19. a **20.** 40 cm **21.** c

Capítulo 27 – Instrumentos ópticos

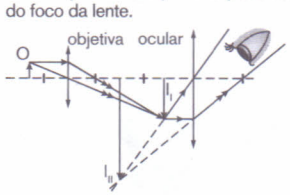
Atividades – Página: 457

1. c **2.** b
3. **a)** 5100 mm **b)** −50
4. 31,25 cm
5. **a)** 30 cm
b) 5 vezes maior que o objeto e invertida.

Atividades – Página: 461

1. **a)** Lente convergente e imagem virtual, direita e ampliada.
b) Para que se consiga uma imagem direita e ampliada do objeto, este deve ficar posicionado no intervalo compreendido entre o foco e o centro óptico da lente. Para que se obtenha a máxima ampliação, devemos posicionar o objeto o mais próximo possível do foco da lente.

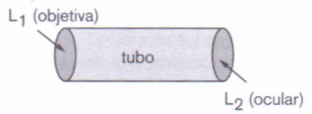
2. **a)**



b) Para a objetiva, II é uma imagem de natureza real. Para a ocular, III é uma imagem de natureza virtual.

3. a **4.** e **5.** b **6.** e

7. **a)**



b) 10 vezes
8. 15 vezes
9. **A**: objeto real em relação a L_1; **B**: imagem real em relação a L_1; **C** é objeto virtual em relação a L_2.

Atividades – Página: 467

1. e **2.** c **3.** 37,5 cm
4. d **5.** c
6. **a)** ≃ 2,22 cm e ≃ 2,38 cm
b) 0,2 cm além da retina.

Mais Atividades – Página: 468

1. **a)** O objeto deve estar situado entre o foco principal e o centro óptico da lente.
b) Diminuirá
2. c
3. 30 cm **4.** d **5.** d
6. e **7.** d **8.** d **9.** a
10. **a)** hipermetropia; convergente
b) 10 di

Unidade X – Ondulatória

Capítulo 28 – Movimento harmônico simples

Atividades – Página: 474

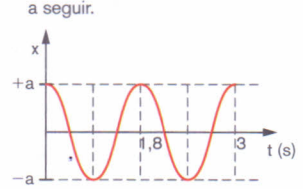
1. **a)** 1 cm **c)** ≃ 5685 m/s²
b) ≃ 7,54 m/s
2. e
3. a
4. **a)** 2 m **c)** 40 N
b) 4 s

Atividades – Página: 475

1. c
2. T = 0,4π s e ω = 5 rad/s
3. **a)** 10 N/m
b) T = 0,62 s
c) Não, pois a frequência de oscilação da massa é igual à frequência com que a luz pisca.

Atividades – Página: 477

1. c **2.** b **3.** b **4.** a
5. **a)** T = 1,5s; f ≃ 0,67 Hz
b) Observando-se que em t = 0, x = +A, temos o gráfico senoidal a seguir.



6. a

Mais Atividades – Página: 478

1. **a)** 0,1 m; 0,05 m **c)** 10 Hz; 0,01 m
b) 10 J; 5 J
2. 01 e 08
3. b **4.** b **5.** a
6. F, F, V, F, V

Capítulo 29 – Ondas

Atividades – Página: 483

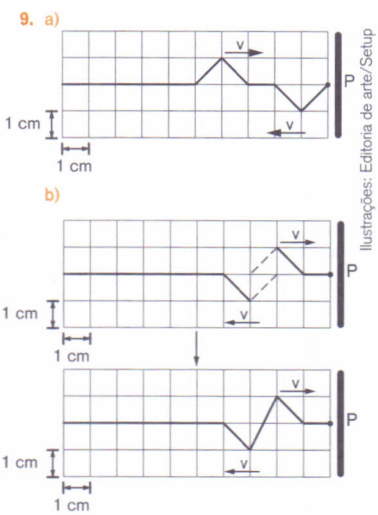
1. c **2.** c **3.** a
4. 50 cm/s **5.** e **6.** d
7. d
8. **a)** 12,5 cm **c)** 80 s
b) 31,25 cm

Atividades – Página: 489

1. $6 \cdot 10^{-3}$ s
2. **a)** 1 **b)** 2
3. b
4. d **5.** Reflexão e interferência.

Mais Atividades – Página: 490

1. F, F, V, V
2. a **3.** d **4.** b
5. a1) 40 KHz a3) 32 mm
a2) 8 mm **b)** 512 m
6. **a)** $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ s **b)** 6,15 cm
7. **a)** $3 \cdot 10^{-11}$ m
b) A mudança de meio de propagação da onda faz que a frequência seja mantida constante, alterando a velocidade de propagação e o seu comprimento de onda.
8. $\frac{1}{3}$
9. **a)**



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

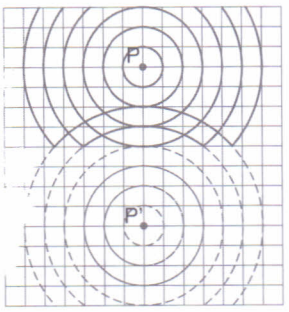
10. d

Capítulo 30 – Fenômenos ondulatórios

Atividades – Página: 495

1. b
2. $v = 2 \cdot 10^8$ m/s; $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz; $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ m
3. c **4.** b
5. **a)** 0,3 m/s **b)** 0,5 Hz

c)



6. c

Atividades – Página: 501

1. a 2. a 3. e 4. a

Mais Atividades – Página: 502

1. a) 750 s
   b) 8 m/s c) 5 m
2. b 3. b 4. b
5. a
6. a) 40 μs b) 24 mm c) 0,8 mm
7. 02, 04, 08 e 32
8. e 9. e 10. b 11. d

Capítulo 31 – Acústica

Atividades – Página: 510

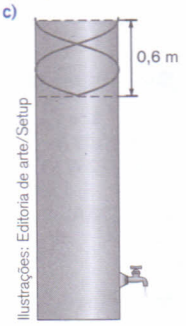
1. Porque a velocidade da luz é maior do que a velocidade de propagação do som no ar.
2. d
3. V, V, V, V, F, F, V
4. a 5. c 6. c

Atividades – Página: 513

1. 01, 04 e 16
2. c 3. e
4. a 5. e

Atividades – Página: 517

1. c 2. b
3. a) 352 m/s
   b) 0,8 m
   c)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

4. b 5. c

Atividades – Página: 520

1. a) 85 m/s b) 400 Hz
2. e 3. 720 Hz 4. a

Mais Atividades – Página: 521

1. 02 2. a 3. a 4. 0,45 m
5. d 6. 01, 04 e 32
7. 9 km, 12 km;
   1,5 m/s (efeito Doppler)
8. F, V, F, V, F
9. c 10. d 11. e
12. Retirar água.
13. b 14. c 15. a
16. a) Maior b) 18,3 m/s

Unidade XI – Eletrostática

Capítulo 32 – Força elétrica

Atividades – Página: 527

1. a) Estará eletricamente neutro.
   b) Estará eletrizado positivamente.
   c) Estará eletrizado negativamente.
2. $Q = -32 \cdot 10^{-3}$ C ou $Q = -32$ mC
3. $6 \cdot 10^{13}$ elétrons

Atividades – Página: 535

1. Do enunciado podemos estabelecer a série triboelétrica: vidro-lã-algodão-enxofre. Portanto, o vidro fica com carga elétrica positiva tanto quando atritado com algodão como quando atritado com enxofre.
2. Quando arrastamos os pés sobre o tapete, elétrons são transferidos dos pés para o tapete. Assim, nosso corpo fica carregado positivamente. Quando tocamos na maçaneta, elétrons são transferidos desta para nosso corpo. Por isso sentimos o "choque".
3. a
4. Ao desenrolar o saco, o rolo se eletriza devido ao atrito com a parte metálica do seu suporte. A carga elétrica do plástico, então, atrai cargas de sinal contrário nos pelos.
5. A caneta recebeu elétrons no atrito com o cabelo e ficou com mais cargas negativas. Ao aproximar a caneta dos pedacinhos de papel ocorre uma eletrização por indução e estes são atraídos pela caneta. Com o contato ocorre um processo de eletrização por contato, de forma que alguns dos pedacinhos de papel recebem elétrons, e, com isso, pedacinhos de papel e caneta estão negativamente carregados e sofrem a repulsão mencionada.
6. c 7. -1 μC cada
8. 10 μC 9. $5 \cdot 10^{13}$ elétrons

Atividades – Página: 537

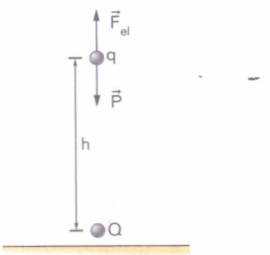
1. a) Negativo b) Positivo
2. Quando o corpo *C* é aproximado, a esfera do pêndulo tem suas cargas separadas, ou seja, ocorre indução eletrostática: elétrons livres deslocam-se para a parte mais próxima ou mais distante do corpo *C*, conforme a carga deste seja positiva ou negativa.
3. Hipótese III. Se *A* e *C* atraem-se, ou uma está neutra, ou ambas estão carregadas com cargas de sinais contrários. O mesmo vale para *B* e *C*. Como *A* e *B* se atraem, ou *A* tem carga e *B* não, ou vice-versa, ou ambas têm cargas de sinais contrários. Se *A* tem carga e *B* não, *C* deve ter carga de sinal contrário ao de *A*. Ou seja, duas delas têm cargas de sinais contrários e uma é neutra.
4. Basta aproximar um corpo carregado (sinal de carga elétrica conhecida) à esfera e observar o movimento das folhas: se estas se afastarem, então possuem o sinal de carga igual ao do objeto, pois a indução fará que as cargas contrárias se acumulem na esfera, aumentando assim a repulsão entre as folhas. Já no caso de as folhas se aproximarem mais, então estas possuem sinal de carga contrária ao do corpo aproximado, pois parte das cargas em excesso irão se concentrar na esfera e a repulsão será menor.
5. a) Carregado positivamente, assim como o bastão de vidro (eletrização por contato).
   b) As folhas deverão abrir-se mais.

Atividades – Página: 541

1. 2 cm 2. e 3. a
4. 0,36 N 5. 98 nC 6. e
7. d 8. c 9. a

Mais Atividades – Página: 543

1. a 2. b 3. e
4. a 5. d
6. a)



   b) 2 m
7. a) $8{,}2 \cdot 10^{-8}$ N, radial para o centro.
   b) $3{,}3 \cdot 10^{-17}$ s
8. 40 cm

Capítulo 33 – Campo elétrico

Atividades – Página: 546

1. $3 \cdot 10^{5}$ N/C
2. 10 N 3. b
4. a) $1 \cdot 10^{6}$ N/C, ascendente.
   b) $2 \cdot 10^{-4}$ N/C, descendente.
5. $2 \cdot 10^{-4}$ C se **E** é para cima; $-2 \cdot 10^{-4}$ C se **E** é para baixo.

Atividades – Página: 549

1. 8 2. 10 N/C 3. $2 \cdot 10^{10}$ prótons
4. a) $5 \cdot 10^{5}$ N/C
   b) $5 \cdot 10^{-4}$ C ou $-5 \cdot 10^{-4}$ C
5. c 6. $3 \cdot 10^{5}$ N/C
7. $\frac{2}{3}$ à direita de *A*.
8. a) 1,44 N/C
   b) A mesma do segmento AB.

Atividades – Página: 553

1. a) Na proximidade de q_1, uma vez que as linhas estão mais próximas neste caso.
   b) Sinal positivo.
2. a 3. b
4. a) 6,4 N
   b) $1{,}8 \cdot 10^{3}$ m/s
   c) $5{,}6 \cdot 10^{-4}$ s
5. b 6. 1 μC 7. d

Atividades – Página: 557

1. e 2. 54 mC 3. 02 4. c

Mais Atividades – Página: 558

1. d 2. 25 3. b
4. 2 + 4 + 8 = 14
5. a) $v = \frac{|q|E}{d}$

6. A de 60 W, pois apresenta maior resistência.
7. a) 0,2 A b) 120 V
8. c

Atividades – Página: 610

1. a) 3,2 Ω b) 6 Ω
2. 0,50 A; 2,0 A
3. d **4.** 4 A; 2 Ω
5. a) 600 C b) 24 W
6. Falsa.
7. a) 440 W; 220 V; R = 110 Ω
b) Primeira situação.
8. a
9. a) 95 A
b) 50 A; 25 A; 20 A
10. Em paralelo, a lâmpada de menor resistência, R_2, apresentará maior brilho. Em série, a lâmpada de maior resistência, R_1, será a mais brilhante.
11. a

Atividades – Página: 612

1. c **2.** c
3. a) 6,25 Ω c) 10 Ω
b) 4 Ω
4. a) 8 Ω b) 5 Ω
5. b **6.** 14 V **7.** c
8. 3 A **9.** b

Atividades – Página: 615

1. a) 6 Ω b) 4,5 A
2. a) 16 Ω b) 15,75 Ω
3. 270 Ω **4.** 40 Ω **5.** a

Mais Atividades – Página: 616

1. c
2. a) 0,36 m b) 2 880 C
c) 2,64 W
3. c **4.** 0,75 A
5. a) $5 \cdot 10^3$ W b) $3{,}4 \cdot 10^2$ s
c) $4{,}3 \cdot 10^2$ L
6. 625 s **7.** b **8.** b
9. a) 2 A b) 24 kJ c) 33,3 s
10. a) 300 Ω b) 0,45 A c) Diminui
11. 980 s
12. a) 550 W b) 3 lâmpadas.
13. a) 6 lâmpadas. b) $3{,}4 \cdot 10^{-4}$ Ω
14. a) 4 A b) 8 A

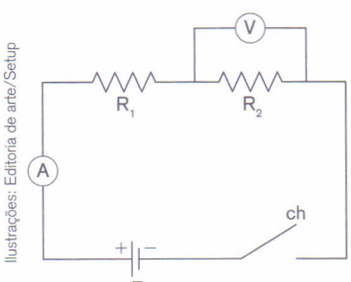
Capítulo 38 – Geradores elétricos

Atividades – Página: 621

1. Um gerador ideal seria um gerador sem perdas, contudo sabe-se que seu rendimento nunca é 100%, em decorrência das perdas dos elementos que o formam. A perda mais comum é o efeito joule e a maneira de modelar um gerador é associando a perda interna por efeito joule a uma resistência interna, em que quanto menor a resistência interna, maior o rendimento do gerador.
2. Em uma pilha, a energia química está sendo transformada em energia elétrica. No dínamo, a energia mecânica está sendo transformada em energia elétrica.
3. a) 2 A b) 2 W c) 90%
4. a) 1 200 W b) 200 W
c) 1 000 W d) 83%
5. A "perda" de voltagem nas condições citadas é causada pela resistência interna da pilha.
6. 12 V; 0,5 Ω **7.** 1 920 J
8. e **9.** c
10. 1) A diferença de potencial medida pelo voltímetro é dada por $U = \varepsilon - ri$, em que ε é a força eletromotriz, r é a resistência interna da pilha e i é a corrente estabelecida no circuito. Como a resistência interna de um voltímetro é muito alta, a corrente elétrica no circuito é muito pequena. Assim, o voltímetro mede a força eletromotriz da pilha (9 V), que é aproximadamente a mesma, tanto para uma pilha nova quanto para uma usada.
2) Uma lâmpada acende, normalmente, quando submetida a uma diferença de potencial para a qual foi especificada. Como a resistência da lâmpada é baixa, a corrente elétrica, no circuito, é maior do que quando a pilha está ligada apenas ao voltímetro. Assim, a diferença de potencial na pilha nova – e, consequentemente, na lâmpada –, que tem menor resistência interna, é maior que na pilha usada, que tem maior resistência interna. Portanto, a lâmpada acende com maior brilho quando ligada à pilha nova.
11. a) 7 440 W
b) Parte da energia obtida pelos ventos nos momentos de maior ventania poderia ser armazenada em baterias para complementar os momentos de calmaria. O uso de painéis solares também poderia compensar os momentos de calmaria e até trabalhar simultaneamente com os geradores eólicos.

Atividades – Página: 623

1. a) 0,1 A b) 0,199 W
2. $i_1 = 1{,}5$ A; $i_2 = 1{,}0$ A; $i_3 = 0{,}5$ A; $P_d = 3$ W
3. a) 4 Ω b) 30 V
4. 02, 04, 64
5. a)



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

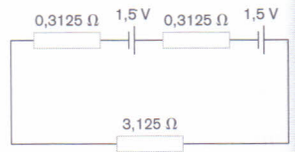
b) 0,01 A e 2 V
6. 45 mA **7.** a **8.** e
9. 7 min **10.** d

Atividades – Página: 626

1. F, F, F, V, V
2. a **3.** 5 A **4.** d
5. a) 10 A b) r = 2 Ω; ε = 20 V

Atividades – Página: 630

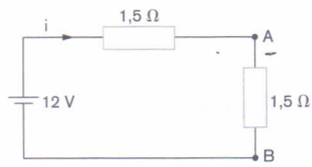
1. a) 40 V; 5 Ω
b) 12 V; 3 Ω
c) 10 V; $\frac{12}{13}$ Ω
2. a)



b) 0,625 Ω
3. a) $6{,}75 \cdot 10^{-5}$ J b) 0,5 A
4. a) Dois conjuntos de 10 pilhas em série associados em paralelo.
b) 1 200 J
5. 5 V; 0,5 A

Mais Atividades – Página: 630

1. a) 245 Ω b) 726 Wh
2. a) 1,5 Ω; 4,0 A
b)



3. c
4. a) L_1 e L_4 b) 4 A c) 24 W
5. a
6. 118 J **7.** c
8. 01, 04 e 16
9. V, F, V, V, V
10. 3 ohms

Capítulo 39 – Receptores elétricos

Atividades – Página: 634

1. a) 640 W b) 120 V c) 60%
2. a) 60 V b) 5 Ω
3. 3 A **4.** d **5.** 80 s
6. c **7.** c **8.** e

Atividades – Página: 636

1. a) 5 Ω; 10 V b) 45 W
2. a) 10 A c) 4 Ω
b) 800 W d) 80 V
3. 54%
4. 2,2 kW; 1,98 kW
5. a) 300 W c) 80,6%
b) 72 W

Atividades – Página: 638

1. a) 16 V b) −9 V
2. 02, 04 e 16
3. a) 0,05 A
b) 2 V; ponto *A*
c) A pilha de fcem 1,5 V.
4. d **5.** a **6.** 1 A
7. a) 1 A
b) 0,4 A
c) 5 A
8. a **9.** e
10. a) 100 V c) 0,5 A
b) 100 W
11. c

Mais Atividades – Página: 640

1. 2 A **2.** a **3.** b
4. a) 0,7 A b) 7 V

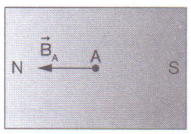
5. c
6. $R_1 = 20\ \Omega$ e $R_2 = 30\ \Omega$
7. 03
8. V, F, V, F, F
9. 6 A 10. 3 A

Unidade XIII – Eletromagnetismo

Capítulo 40 – O campo magnético

Atividades – Página: 647

1. a)

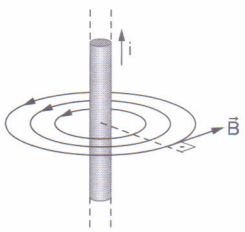


b)

2. *A* e *C* se aproximam até se juntarem e formar um novo ímã.
3. a 4. b 5. a
6. b

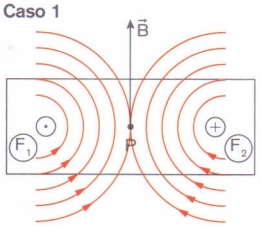
Atividades – Página: 653

1. a)

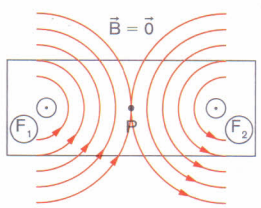


b) Pela regra da mão direita.

2. c 3. a
4. a) **Caso 1**



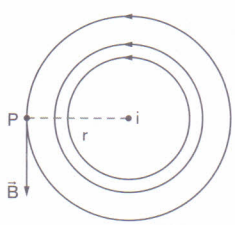
Caso 2



Ilustrações: Editoria de arte/Setup

b) Caso 1: $1 \cdot 10^{-5}$ T
Caso 2: Nulo

5. c
6. a)

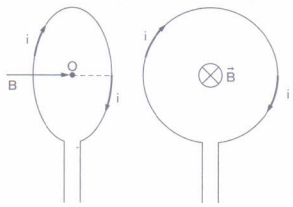


b) $4 \cdot 10^{-7}$ T
7. a) Norte-Sul.
b) 16 m
8. B = $1 \cdot 10^{-5}$ T, perpendicular ao plano do papel, entrando por ele à esquerda.

Atividades – Página: 656

1. a) Podem ser identificados pela regra da mão direita ou pela regra do relógio.

b)



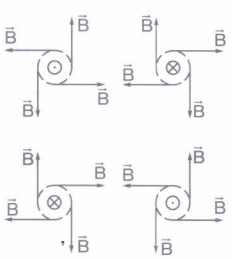
2. a
3. $5\pi \cdot 10^{-6}$ T, normal e entrando no plano do papel.
4. a) Os campos magnéticos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ criados pela espira e pelo fio retilíneo no ponto *C* devem possuir sentidos contrários. De acordo com a regra da mão direita, o campo $\vec{B}_1$ tem sentido para fora da página. Logo, o campo $\vec{B}_2$ deve ter sentido para dentro da página, o que pela regra da mão direita indica a corrente i_2 no sentido da direita para a esquerda.
b) 3

Atividades – Página: 658

1. Lado direito.
2. Repulsão.
3. d
4. a) Ao ligarmos as extremidades do fio aos polos da pilha, este passa a ser percorrido por uma corrente elétrica que, por sua vez, gera um campo magnético ao seu redor. Como o fio está enrolado em torno de uma haste de ferro, o campo magnético gerado pela corrente elétrica imantará a haste e esta, comportando-se como um ímã, passará a atrair pequenos objetos de ferro ou aço.
b) O sentido do campo magnético gerado pela corrente elétrica é da extremidade *A* para a extremidade *B* da haste, portanto a extremidade *A* da haste funciona como polo norte e a *B* como polo sul.
c) Ao se inverterem os polos da pilha, inverte-se o sentido da corrente elétrica e, consequentemente, o sentido do campo magnético. Com isso, a extremidade *A* passa a ser polo sul e a *B*, polo norte.
5. a
6. a) 9 V
b) $8\pi \cdot 10^{-5}$ T

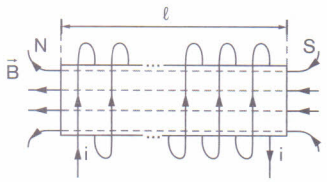
Mais Atividades – Página: 659

1. d 2. b
3. 1 + 4 + 8 + 16 = 29
4. I, II e III 5. a
6. a)



b) $\frac{5\mu_0}{\pi}$

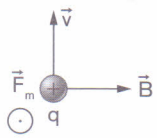
7. −0,3 m 8. a, b
9. $\frac{N}{L} = 20$



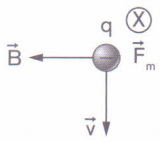
Capítulo 41 – Força magnética

Atividades – Página: 664

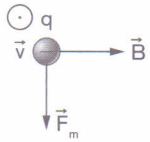
1. a) Movimento retilíneo uniforme.
b) Movimento circular uniforme.
c) Movimento helicoidal uniforme.
2. a)



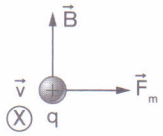
b)



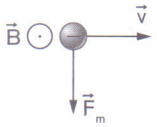
c)



d)



3. 100 T
4. a
5. 1 + 8 + 16 = 25
6. a)



b) $9{,}6 \cdot 10^{-16}$ N
7. a) Vertical; para baixo; $2 \cdot 10^{-14}$ N.
b) Da esquerda para a direita.
8. a) $4{,}18 \cdot 10^{-2}$ s
b) $7{,}5 \cdot 10^{7}$ m/s
9. $2{,}0 \cdot 10^{4}$ m/s
10. d

Atividades – Página: 668

1. a) de *B* para *A*
b) de *A* para *B*
2. 02 e 32

3. Perpendicular ao plano da folha e saindo deste plano.
4. $5 \cdot 10^{-3}$ N
5. a) 2 N
   b) 10 A. Sentido: de *A* para *B*.
   c) 60 V
6. $5 \cdot 10^{-1}$ T. Sentido: saindo da folha de papel.
7. 0,45 g

Atividades – Página: 671

1. c
2. 1 + 2 + 8 = 11
3. a
4. 1,5 g
5. b

Mais Atividades – Página: 672

1. 1 400 m/s 2. d 3. d
4. $8{,}8 \cdot 10^{-2}$ T 5. d
6. 01, 04 e 16.
7. c 8. 0,05 m 9. 1,0 A
10. b
11. a) $4 \cdot 10^{-6}$ T (perpendicular à folha entrando nela)
    b) Aumentou, pois a força magnética é de repulsão.

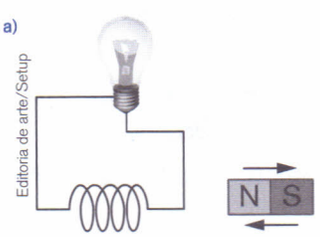
Capítulo 42 – Indução eletromagnética

Atividades – Página: 676

1. a) $8 \cdot 10^{-6}$ Wb c) zero
   b) $4 \cdot 10^{-6}$ Wb
2. e 3. a 4. e 5. c
6. a) $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ Wb
   b) $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ V
7. A corrente elétrica alternada na rede de alta voltagem cria um campo magnético variável na região em que estão as espiras. Devido à variação do fluxo magnético, uma força eletromotriz é induzida nessas espiras. Essa força eletromotriz produz uma corrente elétrica nas lâmpadas, que, então, se acendem.
8. a) 1,2 V
   b) $2{,}64 \cdot 10^{-1}$ Wb
   c) $2{,}2 \cdot 10^{-1}$ s

Atividades – Página: 681

1. a)



   b) Aproximando e afastando o ímã da bobina, ocorre uma variação do fluxo magnético e surge na bobina uma corrente elétrica induzida capaz de acender a lâmpada.
2. a) Anti-horário.
   b) Vertical e para baixo.
3. Significa que a corrente induzida em um circuito condutor fechado aparecerá sempre no sentido de contrariar as causas que lhe deram origem.
4. Porque a corrente induzida depende da resistência da espira.
5. e 6. b 7. e 8. b
9. a) 120 V b) 20 A; anti-horário.
10. a

Atividades – Página: 686

1. Abaixa a tensão.
2. Tensão.
3. Para diminuir a dissipação na forma de calor.
4. d

Mais Atividades – Página: 687

1. a 2. d
3. a) 1,25 A
   b) $1{,}5 \cdot 10^{-7}$ V
4. d 5. F, V, F, V. 6. d 7. a
8. a) De *X* para *Y*. c) 0,1 N
   b) 10 A

Capítulo 43 – Ondas eletromagnéticas

Atividades – Página: 696

1. Colocar uma carga elétrica ou variar o fluxo do campo *magnético* nessa região.
2. Por meio de uma carga elétrica acelerada.
3. b 4. a 5. 01 e 08 6. e

Mais Atividades – Página: 697

1. b
2. 1 + 2 + 16 = 19
3. Os raios X atravessam a mala, mas não a arma, possibilitando a sua identificação.
4. a) 0,122 m
   b) Porque haverá reflexão da micro-onda.
5. e
6. a) 1 m b) ≃ 4,76 m
7. a

Unidade XIV – Física Moderna

Capítulo 44 – Teoria da Relatividade Restrita

Atividades – Página: 702

1. b 2. d

Atividades – Página: 705

1. d 2. d 3. b
4. b 5. d 6. ≃ 1,32 m

Atividades – Página: 708

1. d 2. d 3. a

Mais Atividades – Página: 709

1. d 2. 20 meses
3. ≃ 0,74 c 4. b 5. b
6. V, V, V, V 7. b

Capítulo 45 — Física Quântica

Atividades – Página: 715

1. b
2. Violeta: 3,10 eV
   Vermelha: 1,77 eV
3. e
4. a) Como a energia é maior que a função trabalho, então ocorre o efeito fotoelétrico.
   b) No efeito fotoelétrico, as partículas ejetadas são elétrons (carga negativa). Portanto, elas são desviadas para a placa A.
5. 3,44 6. 2 + 16 = 18

Atividades – Página: 717

1. b 2. 1 + 8 = 9
3. b 4. e

Atividades – Página: 722

1. a) $-5{,}44 \cdot 10^{-19}$ J; $-2{,}42 \cdot 10^{-19}$ J
   b) $4{,}58 \cdot 10^{14}$ Hz
   c) Vermelho.
2. a 3. d 4. c 5. e

Mais Atividades – Página: 723

1. e
2. $1{,}24 \cdot 10^{4}$ eV
3. a) $3{,}2 \cdot 10^{-15}$ J
   b) $6{,}2 \cdot 10^{-11}$ m
4. a) Segundo a teoria de Einstein, para o efeito fotoelétrico, a radiação eletromagnética tem propriedades corpusculares, é composta de fótons e cada fóton carrega um *quantum* de energia igual a hf. Um elétron é ejetado do metal quando absorve um fóton. Quando a intensidade aumenta, apenas o número de elétrons que absorvem fótons e são ejetados aumenta. Logo, a energia cinética máxima com que ele é ejetado continua a mesma, pois depende da energia de um fóton individual, e não do número de fótons.
   b) A situação em questão pode ser explicada da seguinte forma: só são observados elétrons ejetados quando a energia do fóton passa a ser de 6 eV, uma vez que essa energia é suficiente para arrancar um elétron do metal e, ainda, para ceder energia cinética a eles, pois essa energia é maior que a função do trabalho.
5. c 6. d 7. b
8. a) $2 \cdot 10^{20}$ fótons b) $4{,}86 \cdot 10^{-17}$ J
   c) $4 \cdot 10^{-19}$ J
9. b

Capítulo 46 – Radioatividade

Atividades – Página: 730

1. a 2. d 3. a
4. a) 60 h
   b) Positivo, pois 1,6 µg/mL > 1,0 µg/mL

Atividades – Página: 734

1. a 2. d 3. d 4. d
5. a) 2 m b) $9 \cdot 10^{13}$ J

Mais Atividades – Página: 735

1. a) $1{,}2 \cdot 10^{5}$ voltas. b) 4 000π rad/s
2. b
3. a) $3{,}6 \cdot 10^{-13}$ J b) $5 \cdot 10^{15}$ fótons
4. d 5. d
6. a) $3{,}6 \cdot 10^{14}$ J c) 5 kg
   b) $4 \cdot 10^{-3}$ kg
7. d 8. 08, 16 e 32 9. c

Bibliografia

AMALDI, Ugo. *Imagens da Física*. Trad. Fernando Trotta. São Paulo: Scipione, 1995.

CAIANIELLO, Eduardo R.; MARINARO, Maria. *Física: per i licei*. Milano: Garzanti Editore, 1987. v. 1 a 3.

CANDEL, Agustín e outros. *Física y Química*. Madrid: Anaya, 1987. v. 1 e 2.

DAVOLI, Mario. *Física: per i licei scientifici*. 2. ed. Padova: Cedam, 1982. v. 1 a 3.

GOURSAUD, Alain e outros. *Sciences Physiques* 3. ed. Paris: Bordas, 1994.

HALLIDAY, David e outros. *Fundamentos de Física*. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1995. v. 1 a 4.

HEWITT, Paul G. *Física conceptual*. Delaware: Addison-Wesley Iberoamericana, 1995.

KELLER, F. J. e outros. *Física*. São Paulo: Makron Books, 1999.

KITTEL, Charles e outros. *Curso de Física de Berkeley*. Trad. José Goldemberg e Wiktor Wajntal. São Paulo: Edgard Blucher, 1973. v. 1 e 2.

MAIZTEGUI, SABATO. *Física*. Trad. Ruy P. S. Sieczkowski. Rio de Janeiro: Globo, 1973. v. 1 e 2.

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. *Mecânica Dinâmica*. Trad. José Paulo Soares de Azevedo. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

MIANO, Luigi; CORTI, Antonella. *Física e Laboratório*. Milano: Fabbrei Editori, 1987. v. 1 e 2.

NARDI, Roberto. *Pesquisas em ensino de Física*. São Paulo: Escrituras, 2001.

NEVES, M. C. D. O uso da História da Ciência no Ensino de Física. *Ciência e Educação*. Bauru, v. 5, n.1, 1998. p. 73-82.

NUFFIELD Fundation Collection. *Physics*. v. I e II. New York: John Wiley & Sons, 1996.

NUSSENZVEIG, Moysés H. *Curso de Física Básica*. São Paulo: Edgard Blucher, 1988. v. 1 a 3.

OKUNO, Emico. *Radiação: efeitos, riscos e benefícios*. São Paulo: Harbra, 1988.

PIÓRICHKINE, A. V. RÓDINA N. A. *Física*. Trad. K. Asryantz. Moscou: Mir Moscovo, 1986. v. 1 a 3.

RUSSELL, Lynn D.; ADEBIYI, George A. *Termodinâmica clássica*. Trad. José E. de la Cera Alonso. Delaware: Addison-Wesley Iberoamericana, 1997.

SCHENBERG, Mário. *Pensando a Física*. São Paulo: Brasiliense, 1984.

SEARS, Francis e outros. *Física*. Trad. Jean Pierre von der Weid. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1985. v. 1 e 2.

SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO. *Subsídios para Implementação da Proposta Curricular de Física para o 2º Grau*. São Paulo, 1979 a 1982. v. 1 a 8.

SERRES, Michel e outros. *Elementos para uma história das ciências*. Trad. Rui Pacheco e Magda Figueiredo. Lisboa: Terramar. 1989, v. I, II e III.

TAGLIARO, Antonio. *Física*. São Paulo: FTD, 1996. v. 1 a 3.

TARÁSOV, L.; TARÁSOVA, A. *Perguntas e problemas de Física*. Moscou: Mir, 1972.

TIPLER, P. *Física*. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

Impresso no Parque Gráfico da Editora FTD
Avenida Antonio Bardella, 300
Fone: (0-XX-11) 3545-8600 e Fax: (0-XX-11) 2412-5375
07220-020 GUARULHOS (SP)

FILIAIS E DISTRIBUIDORES FTD

• **ACRE**
RIO BRANCO (Distrib.) Fone (0XX68) 3224-8363
• **ALAGOAS**
MACEIÓ (Distrib.) Fone (0XX82) 3221-9431 Fax (0XX82) 3336-0169
• **AMAZONAS**
MANAUS (Distrib.) Fone (0XX92) 3663-6595 Fax (0XX92) 3664-6840
• **BAHIA**
SALVADOR (Filial) Fone (0XX71) 2101-4200 Fax (0XX71) 3341-0975
ITABUNA Telefax (0XX73) 3613-1049
• **CEARÁ**
FORTALEZA (Filial) Fone (0XX85) 3066-8585 Fax (0XX85) 3066-8599
• **DISTRITO FEDERAL**
BRASÍLIA (Distrib.) Fone (0XX61) 3343-2555 Fax (0XX61) 3343-2455
• **ESPÍRITO SANTO**
VITÓRIA (Distrib.) Fone (0XX27) 3227-6044 Telefax (0XX27) 3227-6857
• **GOIÁS**
GOIÂNIA (Filial) Fone (0XX62) 3605-5200 Fax (0XX62) 3605-5212
• **MARANHÃO**
SÃO LUÍS (Distrib.) Fones (0XX98) 3232-3020/6787/1331 Fax (0XX98) 3231-2886
BACABAL (Distrib.) Fone (0XX99) 3621-1612
IMPERATRIZ (Distrib.) Fones (0XX99) 3525-1085/3524-1599
SANTA INÊS (Distrib.) Telefax (0XX98) 3653-2347
• **MATO GROSSO**
CUIABÁ (Distrib.) Telefax (0XX65) 3624-2464/3622-2434
• **MATO GROSSO DO SUL**
CAMPO GRANDE (Distrib.) Fone (0XX67) 3324-2561 Fax (0XX67) 3384-2424
• **MINAS GERAIS**
BELO HORIZONTE (Filial) Fone (0XX31) 3057-4800 Fax (0XX31) 3057-4831
UBERLÂNDIA Telefax (0XX34) 3236-2818
• **PARÁ**
BELÉM (Distrib.) Fone (0XX91) 3081-7766
• **PARAÍBA**
CAMPINA GRANDE (Distrib.) Telefax (0XX83) 3322-7260
JOÃO PESSOA (Distrib.) Telefax (0XX83) 3221-1635
• **PARANÁ**
CURITIBA (Filial) Fone (0XX41) 3208-8400 Fax (0XX41) 3208-8430
LONDRINA (Filial) Fone (0XX43) 2104-4700 Fax (0XX43) 2104-4710
• **PERNAMBUCO**
PETROLINA Telefax (0XX87) 3861-1901
RECIFE (Filial) Fone (0XX81) 2128-5555 Fax (0XX81) 2128-5572
• **PIAUÍ**
TERESINA (Distrib.) Fone (0XX86) 3229-3202 Fax (0XX86) 3229-3203
• **RIO DE JANEIRO**
RIO DE JANEIRO (Filial) Fone (0XX21) 2127-9700 Fax (0XX21) 2127-9724
CAMPOS DOS GOYTACAZES Fone (0XX22) 2722-3799 Telefax (0XX22) 2722-9093
• **RIO GRANDE DO NORTE**
NATAL (Distrib.) Fone (0XX84) 3213-6654 Fax (0XX84) 3213-0492
• **RIO GRANDE DO SUL**
PORTO ALEGRE (Filial) Fone (0XX51) 3204-8100 Fax (0XX51) 3204-8135
• **RONDÔNIA**
PORTO VELHO (Distrib.) Telefax (0XX69) 3229-9959
• **SANTA CATARINA**
FLORIANÓPOLIS Telefax (0XX48) 3244-9200/3248-4140
• **SÃO PAULO**
SÃO PAULO - Capital (Filial) Fones (0XX11) 3598-6200/3598-6299
BAURU (Distrib.) Telefax (0XX14) 3232-8540
CAMPINAS Fone (0XX19) 3242-3822 Fax (0XX19) 3242-3493
RIBEIRÃO PRETO (Distrib.) Fone (0XX16) 3797-0777 Fax (0XX16) 3797-0753
SANTOS Telefax (0XX13) 3221-8707
SÃO JOSÉ DOS CAMPOS Fone (0XX12) 3941-6584
• **SERGIPE**
ARACAJU (Distrib.) Fone (0XX79) 3211-9941 Fax (0XX79) 3211-8010
• **TOCANTINS**
PALMAS Fone (0XX63) 3225-1639

• **MATRIZ**
SÃO PAULO - Capital - R. Rui Barbosa,156 - Bela Vista - CEP 01326-010
Caixa Postal 65149 - CEP 01390-970
Fone (0XX11) 3598-6000 Fax (0XX11) 3598-6069
Internet: http://www.ftd.com.br

CENTRAL DE VENDAS: Fone (0XX11) 3598-6200 Fax (0XX11) 3611-7075

ISBN 978-85-322-8004-6

9 788532 280046

11655491

FTD

No mundo contemporâneo, de intensa renovação tecnológica, novas habilidades devem ser desenvolvidas e problemas precisam ser resolvidos. Nesse contexto, a Física tem papel relevante ao trazer elementos, principalmente técnicos, para a reflexão crítica e tomada de decisão de cada indivíduo.

Nesta nova proposta para o ensino de Física, você vai encontrar uma abordagem em que os conceitos científicos são desenvolvidos a partir de exemplos do cotidiano, por meio da exploração de imagens ou situações. Com linguagem clara e objetiva, a obra é acompanhada de atividades variadas e seções de exercícios de processos seletivos de todo o país.